МИНИСТЕРСТВО ТРАНСПОРТА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

«УЛЬЯНОВСКОЕ ВЫСШЕЕ АВИАЦИОННОЕ УЧИЛИЩЕ ГРАЖДАНСКОЙ АВИАЦИИ (ИНСТИТУТ)»

ФИЗИКА

ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ФИЗИЧЕСКОГО ЭКСПЕРИМЕНТА

Учебно-методическое пособие

Рекомендовано
редакционно-издательским советом института

Ульяновск 2015

УДК 53.087(075.8)
ББК В3я7
Ф 50

Физика. Обработка результатов физического эксперимента : учеб.-метод. пособие / сост. С. С. Самохина. – Ульяновск : УВАУ ГА(И), 2015. – 103 с.

Представлены теоретические основы применения методов статистической обработки результатов физических измерений в учебном эксперименте, графической обработки полученных результатов. Рассмотрены примеры обработки результатов прямых и косвенных измерений. Предложены рекомендации по применению компьютерных программ для анализа экспериментальных данных. Представлены обучающие задания практического характера; методическое руководство по выполнению лабораторной работы по измерению линейных размеров физических объектов и освоению практических навыков по обработке и анализу результатов физического эксперимента.

Разработано в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом и рабочей программой учебной дисциплины «Физика».

Рекомендовано курсантам и студентам заочной формы обучения специальности «Эксплуатация воздушных судов и организация воздушного движения» и направлений подготовки «Аэронавигация», «Эксплуатация аэропортов и обеспечение полетов воздушных судов», «Техносферная безопасность», «Управление качеством».

УДК 53.087(075.8)
ББК В3я7

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

Физика – наука экспериментальная. В физической лаборатории курсант (студент) должен научиться самостоятельно воспроизводить и анализировать физические явления, уметь делать правильные выводы из сопоставления теории и эксперимента, уметь оценивать погрешности измерений.

Эксперимент – вид деятельности, предпринимаемой в целях открытия объективных закономерностей, состоящий в воздействии на изучаемый объект или процесс посредством инструментов и приборов, благодаря чему удается многократно воспроизводить ход процесса в поддающихся контролю и учету условиях, планомерно варьировать, комбинировать различные условия в целях получения искомого результата.

Следует отметить двойную роль эксперимента:

– эксперимент доказывает или отвергает какие-либо теоретические положения;

– эксперимент может стать предпосылкой новой теории или гипотезы, которая должна быть подтверждена новыми экспериментами [2].

Содержанием учебного эксперимента является:

– изучение явлений, особенностей их протекания в определенных условиях;

– изучение причинно-следственных связей между явлениями и функциональной зависимости между величинами, характеризующими явления и свойства тел (например, зависимости температуры кипения от давления);

– изучение и сравнение свойств вещества в различных состояниях (например, упругости, пластичности);

– иллюстрация законов, сформулированных на основе опытов или в результате логических умозаключений, опирающихся на общетеоретические положения или метод индукций;

– определение констант (например, постоянной Планка, удельного заряда электрона);

– изучение и испытание приборов (например, осциллографов, потенциометров, спектрофотометров).

Каждая лабораторная работа посвящена изучению определенного физического явления, свойств исследуемых объектов, измерению физических величин, характеризующих данное явление. Измерение не может считаться завершенным, если не выполнена оценка точности и достоверности его результата (математическая обработка результатов измерения).

Задача обработки результатов любого измерения состоит из:

– нахождения наиболее вероятного значения измеряемой величины;

– указания надежности результата, т. е. вероятности, с которой истинное значение попадает в данный интервал;

– оценки погрешности измерения.

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

1. Классификация измерений и погрешностей измерений

1.1. Методы измерений

Изучением принципов, методов и средств измерений, погрешностей и других вопросов, связанных с измерениями, занимается метрология.

Обязательный элемент измерения в физическом эксперименте – технические устройства для измерения физических величин (приборы) или устройства для воспроизведения мер. Проведение повторных серий измерений является характерным моментом экспериментального исследования.

Измерение физических величин основывается на различных физических явлениях. Так, для измерения температуры используется тепловое расширение тел или термоэлектрический эффект, для измерения массы тел взвешиванием – явление тяготения, для измерения расхода газа или жидкости используется перепад давления в трубке переменного сечения и т. д. Совокупность физических явлений, на которых основаны измерения, называют *принципом измерения*.

Метод измерения определяется совокупностью приемов и средств измерений. Методы измерений разнообразны: метод непосредственной оценки, метод сравнения с мерой, метод противопоставления, дифференциальный метод, метод замещения, метод совпадений. Чаще всего пользуются методом непосредственной оценки, методом сравнения с мерой, нулевым методом.

Метод непосредственной оценки – метод измерений, в котором значение величины определяют непосредственно по отсчетному устройству измерительного прибора. Примерами этого метода могут быть измерение альтиметром высоты над уровнем моря, вариометром скорости изменения высоты воздушного судна, пружинным манометром давления, тахометром количества оборотов, амперметром силы электрического тока, люксметром освещенности, электронными весами массы.

Метод сравнения с мерой – метод, в котором измеряемую величину сравнивают с величиной, называемой *мерой*. Например, при взвешивании на рычажных весах масса тела сравнивается с массой уравновешивающих гирь, при измерении электрического напряжения компенсационным методом напряжение сравнивается с ЭДС нормального элемента и т. д.

Нулевой метод – метод сравнения с мерой, в котором результирующий эффект воздействия величин на прибор сравнения доводят до нуля, например, измерение электрического сопротивления мостом Уинстона.

1.2. Виды измерений и виды погрешностей

Физическая величина – характеристика физических объектов, явлений, процессов материального мира, которая может определяться количественно.

Измерить физическую величину значит найти экспериментальным путем значение физической величины с помощью специальных технических средств. В метрологии измерения классифицируют по методике измерений на *прямые, косвенные* и *совместные*; по количеству измерений – на *однократные* и *многократные*.

Равноточные измерения – ряд измерений какой-либо величины, выполненных одинаковыми по точности средствами измерений в одних и тех же условиях с одинаковой тщательностью. *Неравноточные измерения* – ряд измерений какой-либо величины, выполненных различающимися по точности средствами измерений и (или) в разных условиях.

Истинное значение физической величины – значение физической величины, которое идеальным образом в качественном и количественном отношении характеризует физическую величину. Истинное значение физической величины соответствует бесконечному количеству измерений, произведенных идеальными методами и средствами измерений.

В любом эксперименте может быть определено только *действительное значение физической величины*, которое в условиях данной измерительной задачи используется вместо истинного значения физической величины. Действительное значение физической величины – значение физической величины, полученное экспериментальным путем.

Примечание. *За действительное значение физической величины при многократных измерениях обычно принимают среднее арифметическое из ряда значений величины. При наличии случайной погрешности среднее арифметическое от результатов многократно производимых измерений лежит ближе к истинному значению, чем результат отдельного измерения.*

При однократном измерении за действительное значение принимается результат этого измерения. При однократных или повторяющихся прямых измерениях (если все результаты прямых измерений оказались одинаковыми) за абсолютную погрешность (границу абсолютной погрешности) принимают инструментальную погрешность прибора, которым проводилось измерение. Оценка границ погрешности результата таких измерений осуществляется на основе нормативных данных о свойствах используемых средств измерений. При отсутствии этих данных за инструментальную погрешность принимается половина цены деления шкалы прибора.

Физические измерения делят на прямые и косвенные.

Прямые измерения – измерения, при которых значение физической величины считывают непосредственно с приборов или средств измерений (измерение длины с помощью линейки, измерение напряжения с помощью вольтметра, измерение температуры с помощью термометра, измерение атмосферного давления с помощью барометра, измерение массы с помощью весов).

Косвенные измерения – результаты, полученные вычислениями по формулам, связывающим искомую величину через функциональную зависимость с результатами прямых измерений (например, измерение сопротивления по закону Ома по измеренному значению напряжения и силы тока, нахождение удельного электрического сопротивления проводника по его длине и площади поперечного сечения, вычисление плотности однородного тела по его массе и геометрическим размерам).

Цель всех измерений – получить в ходе эксперимента неизвестное заранее значение искомой физической величины. При проведении эксперимента невозможно получить истинное значение измеряемой величины. Чтобы указать, насколько полученный результат близок к истинному значению, вместе с полученным результатом указывают погрешность измерения.

В реальном эксперименте исследуемое явление не удается полностью изолировать от влияния окружающих тел и внешних неконтролируемых изменений в условиях измерений. Погрешности возникают из-за несовершенства конструктивных особенностей инструментов и методов измерения, непостоянства условий наблюдения, недостаточного опыта наблюдателя и особенностей восприятия его органов чувств.

Погрешность измерения (*абсолютная погрешность*) – разность между результатом измерения величины и действительным (опорным) значением величины. Погрешность результата измерений позволяет определить те цифры результата, которые являются достоверными. По способу выражения различают *абсолютную, относительную* и *приведенную* погрешности; по характеру происхождения – *систематические* и *случайные* погрешности; по источнику возникновения – *инструментальные, методические* и *субъективные* погрешности.

Абсолютная погрешность измерения равна разности между истинным и приближенным значением измеряемой величины. Абсолютная погрешность Δx имеет ту же размерность и единицы измерения, что и измеряемая величина. На практике абсолютную погрешность измерения Δx находят как разность между результатом измерения и действительным значением величины по формуле

$$\Delta x = x_{\text{изм}} - x_{\text{действ}}. \tag{1}$$

Следует иметь в виду, что одна и та же погрешность, например, в 1 мм, недопустима при измерении диаметра болта, но не имеет существенного значения при измерении длины комнаты. Качество измерений оценивается по относительной погрешности.

Относительная погрешность ε_x – безразмерная величина, равная отношению абсолютной погрешности Δx к значению измеряемой величины x (выражается в долях единицы или в процентах):

$$\varepsilon_x = \frac{\Delta x}{x} \cdot 100~\%. \tag{2}$$

Точность измерения – величина, обратная относительной погрешности, характеризующая близость измеренного значения к истинному значению измеренной величины и вычисляемая по формуле

$$t_x = \frac{1}{\varepsilon_x} = \frac{x_{\text{ист}}}{\Delta x}. \tag{3}$$

Систематической погрешностью называют составляющую погрешности измерения, остающуюся постоянной или закономерно изменяющуюся при повторных измерениях одной и той же величины.

Случайной погрешностью называют составляющую погрешности измерения, изменяющуюся случайным образом при повторных измерениях одной и той же величины (погрешность обусловлена большим количеством случайных причин, действие которых на каждое измерение различно и не может быть учтено заранее).

Грубая погрешность измерения (промах) – погрешность измерения, существенно превышающая зависящие от объективных условий измерений значения систематической и случайной погрешностей. Промах (ошибка) может быть вызван резким нарушением условий измерения при отдельных наблюдениях. Это может быть ошибка, связанная с поломкой прибора, грубым просчетом экспериментатора, непредвиденным вмешательством в ход эксперимента и т. д. Грубая ошибка резко отличается по величине от прочих результатов, не удовлетворяет требованиям достоверности результатов и проявляется обычно не более чем в одном-двух измерениях.

Промахи следует исключать из рассмотрения (для этого при числе измерений 20–50 можно использовать критерий 3σ; при числе измерений менее 20 – критерий Романовского; при числе измерений менее 10 – критерий Шовине). Если промах не был исключен в процессе измерения, то это следует сделать на этапе обработки результатов измерений.

Согласно критерию Шовине, промахом считается результат x_i, если разность $\left|x_i - \bar{x}\right|$ превышает значения σ для разного количества измерений: $\left|x_i - \bar{x}\right| > 1{,}6\sigma$ при $n = 3$; $\left|x_i - \bar{x}\right| > 1{,}7\sigma$ при $n = 6$; $\left|x_i - \bar{x}\right| > 1{,}9\sigma$ при $n = 8$; $\left|x_i - \bar{x}\right| > 2{,}0\sigma$ при $n = 10$.

Пример. При измерении силы тока получены следующие результаты: 10,07 А; 10,08 А; 10,10 А; 10,12 А; 10,13 А; 10,15 А; 10,16 А; 10,17 А; 10,20 А; 10,40 А. Установить, имеются ли промахи.

Найдем среднее значение: $\bar{I} = 10{,}16\,\text{А}$, σ = 0,094 А.

По критерию Шовине $\left|10{,}40 - 10{,}16\right| = 0{,}24 > 2 \cdot 0{,}094$. Следовательно, результат 10,40 А является промахом и должен быть исключен при дальнейшей обработке результатов.

К *субъективным погрешностям* относятся *погрешности отсчета*, имеющие место при измерениях термометром, динамометром, ареометром, линейкой; любыми аналоговыми (стрелочными) приборами; при определении величин с помощью навигационной линейки, графиков, номограмм. Они связаны с психофизиологическими особенностями экспериментатора.

Используется следующее правило: погрешность отсчета (абсолютная погрешность) равна половине цены наименьшего деления шкалы прибора (если деления крупные) или цене деления (если деления мелкие).

1.3. Случайная величина и вероятностное распределение

Современные методы обработки результатов эксперимента основаны на математической статистике и теории вероятностей, которые позволяют оценить погрешности.

Величина x, которая получается при измерениях в ходе эксперимента, является в большинстве случаев случайной величиной и может изменяться от опыта к опыту. Если провести опыт бесконечно большое число раз, то получится *генеральная совокупность* (бесконечное множество значений, которые может принимать случайная величина). Параметры генеральной совокупности при заданных условиях эксперимента постоянны. В реальных условиях эксперимент проводится конечное число раз, следовательно, конечное количество измерений из генеральной совокупности будет являться *выборкой*, а количество измерений – *объемом выборки*. Параметры серии измерений (например, средние значения результатов измерений в серии) являются случайными даже в неизменных условиях опыта.

Среднее арифметическое является приближенной оценкой истинного значения x измеряемой величины. Величину абсолютного отклонения среднего из n измерений от истинного значения x называют абсолютной погрешностью, или доверительным интервалом среднего. Имеется определенная вероятность того, что x лежит в пределах этого интервала. Следовательно, доверительный интервал Δx необходимо указывать вместе с доверительной вероятностью (надежностью) x попадания истинного значения в пределы этого интервала.

Распределение дискретных случайных величин характеризуют вероятностью их появления. В случае непрерывного распределения вводится вероятность того, что случайная величина попадает в интервал значений от x до $x + dx$. При этом вероятность пропорциональна dx и записывается в виде произведения $f(x)dx$, где $f(x)$ – функция распределения, численно равная отношению числа опытов dn, в которых величина x оказалась в интервале от x до $x + \Delta x$ к общему количеству опытов:

$$f(x)dx = \lim_{n \to \infty} \frac{dn}{n}. \qquad (4)$$

Функция распределения дает вероятность попадания произвольного значения x случайной величины в единичный интервал, расположенный в окрестности точки x.

Представим результаты серии измерений графически с помощью гистограммы (рис. 1). Для этого на горизонтальной оси будем откладывать значения результатов измерений, разбивая ось на одинаковые интервалы Δx. Обозначим число измерений, которые попали в интервал Δx, как Δn. Отложим на вертикальной оси долю результатов измерений $\Delta n/n$, деленную на величину интервала Δx.

Гистограмма показывает, как группируются (распределяются) результаты измерений. При большом количестве измерений и малых интервалах Δx ступенчатый график превращается в гладкую кривую, которая представляет собой график функции распределения $f(x)$.

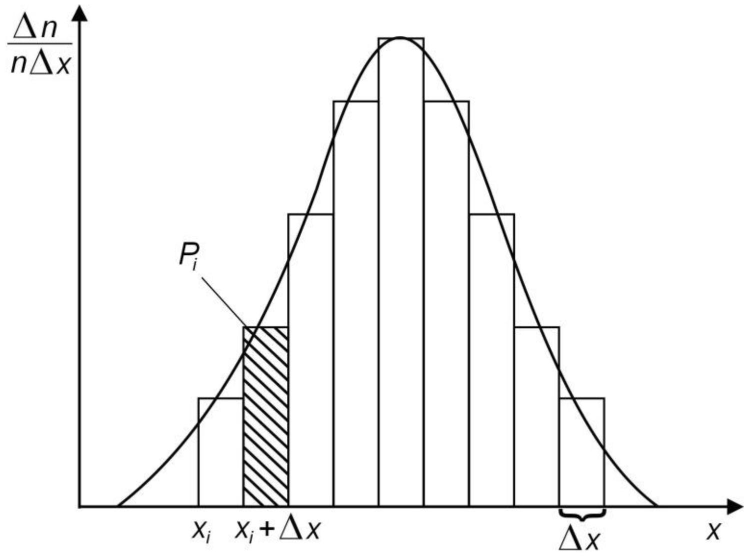
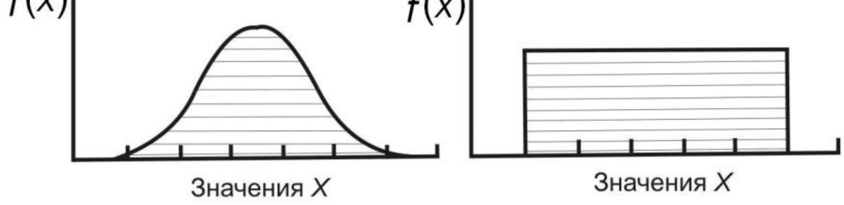


Рис. 1

Если задать доверительный интервал для измеряемой величины, то для вычисления доверительной вероятности (коэффициента надежности) нужно знать явный вид функции распределения. При большой доверительной вероятности величина доверительного интервала возрастает.

В физическом эксперименте чаще всего встречаются распределение Гаусса (рис. 2, *а*) и распределение Пуассона (рис. 2, *б*). Распределение Пуассона описывает вероятности случайных взаимно независимых событий (например, число частиц, испускаемых радиоактивным источником постоянной активности в течение определенного интервала времени; число броуновских частиц в поле зрения микроскопа).



а б

Рис. 2

Распределение Гаусса (нормальное распределение) является непрерывным и имеет место в том случае, когда значение случайной величины определяется большим количеством независимых случайных параметров. В реальном физическом эксперименте на результаты измерений влияют многие причины, поэтому результаты измерений непрерывных величин обычно подчиняются нормальному (гауссову) распределению. Средние значения серии большого количества отдельных измерений будут распределены по нормальному закону при любом виде распределения исходных отдельных измерений.

В 1821 году немецкий ученый К. Ф. Гаусс (1777–1855) получил аналитическое выражение для непрерывной случайной величины. Формула этого распределения имеет вид

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\bar{x})^2}{2\sigma^2}} \tag{5}$$

$$\text{или } f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(x-\bar{x})^2}{2\sigma^2}\right), \tag{6}$$

где $\bar{x}$ – среднее арифметическое значение измеряемой величины; x – значения физической величины, полученные при измерениях; $(x-\bar{x})$ – абсолютная погрешность измерений; $f(x)$ – функция распределения погрешностей (плотность вероятности);

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}\left[x_i - \bar{x}\right]^2}{n-1}}, \tag{7}$$

где σ – постоянный параметр, называемый среднеквадратичным отклонением случайной величины x; σ^2 – дисперсия измерений, которая характеризует точность измерений и служит мерой разброса результатов измерений.

Предположим, что измеряется некоторая величина x. Пусть в результате проведенных измерений получены n значений величины: x_1, x_2, x_3, ... x_n.

Если в одних и тех же условиях проделано n измерений, то наиболее вероятным значением измеряемой величины будет среднее арифметическое значение $\bar{x}$. Зная вид $f(x)$, для нормального распределения можно найти среднее значение:

$$\bar{x} = \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot f(x)dx = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot \exp\left(-\frac{\left(x-x\right)^2}{2\sigma^2}\right)dx. \tag{8}$$

Среднее арифметическое значение результатов измерений выборки вычисляется по формуле

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \ldots + x_n}{n} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i. \tag{9}$$

Погрешность каждого отдельного результата измерения из n результатов выборки характеризует *средняя квадратичная погрешность отдельного результата измерения.* Величина средней квадратичной погрешности отдельного результата позволяет вычислить вероятность попадания истинного значения измеряемой величины в любой интервал вблизи среднего арифметического по формуле

$$S = \sqrt{\frac{\Sigma(x_i - \bar{x})^2}{n-1}}. \tag{10}$$

Наличие случайных погрешностей вызывает рассеяние результатов измерений. В качестве основной числовой характеристики случайного рассеяния результатов измерений приняты *дисперсия* $D = \sigma^2$ и *стандартное отклонение* σ.

Для нормального распределения дисперсию можно вычислить по формуле

$$\sigma^2 = \left\langle (x - \bar{x})^2 \right\rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - \bar{x})^2 f(x)dx. \tag{11}$$

Среднее квадратичное отклонение среднего арифметического, или *стандартную погрешность*, характеризующую точность, с которой получено среднее значение измеренной величины $\bar{x}$, вычисляют по формуле

$$S_x = \sqrt{\frac{\Sigma(x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}} = \frac{S}{\sqrt{n}}. \tag{12}$$

Выясним смысл интеграла:

$$\int_a^b f(x)dx = \int_a^b \frac{dn}{ndx}dx = \int_a^b \frac{dn}{n} = \frac{1}{n}\int_a^b dn = \frac{\Delta n(a < x < b)}{n}. \tag{13}$$

Этот интеграл равен отношению числа измерений, попадающих в интервал от a до b (обозначим $\Delta n(a < x < b)$), к полному числу измерений, т. е. это вероятность попадания отдельного измерения в интервал от a до b. Таким образом, чтобы вычислить вероятность попадания отдельного измерения в интервал от a до b (обозначим $P(a < x < b)$), нужно вычислить интеграл от функции плотности вероятности на этом интервале:

$$P(a < x < b) = \int_a^b f(x)dx. \tag{14}$$

Вероятность для нормального распределения рассчитывается по формуле

$$P(|x-\bar{x}|<k\sigma)=\int\limits_{X-k\sigma}^{X+k\sigma} f(x)dx=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\int\limits_{X-k\sigma}^{X+k\sigma}\exp\left(-\frac{(x-\bar{x})^2}{2\sigma^2}\right)dx. \quad (15)$$

Кривая нормального распределения имеет симметричный вид и характеризуется двумя параметрами: положением вершины $\bar{x}$ и расстоянием между точками перегиба – шириной 2σ. Значение $\bar{x}$ обычно принимают за ту величину, которую надо измерить; σ характеризует степень влияния случайных погрешностей на результаты измерения: чем меньше σ, тем уже гауссова кривая и тем точнее проведено измерение. $\bar{x}$ – не истинное значение измеряемой величины, а лишь некоторое приближение к нему. Чем более широким выбирается доверительный интервал, тем выше вероятность попадания истинного значения измеряемой величины в этот интервал. На рис. 3 представлен график нормального распределения для различных σ.

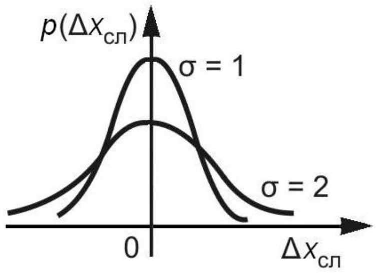


Рис. 3

Величина σ^2 называется дисперсией и имеет важный физический смысл (рассеяние, разброс результатов измерения). При бесконечно большом числе измерений она характеризует отклонение результата измерений от истинного значения и является мерой точности измерения. Мера (σ) приближения измеренного значения величины $\bar{x}$ к истинному x_0, т. е. *стандартное отклонение*, определяется физической сущностью измеряемой величины, а также физическими и конструктивными принципами, заложенными в методику измерения.

Если Δx = σ, то вероятность попадания в этот интервал любого проведенного измерения (отклонения истинного значения от положения вершины гауссовой кривой $\bar{x}$) равна 0,6826; при Δx = 2σ вероятность попадания в этот интервал любого проведенного измерения равна 0,9544; при Δx = 3σ вероятность попадания в этот интервал любого проведенного измерения составляет 0,9972. В последнем случае практически все значения величины окажутся внутри доверительного интервала, поэтому погрешность Δx = 3σ часто рассматривают как максимально возможную или предельную (правило 3σ) (табл. 1).

С учетом проведенного выше анализа, можно установить наличие промаха в результате отдельного измерения, а значит, отбросить его, если результат измерения более чем на 3σ отличается от измеренного среднего значения случайной величины.

Таблица 1

Вероятность попадания результата в доверительный интервал при различных значениях стандартного отклонения σ

Интервал	*P*, %
$x \pm \sigma$	68,26
$x \pm 2\sigma$	95,44
$x \pm 3\sigma$	99,72

Для нормального распределения характерно следующее:

– при большом числе измерений случайные погрешности одинаковой величины, но разного знака, равновероятны (встречаются одинаково часто);

– вероятность появления погрешностей уменьшается с ростом величины (большие погрешности встречаются реже, чем малые).

Поскольку на практике выполняется небольшое число измерений (меньше 10), то реальное распределение погрешностей будет значительно отличаться от нормального распределения. Но статистический подход будет справедлив и при малом числе измерений.

Закон распределения случайных погрешностей для небольшого числа измерений был найден в 1908 году английским химиком и математиком У. С. Госсетом (1876–1937), который публиковал свои работы под псевдонимом Стьюдент. Распределение Стьюдента при $n \to \infty$ переходит в распределение Гаусса.

Существуют таблицы коэффициентов Стьюдента, по которым можно определить, во сколько раз надо увеличить стандартный доверительный интервал, чтобы при определенном числе измерений n получить требуемую надежность (вероятность) P. Если стандартное отклонение среднего достаточно мало, коэффициент надежности можно взять больше; если стандартное отклонение среднего велико, коэффициент надежности следует взять меньше. Не следует выбирать высокий коэффициент надежности при малом числе измерений (например, надежность 0,99 при трех измерениях).

Для оценки границ доверительного интервала (абсолютной погрешности) Δx при малом количестве измерений вводится коэффициент, зависящий от доверительной вероятности P и числа измерений n, называемый коэффициентом Стьюдента $t_{p,n}$. Величина доверительного интервала при заданном значении надежности будет зависеть от числа измерений n.

Под *доверительной вероятностью P*, или *надежностью,* понимают вероятность того, что истинное значение измеряемой величины заключено в доверительном интервале.

Доверительная вероятность, например, должна быть очень высокой при контроле размеров деталей самолетов и может быть достаточно низкой при аналогичном контроле деталей ручной тележки. Для лабораторного эксперимента рекомендуется использовать следующие значения доверительной вероятности: 0,9; 0,95.

Коэффициенты Стьюдента приводятся в прил. 4.

Доверительные границы (без учета знака) случайной абсолютной погрешности для заданной доверительной вероятности вычисляются по формуле

$$\Delta x = S_x \cdot t_{p,n}, \tag{16}$$

где S_x – среднеквадратичная погрешность среднего арифметического.

При симметричных доверительных границах погрешности результат измерений следует записать в виде

$$x_{\text{изм}} = \bar{x} \pm \Delta x. \tag{17}$$

Форма представления результатов измерений в виде доверительного интервала представлена на рис. 4.

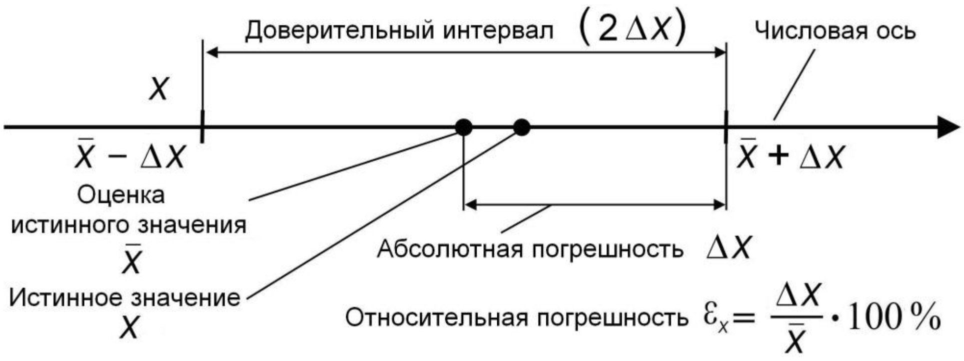


Рис. 4

Например, если измерили длину цилиндра и записали, что $l = (56 \pm 2)$ мм, то это означает, что измеренное значение длины лежит в пределах от 54 до 58 мм.

Величина абсолютной погрешности сама по себе дает мало информации о точности измерения, если не сопоставлять ее со значением измеряемой величины. Действительно, пусть погрешность, полученная при измерении линейных размеров, равна 0,5 см. Если при этом идет речь о длине, например, спичечной коробки, то точность будет низкой, а если с такой же погрешностью измерена длина трамвайного рельса, то точность измерения следует считать даже излишне высокой. Поэтому помимо абсолютной погрешности часто используется относительная погрешность измерения

$$\varepsilon_x = \frac{\Delta x}{\bar{x}} \cdot 100\ \%. \tag{18}$$

Окончательно результат следует представить так, ка показано на рис. 5, 6.

Рис. 5

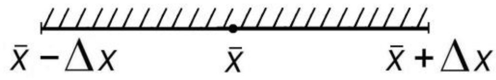


Рис. 6

2. Вычисление погрешностей измерений

2.1. Погрешности средств измерений (инструментальные погрешности)

Инструментальные погрешности приборов могут иметь как систематический, так и случайный характер.

Инструментальной погрешностью измерений называют составляющую погрешности измерения, зависящую от погрешности средств измерений. Оценка инструментальных погрешностей имеет особенности и отличается в случае применения приборов, не имеющих класса точности; имеющих класс точности; имеющих нониус; цифровых приборов.

Приборы, не имеющие класс точности

Основной частью большинства измерительных приборов является шкала с нанесенными на ней делениями (шкала может быть неравномерной). Если класс точности прибора не указан и нет паспортных данных, то в качестве максимальной абсолютной погрешности измерения физической величины для промышленно выпускаемых механических измерительных приборов непрецизионного класса (штангенциркули, микрометры, металлические линейки, механические и электрические секундомеры) принимается инструментальная погрешность, которая определяется как половина цены наименьшего деления шкалы прибора (если деления крупные) или цена деления (если деления мелкие).

Металлические линейки (рис. 7) очень точны: миллиметровые деления наносятся с погрешностью не более ±0,05 мм, а сантиметровые с точностью 0,1 мм.

Погрешность измерений таких линеек практически равна погрешности отсчета на глаз (≤ 0,5 мм). Деревянными и пластиковыми линейками лучше не пользоваться, их погрешности могут оказаться неожиданно большими.

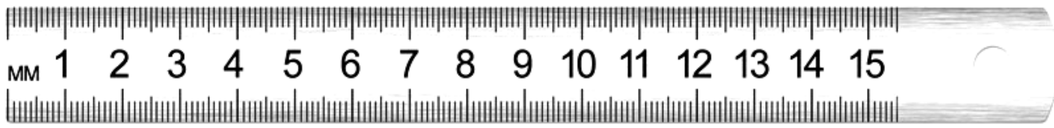


Рис. 7

Механический секундомер (рис. 8) применяется для измерения интервалов времени до 30 минут. Цена наименьшего деления 0,2 с. Инструментальная погрешность данного секундомера равна $\Delta_{инстр} = 0{,}1$ с.

Рис. 8

Приборы, имеющие класс точности

Нормированными называются значения погрешности, установленные заводом-изготовителем и являющиеся предельно допустимыми, максимальными для данного средства измерений.

Класс точности прибора показывает максимальную относительную или максимальную приведенную погрешность прибора, соответствующую максимальной абсолютной погрешности, допускаемой данным прибором в пределах шкалы на данном пределе измерений, и выражается в процентах. В соответствии с ГОСТ 8.401–80 «Классы точности средств измерений. Общие требования» класс точности получается округлением безразмерных относительной или приведенной погрешности приборов в большую сторону и выбирается из следующего ряда: 0,01–0,02–0,05–0,1–0,2–0,5–1,0–1,5–2,5–4–6.

Значение класса точности указывается на шкалах и в паспортах приборов. На рис. 9 показан манометр, класс точности которого 1,0. Приборы классов 0,01–0,05 являются прецизионными и применяются для точных лабораторных измерений; приборы классов 1,0–4,0 являются техническими.

Особую роль играет оценка погрешностей, возникающих при использовании аналоговых электроизмерительных приборов. В этом случае измерение каждой величины проводится, как правило, только один раз, и точность его определяется погрешностью используемого прибора. На рис. 10 показан аналоговый электроизмерительный прибор (амперметр), класс точности которого 1,5.

Рис. 9

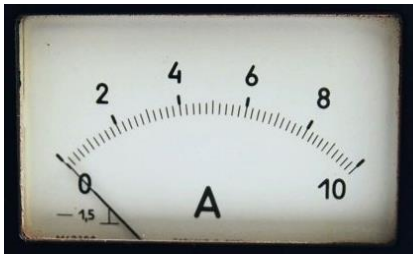


Рис. 10

Предел измерения – максимальное значение величины, которое можно измерить прибором на данном пределе измерений. Если предел измерения не указан отдельно, его определяют по оцифровке. На рис. 11 предел измерения равен 100 единицам измеряемой величины.

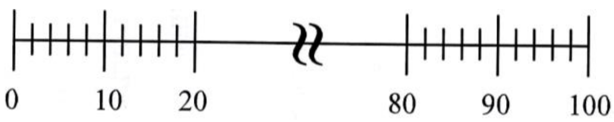


Рис. 11

Цена деления – значение измеряемой величины, соответствующее одному делению шкалы прибора. Если шкала начинается с нуля и является равномерной, то цена деления равна отношению предела измерений к общему количеству делений на шкале:

$$c = \frac{A_{\text{пред}}}{N}. \qquad (19)$$

Так, например, шкала аналогового микроамперметра (рис. 12) равномерная, цена деления равна 2 мкА.

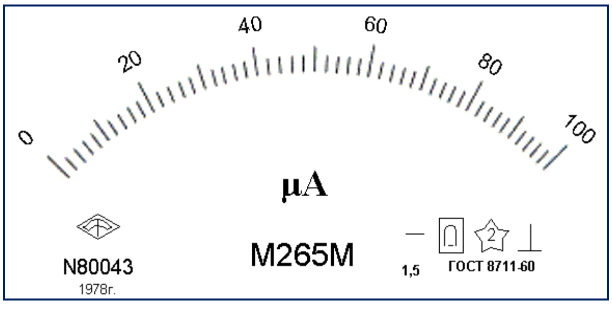


Рис. 12

Если шкала неравномерная или начинается не с нуля (например, рабочая часть на электроизмерительных приборах электромагнитной системы отмечается точкой под шкалой), то цена деления на заданном участке равна отношению разности двух соседних оцифрованных делений (в единицах измеряемой величины) к количеству делений на этом участке:

$$c = \frac{\Delta A}{\Delta N}. \qquad (20)$$

Измеренное значение находят по формуле

$$A = c \cdot n, \qquad (21)$$

где c – цена деления прибора; n – количество делений против указателя аналогового (стрелочного) прибора (рис. 13).

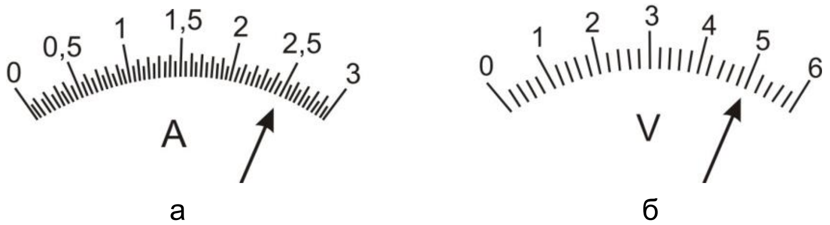


Рис. 13

Так, на рис. 13, *а* цена деления амперметра c = 0,05 А/дел., количество делений против указателя n = 50. Результат измерения 2,50 А (без учета погрешности). На рис. 13, *б* цена деления вольтметра c = 0,2 В/дел., количество делений против указателя n = 25. Результат измерения 5,0 В (без учета погрешности).

Класс точности электроизмерительных приборов позволяет вычислить максимальную абсолютную погрешность, величина которой остается постоянной в пределах шкалы на данном пределе измерений. Чтобы вычислить абсолютную инструментальную погрешность, следует нормирующее значение измеряемой величины $x_{\text{нормир}}$ на данном пределе для данного прибора умножить на класс точности κ (%) и разделить на 100 %:

$$\Delta x_{\text{инстр}} = \frac{\kappa \cdot x_{\text{нормир}}}{100\ \%}. \qquad (22)$$

Примечание. *Для приборов с односторонней шкалой за нормирующее значение измеряемой величины берется предел измерения; для приборов с двухсторонней шкалой – сумма пределов измерений по левой и правой частям шкалы (рис. 14).*

Относительная погрешность измерения (ε_x) в пределах шкалы меняется:

$$\varepsilon_x = \frac{\Delta x}{x_{\text{измер}}} \cdot 100\ \%. \qquad (23)$$

Рис. 14

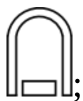
Это означает, что относительная погрешность будет тем больше, чем меньше измеряемая величина.

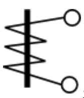
Следовательно, для измерений следует выбирать аналоговый прибор (или шкалу многопредельного прибора) так, чтобы при измерении стрелка отклонялась за середину шкалы. Особенно удобны многопредельные приборы с несколькими пределами измерений, позволяющие производить измерения в различных диапазонах с наибольшей точностью.

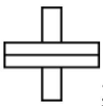
Пример 1. В измерениях использован вольтметр с классом точности κ = 1 %, имеющий шкалу от 0 до 150 В. Это означает, что максимальная абсолютная инструментальная погрешность будет не больше 1 % от наибольшего значения напряжения, которое можно измерить на этой шкале прибора. Таким образом,

$$\Delta U_{\text{инстр}} = \pm 0{,}01 \cdot 150\ \text{В} = \pm 1{,}5\ \text{В}.$$

При измерениях электрических величин могут быть использованы приборы различных конструктивных систем. Наиболее употребительны приборы следующих систем:

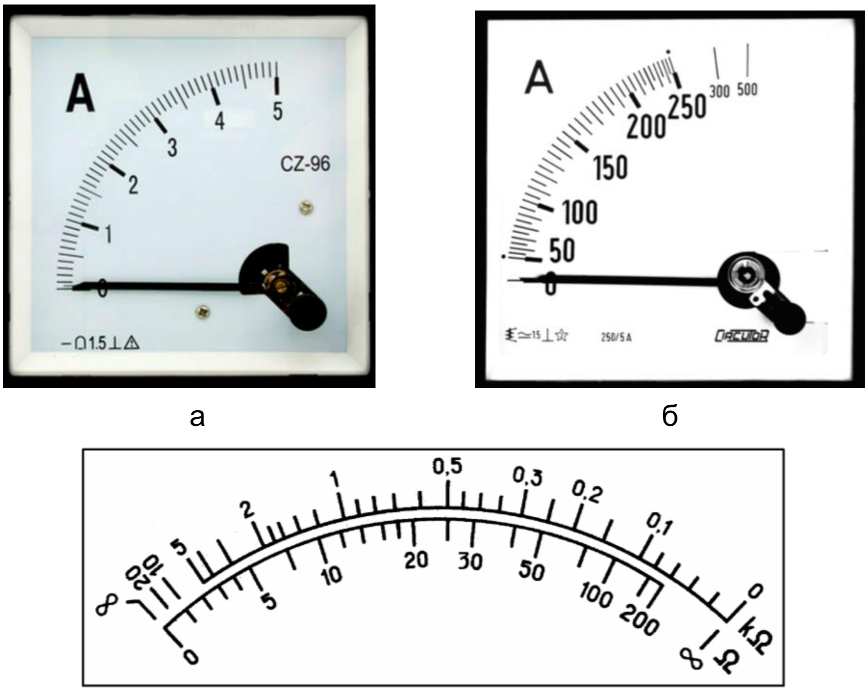
– магнитоэлектрической ;

– электромагнитной ;

– электродинамической ;

– тепловой .

У аналоговых приборов магнитоэлектрической системы, основанных на действии магнитного поля постоянного магнита на рамку с током, угол поворота рамки пропорционален протекающему по ней току. Поэтому чувствительность таких приборов постоянна, измерительная шкала равномерная (рис. 15, *а*). Приборы других систем имеют неравномерную шкалу (рис. 15, *б*, *в*).



а б

в

Рис. 15

Класс точности может быть обозначен дробью из двух чисел, например, $\frac{2{,}5}{1{,}5}$. В данной записи числитель и знаменатель есть выраженные в процентах приведенные погрешности в конце $\gamma_к$ и в начале $\gamma_н$ диапазона измерения соответственно. Относительная γ_x, % и абсолютная $\Delta_x = \Delta_{ин}$ погрешности результата измерения x в рассматриваемом случае находятся по формулам

$$\gamma_x = \gamma_к + \gamma_н\left(\frac{x_к}{x} - 1\right); \tag{24}$$

$$\Delta_x = \Delta_{ин} = \frac{\gamma_x x}{100}. \tag{25}$$

Магазин сопротивлений МСР-63 (рис. 16) позволяет устанавливать сопротивления от 0,01 до 99999,99 Ом. Цена наименьшего деления составляет 0,01 Ом. Магазин сопротивлений имеет класс точности $0{,}05/4\cdot10^{-5}$, выражающий относительную погрешность в конце (c) и в начале (d) диапазона измерений. Относительная погрешность меры в этом случае определяется выражением

$$\varepsilon_R = \left[c + d\left(\frac{R_k}{R} - 1\right)\right], \tag{26}$$

где $c = 0{,}05$; $d = 4\cdot10^{-5}$; R_k – нормирующее (предельное) значение; R – установленное значение сопротивления.

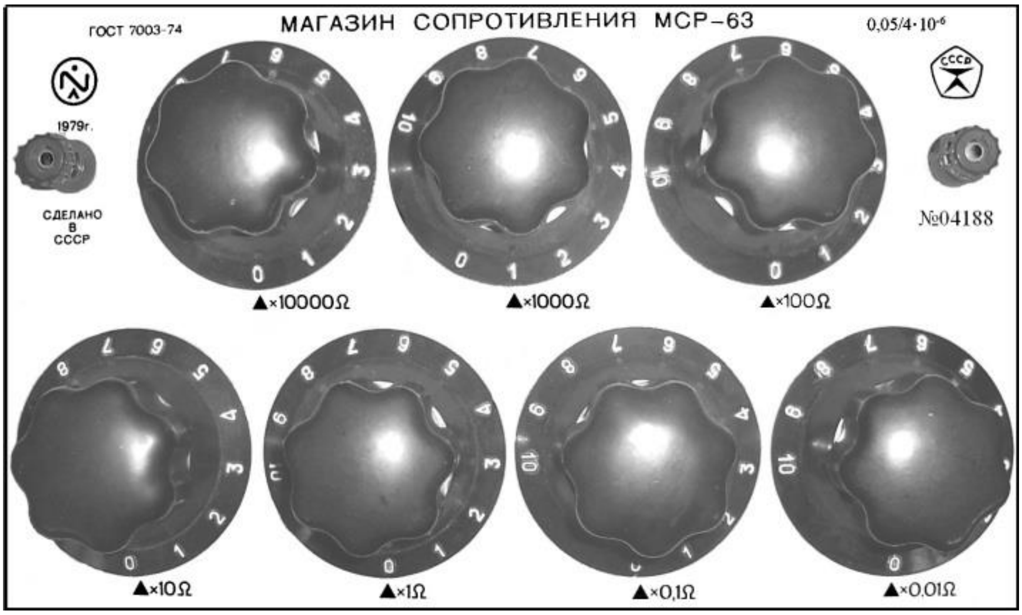


Рис. 16

Пример 2. Если на магазине сопротивлений установлено значение сопротивления R = 2000 Ом, то относительная инструментальная погрешность этого значения будет равна

$$\varepsilon_R = \left[0,05 + 4\cdot 10^{-5}\cdot\left(\frac{99999,99}{2000} - 1\right)\right] = 0,052 = 5,2\ \%.$$

Абсолютная погрешность значения сопротивления при этом составит

$$\varepsilon_R = \frac{\varepsilon_R \cdot R}{100} = \frac{0,052\cdot 2000}{100} = 1,04\ \% \approx 1,0\ \%.$$

Приборы, имеющие нониус

Для существенного повышения точности измерений в ряде приборов в дополнение к основной шкале имеется дополнительная шкала, называемая *нониусом*. Обычно это вспомогательная шкала (маленькая линейка с делениями), устанавливаемая на различных измерительных приборах и инструментах, скользящая вдоль основной шкалы (как, например, у штангенциркуля) и служащая для более точного определения количества долей делений основной шкалы измерительного прибора.

Принцип работы различных видов нониусов основан на том факте, что глаз имеет способность гораздо точнее оценивать совпадение делений (штрихов), чем расстояние между несовпадающими штрихами или относительное расположение одного деления между другими, в частности на линейном нониусе (рис. 17, *а*). Аналогично устроены круговые нониусы, использующиеся в приборах с изогнутой шкалой, служащих главным образом для измерения углов (например, в гониометрах, микрометрах) (рис. 17, *б*), и спиральные нониусы (рис. 17, *в*). За инструментальную погрешность прибора с нониусом (абсолютную погрешность) принимают *погрешность нониуса*.

а б в

Рис. 17

Штангенциркуль (нониусный) используется для измерения линейных величин до 170 мм, цена деления основной шкалы равна 1 мм (рис. 18).

Микрометр применяется для измерения линейных величин до 25 мм, цена деления основной шкалы 0,5 мм (рис. 19).

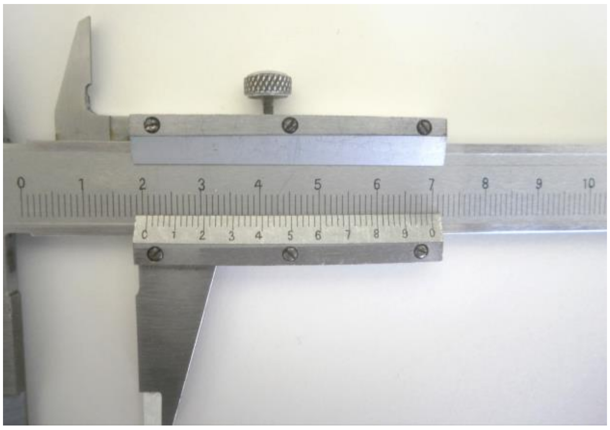


Рис. 18

Рис. 19

Цифровые приборы

В настоящее время широко используются цифровые электроизмерительные приборы, имеющие высокую точность и многоцелевое назначение. При измерении цифровыми приборами имеет место погрешность квантования из-за округления значения измеряемой величины средством измерений. Погрешности квантования обусловлены конструктивными особенностями прибора и относятся к инструментальным.

За погрешность квантования (абсолютную погрешность) принимается половина единицы последнего (наименьшего) разряда, индицируемого на табло прибора. Формулы для вычисления относительных погрешностей измерения указанных величин приводятся в инструкции по эксплуатации прибора (паспорте).

Пример 3. Цифровой электроизмерительный прибор (рис. 20, *а*) предназначен для измерения силы тока. Абсолютная погрешность измерения равна 0,0005 А. Абсолютная погрешность цифрового штангенциркуля (рис. 20, *б*) равна 0,005 мм.

а б

Рис. 20

Задание 1. Определить цену деления линеек (рис. 21); различных шкал навигационной линейки НЛ-10 (рис. 22).

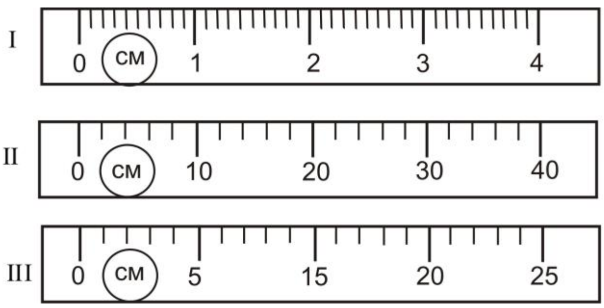


Рис. 21

Рис. 22

Задание 2. Определить цену деления (в относительных единицах) приборов на рис. 23.

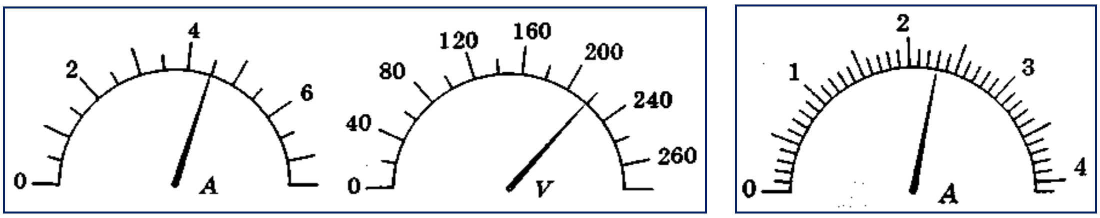


Рис. 23

Задание 3. Определить цену деления аналоговых приборов, представленных в прил. 1.

2.2. Систематические погрешности

Систематические погрешности возникают, например, если шкала линейки нанесена неточно (неравномерно); капилляр термометра в разных участках имеет разное сечение; имеет место случайное колебание напряжения в электрической цепи, изменение температуры при наличии потока холодного воздуха; стрелка прибора стоит не на нуле при отсутствии электрического тока через амперметр и т. д. Погрешности такого типа можно выявить с помощью дополнительных исследований, путем проведения измерений другим методом или в других условиях.

Выделим четыре типа систематических погрешностей:

1) систематические погрешности, природа которых известна, а величина может быть исключена введением поправок;

2) систематические погрешности, о которых известно, что их величина не превышает определенного значения. В этом случае при записи ответа указывается их максимальное значение.

Пример 4. В паспорте, прилагаемом к микрометру, написано, что допустимая погрешность составляет ±0,004 мм. Температура (20 ± 4) °С. Это означает, что при проведении измерений абсолютная погрешность при любых результатах измерений не будет превышать ±0,004 мм;

3) систематические погрешности, о существовании которых не известно.

Пример 5. Необходимо определить плотность материала образца, измерив его массу и объем. Пусть внутри образца содержится полость, о которой экспериментатор не знает. Таким образом, при определении плотности будет допущена погрешность, которая повторится при любом числе измерений;

4) систематические погрешности, обусловленные свойствами измеряемого объекта (эти погрешности часто могут быть сведены к случайным).

Пример 6. Если для измерения удельного сопротивления взять отрезок проволоки, имеющей какой-то дефект (утолщение, трещину, неоднородность), то в определении удельного сопротивления будет допущена погрешность. Повторение измерений дает такое же значение, т. е. допущена систематическая погрешность. Можно измерить сопротивление нескольких отрезков этой проволоки и найти среднее значение удельного сопротивления данного материала. Оно может отличаться от удельного сопротивления отдельных измерений, следовательно, погрешности, допущенные в измерениях, можно отнести к случайным погрешностям.

2.3. Погрешности табличных значений величин

Если при расчетах используются константы или табличные данные (число π, ускорение свободного падения, универсальная газовая постоянная и т. д.), и в таблице не указана погрешность приводимой величины, то за абсолютную погрешность принимают половину последнего разряда в числе, представленном в таблице.

Пример 7. *В* таблице приведена плотность керосина ρ = 800 кг/м^3, последним разрядом числа 800 являются единицы, следовательно, абсолютная погрешность равна $\Delta\rho$ = 0,5 кг/м^3.

Пример 8. Для числа π = 3,14 абсолютная погрешность составит 0,005, так как последний разряд данного числа составляют сотые доли.

Погрешности констант (заряд электрона, магнитная постоянная, постоянная Планка, постоянная Больцмана, масса протона, скорость света в вакууме и т. д.), как правило, много меньше погрешностей измеряемых в ходе эксперимента величин, поэтому погрешностями констант пренебрегают (не учитывают).

2.4. Случайные погрешности

Случайной погрешностью называют составляющую погрешности измерений, изменяющуюся случайным образом при повторных измерениях одной и той же величины в одинаковых условиях. Случайная погрешность возникает при одновременном воздействии многих факторов, каждый из которых сам по себе оказывает незаметное влияние на результат измерения, но их суммарное воздействие может оказаться достаточно сильным. Результат отдельного измерения можно считать случайной величиной.

Обнаруживают случайные погрешности по разбросу результатов при повторных измерениях, проведенных при одинаковых условиях измерения (рис. 24). Если при проведении повторных измерений одной и той же величины некоторые результаты измерений отличаются, а другие совпадают, это говорит о присутствии случайных составляющих погрешности.

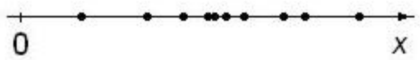


Рис. 24

Случайная погрешность может принимать различные по абсолютной величине значения, предсказать которые для данного акта измерения невозможно. Эта погрешность может быть как положительной, так и отрицательной. Исключить случайные погрешности отдельных измерений невозможно, но математическая теория случайных явлений рекомендует произвести не одно, а несколько измерений для уменьшения влияния погрешностей на результат измерений. Некоторые факторы могут вызвать одновременно систематические и случайные ошибки.

2.5. Суммирование погрешностей

Для окончательной оценки величины абсолютной погрешности Δx следует сравнить полученную случайную погрешность с погрешностями других видов. Если случайная погрешность, полученная при измерениях, окажется значительно меньше погрешности, определяемой точностью прибора (инструментальная погрешность), то нет смысла проводить многократные измерения. Наоборот, если случайная погрешность больше инструментальной (систематической), то измерение следует повторить несколько раз. Если случайная погрешность при многократных измерениях оказалась значительно меньше инструментальной (не менее, чем в три раза), то за полную абсолютную погрешность принимают инструментальную. Если случайная абсолютная погрешность значительно больше инструментальной (не менее, чем в три раза), то последней пренебрегают. Если инструментальная и случайная абсолютные погрешности одного порядка по величине, то полная абсолютная погрешность находится как квадратичная сумма случайной, инструментальной $\Delta x_{\text{инстр}}$ и субъективной (погрешность отсчета) погрешностей с вероятностью не менее чем P, где P – доверительная вероятность случайной погрешности:

$$\Delta x = \sqrt{\Delta x_{\text{сл}}^2 + \Delta x_{\text{инстр}}^2 + \Delta x_{\text{отсч}}^2}. \tag{27}$$

3. Вычисление погрешностей прямых измерений

3.1. Вычисление погрешностей прямых однократных измерений

Прямые однократные измерения являются основным видом технических измерений. Большую часть измерений, проводимых при проверке, настройке и регулировке различных радиоэлектронных устройств, составляют однократные прямые измерения. Поэтому для определения погрешности результата измерения, как правило, оценивают только ее границы. Оценка границ погрешности результата таких измерений осуществляется на основе нормативных данных о свойствах используемых средств измерений. При отсутствии этих данных за инструментальную погрешность принимается половина цены деления шкалы прибора.

3.2. Вычисление погрешностей многократных прямых измерений методом границ

Прямые многократные измерения проводятся с целью уменьшения влияния случайных погрешностей на результат измерения. Считается, что однократные измерения допустимы только в порядке исключения, так как они по существу не позволяют судить о достоверности измерительной информации. Известно, что при 7–8 измерениях оценки их результатов приобретают некоторую устойчивость. Если необходимо получение достоверных результатов измерений, то их число должно быть 25–30. Если объект измерений до этого не исследовался и кроме предварительных, обычно расчетных значений величин о нем мало что известно, число измерений должно быть увеличено до 50–100, а при необходимости нахождения законов распределения оцениваемых величин число измерений целесообразно увеличить на порядок.

Главная цель увеличения числа измерений (если систематическая составляющая погрешности исключена) состоит в уменьшении случайности результата измерений и, следовательно, в наилучшем приближении результата к истинному значению величины.

Известно несколько способов определения доверительного интервала. Один из простых способов – *метод Корнфельда*, который позволяет выбрать доверительный интервал в пределах от минимального до максимального результатов измерения. За *приближенное значение измеряемой величины* при прямых измерениях принимают среднее арифметическое максимального и минимального значений из всех результатов измерений (полусумма максимального и минимального значений):

$$\bar{x} = \frac{x_{\max} + x_{\min}}{2}. \quad (28)$$

За *приближенное значение абсолютной погрешности* принимают значение полуразности наибольшего и наименьшего результатов измерений:

$$\Delta x = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{2}. \quad (29)$$

Такому доверительному интервалу соответствует доверительная вероятность

$$P = 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}. \quad (30)$$

Относительная погрешность по методу Корнфельда вычисляется как отношение абсолютной погрешности (полуразность наибольшего и наименьшего значений) к приближенному значению измеренной величины (полусумма наибольшего и наименьшего значений):

$$\varepsilon_x = \frac{\Delta x}{\bar{x}} = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{x_{\max} + x_{\min}} \cdot 100\ \%. \quad (31)$$

Результат измерений записывают в виде интервала $x_{\text{изм}} = \bar{x} \pm \Delta x$ (см. рис. 6) и указывают относительную погрешность ε_x.

Примечание. *Если все результаты прямых измерений оказались одинаковыми, то за абсолютную погрешность измерений следует принять инструментальную погрешность, а затем перейти к вычислению относительной погрешности.*

Пример 1. Измерение высоты цилиндра штангенциркулем. При измерении высоты цилиндра H проведены 4 измерения, 4 раза получен один и тот же результат: H = 23,2 мм. В этом случае за абсолютную погрешность ΔH (границу погрешности результата измерения) следует принять инструментальную погрешность $\Delta H_{\text{инстр}}$ = 0,05 мм. Результат должен быть представлен таким образом:

$$H \pm \Delta H_{\text{инстр}} = (23{,}20 \pm 0{,}05)\ \text{мм}.$$

3.3. Вычисление погрешностей прямых многократных измерений методом среднего арифметического

Под *многократными измерениями* в соответствии с ГОСТ Р 8.736–2011 «Измерения прямые многократные. Методы обработки результатов измерений. Основные положения» понимают не менее четырех измерений.

Предположим, что измеряется некоторая величина x. При обработке результатов прямых многократных измерений предлагается следующий порядок операций (алгоритм):

1. Вычислить цену деления измерительного инструмента, сделать оценку абсолютной инструментальной погрешности (для многопредельных приборов для каждого используемого предела измерений). Результаты занести в лабораторный журнал (тетрадь).

2. Провести серию измерений одной и той же величины x (не менее 4–5 измерений) при одинаковых условиях. Результат каждого измерения занести в таблицу (все результаты должны иметь одинаковую точность измерений). Количество измерений указывается в описании к лабораторной работе или задается преподавателем.

3. Проранжировать результаты (выстроить в порядке возрастания). Если один или два результата резко отличаются от остальных, то их следует считать промахами. Исключить из серии полученных результатов грубые промахи (при количестве измерений не менее 11 для этого применяется Q-критерий (прил. 3)).

4. Исключить известные систематические погрешности из результатов измерений.

5. Вычислить выборочное среднее (среднее арифметическое значение из выборки результатов n измерений) по формуле

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \ldots + x_n}{n} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i, \tag{32}$$

где $i = 1, 2, 3, \ldots, n$; x_i – результат отдельного измерения; n – число результатов измерений.

Примечание. *Если во всех результатах измерений содержится постоянная систематическая погрешность, ее допускается исключить после вычисления среднего арифметического значения неисправленных результатов измерений.*

6. Найти отклонение результата каждого текущего измерения x_i от среднего арифметического значения выборки $\bar{x}$ (погрешность отдельного измерения) по формуле

$$\Delta x_i = x_i - \bar{x}. \tag{33}$$

Отклонение может быть как положительным, так и отрицательным.

7. Вычислить квадраты отклонений результатов каждого текущего измерения x_i от среднего арифметического значения выборки $\bar{x}$ (погрешностей отдельных измерений): $(\Delta x_1)^2$, $(\Delta x_2)^2$, ... , $(\Delta x_n)^2$.

8. Погрешность каждого отдельного результата измерения из n результатов выборки характеризует средняя квадратичная погрешность отдельного результата измерения или стандартная погрешность. Вычислить стандартную или среднюю квадратичную погрешность отдельного результата группы, содержащей n результатов измерений, следует по формуле

$$\sigma \approx S_n = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x}_n)^2}. \tag{34}$$

9. Установить, имеются ли среди результатов грубые промахи, отклоняющиеся от среднего арифметического больше, чем на 3σ (правило 3σ), или в соответствии с критерием Шовине. Если таковые имеются, исключить их из дальнейших расчетов, а с оставшимися результатами выполнить пункты 3–8.

10. Определить стандартную погрешность (среднее квадратичное от выборочного среднего арифметического) по формуле

$$\sigma_n \approx S_{\bar{x}} = \frac{S_n}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{1}^{n}(\Delta x_i)^2}{n(n-1)}}. \tag{35}$$

11. Задать значение доверительной вероятности (коэффициент надежности) P (*рекомендует преподаватель*). Для технических измерений принимается доверительная вероятность, равная 0,9 или 0,95.

Примечание. *При числе результатов измерений $n \le 15$ принадлежность их к нормальному распределению не проверяют. При этом вычисление доверительных границ случайной погрешности оценки измеряемой величины по данной методике допускается только в том случае, если заранее известно, что результаты измерений принадлежат нормальному распределению.*

12. Для заданного числа проведенных измерений n и доверительной вероятности P определить по таблице в прил. 4 коэффициент Стьюдента $t_{p,\,n}$.

13. Рассчитать границы доверительного интервала случайной погрешности оценки измеряемой величины (абсолютную погрешность измерения без учета знака) по формуле

$$\Delta x = t_{p,n} \cdot S_{\bar{x}}. \tag{36}$$

Примечание. *Если границы доверительного интервала несимметричны, то они указываются по отдельности.*

14. Оценить полную абсолютную погрешность (предварительно рассчитав инструментальную погрешность и погрешность отсчета):

– если одна из погрешностей (случайная, инструментальная, отсчета) меньше другой в три или более раз, то меньшую следует отбросить;

– если полученное значение случайной погрешности намного меньше инструментальной, то за границу доверительного интервала принимается приборная погрешность при коэффициенте надежности 0,997 (дальнейшую обработку результатов измерений на этом прекращают);

– если случайная, инструментальная погрешность и погрешность отсчета по величине сравнимы друг с другом, то следует сложить их по формуле

$$\Delta x = \sqrt{\Delta x_{\text{сл}}^2 + \Delta x_{\text{инстр}}^2 + \Delta x_{\text{отсч}}^2}. \tag{37}$$

15. Провести округление абсолютной погрешности измерения величины x (границы доверительного интервала) в соответствии со следующими правилами:

– погрешность при промежуточных вычислениях должна быть выражена не более чем тремя значащими цифрами;

– погрешность оценки измеряемой величины в окончательном результате следует округлить до одной значащей цифры во всех случаях за исключением ситуации, когда первая значащая цифра абсолютной погрешности результата измерений 1; 2; 3;

– если измерения точные, то в погрешности оценки измеряемой величины сохраняют две значащие цифры.

16. Согласовать точность результатов вычислений при обработке результатов измерений величины x с точностью полученной абсолютной погрешности измерения величины x (границы доверительного интервала). Числовое значение оценки результата измерения величины x должно оканчиваться цифрой того же разряда, что и значение погрешности (границы доверительного интервала, т. е. абсолютной погрешности измерения величины x).

17. Найти относительную погрешность результата (оценить качество измерений) по формуле

$$\varepsilon_x = \frac{\Delta x}{\bar{x}} \cdot 100\ \%. \tag{38}$$

18. Записать окончательный результат измерений в виде доверительного интервала $x = \bar{x} \pm \Delta x$ (см. рис. 16). Указать относительную погрешность и значение коэффициента надежности, который использовался при оценке погрешностей измерения.

19. Сделать выводы (провести анализ результатов измерений).

Пример 2. Проведем оценку результата измерений диаметра цилиндра с помощью штангенциркуля.

Пусть получены девять результатов. Проранжируем их: 25,0; 25,3; 25,4; 25,4; 25,4; 25,5; 25,5; 25,6; 25,6 мм.

Размах серии результатов равен R = 25,6 – 25,0 = 0,6 мм.

Вычислим коэффициенты:

Q_1 = (25,3 – 25,0) / 0,6 = 0,500; Q_9 = (25,6 – 25,5) / 0,6 = 0,166.

Из прил. 3 для N = 9 найдем коэффициенты Q_T = 0,437 и Q_N = 0,565. Проведем сравнение: $Q_1 > Q_T$, но $Q_9 < Q_N$. Это означает, что результат 25,0 мм является грубым промахом, и его следует исключить из дальнейшего рассмотрения.

В табл. 2 внесем для дальнейшей обработки восемь из девяти результатов эксперимента.

Таблица 2

Результаты измерений диаметра цилиндра с помощью штангенциркуля

№	d_i, мм	$d - x_{ср}$, мм	$(d - x_{ср})^2$, мм^2
1	25,3	–0,16	0,0256
2	25,4	–0,06	0,0036
3	25,4	–0,06	0,0036
4	25,4	–0,06	0,0036
5	25,5	+0,04	0,0016
6	25,5	+0,04	0,0016
7	25,6	+0,14	0,0196
8	25,6	+0,14	0,0196
$\bar{d} = 25{,}46$			Σ = 0,0788

Выборочное среднее значение (среднее арифметическое) в соответствии с формулой (32) равно

$$\bar{d} = \frac{25{,}3 + 25{,}4 + 25{,}4 + 25{,}4 + 25{,}5 + 25{,}5 + 25{,}6 + 25{,}6}{8} = 25{,}46 \text{ мм.}$$

Вычислим среднюю квадратичную погрешность отдельного результата по формуле (34):

$$\sigma \approx S = \sqrt{\frac{0{,}0788}{7}} = 0{,}1061 \text{ мм.}$$

Вычислим 3σ для исключения промахов: 0,1061 · 3 = 0,3183 мм.

Ни одно из отклонений результата каждого текущего измерения от среднего арифметического выборки не превышает 3σ, это означает, что в исправленной выборке нет грубых промахов.

Вычислим стандартную погрешность (среднее квадратичное от выборочного среднего арифметического) по формуле (35):

$$\sigma_n \approx S_d = \frac{S_n}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{\sum_1^n (\Delta d_i)^2}{n(n-1)}} = \sqrt{\frac{0,0788}{8 \cdot 7}} = 0,0375 \text{ мм.}$$

Пусть коэффициент надежности P = 0,95. По таблице прил. 4 находим коэффициент Стьюдента $t_{p,n}$ = 2,37.

Рассчитаем границы доверительного интервала случайной погрешности оценки измеряемой величины по формуле (36):

$$\Delta d = t_{p,n} \cdot S_{\bar{d}} = 0,0375 \cdot 2,37 = 0,0889 \text{ мм.}$$

Сравним полученное значение случайной погрешности с инструментальной погрешностью штангенциркуля, равной 0,1 мм. Случайная и инструментальная погрешности сопоставимы по порядку величины, поэтому полную абсолютную погрешность вычислим по формуле (37):

$$\Delta d = \sqrt{(d_{\text{сл}})^2 + (\Delta d_{\text{инстр}})^2} = \sqrt{(0,0889)^2 + (0,1)^2} = 0,1338 \text{ мм} \approx 0,13 \text{ мм.}$$

Вычислим относительную погрешность по формуле (38):

$$\varepsilon_d = \frac{\Delta d}{\bar{d}} \cdot 100\ \% = \frac{0,13}{25,46} = 0,005 = 0,5\ \%.$$

Запишем окончательный результат: $d = \bar{d} \pm \Delta d = (25,46 \pm 0,13)$ мм, $\varepsilon_d = 0,5\ \%$ при P = 0,95.

Пример 3. Проведем оценку результата измерений длины стержня с помощью штангенциркуля.

Пусть получены семь результатов. Проранжируем их: 37,7; 37,9; 37,9; 37,9; 37,9; 38,0; 38,1 мм.

Размах серии результатов равен R = 38,1 – 37,7 = 0,4 мм.

Вычислим коэффициенты:

Q_1 = (37,9 – 37,7) / 0,4 = 0,5; Q_9 = (38,1 – 38,0) / 0,4 = 0,25.

Из прил. 3 для N = 7 найдем коэффициенты Q_T = 0,560 и Q_N = 0,736. Проведем сравнение: $Q_1 < Q_T$, $Q_9 < Q_N$. Следовательно, среди результатов нет грубых промахов. Для дальнейших расчетов используем все семь результатов (табл. 3).

Выборочное среднее значение (среднее арифметическое) в соответствии с формулой (32) равно

$$\bar{d} = \frac{37,7 + 37,9 + 37,9 + 37,9 + 37,9 + 38,0 + 38,1}{7} = 37,91 \text{ мм.}$$

Таблица 3

Результаты измерений длины стержня с помощью штангенциркуля

№	d_i, мм	$d - x_{ср}$, мм	$(d - x_{ср})^2$, мм^2
1	37,7	–0,21	0,0441
2	37,9	–0,01	0,0001
3	37,9	–0,01	0,0001
4	37,9	–0,01	0,0001
5	37,9	–0,01	0,0001
6	38,0	+0,09	0,0081
7	38,1	+0,19	0,0361
$\overline{d} = 37{,}91$			Σ = 0,0887

Вычислим среднюю квадратичную погрешность отдельного результата по формуле (34):

$$\sigma \approx S = \sqrt{\frac{0{,}0887}{6}} = 0{,}1216 \text{ мм.}$$

Вычислим 3σ для исключения промахов: 0,1216 · 3 = 0,3647 мм. Ни одно из отклонений результата каждого текущего измерения от среднего арифметического выборки не превышает 3σ, это означает, что в исправленной выборке нет грубых промахов.

Вычислим стандартную погрешность (среднее квадратичное от выборочного среднего арифметического) по формуле (35):

$$\sigma_n \approx S_{\overline{d}} = \frac{S_n}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{\sum_1^n (\Delta d_i)^2}{n(n-1)}} = \sqrt{\frac{0{,}0887}{6 \cdot 7}} = 0{,}0459 \text{ мм.}$$

Пусть коэффициент надежности P = 0,95. По таблице прил. 4 находим коэффициент Стьюдента $t_{p,n}$ = 2,45.

Рассчитаем границы доверительного интервала случайной погрешности оценки измеряемой величины по формуле (36):

$$\Delta d = t_{p,n} \cdot S_{\overline{d}} = 0{,}0459 \cdot 2{,}45 = 0{,}1126 \text{ мм.}$$

Сравним полученное значение случайной погрешности с инструментальной погрешностью штангенциркуля, равной 0,04 мм, т. е. найдем, во сколько раз отличаются погрешности:

$$\frac{0{,}1126}{0{,}04} = 2{,}82.$$

Следовательно, инструментальную погрешность 0,04 мм можно отбросить и рассматривать только абсолютную случайную погрешность.

Проведем округление случайной погрешности: $\Delta x = 0{,}1126 \approx 0{,}11$ мм.

Вычислим относительную погрешность по формуле (38):

$$\varepsilon_d = \frac{\Delta d}{\overline{d}} \cdot 100\ \% = \frac{0{,}11}{37{,}91} = 0{,}003 = 0{,}3\ \%.$$

Запишем окончательный результат: $d = \overline{d} \pm \Delta d = (37{,}91 \pm 0{,}11)$ мм, $\varepsilon_d = 0{,}3\ \%$ при P = 0,95.

4. Вычисление погрешностей косвенных измерений

В лабораторной практике большинство измерений – косвенные. Задачу при обработке косвенных измерений следует сформулировать следующим образом: известна формула, по которой искомая величина (результат косвенного измерения) рассчитывается через прямые измерения. Формула получена из физических законов или очевидных соображений. Известны результаты всех независимых прямых измерений (средние значения и их погрешности). Требуется найти косвенную искомую величину, оценить абсолютную и относительную погрешности этой функции.

Пусть интересующая нас величина является функцией одной или нескольких непосредственно измеряемых величин *x*, *y*, *z*, …, которые могут быть получены с помощью прямых измерений:

$$A = f(x, y, z, \ldots). \qquad (39)$$

Среднее значение величины *A* определяется подстановкой в формулу (39) средних значений непосредственно измеряемых величин (результаты прямых измерений), т. е.

$$\overline{A} = f(\overline{x}, \overline{y}, \overline{z} \ldots). \qquad (40)$$

Результат косвенного измерения записывается в виде

$$A = \overline{A} \pm \Delta A, \qquad (41)$$

где $\overline{A}$ – значение искомой величины, рассчитанное по средним значениям параметров *x*, *y*, *z*, ..., каждый из которых измеряется, как правило, несколько раз.

Рассмотрим различные случаи.

1. Функция *A* = *f*(*x*, *y*, *z*, ...) имеет вид произведения или частного аргументов. Если функция $A = f(x, y, z, \ldots)$ имеет вид произведения или частного аргументов, т. е. функциональная зависимость выражена формулой, удобной для логарифмирования, то следует сначала определить относительную погрешность, а затем – абсолютную погрешность:

$$\varepsilon_A = \frac{\Delta A}{A} = \sqrt{\left(\frac{\partial(\ln A)}{\partial x}\Delta x\right)^2 + \left(\frac{\partial(\ln A)}{\partial y}\Delta y\right)^2 + \ldots} = \sqrt{\left(\frac{1}{A}\frac{\partial A}{\partial x}\Delta x\right)^2 + \left(\frac{1}{A}\frac{\partial A}{\partial y}\Delta y\right)^2 + \ldots}. \quad (42)$$

Тогда абсолютную погрешность можно найти по формуле

$$\Delta A = \overline{A} \cdot \varepsilon_A, \quad (43)$$

где Δx, Δy, Δz, ... – доверительные интервалы для аргументов x, y, z, ... при заданных доверительных вероятностях (доверительные интервалы Δx, Δy, Δz, ... должны быть определены с одинаковой доверительной вероятностью $P_1 = P_2 =$ $= \ldots = P_n = P$).

Алгоритм обработки погрешностей косвенных измерений (функция имеет вид произведения или частного аргументов):

1. Обработать результаты прямых измерений для величин, от которых зависит функция, в соответствии с правилами обработки прямых измерений, т. е. вычислить средние арифметические значения, абсолютную и относительную погрешность. При этом для всех измеряемых величин следует задать одно и то же значение доверительной вероятности P.

1) $x = \overline{x} \pm \Delta x;$ $\varepsilon_x = \ldots;$

2) $y = \overline{y} \pm \Delta y;$ $\varepsilon_y = \ldots .$

2. Вычислить по формуле значение измеряемой величины при измеренных средних значениях аргументов.

3. Вывести формулу для относительной погрешности в соответствии с выражением:

$$\varepsilon_A = \frac{\Delta A}{A} = \sqrt{\left(\frac{\partial(\ln A)}{\partial x}\Delta x\right)^2 + \left(\frac{\partial(\ln A)}{\partial y}\Delta y\right)^2 + \ldots} = \sqrt{\left(\frac{1}{A}\frac{\partial A}{\partial x}\Delta x\right)^2 + \left(\frac{1}{A}\frac{\partial A}{\partial y}\Delta y\right)^2 + \ldots}. \quad (44)$$

4. Для этого следует прологарифмировать исходную формулу:

$$\ln A = \ln f(x, y, z, \ldots). \quad (45)$$

Затем следует продифференцировать полученное выражение (45). Абсолютная погрешность функции равна абсолютной погрешности аргумента, умноженной на производную этой функции:

$$\Delta A_x = \left|\frac{\partial A}{\partial x}\right| \Delta x. \quad (46)$$

Вычислить производные для средних значений величин. Затем дифференциалы dA, dx, dy, ... следует заменить абсолютными погрешностями ΔA, Δx, Δy, ...

5. Заменить знак «–» на «+» перед абсолютными погрешностями ΔA, Δx, Δy, ...

6. Оценить точность результата косвенных измерений, т. е. определить относительную погрешность результата серии косвенных измерений в соответствии с выражением (44):

$$\varepsilon_A = \frac{\Delta A}{\overline{A}} \cdot 100\ \%. \tag{47}$$

7. Найти абсолютную погрешность в соответствии с выражением $\Delta A = \overline{A}\varepsilon_A$.

8. Результат измерения представить в виде доверительного интервала (рис. 25):

$$A = \overline{A} \pm \Delta A. \tag{48}$$

Рис. 25

Пример 1. Найти объем цилиндра по формуле

$$V = \frac{\pi d^2 h}{4}, \tag{49}$$

где d – диаметр цилиндра; h – высота цилиндра.

Получим формулу для расчета относительной погрешности. Воспользовавшись выражением (49), получим:

$$\ln V = \ln \pi + 2\ln d + \ln h - \ln 4. \tag{50}$$

Продифференцируем полученное выражение (найдем частные производные):

$$\frac{\partial \ln V}{\partial d} = \frac{2}{d}, \tag{51}$$

$$\frac{\partial \ln V}{\partial h} = \frac{1}{h}, \tag{52}$$

$$\frac{\partial \ln V}{\partial V} = \frac{1}{V}. \tag{53}$$

Получим формулу для вычисления относительной погрешности в соответствии с выражением (44):

$$\varepsilon_v = \frac{\Delta V}{V} = \sqrt{\left(\frac{\partial(\ln V)}{\partial d}\Delta d\right)^2 + \left(\frac{\partial(\ln V)}{\partial h}\Delta h\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{2}{d}\Delta d\right)^2 + \left(\frac{1}{h}\Delta h\right)^2} = \sqrt{4\varepsilon_d + \varepsilon_h}. \tag{54}$$

Найдем формулу для вычисления абсолютной погрешности в соответствии с выражением (47):

$$\Delta V = \overline{V}\varepsilon_V = V\sqrt{4\varepsilon_d + \varepsilon_h}. \tag{55}$$

Пример 2. Оценить погрешность определения горизонтальной составляющей напряженности магнитного поля Земли (H):

$$H = \frac{NI}{2R\,\mathrm{tg}\,\alpha}, \tag{56}$$

где N – количество витков катушки; R – радиус круговых витков; I – сила тока в катушке; α – угол отклонения магнитной стрелки тангенс-гальванометра.

Прологарифмируем рабочую формулу:

$$\ln H = \ln N + \ln I - \ln 2 - \ln R - \ln(\mathrm{tg}\,\alpha). \tag{57}$$

Отдельно продифференцируем последнее слагаемое:

$$\frac{\partial(\mathrm{tg}\,\alpha)}{\mathrm{tg}\,\alpha} = \frac{\partial\alpha}{\cos^2\alpha}\cdot\frac{1}{\mathrm{tg}\,\alpha} = \frac{\partial\alpha}{\sin\alpha\cos\alpha} = \frac{2\partial\alpha}{\sin 2\alpha}. \tag{58}$$

Продифференцируем выражение (57), заменим знаки «–» на «+», дифференциалы dH, dI, dR и $d\alpha$ заменим на значения абсолютных погрешностей ΔH, ΔI, ΔR, $\Delta\alpha$.

Найдем формулу для вычисления относительной погрешности в соответствии с выражением (44):

$$\varepsilon_H = \sqrt{\left(\frac{\Delta N}{N}\right)^2 + \left(\frac{\Delta I}{I}\right)^2 + \left(\frac{\Delta R}{R}\right)^2 + \left(2\frac{\Delta\alpha}{\sin 2\alpha}\right)^2} = \sqrt{\varepsilon_N{}^2 + \varepsilon_I{}^2 + \varepsilon_R{}^2 + \varepsilon_{\mathrm{tg}\alpha}{}^2}. \tag{59}$$

Абсолютную погрешность вычислим в соответствии с выражением (47):

$$\Delta H = \frac{\varepsilon_H \cdot H}{100\ \%}. \tag{60}$$

2. Функция *A* = *f*(*x*, *y*, *z*, ...) имеет вид суммы или разности аргументов. Если функция $A = f(x, y, z, ...)$ имеет вид суммы или разности аргументов, то для нахождения случайной абсолютной погрешности косвенных измерений следует сначала определить абсолютную погрешность по формуле

$$\Delta A = \sqrt{\left(\frac{\partial A}{\partial x}\Delta x\right)^2 + \left(\frac{\partial A}{\partial y}\Delta y\right)^2 + \ldots}\ . \tag{61}$$

Затем вычислить относительную погрешность по формуле

$$\varepsilon_A = \frac{\Delta A}{\overline{A}}\cdot 100\ \%. \tag{62}$$

Алгоритм обработки погрешностей косвенных измерений (функция имеет вид суммы или разности аргументов):

1. Обработать результаты прямых измерений для величин, от которых зависит функция, в соответствии с правилами обработки прямых измерений, т. е.

вычислить средние арифметические значения, абсолютную и относительную погрешность. При этом для всех измеряемых величин следует задать одно и то же значение доверительной вероятности P.

1) $x = \overline{x} \pm \Delta x; \qquad \varepsilon_x = ...;$

2) $y = \overline{y} \pm \Delta y; \qquad \varepsilon_y = ...$

2. Вычислить по формуле значение измеряемой величины при измеренных средних значениях аргументов.

3. Вывести формулу для абсолютной погрешности в соответствии с формулой (61). Вычислить абсолютную погрешность.

4. Вычислить относительную погрешность по формуле (62).

5. Представить результат в виде доверительного интервала (см. рис. 25).

Пример 3. Ускорение свободно падающего тела определяется по формуле

$$g = \frac{2h}{t^2}, \tag{63}$$

т. е. $g = f(h, t)$.

Тогда

$$\Delta g = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial h}\Delta h\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial t}\Delta t\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{2}{t^2}\Delta h\right)^2 + \left(\frac{4h}{t^3}\Delta t\right)^2}. \tag{64}$$

Относительная погрешность равна

$$\varepsilon_g = \frac{\Delta g}{g} = \frac{t^2}{2h}\sqrt{\left(\frac{2\Delta h}{t^2}\right)^2 + \left(\frac{4h\Delta h}{t^3}\right)} = \sqrt{\left(\frac{\Delta h}{h}\right)^2 + 4\left(\frac{\Delta t}{t}\right)^2}. \tag{65}$$

Пример 4. Длина волны в кольцах Ньютона определяется формулой

$$\lambda = \frac{D_m^2 - D_n^2}{4R(m-n)}, \quad \lambda = f(D_m, D_n, R), \tag{66}$$

где D_m и D_n – диаметры колец Ньютона с номерами m и n; R = const – радиус кривизны линзы.

Формула для вычисления абсолютной погрешности:

$$\Delta\lambda \approx \sqrt{\left(\frac{\partial\lambda}{\partial D_m}\Delta D_m\right)^2 + \left(\frac{\partial\lambda}{\partial D_n}\Delta D_n\right)^2} = \frac{2}{4R(m-n)}\sqrt{(D_m D_m)^2 + (D_n \Delta D_n)}. \tag{67}$$

Относительная погрешность может быть вычислена в соответствии с формулой

$$\varepsilon_\lambda = \frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{2\sqrt{D_m^2 \Delta D_m^2 + D_n^2 \Delta D_n^2}}{D_m^2 - D_n^2}. \tag{68}$$

3. Упрощенный расчет погрешностей косвенных измерений. В отдельных случаях, например, если косвенные измерения проводятся в невоспроизводимых условиях или функциональная зависимость математически очень сложна, допускается обрабатывать результаты косвенных измерений по правилам для вычисления погрешностей прямых измерений (при этом по формуле определяется значение искомой величины для каждого прямого измерения, вычисляется среднее арифметическое и т. д.).

5. Различные способы представления результатов эксперимента

5.1. Табличное представление результатов эксперимента

В экспериментальной физике таблицы, диаграммы и графики являются наиболее удобным способом представления информации о зависимости физических величин друг от друга. Графики позволяют провести сравнение экспериментальных данных с теоретическими сведениями, установить эмпирические соотношения между величинами. Таблицы должны иметь номер и название, определяющее их тему и содержание. Сокращения в заголовках не допускаются. При оформлении таблицы пишется слово «Таблица» и проставляется ее порядковый номер арабскими цифрами с левой стороны листа перед названием таблицы. Знак «№» не ставится. Точка в конце названия не ставится. В графах таблицы нельзя оставлять свободные места. Если данные отсутствуют, то ставится тире или слово «нет».

В таблицу числа записывают в таком виде, чтобы они находились в интервале от 1,00 до 1000 (при необходимости используют приставки и десятичные множители). Так, например, значение удельной теплоемкости керосина, равное 2100 Дж/кг · К, можно представить в таблице различными способами (табл. 4).

Таблица 4

Варианты табличного представления результатов эксперимента

Удельная теплоемкость	c, кДж/кг · К	$c \cdot 10^3$, Дж/кг · К	$c \cdot 10^{-3}$, Дж/кг · К
Сделана запись	2,1	2,1	2,1
Следует понимать	2100	$2{,}1 \cdot 10^3 = 2100$	$\dfrac{2{,}1}{10^{-3}} = 2{,}1 \cdot 10^3 = 2100$

Предпочтительны варианты записи, представленные в первом и втором вариантах в табл. 4.

5.2. Графическое представление результатов эксперимента

Графики зависимостей исследуемых физических величин являются более наглядными, чем таблицы. Графики используют для качественного и количественного описания зависимостей физических величин.

Пример 1. Требуется экспериментально исследовать режимы течения жидкости в трубе. Для этого следует измерить скорость течения воды по трубе (v) в зависимости от перепада давления (ΔP) и определить, когда поток перестает быть ламинарным и становится турбулентным.

Полученные экспериментальные результаты приведены в табл. 5.

Таблица 5

Результаты измерения скорости течения воды по трубе в зависимости от перепада давления

Номер измерения	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
ΔP, Па	7,8	15,6	23,4	31,3	39	46	54,7	62,6	78,3	86	87,6	93,9	101,6	109,6	118
v, мм/с	35	65	78	126	142	171	194	226	245	258	258	271	277	284	290

Пока поток остается ламинарным, его скорость пропорциональна перепаду давления. При анализе данных, приведенных в табл. 5, трудно сказать, где пропорциональность начинает нарушаться. На графике (рис. 26), построенном по экспериментальным результатам, сразу определяется точка, в которой нарушается пропорциональность между скоростью и перепадом давлений, т. е. поток становится турбулентным.

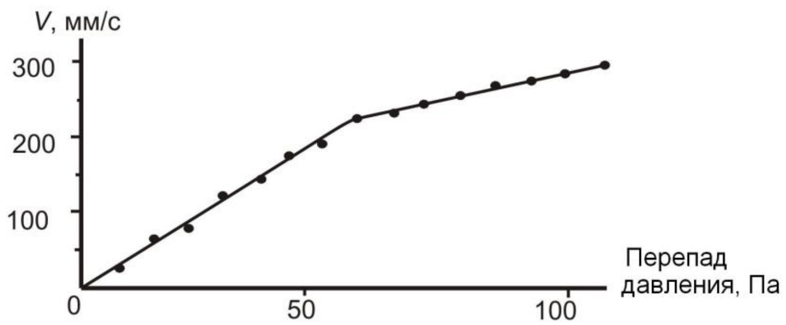


Рис. 26

Качественный график, представленный на рис. 27, отражающий зависимость амплитуды вынужденных колебаний от частоты вынуждающей силы (резонансная кривая). На качественном графике отсутствует масштабно-координатная сетка, на координатных осях указываются только обозначения физических величин, оси координат заканчиваются стрелками, которые указывают направление возрастания значения величин.

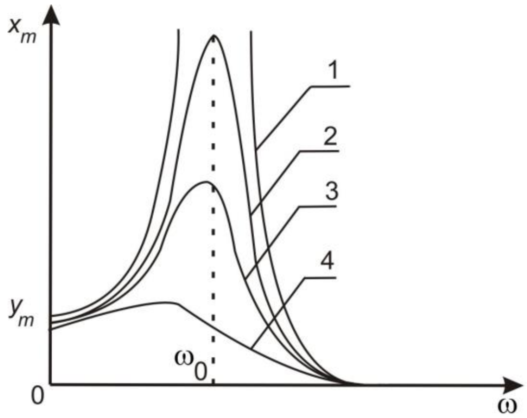


Рис. 27

Построение количественных графиков выполняется в соответствии со следующими правилами:

1. Выбор бумаги. График должен иметь заголовок. Поле графика обычно ограничивается прямоугольной рамкой. Графики следует строить на миллиметровой бумаге размером не менее, чем 100×150 мм^2 с применением чертежных инструментов. В физике наиболее употребительны два вида бумаги для построения графиков: с линейным масштабом (миллиметровая) и логарифмическая (двойная логарифмическая; полулогарифмическая, когда логарифмический масштаб взят только на одной оси координат).

При построении графиков на белой бумаге необходимо вычерчивание координатной сетки. Толщина линий следующая: координатные оси – 0,8–1 мм, толщина линий сетки – 0,3–0,5 мм. Линии, изображающие функциональную зависимость (график), следует чертить толщиной 1 мм.

Если график предоставляет информацию о качественном характере зависимости физической величины, то координатные оси заканчиваются стрелками, числовые значения не наносятся, координатная сетка на поле графика не строится. Если требуется указать на графике числовые значения величин по осям, то оси изображают без стрелок, на поле графика вычерчивается координатная сетка. Вдоль координатных осей строятся шкалы с указанием цифровых значений величин. Масштабы по разным осям могут быть различными.

Оси координат на графиках (диаграммах) без шкал и со шкалами следует заканчивать стрелками, указывающими направления возрастания значений величин (рис. 28). В диаграммах со шкалами оси координат следует заканчивать стрелками за пределами шкал (рис. 20, *а*) или обозначать самостоятельными стрелками после обозначения величины параллельно оси координат (рис. 20, *б*) (согласно Р 50-77-88 «ЕСКД. Правила выполнения диаграмм»).

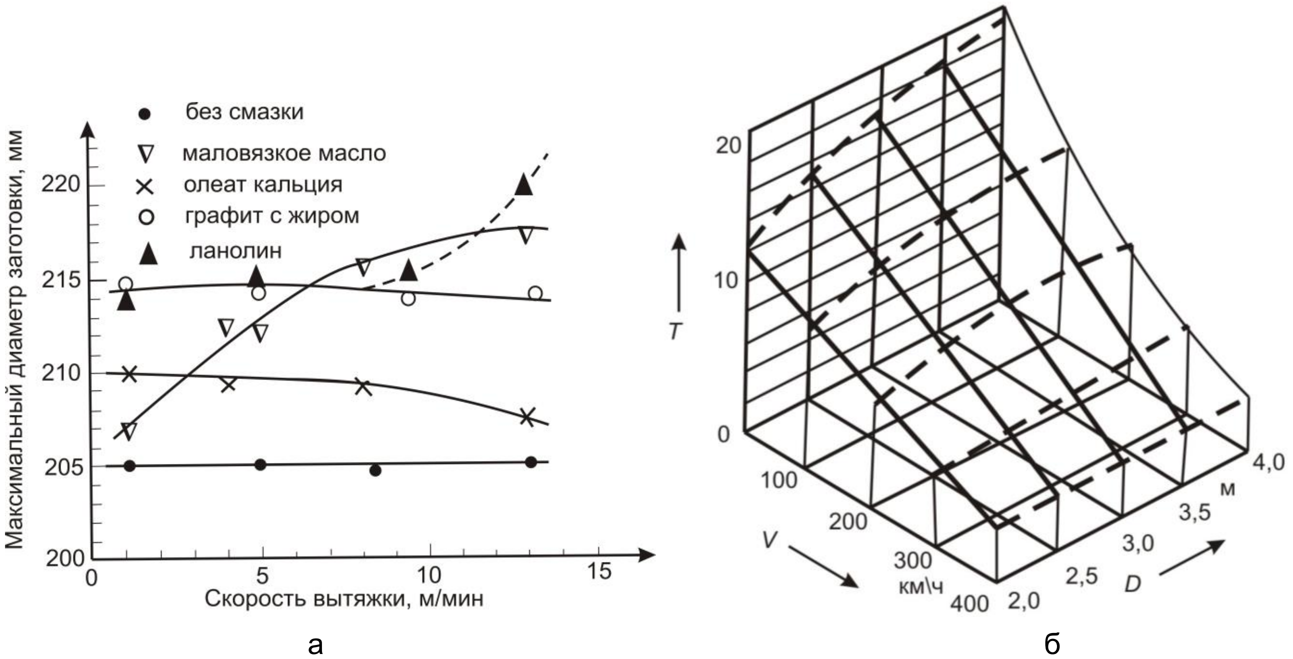


Рис. 28

Графики могут быть выполнены с помощью компьютерных программ (прил. 10), но с соблюдением всех изложенных требований, в частности, иметь масштабно-координатную сетку.

2. Выбор осей, нанесение шкал. Для построения графиков чаще всего используется декартова система координат, на осях которой указываются физические величины и единицы их измерения.

На графиках принято по горизонтальной оси откладывать независимую переменную (величину, значение которой задает сам экспериментатор), по вертикальной оси – величину, которая определяется, т. е. по горизонтали откладывается «причина», а по вертикали – «следствие». Ось абсцисс подписывают справа внизу, ось ординат – слева вверху. Напротив каждой оси указывают название или символ откладываемой по оси величины, а через запятую – единицы ее измерения, причем все единицы измерения приводят в русском написании в системе СИ.

Вдоль координатных осей строят шкалы, на которых указывают цифровые значения величин, их обозначения и единицы измерения. Обозначение физических величин и единиц измерений следует размещать в конце шкалы вместо крайнего числа. Между обозначением величины и единицей измерения должна стоять запятая (например: *p*, МПа; *T*, К).

Начинают построение графика с выбора масштаба. Масштаб координатных осей определяют, исходя из минимального и максимального экспериментальных результатов. Масштаб выбирают таким образом, чтобы график был равномерно растянут вдоль обеих осей. Согласно ГОСТ 2.302–68 «ЕСКД. Масштабы» и Р 50-77-88 «ЕСКД. Правила выполнения диаграмм» рекомендованы следующие масштабы: 1:2; 1:2,5; 1:4; 1:5; 1:10; 1:15; 1:20; 1:25; 1:40; 1:50; 1:75; 1:100; 1:200; 1:400; 1:500; 1:800; 1:1000. Масштаб должен быть удобным для чтения графика, т. е. в одном сантиметре должна содержаться единица величины, кратная 1, 2, 5 и т. д.

При выборе масштаба нужно исходить из следующих соображений: если величины очень малы (или очень велики), при нанесении масштаба удобно использовать рационализированную форму записи, указывая порядок величины рядом с ее буквенным обозначением. Масштаб может быть линейным и нелинейным (например, логарифмическим). Масштаб для каждого направления может быть разным. При необходимости масштаб может быть разным вдоль одной и той же оси для положительных и отрицательных значений (например, при построении вольтамперной характеристики полупроводникового диода, когда прямой и обратный токи отличаются в тысячу раз). Масштаб должен соответствовать (по возможности) точности измерений.

Около осей отмечают выбранный масштаб, но не результаты измерений.

Масштабные деления и числовые значения на координатных осях следует наносить равномерно по всей оси. Частоту нанесения числовых значений и промежуточных делений шкал следует выбирать с учетом удобства пользования графиком.

Единицы измерений нужно указывать тем же способом, что и в таблицах, а именно: десятичный множитель относить к единице измерения. По оси абсцисс цифры числового масштаба пишут под рисками, по оси ординат – слева от рисок.

На графике должен помещаться лишь тот интервал значений изучаемых величин, который исследовался в эксперименте. Если обе шкалы начинаются с нуля, то в начале координат ставится один общий нуль. Поле графика должно использоваться максимально полно, поэтому начало координатных осей может не совпадать с нулевыми значениями. В этом случае следует начать отсчет делений со значения, немного меньшего, чем минимальное из измеренных значений в ходе эксперимента.

Экспериментальные или расчетные точки наносят на график с учетом масштаба в виде специальных символов. Так, чтобы различать эксперимен-

тальные данные, относящиеся к разным условиям или разным веществам, следует пользоваться разными значками, например, темными или светлыми кружками,
крестиками, точками разного цвета (например, ◆, □, ●, ○, ✦). Расшифровка используемых значков располагается под графиком или сбоку от него. Размер символа составляет 1,5–2 мм. Координаты экспериментальных точек на осях не указывают и не проводят линии, определяющие их положение, за исключением асимптотических или экстремальных значений величин.

Погрешности следует показывать на графике в том случае, когда они неодинаковы для разных экспериментальных точек (рис. 29). Погрешности в экспериментальном значении измеренной величины указывают в виде одного или двух отрезков, параллельных осям координат. Центром таких отрезков является экспериментальная точка, которая изображается следующим образом: или . Полуразмер креста по горизонтали должен быть равен погрешности определения величины, откладываемой по оси абсцисс, вертикальный полуразмер – погрешности величины, откладываемой по оси ординат.

Если на графике необходимо представить результаты нескольких экспериментов, то их наносят разными по начертанию знаками и линиями (пунктирные, штриховые и т. д.) (рис. 30) или нумеруют.

Кривые на графиках строят с помощью лекал. Через экспериментальные точки проводят усредненную плавную линию так, чтобы по обе стороны от нее оказалось приблизительно равное количество точек, и линия проходила как можно ближе к экспериментальным точкам (рис. 31, *а*). Экспериментальные точки не должны сливаться друг с другом. Линия графика не должна закрывать экспериментальные точки (в местах расположения знаков следует делать разрыв экспериментальной линии). На участках, где графическая линия изменяется монотонно, можно ограничиться небольшим количеством точек, но их количество следует наносить часто в области перегибов на графике. Если одна или несколько точек явно выпадают из общей зависимости, то это свидетельствует о грубой погрешности при вычислении или измерении.

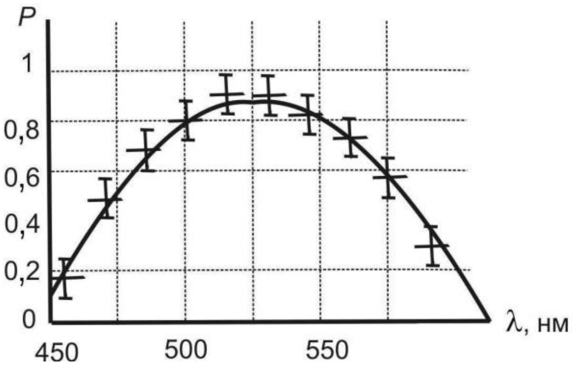


Рис. 29

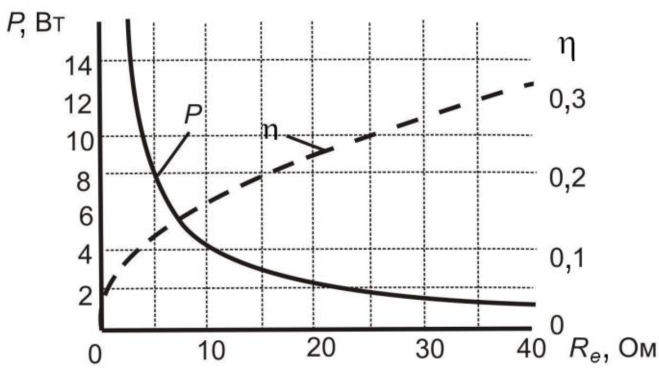


Рис. 30

График, приведенный на рис. 31, *б*, построен неверно, так как ломаная линия свидетельствует о резких скачках в зависимости одной величины от другой, что маловероятно. Более вероятно, что при тех же экспериментальных данных прямая, приведенная на рис. 31, *а*, лучше отражает ход исследуемой зависимости.

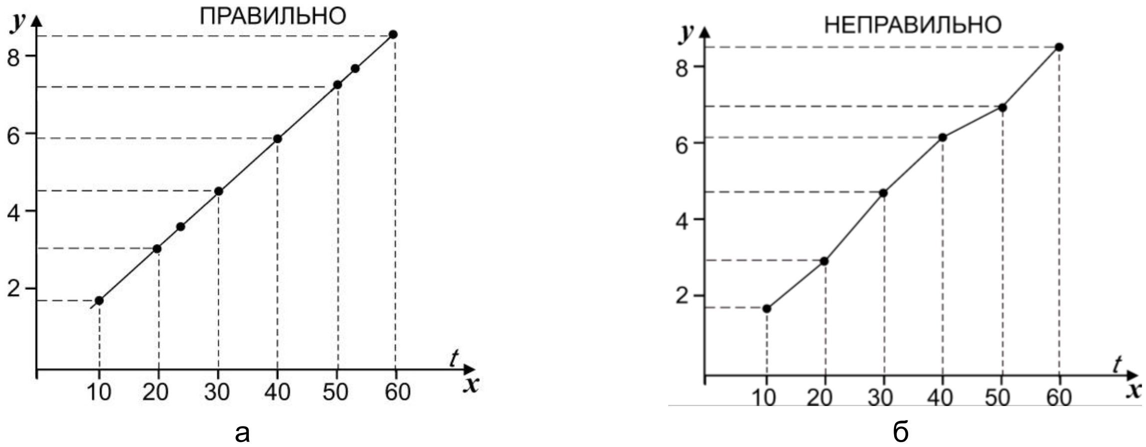
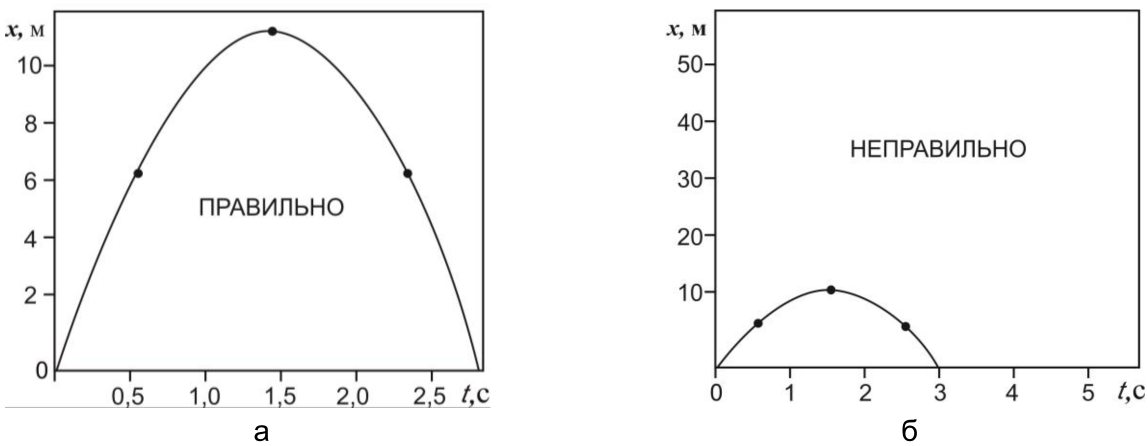


Рис. 31

Правильно построенная кривая должна заполнять все поле графика (рис. 32, *а*, *в*), что будет свидетельством правильного выбора масштабов по каждой из осей. Если же значительная часть поля оказывается незаполненной (рис. 32, *б*, *г*), то необходимо заново выбрать масштабы и перестроить зависимость.



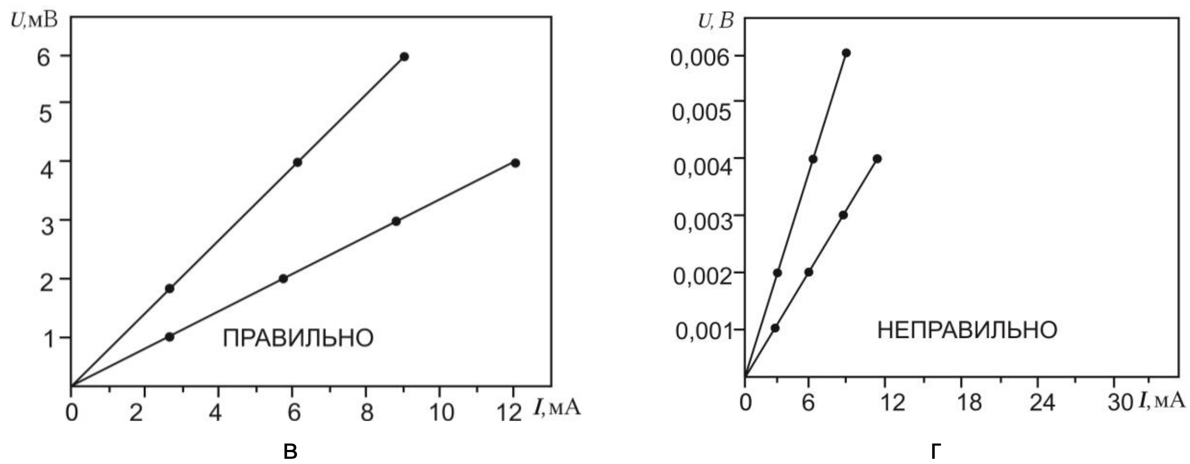


Рис. 32

График нумеруют, ему дают название, кратко отражающее содержание построенной зависимости. Все графические символы, использованные при построении, поясняют в подписи к графику, которую располагают под графиком или на не занятой им части поля.

5.3. Аппроксимация, интерполяция и экстраполяция экспериментальных результатов

Графическая аппроксимация – операция построения графиков зависимости $y(x)$ (прямых или кривых линий) по совокупности экспериментальных точек (см. рис. 29, 31, 32, *а*, *в*). Следует учесть следующее: чем больше изгибов и неровностей имеет кривая, тем она менее вероятна. Чем меньше разброс точек, тем более надежной является аппроксимация.

Аппроксимация не является однозначной, так как два экспериментатора могут построить несовпадающие графики по одной и той же совокупности экспериментальных точек.

Существует несколько приемов аппроксимации, в частности, использование современных компьютерных программ, метод парных точек, метод наименьших квадратов и т. д.

Если результаты эксперимента описываются линейной функцией вида $y = ax + b$, то вычисление параметров (коэффициентов) a и b линейной функции определяется из условия, что сумма квадратов расстояний от экспериментальных точек до графика, отсчитываемых вдоль вертикальной оси, должна быть минимальной (метод наименьших квадратов). Тогда коэффициенты a и b можно вычислить по формулам

$$a = \frac{\langle xy \rangle - \langle x \rangle \langle y \rangle}{\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2}, \tag{69}$$

$$b = \langle y \rangle - a \langle x \rangle \tag{70}$$

или

$$b = \frac{\langle x^2 \rangle \langle y \rangle - \langle x \rangle \langle xy \rangle}{\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2}, \tag{71}$$

$$a = \frac{\langle y \rangle - b}{\langle x \rangle}. \tag{72}$$

Графическая интерполяция – нахождение значения функции по известным значениям аргумента с использованием построенных по экспериментальным результатам графиков. Так, например, с градуировочных графиков термопар считываются координаты требуемых точек. При этом значения аргумента должны находиться в интервале полученных в эксперименте данных.

Экстраполяция – определение значения функции за пределами экспериментальных значений аргумента. Если предположить, что аппроксимирующая зависимость $y(x)$ сохраняет характер зависимости за пределами экспериментальных значений аргумента, то можно продлить график данной зависимости за границы интервалов аргумента и функции и определить требуемые значения по графику (рис. 33).

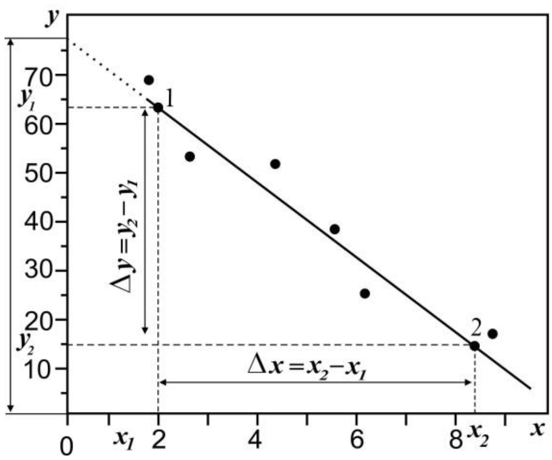


Рис. 33

5.4. Оценка графических погрешностей

По графику можно оценить случайные погрешности измеренных величин. Если известна абсолютная погрешность Δx, то в точке, соответствующей измеренной величине x, следует провести касательную и построить треугольник с достаточно большими по величине сторонами Δx_1 и Δy_1 (в масштабных единицах). Затем вычислить величину, которая определяет скорость изменения функции $y = f(x)$ в рассматриваемой точке, по формуле

$$\mathrm{tg}\alpha = \frac{\Delta y_1}{\Delta x_1}. \tag{73}$$

Абсолютная погрешность Δy определяется по формуле

$$\Delta y = \mathrm{tg}\alpha \cdot \Delta x, \tag{74}$$

где Δx – погрешность измеренной величины x.

Пример 2. Пусть аппроксимирующая прямая представлена на графике (см. рис. 33). Параллельно аппроксимирующей прямой проводят две прямые, имеющие максимальное отклонение от усредненной прямой (рис. 34). На аппроксимирующей прямой выбирают произвольную точку и находят величины Δx и Δy. Абсолютные погрешности величин x и y равны половине интервала Δx и Δy. Относительные погрешности вычисляют по формуле (47).

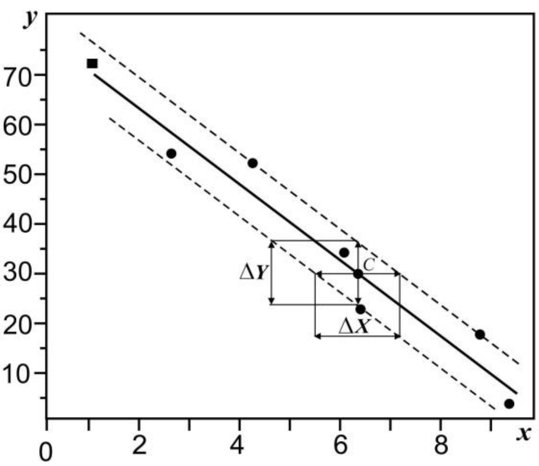


Рис. 34

Наиболее эффективным способом построения и анализа экспериментальных зависимостей является использование компьютерных программ, в частности Microsoft Excel, Grapher, MicroCAL Origin, Maple и т. д. При этом имеется возможность автоматизированной обработки данных с применением электронных таблиц и построения графиков с использованием печатающих устройств.

Вопросы для самопроверки

1. Что такое физическая величина, истинное значение физической величины, действительное значение физической величины?

2. Что значит «измерить физическую величину»?

3. Как классифицируются виды измерений?

4. Как классифицируются погрешности по методу вычисления?

5. Как классифицируются погрешности по условиям их проявления во время измерения? Как отличить их друг от друга?

6. Как оценить погрешность отсчета?

7. Как оценить инструментальную погрешность прибора по классу точности?

8. Как оценить инструментальную погрешность прибора, не имеющего класса точности?

9. Как оценить инструментальную погрешность цифрового прибора?

10. Как вычислить абсолютную и относительную погрешность прямых измерений, если результаты нескольких измерений совпадают?

11. Что такое генеральная совокупность? Что такое выборка?

12. Какова связь между среднеквадратичным отклонением отдельного измерения и среднеквадратичным выборочного среднего?

13. Какова вероятность того, что в случае гауссова распределения величина отклоняется от среднего не более, чем на σ; на 2σ; на 3σ?

14. В чем заключается правило 3σ для выявления грубых промахов?

15. Что такое доверительный интервал, доверительная вероятность (коэффициент надежности)?

16. В чем заключается принцип использования нониусов?

17. Каковы правила обработки измерений и оценки погрешностей при однократных прямых измерениях; многократных прямых измерениях (случайные погрешности); косвенных измерениях?

18. Как провести ранжирование результатов? Как вычислить размах данной серии результатов эксперимента?

19. Как найти погрешность нониуса, если она не указана на измерительном инструменте?

20. Как записать результат измерения, если:

– $\bar{l} = 81{,}345$ м; $\Delta l = 0{,}473$ м;

– $\bar{V} = 28{,}038$ м^3; $\Delta V = 0{,}473$ м^3;

– $\bar{t} = 5{,}0075$ с; $\Delta t = 0{,}05$ с;

– $\bar{\rho} = 2{,}785$ кг/м^3; $\Delta\rho = 0{,}0074$ кг/м^3;

– $\bar{P} = 234{,}786$ Па; $\Delta P = 0{,}179$ Па?

21. Что такое гистограмма? Как она строится? Что откладывается по осям координат?

22. Как выбирать нужный предел измерения у многопредельного прибора?

23. Что такое цена деления? Как находят численное значение измеряемой величины по отклонению стрелки многопредельного прибора?

ПРАВИЛА ВЫПОЛНЕНИЯ И ОФОРМЛЕНИЯ ЛАБОРАТОРНЫХ РАБОТ

Лабораторная работа выполняется и защищается в несколько этапов:

1) предварительная подготовка к выполнению лабораторной работы по методической литературе;

2) сдача допуска к лабораторной работе;

3) выполнение лабораторной работы;

4) обработка результатов эксперимента. Анализ результатов;

5) оформление отчета по результатам эксперимента;

6) защита экспериментальных результатов работы и сдача зачета по теоретическому материалу.

На лабораторном занятии курсанты (студенты) должны иметь:

– лабораторный журнал (тетрадь в клетку);
– калькулятор для инженерных расчетов;
– миллиметровую бумагу формата А4;
– клей для вклеивания графиков;
– ручку, карандаш, ластик;
– линейку.

Теорию и методику эксперимента лабораторной работы следует изучить по рекомендуемой литературе, конспектам лекций, методическому руководству к работе.

Для допуска к выполнению лабораторной работы курсант (студент) должен иметь предварительно оформленную тетрадь (бланк), знать цель и методику выполнения лабораторной работы, иметь представление об исследуемом физическом явлении и количественных закономерностях, связанных с исследуемыми физическими величинами, ожидаемом характере зависимостей.

Допуск курсантов (студентов) к лабораторной работе осуществляется на основе индивидуальной беседы с преподавателем. Допуск к следующей работе возможен при условии предварительной защиты предыдущих выполненных работ. Если курсант (студент) не допущен к выполнению лабораторной работы на текущем занятии, то он обеспечивается индивидуальным учебным заданием и должен находиться в учебной лаборатории до окончания занятия.

В рабочей тетради (лабораторном журнале) до проведения эксперимента должны быть представлены следующие сведения:

– титульный лист (факультет, кафедра, название дисциплины, курс, группа, ФИО курсанта (студента)). На титульном листе должны быть представлена следующая информация:

«К работе допущен» ___________________

«Работа выполнена» ___________________

«Работа зачтена» ___________________

– номер и тема (название) лабораторной работы;

– цель работы;

– перечень приборов и принадлежностей с характеристиками (пределы измерений, цена деления, класс точности и т. д.);

– дата проведения работы;

– краткая теория по теме лабораторной работы;

– вывод рабочей формулы;

– вывод формулы для оценки погрешностей результатов эксперимента с расшифровкой обозначений;

– схема (рисунок) экспериментальной установки;

– заготовки таблиц для регистрации экспериментальных результатов (каждую таблицу желательно вычерчивать на новой странице, оставляя место над таблицей (5 см) и под таблицей (10 см); над таблицей указывают названия приборов, класс точности и цену деления прибора).

Схемы, таблицы, графики выполняются карандашом в соответствии с требованиями стандартов ЕСКД. Допускается применение средств компьютерной графики.

Порядок выполнения лабораторной работы следующий:

1. Изучить лабораторную установку. Записать название измерительных приборов, их технические характеристики, предел измерения, класс точности, цену деления шкалы приборов. Начертить схему или рисунок экспериментальной установки.

2. Подготовить установку к работе. Если это необходимо, собрать электрическую схему, ***не включая ее. Включать приборы разрешается только после проверки установки преподавателем или лаборантом!***

3. Получить допуск к выполнению экспериментального задания у преподавателя.

4. Выполнить исследование в соответствии с методикой данной лабораторной работы. Результаты записать в лабораторный журнал (тетрадь). Допустимо использование черновой тетради в ходе эксперимента (но не отдельных листов). Записи в лабораторном журнале следует делать ручкой.

5. Данные основной серии измерений зафиксировать в таблице. Запись отсчетов по измерительным приборам рекомендуется фиксировать в делениях шкалы измерительного прибора и указывать цену деления прибора, а затем вычислять значение измеренной величины.

6. Произвести расчеты искомых физических величин в лабораторном журнале (тетради) после выполнения измерений.

7. Провести оценку погрешностей.

8. Построить графики (если требуется) на миллиметровой бумаге, вклеить их в отчет.

9. Окончательный результат представить в стандартном виде с указанием среднего значения измеряемой величины, абсолютной и относительной погрешностей, вычисленных по методу Стьюдента, надежности измерений. Сделать выводы по результатам лабораторной работы.

10. Представить полученные результаты эксперимента и расчеты преподавателю для подтверждения правильности полученных результатов. Преподаватель должен сделать отметку о выполнении лабораторной работы курсантом (студентом) и подписать лабораторный журнал с отчетом.

11. Выполнить при необходимости повторные измерения для уточнения полученных данных. Выключить приборы и установки.

12. Провести анализ полученных экспериментальных результатов. В соответствии с целью и задачами лабораторной работы сделать выводы по каждому упражнению лабораторной работы или по работе в целом на основании полученных экспериментальных результатов. Выводы наподобие: «Научился пользоваться вольтметром», – неприемлемы.

13. Оформить отчет по лабораторной работе.

14. Защитить результаты эксперимента и сдать преподавателю зачет по теоретическому материалу (по теме лабораторной работы).

Необходимость получения достаточно точного значения измеряемой физической величины требует повторения измерения в одних и тех же условиях. Обычно необходимое число измерений указано в описании к лабораторной работе или указывается преподавателем. Однако необходимо помнить, что с ростом числа измерений возрастает и точность полученного результата. Поэтому в большинстве лабораторных работ необходимо проводить 5–10 измерений в равных условиях.

Работа завершается написанием заключения (выводов по лабораторной работе). При написании вывода главное внимание должно быть обращено на анализ результатов. Заключение – текст, после прочтения которого человек должен получить максимально полное представление о сущности проделанной работы и полученных результатах. Объем заключения – одна страница.

В заключении указывается:

– какие явления или процессы изучались в ходе лабораторной работы;

– что и каким методом измерялось в работе;

– что и каким способом вычислялось в работе;

– представляются окончательные результаты работы с указанием абсолютной и относительной погрешностей и доверительной вероятности;

– проводится краткое обсуждение полученных результатов, графиков, анализ погрешностей.

Полученные значения следует сравнить с известными табличными значениями измеряемых величин. Сравнивая результаты с данными таблиц, не следует при несовпадении считать свои данные ошибочными. Нужно продумать причины возможного расхождения. По результатам сравнения следует сделать вывод о совпадении в пределах погрешности, совпадении по порядку величины или о полном несовпадении полученных в работе результатов с табличными. В учебном эксперименте могут быть получены неожиданные или ошибочные результаты. Нужно выяснить, в чем причина возможных отклонений. Анализ этих данных, способов корректировки схемы измерений должны быть представлены в отчете.

После заключения следует оставить не менее одного чистого листа на случай его возможной переделки.

При написании выводов не следует употреблять личные местоимения, следует избегать повествования от первого лица. Рекомендуется, например, использовать следующие фразы: «проведенные измерения позволяют сделать вывод…», «эксперимент показал, что…» и т. д.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА
«ИЗУЧЕНИЕ НЕКОТОРЫХ МЕТОДОВ ИЗМЕРЕНИЯ ЛИНЕЙНЫХ РАЗМЕРОВ ТЕЛ»

Цели работы:

1. Провести измерения линейных размеров тел с помощью миллиметровой линейки, штангенциркуля, микрометра.
2. Провести оценку погрешности прямых и косвенных измерений.

Приборы и принадлежности:

1. Измерительная линейка.
2. Нониусный штангенциркуль.
3. Микрометр.
4. Объекты для измерения – тела цилиндрической формы.

Теоретические сведения

1.1. Нониусы и микрометрические шкалы

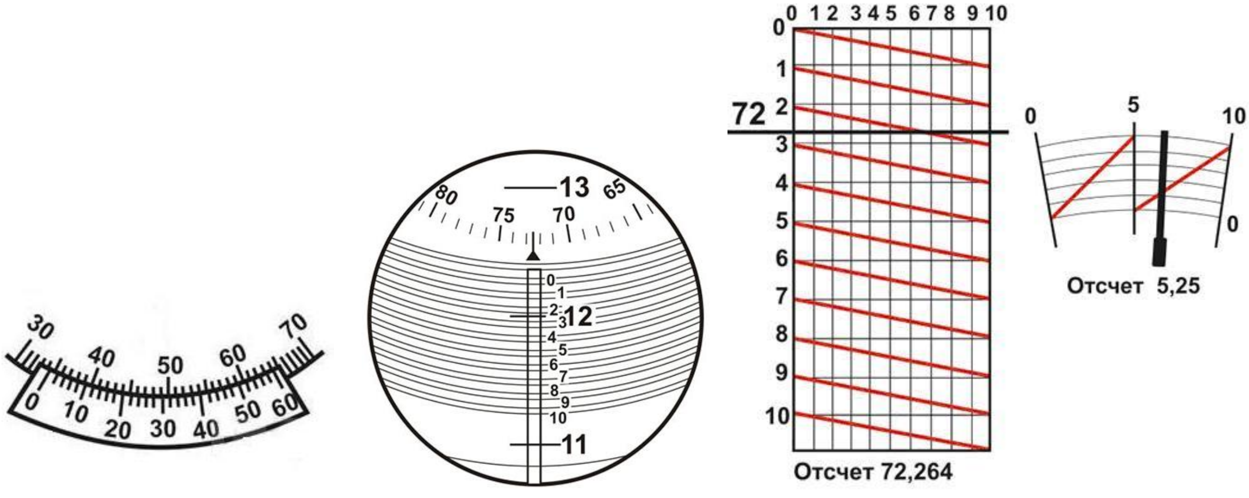
Точность визуальной интерполяции положения указателя между делениями шкалы измерительного устройства составляет приблизительно ⅓ деления. Точность измерений можно увеличить путем уменьшения цены деления (при этом для снижения габаритов шкалу наносят на барабан или сворачивают в спираль), использования нониусов.

Нониус (шкала Нониуса, верньер) – дополнительная шкала, устанавливаемая на различных измерительных приборах и инструментах, позволяющая повысить точность измерения в 10–20 раз. Нониус представляет собой связанную с указателем небольшую подвижную шкалу, скользящую вдоль основной шкалы.

Принцип работы шкалы основан на том факте, что глаз гораздо точнее замечает совпадение делений, чем определяет относительное расположение одного деления между другими.

Различают линейный (рис. 35), угломерный (рис. 36, *а*), спиральный (рис 36, *б*), трансверсальный (рис 36, *в* – отсчет производится по положению точки пересечения штриха и диагонали) и другие виды нониусов.

Рис. 35



а б в

Рис. 36

Применение *линейного нониуса* основано на разнице интервалов деления основной шкалы (масштаба или масштабной линейки) и нониуса. Линейный нониус представляет собой небольшую линейку, скользящую вдоль масштаба (рис. 37, 38).

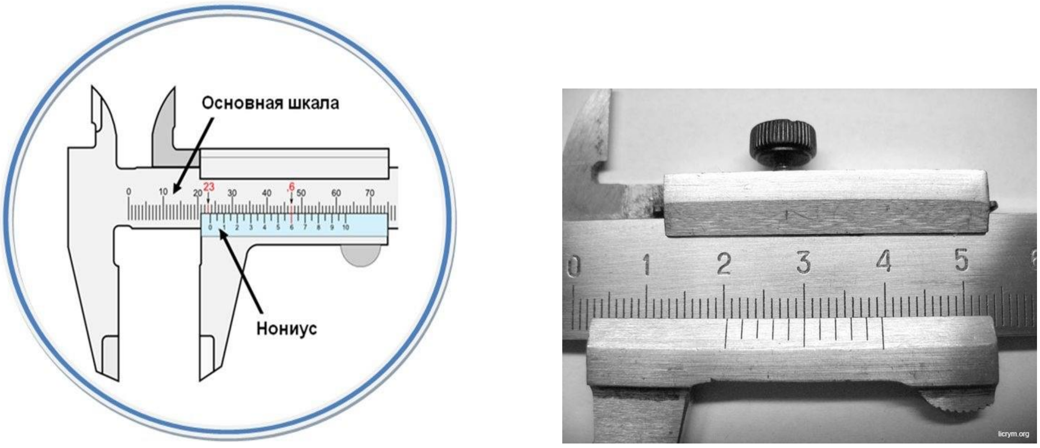


Рис. 37

На этой линейке нанесены m делений. Длина нониуса (целое число его делений) равна $(m-1)$ числу делений основной шкалы. Тогда

$$am = b(m-1). \tag{75}$$

Отсюда

$$\frac{b}{m} = b - a, \qquad (76)$$

где a – цена деления нониуса; b – цена деления масштаба (основной шкалы); m – количество делений на нониусе; $\frac{b}{m}$ – точность нониуса.

Рис. 38

Таким образом, точность нониуса равна отношению цены деления основной шкалы (масштаба) к количеству делений на нониусе (вспомогательной шкале). Погрешность нониуса равна половине его точности. Применение нониуса позволяет получать результаты с точностью от десятых до сотых долей миллиметра. Целая часть измеренного значения определяется по показаниям нулевого деления нониуса, а дробная – по номеру того деления нониуса, которое точно совпадает с некоторым делением основной шкалы (рис. 39).

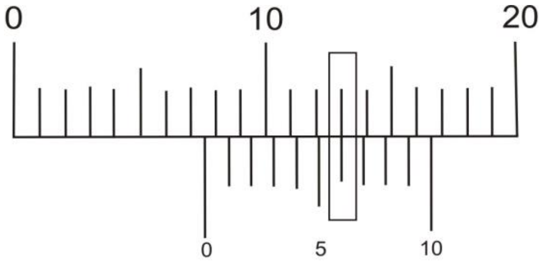


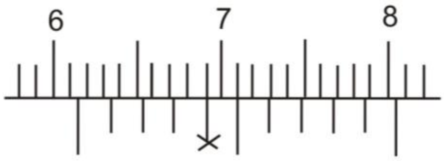
Рис. 39

Длина отрезка, измеряемого прибором с линейным нониусом, равна цене деления масштабной шкалы, умноженной на количество целых делений против конца измеряемого объекта, плюс точность нониуса, умноженная на номер деления нониуса, совпадающего с некоторым делением основной шкалы (масштаба):

$$l = bk + \frac{b}{m}n, \qquad (77)$$

где n – номер деления нониуса, совпадающего с некоторым делением основной шкалы; k – количество целых делений основной шкалы (масштабной линейки) против конца измеряемого объекта.

Пример. На рис. 40 представлен результат отсчета по штангенциркулю.



61 мм + 0,1 мм · 4 = 61,4 мм

Рис. 40

Наиболее часто на практике используются линейные нониусы с количеством делений 10, 20, 25 и 50 и с точностью 0,1 мм/дел.; 0,05 мм/дел.; 0,02 мм/дел.

Порядок измерения при помощи измерительных инструментов с нониусом следующий:

1. Проверить совпадение нулевой отметки на основной шкале (масштаб) и нониусе. При несовпадении нулевых отметок учесть систематическую погрешность при всех измерениях.

2. Совместить один конец измеряемого объекта с нулевым делением масштаба.

3. Передвинуть нониус и совместить нулевое деление нониуса с концом измеряемого объекта.

4. Сделать отсчет количества целых делений k по основной шкале против конца измеряемого объекта.

5. Определить номер деления нониуса n, которое точно совпало с одним из делений основной шкалы (масштабной линейки).

6. Вычислить длину измеряемого объекта по формуле (77).

Принцип отсчета по *круговому* (угломерному) *нониусу*, применяемому в оптико-механических приборах, аналогичен линейному нониусу. Небольшая дуговая линейка (угловая шкала) скользит вдоль круга (лимба), разделенного на градусы или доли градуса. Диаметр лимбов бывает от 72 до 270 мм. В практике встречаются лимбы с ценой деления 1°, 20', 10', 5'. Наиболее часто на практике используются круговые нониусы с точностью 30''/дел.; 1'/дел.; 2'/дел.; 5' /дел.

Роль отсчетного индекса при отсчете по лимбу могут выполнять одиночный штрих; двойной штрих; нулевой штрих шкалы отсчетного приспособления; штрих основной шкалы (шкалы лимба).

Ценой деления лимба λ называют центральный угол, стягиваемый дугой в одно деление. Точность кругового нониуса определяется по формуле

$$\frac{\beta}{m} = \beta - \alpha, \tag{78}$$

где α – цена деления углового нониуса; β – цена деления лимба (основной шкалы); m – количество делений на нониусе; $\frac{\beta}{m}$ – точность углового нониуса.

Измеряемые углы, отсчитываемые от нуля лимба, вычисляются по формуле

$$\varphi = \beta k + \frac{\beta}{m} n, \tag{79}$$

где n – номер деления нониуса, совпадающего с некоторым делением основной шкалы (лимба); k – количество целых делений основной шкалы (лимба) против конца измеряемого объекта.

На рис. 17, *б* цена деления основного круга 60 минут (60'), цена деления нониуса соответствует 1 минуте (1').

Если необходимо отсчитывать углы в обоих направлениях (по часовой и против часовой стрелки), то круговые нониусы делают в виде двух одинаковых шкал, расположенных по обе стороны от нуля. При отсчете следует использовать ту шкалу, которая идет вперед по направлению отсчетов.

1.2. Измерение линейных размеров тел с помощью штангенциркуля

Штангенциркуль – прибор для измерения линейных размеров изделий (наружных и внутренних) контактным методом или методом разметки. Наиболее употребительны штангенциркули длиной до 300 мм.

Если щеки штангенциркуля соприкасаются, то нулевая отметка нониуса совпадает с нулевой отметкой основной шкалы (масштабной линейки).

Основой этих инструментов является стальная миллиметровая линейка (штанга) *6* и рамка *5* с дополнительной штриховой шкалой, которая может перемещаться вдоль этой линейки (нониус) (рис. 41).

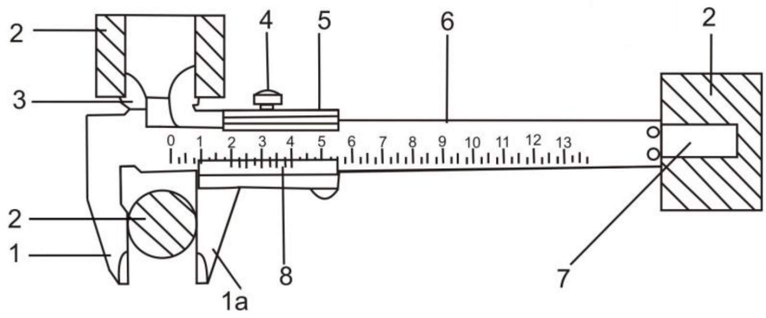


Рис. 41

Линейка снабжена двумя щеками: неподвижной *1* и подвижной *1а*, последняя скреплена с рамкой *5*, на которой нанесены деления нониуса *8*, а рамка *5* может закрепляться на линейке *6* с помощью винта *4*.

Если сдвинуть щеки штангенциркуля вплотную, то нулевые деления нониуса и основного масштаба должны совпасть. Иногда щеки *1* и *1а* имеют с внешней стороны цилиндрические измерительные поверхности для измерения внутренних размеров отверстий, в этом случае результат получается при суммировании отсчета по масштабу и нониусу и суммарной ширины щек (указывается на штангенциркуле).

Для того чтобы измерить внешний размер детали, необходимо привести в соприкосновение деталь и измерительные поверхности, плотно зажать ее между основных (нижних) щек. Рамка *5* перемещается и фиксируется с помощью стопорного винта *4*. Перед измерением необходимо определить точность нониуса. Перед считыванием результата необходимо убедиться в том, что щеки заняли правильное положение: перекосы отсутствуют, а при перемещении детали между ними соблюдается нормальность усилия (деталь проходит между измерительными поверхностями, легко контактируя с ними).

Затем следует снять отсчет и вычислить длину по формуле (77).

Часто штангенциркули имеют вторую пару ножевидных щек с заостренными концами *3*, предназначенную для разметочных работ и измерения внутренних размеров детали. Для этого достаточно привести их в сомкнутое состояние и поместить внутрь измеряемой детали. После этого ножевидные щеки разводятся (рис. 41, *2, 3*). Перед определением результата проверяют соблюдение тех же условий, что и при считывании показаний при измерении наружных размеров.

Наиболее универсальные штангенциркули снабжены выдвижной линейкой *7* для измерения размеров углублений. В этом случае одной измерительной поверхностью является торец масштабной линейки, второй – торец выдвижной линейки. Для определения глубины отверстия достаточно поместить в отверстие глубиномер, расположенный на торце штангенциркуля (рис. 41, *2, 7*). После этого необходимо начать сдвигать основные щеки до тех пор, пока глубиномер не упрется в поверхность. Как только это произошло, можно считывать показания прибора. Таким же образом определяются размеры выступов. На практике используются также цифровые штангенциркули (рис. 20, *б*).

1.3. Измерение линейных размеров тел с помощью микрометра

Микрометр представляет собой прибор для измерения линейных размеров контактным способом с высокой точностью с помощью микрометрического винта. Действие микрометра основано на перемещении винта вдоль оси при вращении его в неподвижной гайке (перемещение пропорционально углу поворота винта вокруг оси).

Микрометр состоит из следующих основных частей (рис. 42): скобы с меткой и стеблем, снабженным внутренней резьбой; микрометрического измерительного винта с закрепленным на нем барабаном.

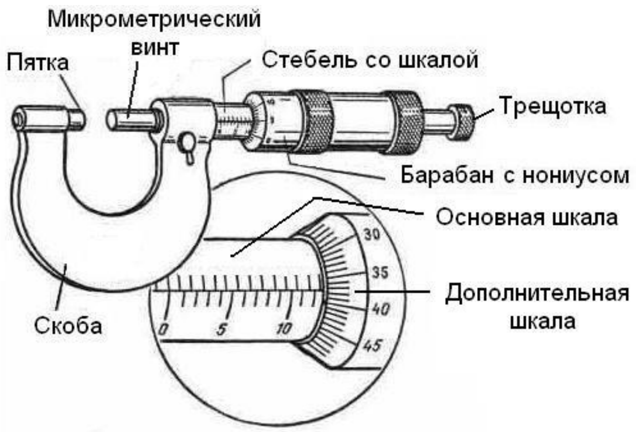


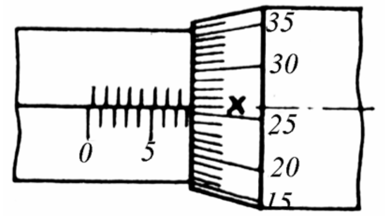
Рис. 42

Наиболее часто применяемые приборы имеют следующие пределы измерений: 0 ± 25 мм; 0 ± 50 мм; 0 ± 75 мм; 0 ± 100 мм. В микрометрических приборах используется винтовая резьба очень малого шага. В большинстве микрометров используется резьба, шаг винта которой равен 0,5 или 1 мм и, соответственно, шкала на внутреннем цилиндре имеет цену деления 0,5 или 1 мм. Для микрометра с пределами измерений 0 ± 25 мм рабочий ход винта составляет 25 мм, шаг резьбы 0,5 мм. По точности показаний микрометры разделяются на три класса – нулевой, первый (применяется в данной работе), второй. Погрешности показаний микрометра 0 ± 25 мм нулевого класса точности не превышает ±2 мкм, первого класса ±4 мкм, второго ±8 мкм.

Отсчет по микрометру сводится к определению числа полных оборотов и долей оборота барабана относительно его нулевого положения. Полные обороты винта отсчитываются по миллиметровой (грубой) шкале барабана, нанесенной на внутренний цилиндр (барабан) микрометра и имеющей 50 делений (цена деления шкалы барабана 0,01 мм). При сомкнутых измерительных торцевых плоскостях пятки и микрометрического винта нулевой штрих шкалы барабана должен точно совпадать с продольным штрихом на стебле.

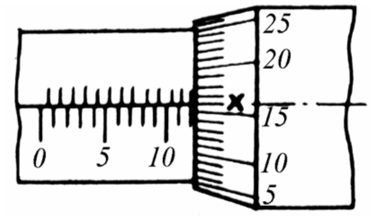
Отсчет по *основной* (миллиметровой шкале) (см. рис. 42) производится по последнему делению, не закрытому вращающимся барабаном. Доли оборота отсчитываются по *круговой* (точной) шкале, нанесенной на торцевой кромке вращающегося барабана, который навинчивается на внешний цилиндр. Цена деления указана на барабане. Результат получается суммированием показаний двух шкал с учетом цены их делений.

Измеряемый объект зажимается между измерительными поверхностями пятки и винта. Постоянство усилия, приводящего в контакт измерительные плоскости микрометра и деталь, обеспечивается фрикционным устройством – трещоткой. Для того, чтобы обеспечить это постоянство и одновременно избежать нарушения связи микрометрического винта с барабаном, вращать винт можно только с помощью трещотки. Стопорный винт предназначен для фиксации микрометра в положении, при котором сработала трещотка. Пример отсчета по микрометру представлен на рис. 43.



8 мм + 0,26 мм = = 8,26 мм

а



12 мм + 0,5 мм + + 0,16 мм = 12,66 мм

б

Рис. 43

Порядок выполнения работы

Задание 1. Определить линейные размеры цилиндра (высоту) с помощью штангенциркуля.

1. Проверить совпадение нуля нониуса и масштаба штангенциркуля (если он сбит, оценить систематическую погрешность).

2. Занести в тетрадь сведения о рабочем инструменте (длина масштаба, цена деления масштаба, количество делений нониуса, точность нониуса, класс точности прибора, допускаемая погрешность).

3. Провести с помощью штангенциркуля измерение длины цилиндра. Измерения повторить 5 раз. Результаты занести в тетрадь в виде таблицы (табл. 6).

Таблица 6

Результаты измерения длины цилиндра с помощью штангенциркуля

Номер	h_i, мм	Δh_i, мм	$(\Delta h_i)^2$, мм^2	S_h, мм	Δh, мм	ε_h, %	$h_{изм} = \bar{h} \pm \Delta h$, мм
1							
2							
3							
4							
5							
Среднее значение							

4. Если повторные измерения дали одинаковый результат, то за границу абсолютной погрешности следует принять инструментальную погрешность штангенциркуля (точность нониуса). Оценить границы относительной погрешности. Возможны ли в этой ситуации однократные измерения?

5. Если повторные измерения отличаются, провести оценку случайных погрешностей. Результаты представить в виде таблиц.

Задание 2. Определить линейные размеры цилиндра (диаметр) с помощью штангенциркуля.

1. Определить линейные размеры цилиндра (диаметр) с помощью штангенциркуля в разных местах цилиндра.

2. Измерения повторить 5 раз. Результаты занести в тетрадь в виде таблицы (см. табл. 6).

3. Провести оценку случайных погрешностей. Сделать выводы.

Задание 3. Определить объем тела цилиндрической формы.

1. Вычислить объем цилиндра по формуле $V = \dfrac{\pi d^2 h}{4}$.

Использовать средние значения высоты и диаметра цилиндра, полученные при выполнении заданий 1 и 2.

2. Получить формулу для расчета относительной и абсолютной погрешности определения объема цилиндра.

3. Вычислить относительную и абсолютную погрешности определения объема тела цилиндрической формы.

Таблица 7

Результаты измерения объема тела цилиндрической формы

d, м	ε_d, %	h, м	ε_h, %	V, м^3	ε_V, %	ΔV, м^3	$V \pm \Delta V$, м^3

4. Сделать выводы. Сравнить вклад погрешностей прямых измерений в погрешность определения объема цилиндра.

Задание 4. Определить линейные размеры цилиндра с помощью микрометра.

1. Проверить установку нуля микрометра (если он сбит, оценить систематическую погрешность. Если она больше 0,01, то ввести поправку на окончательный результат).

2. Занести данные о рабочем инструменте в тетрадь (длина масштаба, цена деления масштаба, количество делений нониуса, точность нониуса, класс точности прибора, допускаемая погрешность).

3. Измерить длину цилиндра с помощью микрометра. Измерения повторить 5 раз. Результаты представить в виде таблицы.

4. Если результаты повторных измерений не совпадают в данной выборке из пяти опытов, то следует оценить распределение их вероятностей. Для этого нужно построить гистограмму.

5. Провести оценку случайных погрешностей, полученных при многократных измерениях длины цилиндра.

6. Сделать выводы. Сравнить доверительные интервалы (границы) при измерении одной и той же физической величины (длины) инструментами различной точности.

7. Ответить на контрольные вопросы.

Контрольные вопросы

1. Выведите формулу для вычисления абсолютной погрешности физических величин: $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{J}{mgd}}$; $R = \rho\dfrac{l}{\pi r^2}$.

2. Выведите формулу для вычисления абсолютной погрешности для функций $f = 5y\sin 2x$; $f = 3x^2e^{-y}$; $f = e^{-2x}\sin 4y$; $f = \sqrt{2x^2} + 4y^3$.

3. Как оценить абсолютную погрешность табличных данных? Как оценить абсолютную погрешность констант?

4. Чему равна абсолютная погрешность, если используется значение следующих констант:

– универсальной газовой постоянной R = 8,31 Дж/(моль · К);

– числа Авогадро N_A = 6,02·10^{23} моль$^{-1}$;

– постоянной Планка h = 6,63·10^{-34} Дж · с;

– ускорения свободного падения g = 9,807 м/с^2;

– числа π ≈ 3,142?

5. Каково устройство и принцип действия штангенциркуля, микрометра?

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Брюховец, А. А. Метрология : учеб. / А. А. Брюховец, О. Ф. Вячеславова, Д. Д. Грибанов [и др.]. – М. : Форум, 2011. – 464 с.

2. Гвоздев, В. Д. Прикладная метрология: Точность измерений : учеб. пособие / В. Д. Гвоздев. – М. : МИИТ, 2011. – 72 с.

3. ГОСТ 8.009–84. Нормируемые метрологические характеристики средств измерений.

4. ГОСТ 8.401–80. ГСИ. Классы точности средств измерений. Общие требования.

5. ГОСТ Р 50-77-88. ЕСКД. Правила построения диаграмм.

6. ГОСТ Р 8.000–2000. Государственная система обеспечения единства измерений. Основные положения.

7. ГОСТ Р 8.563–96. ГСИ. Методики выполнения измерений.

8. ГОСТ Р 8.736–2011. Измерения прямые многократные. Методы обработки результатов измерений. Основные положения.

9. Димов, Ю. В. Метрология, стандартизация и сертификация : учеб. для вузов / Ю. В. Димов. – СПб. : Питер, 2010. – 464 с.

10. Зайдель, А. Н. Ошибки измерений физических величин / А. Н Зайдель. – СПб. : Лань, 2005. – 112 с.

11. Крылова, Г. Д. Основы стандартизации, сертификации, метрологии : учеб. для вузов / Г. Д. Крылова. – М. : ЮНИТИ-ДАНА, 2007. – 671 с.

12. Лабораторные занятия по физике / Л. Л. Гольдин, Ф. Ф. Игошин, С. М. Козел [и др.]. – М. : Наука, 1983. – 704 с.

13. Лабораторный практикум по общей физике : в 3 т. Т. 1. Механика / под ред. А. Д. Гладуна. – М. : МФТИ, 2004. – 316 с.

14. МИ 1317–2004. Государственная система обеспечения единства измерений. Результаты и характеристики погрешности измерений. Формы представления. Способы использования при испытаниях образцов продукции и контроле их параметров : утв. ФГУП ВНИИМС 20.12.2004.

15. Плуталов, В. Н. Метрология и техническое регулирование : учеб. пособие для вузов / В. Н. Плуталов. – М. : МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2011. – 416 с.

16. Пронкин, Н. С. Основы метрологии: практикум по метрологии и измерениям : учеб. пособие для вузов / Н. С. Пронкин. – М. : Логос ; Университетская книга, 2007. – 392 с.

17. Соловьев, В. А. Руководство к лабораторным работам по физике : учеб. пособие / В. А. Соловьев, В. Е. Яхонтова. – 2-е изд., доп. и перераб. – СПб. : СПбГУ, 1997. – 338 с.

18. Старовиков, М. И. Введение в экспериментальную физику : учеб. пособие / М. И. Старовиков. – СПб. : Лань, 2008. – 240 с.

19. Тейлор, Дж. Введение в теорию ошибок / Дж. Тейлор. – М. : Мир, 1985. – 272 с.

РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

Основная

1. Зайдель, А. Н. Ошибки измерений физических величин / А. Н Зайдель. – СПб. : Лань, 2005. – 112 с.

2. Тейлор, Дж. Введение в теорию ошибок / Дж. Тейлор. – М. : Мир, 1985. – 272 с.

Дополнительная

3. Брюховец, А. А. Метрология : учеб. / А. А. Брюховец, О. Ф. Вячеславова, Д. Д. Грибанов [и др.]. – М. : Форум, 2011. – 464 с.

4. ГОСТ Р 8.000–2000. Государственная система обеспечения единства измерений. Основные положения.

5. Лабораторные занятия по физике / Л. Л. Гольдин, Ф. Ф. Игошин, С. М. Козел [и др.]. – М. : Наука, 1983. – 704 с.

Аналоговые приборы

Частотомер

Вольтметр

Акселерометр

Авиационные часы

Радиовысотомер (альтиметр)

Указатель курса

Указатель числа Маха

Авиагоризонт (индикатор)

Индикатор вариометра

Указатель воздушной скорости

Указатель перепада высоты и давления

Указатель скорости и угла сноса (ДИСС)

Индикатор висения и малых высот (ДИСС)

Указатель углов атаки и перегрузок

Указатель углов атаки и перегрузок

Индикатор тахометра

Указатель уровня топлива

Указатель уровня топлива

Индикатор давления

Трехстрелочный индикатор

Указатель температуры

Комбинированный указатель скорости

Приложение 2

Образец оформления титульного листа лабораторной работы

МИНИСТЕРСТВО ТРАНСПОРТА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

«УЛЬЯНОВСКОЕ ВЫСШЕЕ АВИАЦИОННОЕ УЧИЛИЩЕ ГРАЖДАНСКОЙ АВИАЦИИ (ИНСТИТУТ)»

Факультет ____

Кафедра естественнонаучных дисциплин

Учебная группа________

Курсант ___________________________________

(ФИО)

ОТЧЕТ

по лабораторной работе № ___

____

(название работы)

К работе допущен ___________________

Работа выполнена ___________________

Работа зачтена ___________________

Ульяновск 2016

Приложение 3

Q-критерий (таблица коэффициентов)

Для исключения из выборки экспериментальных результатов грубых промахов может быть использован Q-критерий (рекомендуется применять при 11 или большем количестве результатов).

Для этого следует выполнить следующие действия:

1. Провести ранжирование результатов наблюдений, т. е. расположить их в порядке возрастания $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n$.

2. Найти размах данной серии результатов, т. е. разность между наибольшим и наименьшим значениями данной серии:

$$R = x_N - x_1.$$

3. Вычислить коэффициенты:

$$Q_T = \frac{x_2 - x_n}{R} = \frac{x_2 - x_1}{x_N - x_1}, \qquad Q_N = \frac{x_N - x_{N-1}}{R} = \frac{x_N - x_{N-1}}{x_N - x_1}.$$

4. Исключить из выборки экспериментальных результатов те результаты, которые превышают соответствующее данному количеству измерений значение коэффициента Q_T (значения коэффициентов приведены в таблице).

5. Если два крайних левых или два правых результата в ранжированном списке оказались одинаковыми, произвести расчет других коэффициентов и сравнить их со значением из таблицы:

$$Q_{T^э} = \frac{x_3 - x_n}{R} = \frac{x_3 - x_1}{x_N - x_1}, \qquad Q_{N^э} = \frac{x_N - x_{N-2}}{R} = \frac{x_N - x_{N-2}}{x_N - x_1}.$$

6. Провести с исправленной выборкой обработку результатов по методу Стьюдента.

Таблица коэффициентов (Q-критерий)

Число измерений	Доверительная вероятность P = 0,95		
	Q_T	$t_{p.n}$	$Q_{T'}$
3	0,941	4,30	1,000
4	0,765	3,18	0,967
5	0,642	2,78	0,845
6	0,560	2,57	0,736
7	0,507	2,45	0,661
8	0,468	2,37	0,607
9	0,437	2,31	0,565
10	0,412	2,26	0,531
11	0,392	2,23	0,504
12	0,376	2,20	0,481

Приложение 4

Значения коэффициентов Стьюдента $t_{p,n}$ для различных значений доверительной вероятности P и числа измерений n

n \ P	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	0,95	0,99	0,999
2	1,00	1,37	1,63	2,08	6,3	12,7	64	637
3	0,82	1,06	1,36	1,89	2,92	4,3	9,9	32
4	0,77	0,98	1,25	1,64	2,35	3,2	5,8	12,9
5	0,74	0,94	1,19	1,53	2,13	2,77	4,6	8,6
6	0,73	0,92	1,16	1,48	2,02	2,57	4,0	6,9
7	0,72	0,91	1,13	1,44	1,94	2,45	3,7	6,0
8	0,71	0,90	1,12	1,42	1,90	2,36	3,5	5,4
9	0,71	0,89	1,11	1,40	1,86	2,31	3,4	5,0
10	0,70	0,88	1,11	1,38	1,83	2,26	3,3	4,8
11	0,70	0,88	1,09	1,37	1,81	2,23	3,2	4,6
12	0,70	0,88	1,09	1,36	1,80	2,20	3,1	4,5
13	0,70	0,87	1,08	1,36	1,78	2,18	3,1	4,3
14	0,69	0,87	1,08	1,35	1,77	2,16	3,0	4,2
15	0,69	0,87	1,08	1,35	1,76	2,14	3,0	4,1
20	0,69	0,86	1,07	1,33	1,73	2,09	2,9	3,9
$\propto$	0,67	0,84	1,04	1,28	1,65	1,96	2,6	3,3

Приложение 5

Правила округления при обработке результатов измерений

1. Стандартный вид числа. Результаты физического эксперимента следует представлять в стандартной форме. В этом случае запятую ставят сразу после отличной от нуля цифры, а число умножают на десять в соответствующей степени, т. е. первую цифру числа ставят в разряд единиц, а остальные – в десятичные разряды после запятой. Полученное число умножается на 10^N, где N – соответствующее положительное или отрицательное число. Нули, стоящие в начале или конце числа, как правило, не записывают. Подобная запись упрощает вычисления, особенно в случае формул, удобных для логарифмирования.

Пример 1. $G = 6{,}67\cdot10^{-11}$ Н·м^2/кг^2.

$0{,}00435 = 4{,}35\cdot10^{-3}$ и $234000 = 2{,}34\cdot10^5$.

2. Точные числа. Точными числами являются:

– некоторые числовые коэффициенты и показатели степени в формулах;

– коэффициенты, выражающие кратность и дольность единиц измерения;

– числа, обозначающие цены, тарифы, масштабы;

– числа, заданные определениями, и т. д.

Например, точными являются коэффициент $\frac{4}{3}$ и показатель степени 3 в формуле объема шара $V = \frac{4}{3}\pi R^3$; коэффициенты 100 и $\frac{1}{60}$ в равенствах 5 м = 5 · 100 см; 3 мин = 3 · $\frac{1}{60}$ ·1/60 часа; число 2 в химической формуле воды H_2O; точка кипения воды (при нормальном давлении) t = 100 °C; показатель преломления вакуума $n = 1$ и т. д.

Если значение физической величины записано без абсолютной погрешности (как, например, в условиях физических задач), то это означает, что данная величина задана с точностью до ±1 в последнем разряде. Например, если числа представляют собой длину в миллиметрах, то это означает, что длина известна со следующей точностью:

Результат L	Известен с точностью до…
7000 мм	1 мм
$700 \cdot 10^1$ мм	1 см
$7 \cdot 10^3$ мм	1 м
$0{,}7 \cdot 10^4$ мм	1 м
$0{,}07 \cdot 10^5$ мм	1 м

В физических справочниках и математических таблицах значения величин указываются верными цифрами, поэтому при использовании значения физической величины из таблицы ее абсолютная погрешность не превышает половины единицы последнего разряда в записи числа. Цифры, не являющиеся верными, называют сомнительными.

3. Приближенные значения чисел. В эксперименте мы имеем дело с приближенными числами. К приближенным числам относятся результаты измерений различных величин, округленные значения точных чисел, табличные значения математических, физических, химических величин и др. При использовании микрокалькулятора результат вычислений может выражаться большим количеством десятичных знаков (восемью, десятью и т. д.), чем исходные данные. При этом запись результата вычислений с избыточным количеством разрядов на табло калькулятора является грубой ошибкой.

Согласно правилу округления, если первая из отбрасываемых при округлении цифр меньше 5, то последняя цифра из оставляемых в округляемом числе не изменяется:

8,337 (округлить до десятых) $\approx$ 8,3;

833,438 (округлить до целых) $\approx$ 833;

0,27375 (округлить до сотых) $\approx$ 0,27.

Если первая из отбрасываемых цифр больше или равна 5, последняя из оставляемых цифр увеличивается на 1:

8,3361 (округлить до сотых) $\approx$ 8,34;

0,2510 (округлить до десятых) $\approx$ 0,3;

271,915 (округлить до целых) $\approx$ 272.

Значащие цифры – все цифры числа (в том числе и нули, если они не расположены в начале числа), кроме нулей, стоящих левее первой, отличной от нуля цифры, и нулей, которые поставлены вместо неизвестных или отброшенных цифр. Значащими цифрами в приближенном числе называются все цифры кроме нулей в начале числа.

Пример 2.

Число	Количество значащих цифр
7000	4
700	3
$7 \cdot 10^3$	1
$0,7 \cdot 10^4$	1

Число	Количество значащих цифр
$0{,}07 \cdot 10^5$	1
3,1416	5
0,017	2
0,0172	3
$6{,}023 \cdot 10^{23}$	4
0,00807	3
15,2	3
15,200	5
1800	4

Приближенные числа, полученные в результате измерений и вычислений, могут содержать разное количество значащих цифр, среди которых есть верные, сомнительные и неверные цифры.

При сложении и вычитании приближенных чисел выявляется слагаемое, последняя значащая цифра которого имеет наивысший разряд. В полученном результате последняя верная цифра после округления должна иметь тот же разряд (например, $235 + 724{,}8 + 2{,}77 = 962{,}57 \approx 963$).

При сложении и вычитании приближенных чисел в результате сохраняют столько десятичных знаков, сколько их в приближенном числе с наименьшим числом десятичных знаков (например, $32{,}1 + 7{,}65 - 0{,}99 = 38{,}76 \approx 38{,}8$).

При умножении, делении приближенных чисел в полученном результате можно считать верными столько значащих цифр, сколько их содержится в числе, имеющем наименьшее их количество (например, $6{,}824 \cdot 0{,}07 = 0{,}47768 \approx 0{,}5$).

При возведении в степень в результате сохраняют столько значащих цифр, сколько имеет подкоренное приближенное число (например, $23{,}45^2 = 549{,}9025 \approx$ $\approx 549{,}9$).

При извлечении корня в результате сохраняют столько значащих цифр, сколько их имеет подкоренное приближенное число (например, $\sqrt{5{,}79} = 2{,}4062 \approx$ $\approx 2{,}41$).

При нахождении логарифма приближенного числа в мантиссе логарифма следует сохранить столько значащих цифр, сколько их имеет само приближенное число (например, $\lg 65{,}4 = 1{,}8156 \approx 1{,}816$).

Правила округления результатов измерений. При умножении и делении относительная погрешность результата определяется относительными погрешностями исходных чисел (а значит числом верных знаков в них) и, следовательно, не может быть меньше, чем относительная погрешность наименее точного сомножителя.

При умножении или делении на точное число относительная погрешность результата равна относительной погрешности приближенного числа, в результате сохраняют столько же знаков, сколько их было в приближенном числе.

Для уменьшения вычислительных погрешностей во всех промежуточных расчетах при обработке результатов следует удерживать один-два лишних знака. Последний верный разряд в приближенном числе связан с абсолютной погрешностью. Относительная погрешность связана с числом верных знаков в нем.

Сначала округляется погрешность результата измерения. Две значащие цифры в погрешности оценки измеряемой величины сохраняют:

а) при точных измерениях;

б) если первая значащая цифра 1, 2 или 3. В остальных случаях погрешность округляется до одной значащей цифры (например, 8,27 ≈ 9; 0,237 ≈ 0,24; 0,0862 ≈ 0,09).

Результаты измерения согласовывают с точностью погрешности, т. е. числовое значение оценки измеряемой величины должно оканчиваться цифрой того же разряда, что и значение погрешности.

Пример 3.

L = 4,45 ± 0,4 (неверно),	4,5 ± 0,4 (верно);
L = 6,8 ± 0,03 (неверно),	6,80 ± 0,03 (верно);
L = 705,8 ± 70 (неверно),	710 ± 70 (верно);
L = 5,714 ± 0,154 (неверно),	L = 5,71 ± 0,15 (верно);
243,871 ± 2,6 (неверно),	243,9 ± 2,6 (верно);
1053 ± 47 (неверно),	1050 ± 50 (верно);
23,56 ± 0,04 (верно),	1,450 ± 0,007 (верно).

Приложение 6

Контрольное задание по обработке прямых измерений по выборке из пяти измерений

Номер варианта	Номер измерения				
	1	2	3	4	5
1	2,675	2,681	2,671	2,687	2,670
2	34,83	34,86	34,88	34,89	34,89
3	1,516	1,515	1,518	1,514	1,524
4	305,1	306,9	305,2	304,6	305,3
5	123,20	123,59	123,27	123,00	123,83
6	3,685	3,667	3,669	3,663	3,661
7	1,343	1,355	1,337	1,342	1,353
8	2,831	2,833	2,823	2,836	2,839
9	6,9	6,8	7,0	6,9	7,2
10	924	912	916	922	918
11	32,6	32,0	32,2	32,9	32,4
12	7,135	7,148	7,142	7,144	7,141
13	12,26	12,27	12,32	12,24	12,34
14	10,292	10,284	10,269	10,352	10,160
15	4,257	4,244	4,251	4,246	4,255
16	10,3	11,1	11,8	10,7	10,8

Приложение 7

Физические постоянные

Постоянная Авогадро	$N_A = 6{,}022045 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$
Постоянная Больцмана	$k = 1{,}3807 \cdot 10^{-23}$ Дж/К
Универсальная газовая постоянная	$R = 8{,}31441$ Дж/(моль · К)
Элементарный электрический заряд	$e = 1{,}6021892 \cdot 10^{-19}$ Кл
Электрическая постоянная	$\varepsilon_0 = 8{,}85418782 \cdot 10^{-12}$ Ф/м
Магнитная постоянная	$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м
Скорость света в вакууме	$c = 299\,792\,458$ м/с
Постоянная Планка	$h = 6{,}626176 \cdot 10^{-34}$ Дж · с $= 4{,}136 \cdot 10^{-15}$ эВ · с
	$\hbar = 1{,}0545887 \cdot 10^{-34}$ Дж · с $= 6{,}59 \cdot 10^{-16}$ эВ · с
Масса покоя электрона	$m_e = 9{,}109534 \cdot 10^{-31}$ кг = $= 5{,}4858026 \cdot 10^{-4}$ а. е. м.
Масса покоя протона	$m_p = 1{,}6726485 \cdot 10^{-27}$ кг = $= 1{,}0072776470$ а. е. м.
Масса покоя нейтрона	$m_n = 1{,}6749543 \cdot 10^{-27}$ кг = $= 1{,}008665012$ а. е. м.
Постоянная Фарадея	$F = N_A \cdot e = 9{,}648456 \cdot 10^{4}$ Кл/моль
Постоянная Стефана-Больцмана	$\sigma = 5{,}67032 \cdot 10^{-8}$ Вт/(м^2 · К^4)
Постоянная Вина	$b = 0{,}00289782$ м · К
Постоянная Ридберга	$R_\infty = 10973731{,}77$ м$^{-1}$

Приложение 8

Приставки для образования десятичных кратных и дольных единиц

Кратные			Дольные		
Приставка	Обозначение	Множитель	Приставка	Обозначение	Множитель
экса	Э	10^{18}	атто	а	10^{-18}
пета	П	10^{15}	фемто	ф	10^{-15}
тера	Т	10^{12}	пико	п	10^{-12}
гига	Г	10^{9}	нано	н	10^{-9}
мега	М	10^{6}	микро	мк	10^{-6}
кило	к	10^{3}	милли	м	10^{-3}
гекто	г	10^{2}	санти	с	10^{-2}
дека	да	10^{1}	деци	д	10^{-1}

Приложение 9

Системы измерения

В настоящее время используют две системы единиц измерения: международную систему СИ и Гауссову систему (СГС). Единая международная система единиц измерения СИ была принята в 1960 году XI Генеральной конференцией по мерам и весам. На территории России система СИ применяется с 1 января 1982 года.

В физике рекомендуется использовать международную систему СИ. В таблице приведены семь основных физических величин (для каждой разработан эталон) и единицы их измерения.

Основные физические величины системы СИ

Величина	Единица измерения		Обозначение	
	русское название	международное название	русское	международное
Длина	метр	metre (meter)	м	m
Масса	килограмм	kilogram	кг	kg
Время	секунда	second	с	s
Сила тока	ампер	ampere	А	A
Термодинамическая температура	кельвин	kelvin	К	K
Сила света	кандела	candela	кд	cd
Количество вещества	моль	mole	моль	mol

Приложение 10

Работа с табличным процессором Microsoft Excel

Программа Microsoft Excel является эффективным средством хранения и обработки данных в табличной форме и представления данных в виде диаграмм [18].

1. Запуск и закрытие программы MS Excel

Если на рабочем столе значок MS Excel отсутствует, следует щелкнуть по кнопке Пуск. В результате раскрывается главное меню. После этого необходимо навести указатель на строку Программы, в появившемся подменю выбрать программу Microsoft Excel щелчком мыши.

Перед выходом из программы следует сохранить в памяти компьютера результаты работы.

Вид окна программы Microsoft Excel представлен на рис. 1.

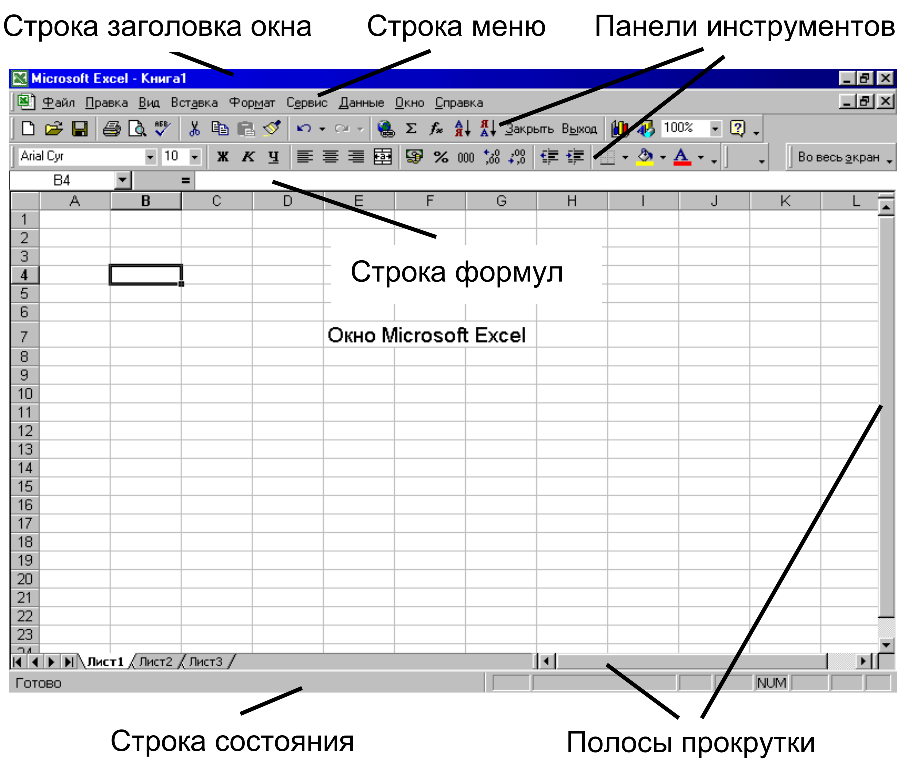


Рис. 1

2. Создание папки и сохранение в ней файла

Рабочая книга сохраняется после начала работы в MS Excel, например, после того, как был записан заголовок на рабочем листе. Следует нажать кнопку Файл, в открывшемся меню выбрать строку Сохранить как. Появится диалоговое окно (рис. 2), которое позволяет создать папку и присвоить ей имя. После нажатия кнопки Создать папку, расположенной в верхней части окна Сохранение документа, появляется диалоговое окно Создание папки, в котором название папки вводится в поле Имя. После нажатия кнопки ОК новая папка будет создана и автоматически открыта.

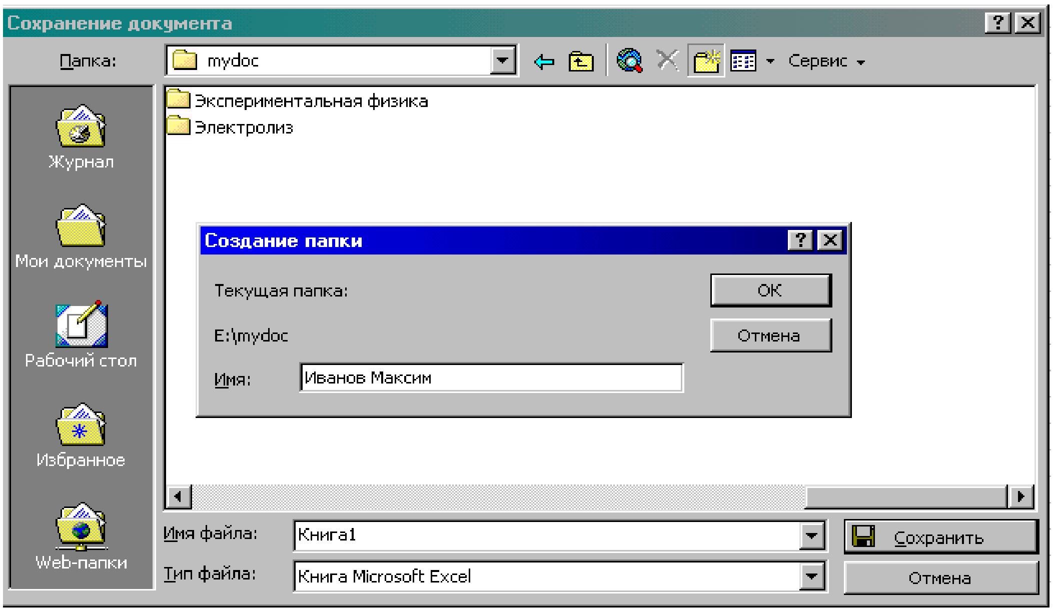


Рис. 2

Для автосохранения в строке Сервис следует щелкнуть по кнопке Надстройки и в появившемся диалоговом окне установить флажок у надписи Автосохранение. Перед очередным сохранением рабочей книги выводится окно с запросом о необходимости сохранения файла. В этом окне следует нажать кнопку Да.

Записать имя сохраняемого файла можно в поле Имя файла диалогового окна Сохранение документа.

Для каждой учебной задачи следует создавать отдельный файл. Можно размещать их в одной и той же книге MS Excel на разных листах.

3. Открытие файла

После запуска программы MS Excel необходимо щелкнуть по кнопке Открыть или выбрать соответствующую строку в меню Файл. Появится диалоговое окно, аналогичное тому, которое показано на рис. 2. Двойным щелчком мышки следует открыть требуемую папку. С помощью мышки выбрать открываемый файл, нажать кнопку Открыть.

4. Ввод текста и числовых данных

Одна из ячеек на рабочем листе всегда является текущей. Текущая ячейка обведена широкой рамкой, а ее номер и содержимое отображаются в строке формул. В текущую ячейку вводится текст или число. Для того, чтобы сделать ячейку текущей, необходимо щелкнуть по ней мышкой. После этого в ячейку записываются данные. Закончить ввод можно нажатием клавиши [Enter] или щелчком мышкой по другой ячейке.

Иногда возникает потребность изменить уже введенные текст или число. Сделать это можно одним из следующих способов:

– выполнить двойной щелчок мышью по ячейке;

– щелкнуть по ячейке мышкой, а затем нажать клавишу [F2] на клавиатуре;

– щелкнуть по ячейке и с помощью мышки поместить курсор в строку формул (см. рис. 1).

После этого в ячейке производятся все необходимые изменения.

5. Форматирование записей в ячейках

Для изменения формата данных в ячейке следует щелкнуть по ней правой кнопкой мышки и в появившемся контекстном меню выбрать пункт Формат ячеек. На вкладке Число в списке Числовые форматы имеется большой выбор форматов. Для обработки экспериментальных данных наиболее подходящими являются числовой и экспоненциальный форматы. В записи числа необходимое число знаков после запятой устанавливается в поле Число десятичных знаков.

Буквы греческого алфавита можно получить, если на вкладке Шрифт в списке Шрифт выбрать Symbol.

Форматировать можно не только одну ячейку, но также отдельные знаки в ячейке или группу ячеек. Для этого знаки или группу ячеек надо сначала выделить, а затем, поместив на них указатель мышки, вызвать диалоговое окно Формат ячеек. С помощью диалогового окна Формат ячеек можно также провести границы у одной ячейки или группы ячеек линиями того или иного типа, цвета и толщины.

6. Вычисления по формулам

Программа MS Excel рассматривает содержимое ячейки как формулу, если оно начинается со знака равенства (=). Таким образом, чтобы начать ввод формулы в ячейку, необходимо нажать клавишу [=].

Исходные данные для вычислений непосредственно вводятся в формулу в виде числа либо берутся из другой ячейки. В последнем случае в формуле указывается адрес этой ячейки. Ссылку на ячейку можно записать с помощью клавиатуры или щелкнуть мышкой по этой ячейке. Ввод формулы заканчивается нажатием клавиши [Enter].

В тех случаях, когда предполагается выполнение многократных вычислений по формуле при изменении (варьировании) входящих в нее величин или производятся вычисления по многим формулам, в которые входят одни и те же величины, использование в формулах ссылок на ячейки вместо чисел является предпочтительным.

На рис. 3 показан пример вычислений с помощью формул, содержащих ссылки на ячейки. Формула для вычисления скорости, находящаяся в ячейке C10, «открыта» (по этой ячейке выполнен двойной щелчок мышью). Если в ячейках C6 или C7 изменить значение времени или ускорения, то после нажатия клавиши [Enter] величины скорости и пути будут автоматически пересчитаны.

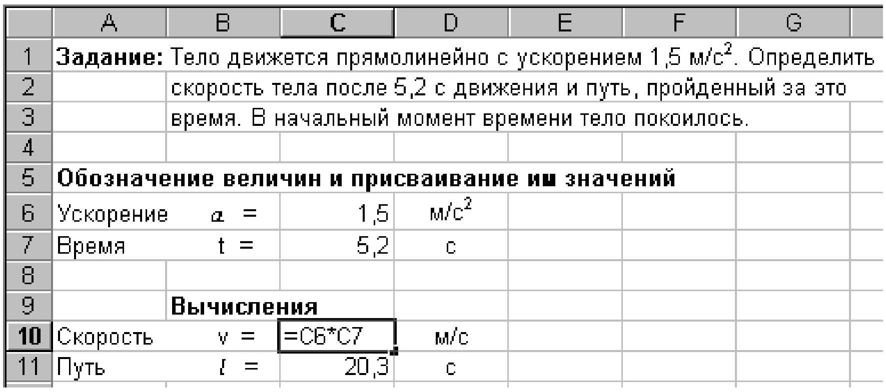


Рис. 3

MS Excel позволяет использовать в формулах стандартные функции. Для вставки стандартной функции в формулу удобно воспользоваться диалоговым окном Мастер функций (рис. 4). Это окно вызывается нажатием кнопки Вставка функции, расположенной на панели инструментов, или выбором строки Функция в меню Вставка. В списке Категория выбирается та категория, к которой относится нужная функция, а в списке Функция – конкретная функция.

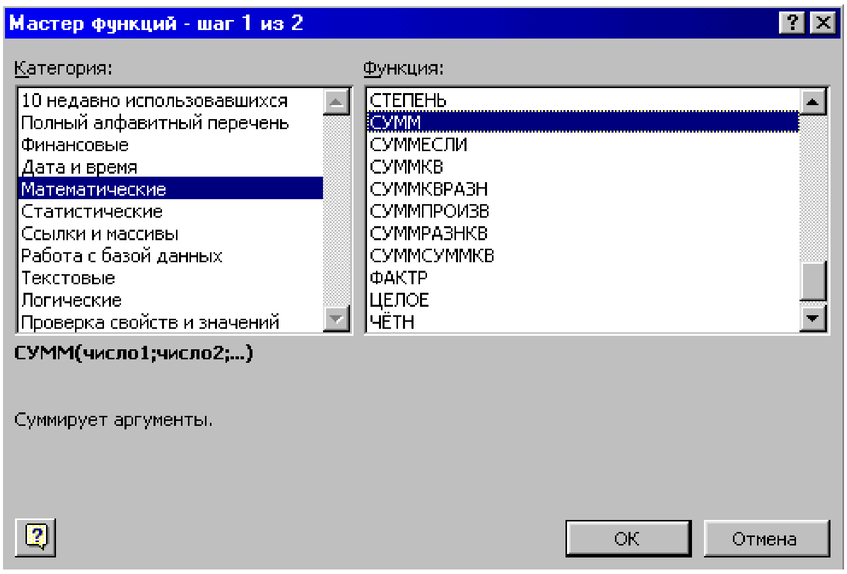


Рис. 4

После выбора функции двойным щелчком мышки или одинарным щелчком и нажатием кнопки ОК появляется окно, позволяющее ввести аргументы функции (рис. 5). В верхней части этого окна размещаются поля, предназначенные для ввода аргументов, а в нижней части располагается справочная информация. Здесь приводятся краткие сведения о функции и аргументах. Если аргумент указан полужирным шрифтом, он является обязательным, а если обычным шрифтом, его можно опустить.

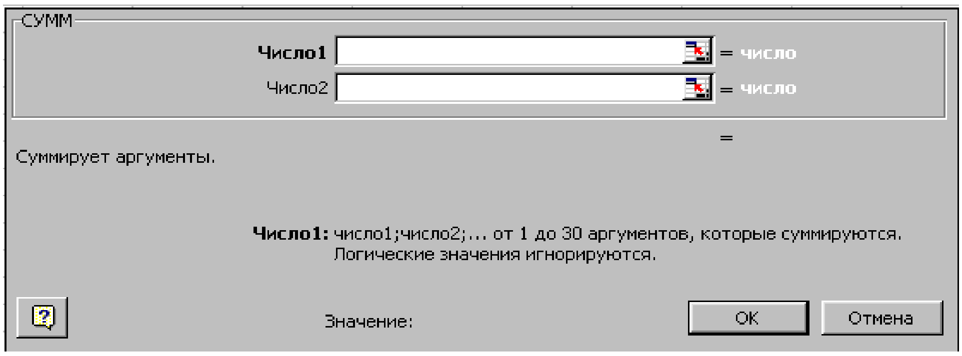


Рис. 5

Задавать аргументы функции можно в числовом виде или как ссылки на ячейки (вручную или щелчком мышки по соответствующей ячейке).

7. Заполнение таблиц

Программа MS Excel содержит эффективные средства для автоматизации ввода данных в таблицы, их преобразования и анализа.

Часто в первом столбце таблицы указывается номер строки. Если строк много, можно воспользоваться инструментом Автозаполнение.

Чтобы ввести произвольное целое число, например 1, в ячейку, следует нажать клавишу [Enter]. Затем можно ввести в соседнюю ячейку другое число, например 2. Чтобы выделить блок из этих ячеек, необходимо навести указатель мышки на одну из двух ячеек, нажать левую кнопку мышки и, не отпуская кнопки, перемещать указатель в направлении второй ячейки. При этом вторая ячейка изменит цвет. Затем поместить указатель мышки в левый нижний угол выделенного блока ячеек, где он примет форму маленького креста (маркера заполнения) (рис. 6). Вновь нажать левую кнопку мышки и, не отпуская ее, перемещать указатель по столбцу вниз. Произойдет заполнение столбца натуральным рядом чисел.

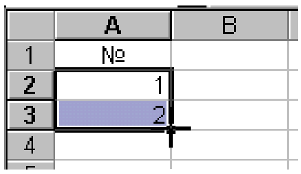


Рис. 6

Путем автозаполнения можно заполнять не только нижние, но и верхние ячейки столбца, можно осуществлять автозаполнение по строкам, использовать дробные числа, интервал между числами в соседних ячейках, можно выбирать произвольно и т. д. При нажатии кнопки Отменить осуществляется возврат рабочего листа к виду, предшествующему последнему изменению.

В MS Excel легко выполняются многократные вычисления по формулам с представлением результатов в табличной форме.

Пример. Рассмотрим эти возможности на примере задачи, формулировка которой приводится на рис. 7.

	A	B	C	D	E	F	G
1	**Задание:**	тело движется с ускорением 1,5 м/с^2 из состояния покоя.					
2		Требуется определить значения скорости и пройденного пути					
3		в интервале времени от 0 до 1 с через каждые 0,1 с.					
4							
5	**Обозначение величин и присваивание им значений**						
6	Ускорение		a =	1,5	м/с^2		
7	Промежуток времени		Δt =	0,1	с		
8							
9		**Таблица данных**					
10	№	t, c	v, м/с	s, м			
11	1	0,1	0,15	0,0075			
12	2	0,2	0,30	0,0300			
13	3	0,3	0,45	0,0675			
14	4	0,4	0,60	0,1200			
15	5	0,5	0,75	0,1875			
16	6	=$D$7*A16		0,2700			
17	7	0,7	1,05	0,3675			
18	8	0,8	1,20	0,4800			
19	9	0,9	1,35	0,6075			
20	10	1	1,50	0,7500			

Рис. 7

Обозначим и присвоим значения величинам, которые потребуются при заполнении таблицы: a = 1,5 м/с^2, t = 0,1 с. Далее заполним шапку таблицы, т. е. введем все заголовки столбцов с указанием единиц измерения физических величин.

Первый столбец, в котором записаны номера строк таблицы, заполним с использованием приема автозаполнения, описанного выше.

Введем в верхнюю ячейку второго столбца (т. е. в ячейку B11) формулу =$D$7*A11. Эта формула содержит ссылки на ячейки D7 и A11, соединенные знаком умножения (*). Перед обозначением столбца D и строки 7 записаны знаки $. После нажатия клавиши [Enter] в ячейке B11 появится значение времени t = 0,1 с. При нажатой левой кнопке мышки протащим маркер заполнения вниз до конца столбца. В результате получим ряд значений времени, для которых требуется вычислить скорость и ускорение тела.

При двойном щелчке мышкой по одной из ячеек заполненного столбца, например, по ячейке B16, в открывшейся формуле адрес ячейки, содержащей знаки $, останется тем же самым, что был записан в верхней ячейке столбца.

Адрес, записанный с использованием знаков $, не изменяющийся при копировании формулы из ячейки в ячейку, называется абсолютным. Адрес другой ячейки, напротив, изменяется при копировании формулы в другие ячейки. При этом можно заметить, что в пределах всего столбца этот адрес является ссылкой на соседнюю ячейку, находящуюся слева от той ячейки, в которой записана формула. Такого рода адресация называется относительной.

Возможны ситуации, когда требуется задать абсолютным обозначение столбца и относительным – строки, или наоборот. Ссылка на ячейку, например, A1 может быть записана в формуле четырьмя способами: A1, $A1, A$1, $A$1. Относительной является только та часть адреса, перед которой нет символа $. Если ссылка на ячейку внесена в формулу методом щелчка по соответствующей ячейке, выбрать один из четырех возможных вариантов абсолютной и относительной адресации удобнее всего нажатием клавиши [F4].

Запишем в первую строку третьего столбца таблицы данных формулу =$D$6*B11 для вычисления скорости, а в первую строку четвертого столбца формулу =($D$6*(B11)^(2))/2 для вычисления пути. Заполним оба столбца по отдельности или одновременно при помощи маркера заполнения. Таким образом, получим таблицу данных в соответствии с требованием задачи.

Следует обратить внимание на то, что при изменении параметров t или a пересчитываются все данные в таблице. Выделив нижнюю строку таблицы, при помощи маркера заполнения ее можно продлить вниз, практически неограниченно увеличивая число строк. Максимальное число строк в таблице MS Excel составляет 65 536.

8. Создание диаграмм

При выполнении физического эксперимента полученные данные представляются и анализируются, как правило, с использованием графиков. Программа MS Excel является удобным инструментом для создания диаграмм.

Построению диаграммы должно предшествовать заполнение таблицы, из которой берутся данные для построения графика.

Приемы построения диаграмм и обработки данных с их помощью рассмотрим на примере задачи, приведенной на рис. 7. На том же листе, где расположена таблица данных, построим график зависимости пути, пройденного телом, от времени.

Алгоритм создания диаграммы:

1. Щелчком мыши необходимо сделать текущей ячейку, которая не граничит с таблицей данных или с какими-либо записями на рабочем листе.

2. Щелкнуть мышкой на кнопке Мастер диаграмм, расположенной на панели инструментов. Появится окно, показанное на рис. 8. Выбрать из списка Стандартные тип Точечная диаграмма. Вид диаграммы оставляют тот, который предлагает компьютер (точки никак не соединены между собой, этот вид выделен черным цветом).

3. Нажать кнопку Далее, Мастер диаграмм покажет новое окно, в котором следует выбрать вкладку Ряд. Далее следует нажать кнопку Добавить, в результате появится окно с тремя полями для записей (рис. 9). В поле Имя вписывается название ряда данных. Термин «ряд данных» в MS Excel обозначает совокупность значений аргумента (в нашем примере времени) и функции (в нашем примере пути). Надпись, которая выполняется в поле Имя, помещается программой MS Excel в элемент диаграммы, называемый легендой. Легенда служит для указания того, какого вида значки (точки) использовались при построении того или иного графика. Легенду следует помещать на диаграмму в том случае, когда на одной координатной плоскости расположено сразу несколько графиков. В нашем примере имеется лишь один ряд данных и, соответственно, график будет содержать лишь один ряд точек. Поле Имя оставляем без записи.

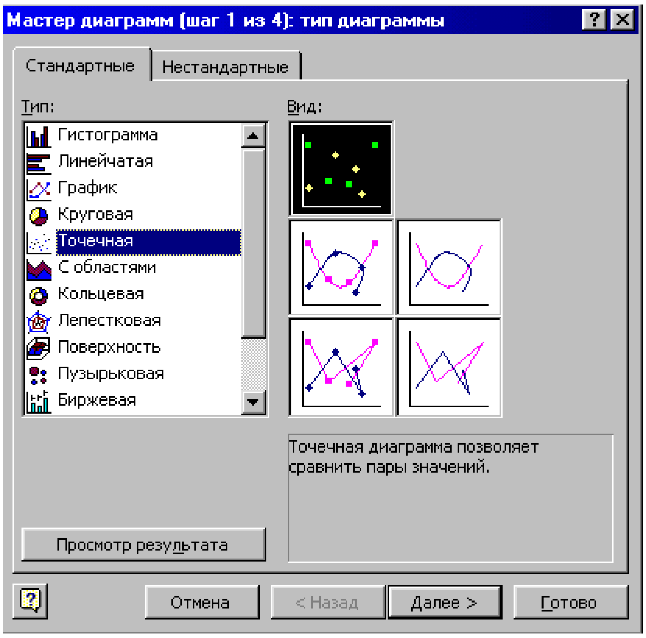


Рис. 8

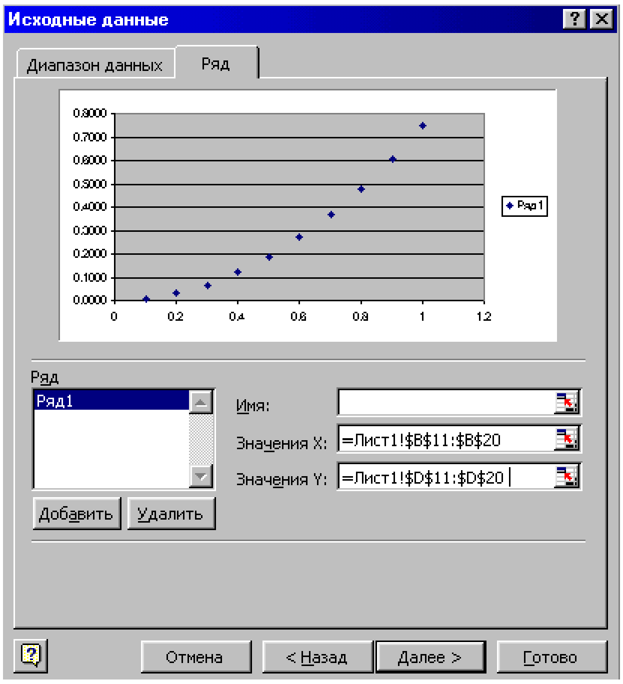


Рис. 9

В поле Значения X необходимо вписать адреса диапазона ячеек, содержащих все имеющиеся в таблице значения времени. Эта запись в данном случае имеет вид Лист1!$B$11:$B$20. Самый быстрый способ выполнить эту запись состоит в следующем. Щелчком мышки необходимо поместить курсор в поле Значения X.

Установить указатель мышки на ячейку B11, нажать левую клавишу и, не отпуская ее, протянуть вниз до конца столбца. После того как кнопка будет отпущена, в поле Значения X появится требуемая запись. Аналогично заполнить поле Значения Y (перед его заполнением необходимо удалить все записи, которые в нем содержатся). В результате выполненных действий окно приобретет вид, показанный на рис. 9.

4. После нажатия кнопки Далее появляется окно с несколькими вкладками (рис. 10). На вкладке Заголовки щелчком мыши заполнить поля Название диаграммы, Ось X (категорий), Ось Y (значений), как показано на рис. 10. Перейдя щелчком мышки на вкладку Линии сетки, установить флажок у надписи Ось X (категорий) Основные линии. На вкладке Легенда убрать флажок у надписи Добавить легенду. Вкладки Оси и Подписи данных в данном примере игнорировать.

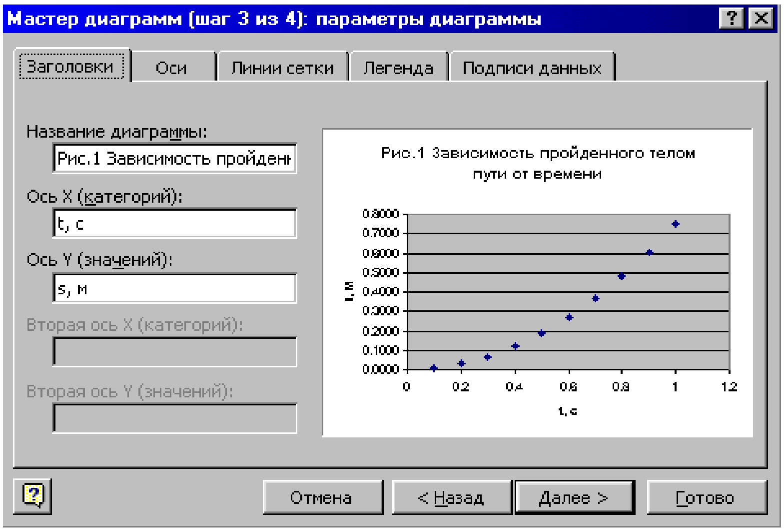


Рис. 10

5. После нажатия кнопки Далее появляется последнее окно мастера диаграмм, в котором по умолчанию предлагается поместить диаграмму на имеющемся рабочем листе. Нажать кнопку Готово. На рабочем листе появится диаграмма (рис. 11).

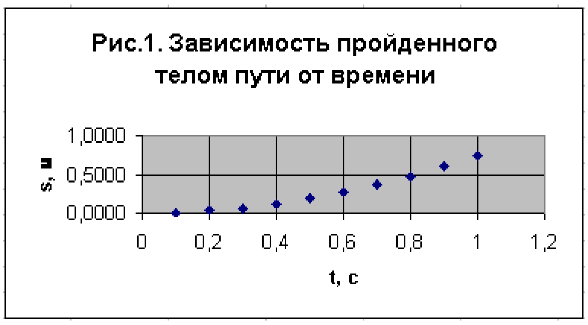


Рис. 11

Форматирование диаграммы производится в следующем порядке:

1. Необходимо установить указатель мышки на диаграмме в таком месте, чтобы появилась всплывающая подсказка (запись на желтом фоне) Область диаграммы. Щелкнуть правой кнопкой мышки, в появившемся контекстном меню выбрать пункт Формат области диаграммы. В диалоговом окне перейти на вкладку Шрифт, в списке Начертание выбрать Обычный, в списке Размер щелкнуть мышкой по числу 10. Кроме того, снять флажок у надписи Автомасштабирование. Нажать кнопку ОК или клавишу [Enter]. В результате шрифт всех надписей на диаграмме приобретет одинаковый размер (рис. 12). Кроме того, шрифт не будет меняться при изменении размеров диаграммы.

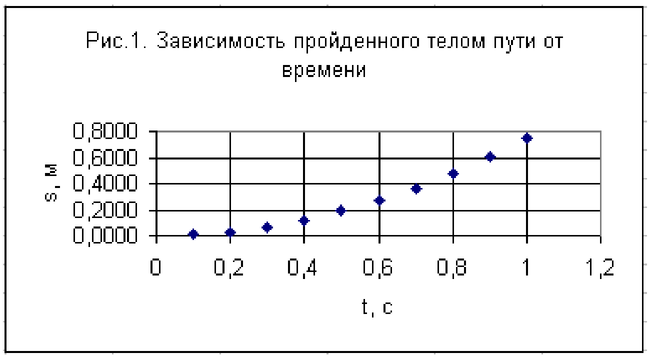


Рис. 12

2. Установить указатель мышки на координатной плоскости диаграммы, при этом появится всплывающая подсказка с надписью Область построения диаграммы. Щелкнуть правой кнопкой мышки, в появившемся контекстном меню выбрать строку Формат области построения. В разделе Заливка диалогового окна установить флажок у надписи Обычная. Результатом будет исчезновение серого фона на координатной плоскости (см. рис. 12).

3. Переместить подрисуночную подпись в нижнюю часть диаграммы, а координатную плоскость с точечным графиком – в верхнюю. Для этого следует навести указатель мышки на подрисуночную подпись. Появится всплывающая подсказка Заголовок диаграммы. Щелкнуть левой кнопкой мышки и переместить указатель мышки на границу рамки. При этом указатель примет форму стрелки. Нажать левую кнопку мыши и, не отпуская ее, перетащить подпись в нижнюю часть диаграммы.

Для перетаскивания координатной плоскости с графиком навести указатель мыши на координатную плоскость, при этом появится всплывающая подсказка Область построения диаграммы. Нажать левую кнопку мыши и, не отпуская ее, перемещать координатную плоскость вверх (рис. 13).

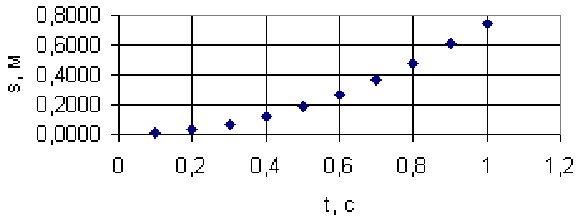


Рис.1. Зависимость пройденного телом пути от времени

Рис. 13

4. Далее поместить обозначения координатных осей у края соответствующих осей. Навести указатель мыши на обозначение оси «*t*, с». Щелкнуть левой кнопкой мышки, навести указатель на границу появившейся рамки так, чтобы указатель принял форму стрелки. Нажать левую кнопку мышки и переместить надпись в то место, где записано число 1,2. После этого отпустить кнопку мышки. Для того, чтобы число 1,2 сделать невидимым, щелкнуть по обозначению оси правой кнопкой мыши. В появившемся контекстном меню выбрать пункт Формат названия оси. На вкладке Вид появившегося диалогового окна в разделе Заливка выбрать Обычная. Нажать кнопку ОК или клавишу [Enter].

Щелкнуть правой кнопкой мышки по обозначению оси «*s*, м», выбрать в контекстном меню пункт Формат названия оси. В появившемся окне на вкладке Вид в разделе Заливка установить флажок у надписи Обычная, на вкладке Выравнивание в разделе Ориентация установить 0 градусов.

Последнее действие изменит ориентацию записи обозначения оси из вертикальной на горизонтальную. Нажать кнопку ОК или клавишу [Enter]. Навести указатель мышки на редактируемую запись и при нажатой левой кнопке мыши расположить ее поверх числа 0,8000.

5. Щелкнуть левой кнопкой мышки по координатной плоскости (т. е. Области построения диаграммы). На ее сторонах и в углах появятся маркеры. Навести указатель мышки на маркер, расположенный на середине нижней границы координатной плоскости. Указатель примет форму двунаправленной стрелки. Нажать левую кнопку мыши и, удерживая ее, переместить границу координатной плоскости вниз до подрисуночной подписи. Аналогично переместить границы координатной плоскости вправо и влево.

6. Навести указатель мыши на вертикальную координатную ось так, чтобы появилась всплывающая подсказка Ось Y (значений). Щелкнуть правой кнопкой мыши, в появившемся контекстном меню выбрать пункт Формат оси. На вкладке

Число появившегося диалогового окна в списке Числовые форматы выбрать Числовой, а в поле Число десятичных знаков установить цифру 1. Диаграмма приобретет вид, показанный на рис. 14.

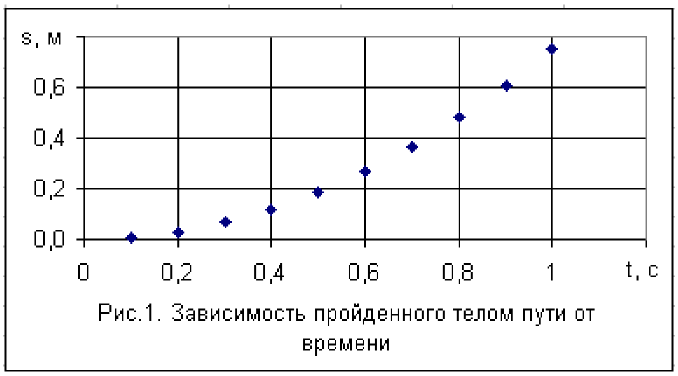


Рис. 14

7. MS Excel позволяет также отформатировать значок (Маркер), которым обозначается точка на графике. Для этого следует навести указатель мыши на какую-либо точку графика, при этом появится всплывающая подсказка, например, с надписью Ряд 1 Точка “07” (0,7; 0,3675) (в зависимости от выбранной точки числовые данные в этой записи будут различными). После щелчка правой кнопкой мыши в появившемся контекстном меню выбрать пункт Формат рядов данных. Активизировать вкладку Вид в открывшемся диалоговом окне.

В разделе Маркер имеется возможность выбрать тип маркера, цвет его границы и цвет заливки (фон). Для того, чтобы определить любую из этих настроек, необходимо щелкнуть мышкой по маленькому треугольнику, расположенному с правой стороны от соответствующего поля и выбрать нужную настройку в выпадающем меню. Размер маркера задается с помощью счетчика, расположенного у надписи Размер. Если диаграмму предполагается печатать на принтере, следует отдать предпочтение черному и белому цветам.

8. При построении графика важным является вопрос о способе проведения линии через точки, полученные экспериментальным или расчетным путем. На вкладке Вид рассмотренного в предыдущем пункте диалогового окна имеется раздел Линия, в котором следует установить флажок у надписей Обычная или Другая, тогда можно получить плавную линию, соединяющую точки графика. Здесь же можно задать тип, цвет и толщину линии.

Однако при таком способе проведения линии графика неясно, как именно программа MS Excel определила форму этой линии. Для того чтобы иметь ответы на эти вопросы, следует воспользоваться диалоговым окном Линия тренда.

Навести указатель мышки на одну из точек графика так, чтобы появилась соответствующая всплывающая подсказка. После щелчка правой кнопкой мышки появится контекстное меню, в котором выбрать пункт Добавить линию тренда. На вкладке Тип предлагается выбрать тип аппроксимирующей функции, коэффициенты которой программа MS Excel определяет методом наименьших квадратов.

Поскольку в нашем примере путь рассчитывается по формуле $s = at^2/2$, в качестве аппроксимирующей функции выберем полиномиальную с показателем степени 2. Уравнение линии можно вывести на координатную плоскость диаграммы. Для этого открыть вкладку Параметры и установить флажок у надписи Показывать уравнение на диаграмме. После нажатия кнопки ОК или клавиши [Enter] на координатной плоскости появится плавная линия, соединяющая точки, и ее уравнение. Уравнение аппроксимирующей функции редактируется тем же способом, что и обозначения осей. Установив щелчком мышки курсор на этой надписи, удалим ничтожно малые слагаемые со степенями x, отличными от двух: $5E–15x$ (т. е. $5{\cdot}10^{-15}x$) и $1E–15$ (т. е. 10^{-15}). Кроме того, заменим x на t, а y на s. В итоге выполнения действий, описанных в пунктах 7 и 8, получим диаграмму (рис. 15).

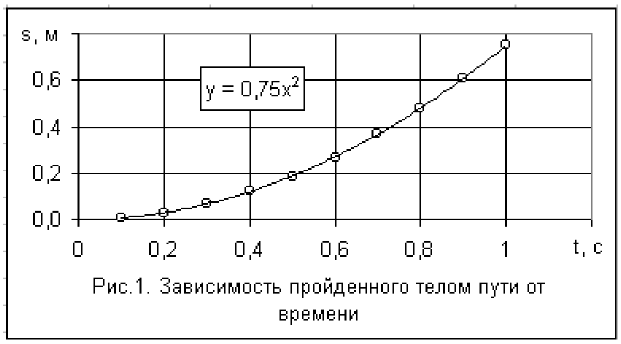


Рис. 15

Программа MS Excel позволяет редактировать диаграмму практически по всем параметрам, значимым при построении графиков с физическим содержанием.

Построение нескольких графиков на одной координатной плоскости. Поместить указатель мышки на Область диаграммы или на Область построения диаграммы и вызвать контекстное меню щелчком правой кнопки мышки. В этом меню выбрать пункт Исходные данные, после чего раскрыть диалоговое окно.

На вкладке Ряд нажать кнопку Добавить, в результате в списке Ряд появляется запись Ряд 2. Поля Значения X и Значения Y для нового ряда заполняются так же, как для ряда 1.

Если на координатную плоскость помещаются два или более графиков, необходимо для каждого ряда данных, по которым они построены, заполнить поле

Имя в диалоговом окне Исходные данные и поле Название аппроксимирующей функции в диалоговом окне Формат линии тренда. Окно Формат линии тренда можно вызвать, если навести указатель мышки на линию графика, щелкнуть правой кнопкой мышки и выбрать пункт Формат линии тренда в появившемся контекстном меню. Выполненные таким образом для каждого ряда данных записи выводятся программой MS Excel на диаграмму в виде легенды. Чтобы легенда присутствовала на диаграмме, в окне Параметры диаграммы на вкладке Легенда у надписи Добавить легенду должен быть установлен флажок. Окно Параметры диаграммы можно вызвать, если щелкнуть по диаграмме правой кнопкой мыши и выбрать пункт Параметры диаграммы в открывшемся контекстном меню. На рис. 16, 17 показан пример построения графиков движения двух тел с различными ускорениями. Вариант размещения легенды на рис. 17 является предпочтительным.

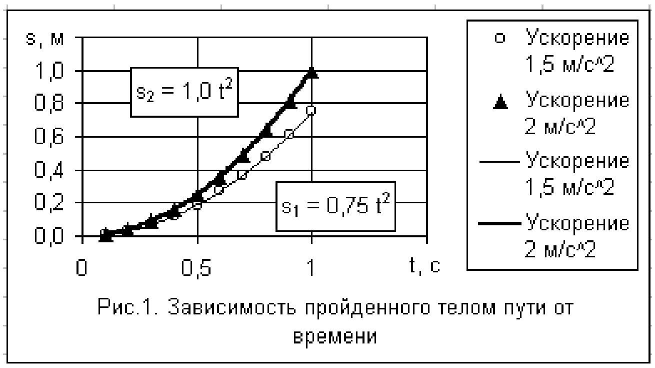


Рис. 16

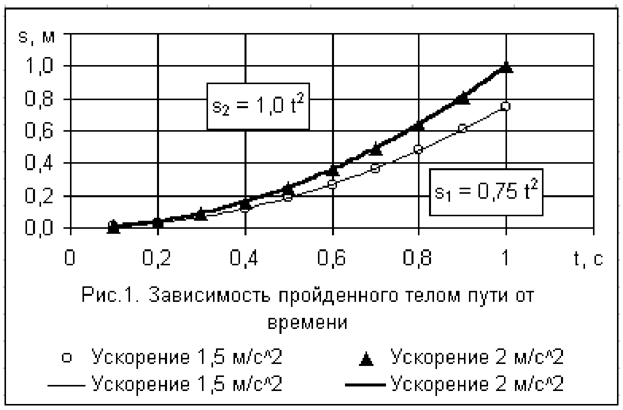


Рис. 17

Выбор диапазона изменения величин, откладываемых по координатным осям, и цены деления шкалы (масштаба) координатных осей. По умолчанию MS Excel осуществляет оцифровку координатных осей автоматически, исходя из значений величин в таблицах, по которым строится график. Если данные в таблицах изменяются, график сразу же перестраивается, в том числе может измениться и оцифровка координатных осей. Однако в некоторых случаях возникает необходимость отключать автоматический режим и задавать цену деления шкалы, минимальное и максимальное ее значения вручную.

Например, необходимо проследить за изменением графика при изменении какого-либо параметра. Если в процессе варьирования этого параметра изменяется не только график, но и оцифровка осей, сделать это сложно. Может также возникнуть необходимость рассмотреть какой-либо участок графика в увеличенном масштабе. В ряде случаев в зависимости от целей построения графика требуется менять густоту координатной сетки.

Для того чтобы осуществить редактирование оси, необходимо навести указатель мышки на ось (при этом появятся всплывающие подсказки Ось X (значений) или Ось Y (категорий)) и щелкнуть правой кнопкой мышки. В появившемся контекстном меню следует выбрать строку Формат оси, в результате раскроется одноименное диалоговое окно. Большая часть интересующих нас настроек находится на вкладке Шкала. Если щелчком мышки снять флажки у надписей Минимальное значение, Максимальное значение, Цена основных делений, Цена промежуточных делений, то эти параметры оси перестанут изменяться автоматически при изменении рядов данных. Кроме того, в поля, расположенные напротив перечисленных надписей, можно вписать необходимые значения. При этом флажки снимаются автоматически, автомасштабирование отключается.

Программа MS Excel не всегда правильно выбирает количество цифр в записи чисел у координатной оси. Установить требуемое число знаков в записи чисел можно на вкладке Число рассматриваемого диалогового окна Формат оси. На данной вкладке имеется список Формат числа, в котором щелчком мышки следует выбрать числовой или экспоненциальный формат. После этого справа появляется поле Число десятичных знаков, в котором указывается требуемое число знаков. Редактирование заканчивается нажатием кнопки ОК или клавиши [Enter].

По умолчанию MS Excel проводит только горизонтальные основные линии координатной сетки. Основными являются линии, проведенные через основные деления. Для того чтобы провести вертикальные, а также промежуточные линии (как вертикальные, так и горизонтальные), необходимо щелкнуть правой кнопкой мышки по Области диаграммы или по Области построения диаграммы. В контекстном меню следует выбрать строку Параметры диаграммы и перейти на вкладку Линии сетки в раскрывшемся диалоговом окне. Линии сетки проводятся установкой флажков у соответствующих надписей.

9. Использование пакета анализа

Для установки пакета анализа в меню Сервис следует выбрать строку Надстройки и в появившемся окне установить флажок Пакет анализа. Запуск пакета анализа осуществляется выбором строки Анализ данных в меню Сервис. Далее в списке Инструменты анализа выбирается срока Регрессия. В появившемся одноименном диалоговом окне необходимо указать диапазоны ячеек, содержащих совокупности данных y_i и x_i в полях надписей Входной интервал Y и

Входной интервал X, а также доверительную вероятность (например, 90 %) в поле Уровень надежности (рис. 18).

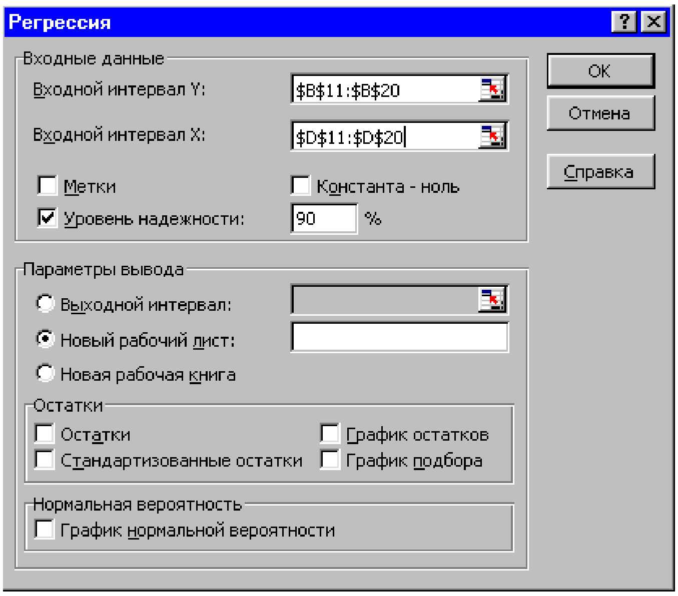


Рис. 18

По умолчанию MS Excel выводит результаты анализа в виде таблиц на отдельный рабочий лист; интересующий нас фрагмент этой таблицы приведен на рис. 19. Здесь в строке Y-пересечение указаны данные для коэффициента *b* линейной аппроксимирующей функции: его значение и среднее квадратичное отклонение. В строке Переменная X1 приводятся аналогичные данные об угловом коэффициенте этой функции. Эти значения коэффициентов *a* и *b* совпадают с теми, что выводятся на координатную плоскость графика при его построении по тем же рядам данных y_i и x_i. Если величину стандартной ошибки параметра *a* умножить на коэффициент Стьюдента, взятого для $(n - 2)$ степеней свободы (n – число измерений в рядах данных y_i и x_i, 2 – число коэффициентов в уравнении линейной функции), то получим то же значение неопределенности Δa параметра *a*, что может быть получено по формуле Бартлета. Аналогично вычисляется и погрешность (неопределенность) Δb коэффициента *b*.

В ряде случаев можно считать достоверным тот факт, что при $x = 0$ величина *y* также равна нулю. Это дает основание провести график точно через начало координат. Соответствующая команда имеется в окне Формат линии тренда (Параметры → Пересечение с осью Y в точке: 0) и в окне Регрессия (Константа → Ноль).

		Коэффициенты	Стандартная ошибка
16		Коэффициенты	Стандартная ошибка
17	Y-пересечение	0,217582	0,0353361
18	Переменная X 1	1,15123	0,0936083

Рис. 19

10. Использование элементов управления

Такие элементы управления, как Полоса прокрутки и Счетчик, полезны в физическом моделировании. Они позволяют оперативно и с постоянной скоростью изменять численные данные в ячейках и варьировать параметры модели. Например, с их помощью можно моделировать ход времени, регулировать силу тока, напряжение, сопротивление в моделях электрических цепей, температуру в газовом баллоне и т. д.

Для работы с элементами управления необходимо вывести панель инструментов Элементы управления в верхнюю часть экрана, где расположены другие панели инструментов. Это можно сделать следующим образом. После щелчка правой кнопкой мышки на панели инструментов появляется контекстное меню, в котором устанавливаем флажок у надписи Элементы управления. Далее навести указатель мышки на свободное место в появившейся панели инструментов, нажать левую кнопку мышки и перетащить панель в верхнюю часть экрана.

Например, требуется поместить на рабочий лист полосу прокрутки, с помощью которой в ячейку A1 будет выводиться натуральный ряд чисел в диапазоне 0…1000. Следует щелкнуть левой кнопкой мыши по кнопке Полоса прокрутки на панели инструментов. Переместить указатель мышки на рабочий лист, при этом он примет форму маленького крестика. После щелчка мышкой на рабочем листе появится полоса прокрутки, форму и размеры которой можно изменять перетаскиванием ее маркеров. Методом перетаскивания можно также изменять местоположение полосы прокрутки. Для этого навести указатель мышки на изображение полосы прокрутки или на один из маркеров и при нажатой левой кнопке выполнить перемещение мышки.

Далее нажать кнопку Свойства на панели инструментов, в результате появляется окно Properties (Свойства) (рис. 20), в котором:

– в поле LinkedCell вписать адрес ячейки A1;

– в поле Max вписать максимальное значение выбранного диапазона (1000);

– в поле Min оставить минимальное значение выбранного диапазона (0).

Окно Properties закрыть щелчком мышки в верхнем правом его углу. Режим редактирования полосы прокрутки снимается нажатием кнопки Выход из режима конструктора, расположенной на панели инструментов. После выполнения этих действий полоса прокрутки готова к использованию. Содержимое ячейки A1 изменить перемещением ползунка или щелчками мышки по прямоугольникам, расположенным у краев полосы прокрутки.

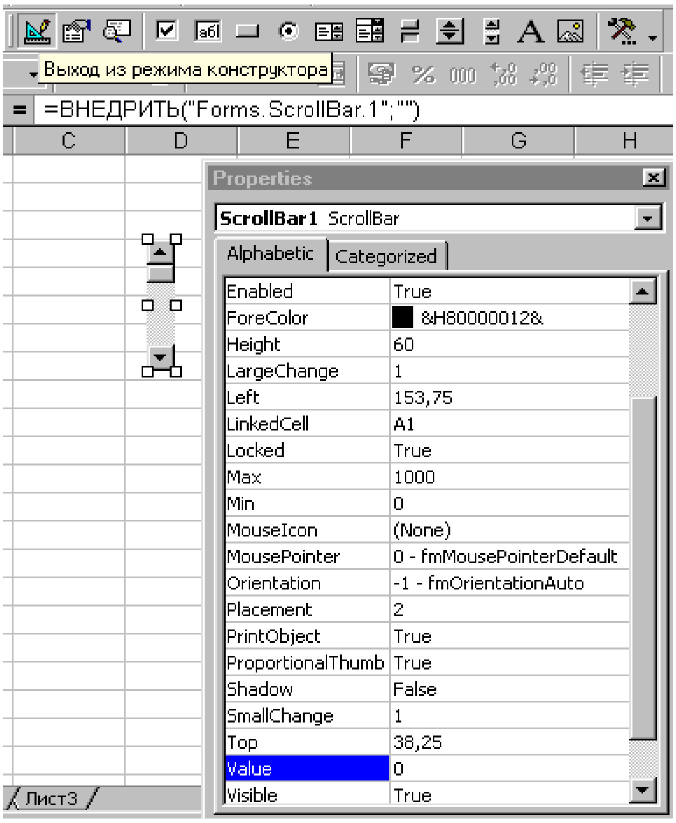


Рис. 20

Если возникнет необходимость в повторном редактировании полосы прокрутки, нажать кнопку Режим конструктора, щелкнуть мышкой по полосе прокрутки и нажать кнопку Свойства.

Учебно-методическое пособие

ФИЗИКА

ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ФИЗИЧЕСКОГО ЭКСПЕРИМЕНТА

Составитель САМОХИНА
Светлана Сергеевна

Редактор М. Т. Любимова
Компьютерная верстка И. А. Ерёминой

Подписано в печать 28.12.2015. Формат 60×90/16. Бумага офсетная.
Печать трафаретная. Усл. печ. л. 6,25. Уч.-изд. л. 6,21.
Тираж 200 экз. Заказ № 516.

РИО и типография УВАУ ГА(И). 432071, г. Ульяновск, ул. Можайского, 8/8