

**МИНИСТЕРСТВО ТРАНСПОРТА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«УЛЬЯНОВСКИЙ ИНСТИТУТ ГРАЖДАНСКОЙ АВИАЦИИ  
ИМЕНИ ГЛАВНОГО МАРШАЛА АВИАЦИИ Б. П. БУГАЕВА»**

**ФИЗИКА**

**МЕХАНИКА**

**ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ**

*Рекомендовано  
редакционно-издательским советом института*

**Ульяновск 2016**

УДК 53(075.8)

ББК ВЗя7

Ф 50

Физика. Механика : лабораторный практикум / сост. С. С. Леонов, Л. И. Подымов, О. П. Харлова. – Ульяновск : УИ ГА, 2016. – 39 с.

Содержит лабораторные работы по механике. В описании каждой работы сформулированы цели, изложены теоретические сведения, рассмотрен принцип действия экспериментальных установок, приведен порядок выполнения работы. Даны контрольные вопросы и рекомендуемая литература, необходимая для подготовки к выполнению каждой лабораторной работы.

Разработан в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом и программой учебной дисциплины «Физика».

Предназначен для курсантов и студентов заочной формы обучения специальности «Эксплуатация воздушных судов и организация воздушного движения» специализация 1 – Организация летной работы, специализация 2 – Организация использования воздушного пространства, направления подготовки «Аэронавигация» профиль 1 – Летная эксплуатация гражданских воздушных судов, профиль 8 – Поисковое и аварийно-спасательное обеспечение полетов воздушных судов, профиль 9 – Обеспечение авиационной безопасности, направления подготовки «Эксплуатация аэропортов и обеспечение полетов воздушных судов» профиль 4 – Авиатопливное обеспечение воздушных перевозок и авиационных работ, направления подготовки «Техносферная безопасность» профиль 2 – Безопасность технологических процессов и производств, направления подготовки «Управление качеством» профиль 1 – Управление качеством в производственно-технологических системах.

УДК 53(075.8)

ББК ВЗя7

## ОГЛАВЛЕНИЕ

Общие положения .....	4
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1. Определение ускорения свободного падения при помощи прибора Атвуда .....	5
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 2. Изучение колебаний физического и математического маятников.....	10
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 3. Изучение законов сохранения при соударении двух шаров .....	17
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 4. Изучение основного закона динамики вращательного движения с помощью маятника Обербека.....	24
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 5. Изучение плоского движения твёрдого тела с помощью маятника Максвелла.....	28
Рекомендуемая литература.....	35
Приложения .....	36

## **ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ**

### **Порядок проведения лабораторной работы**

Каждая лабораторная работа выполняется в виде отдельного технического отчета, состоящего из 3–4 страниц. Первая страница оформляется в виде титульного листа, образец которого приведен в прил. 1. На второй странице отчета записывается цель работы и зарисовывается схема установки. Далее следует наименование выполняемого пункта, в котором записываются исходные данные, после чего зарисовываются необходимые таблицы, приведенные в каждой лабораторной работе. После таблиц выписываются формулы из теоретической части работы, причем лишь те, которые необходимы для обработки результатов измерений.

Курсант (студент) получает допуск до лабораторной работы после того, как он показал преподавателю заготовленный отчет и ответил на заданные вопросы о порядке выполнения работы. После получения допуска он приступает к выполнению работы.

Все полученные итоговые результаты измерений и выводы по работе записываются после таблиц на второй и третьей страницах технического отчета. На последней странице отчета строятся графики зависимостей.

Для сдачи работы курсант (студент) должен ответить на теоретические вопросы, представить технический отчет и защитить полученные результаты, о чем должны свидетельствовать подписи преподавателя в соответствующих строках титульного листа.

### **Техника безопасности при выполнении лабораторных работ**

Лабораторные работы выполняются в специализированной лаборатории.

На первом занятии курсантам (студентам) следует получить необходимые инструкции от преподавателя и расписаться в журнале по технике безопасности.

Начинать работу с установкой можно только после получения допуска к данной лабораторной работе у преподавателя.

Работы следует выполнять только в присутствии в лаборатории преподавателя или лаборанта. Запрещается включать в электрические розетки посторонние предметы. Обо всех неисправностях установки следует тут же сообщать преподавателю или лаборанту. Запрещается загромождать рабочее место посторонними предметами. Запрещается оставлять включенными приборы без присмотра. По завершении работы установку необходимо отключить от сети и сдать полученные принадлежности обратно преподавателю.

**ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1.**  
**ОПРЕДЕЛЕНИЕ УСКОРЕНИЯ СВОБОДНОГО ПАДЕНИЯ**  
**ПРИ ПОМОЩИ ПРИБОРА АТВУДА**

**Цель работы**

Изучить принцип действия прибора Атвуда и определить при помощи этого прибора ускорение свободного падения в поле силы тяжести Земли.

**Теоретические сведения**

Прибор Атвуда был изобретен английским физиком и математиком Джорджем Атвудом (1746–1807) и описан в его трактате по механике в 1784 году.

Принцип работы прибора выглядит следующим образом. Через неподвижный блок в верхней части прибора переброшена нить с двумя одинаковыми цилиндрическими грузами массой  $M$  каждый (рис. 1.1). В исходном положении левый груз находится на подставке внизу, а правый – в самом верхнем положении. Вся система находится в равновесии. Если теперь на правый груз положить небольшой дополнительный груз в виде кольца массой  $m$ , то он нарушит равновесие. Грузы справа начнут двигаться с ускорением вниз и пройдут путь  $l$ . Затем дополнительный груз задержится на кольцевой опоре, а основной груз продолжит движение уже с постоянной скоростью и пройдет путь  $L$ .

Если известны массы  $M$  и  $m$ , расстояния  $l$  и  $L$ , а также измерено время движения грузов на участке  $L$ , то по этим данным можно найти ускорение свободного падения  $g$ . Рассмотрим это подробнее.

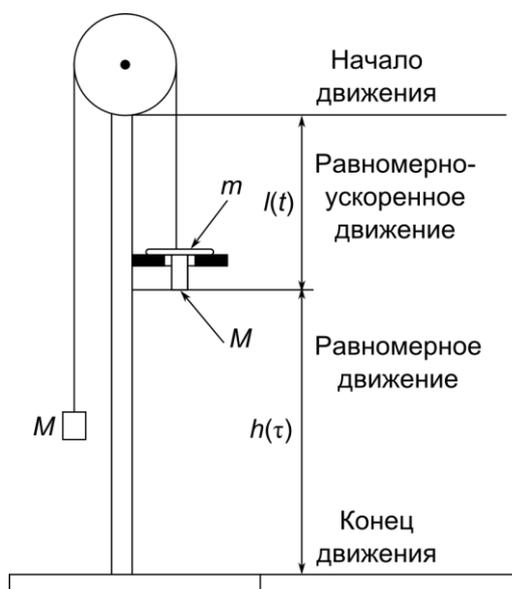


Рис. 1.1. Схема прибора Атвуда

На рис. 1.2 показано движение грузов на участке равноускоренного движения. Движение грузов одномерно. Ось  $x$  удобно направить вниз. Пренебрежем массой блока, трением в его оси, а также массой нити. Нить будем считать нерастяжимой. В этом приближении запишем второй закон Ньютона для левого и правого грузов соответственно:

$$M\vec{a}_2 = M\vec{g} + \vec{T}_2;$$

$$(M + m)\vec{a}_1 = (M + m)\vec{g} + \vec{T}_1,$$

где  $\vec{a}_1 = -\vec{a}_2$ ;  $a_1 = a_2 = a$ ;  $\vec{T}_1 = \vec{T}_2 = \vec{T}$ .

В проекции на ось  $x$  получим для левого груза

$$Ma = -Mg + T, \quad (1.1)$$

а для правого

$$(M + m)a = (M + m)g - T, \quad (1.2)$$

где  $a$  – модуль ускорения, с которым движутся грузы;  $T$  – модуль силы натяжения нити.

Исключая неизвестную силу  $T$  из формул (1.1) и (1.2), находим, что

$$g = \frac{2M + m}{m} a. \quad (1.3)$$

Двигаясь с ускорением  $a$ , к концу пути  $l$  грузы будут иметь скорость  $V$ . Эти величины связаны соотношением

$$a = \frac{V^2}{2l}. \quad (1.4)$$

Скорость  $V$  можно найти, замечая, что именно с этой скоростью грузы движутся на участке равномерного движения, т. е.

$$V = \frac{L}{t}, \quad (1.5)$$

где  $t$  – время равномерного движения.

С учетом выражений (1.4) и (1.5) формула (1.3) принимает вид

$$g = \frac{2M + m}{m} \cdot \frac{L^2}{2lt^2}. \quad (1.6)$$

Формула (1.6) является основной расчетной формулой в данной лабораторной работе.

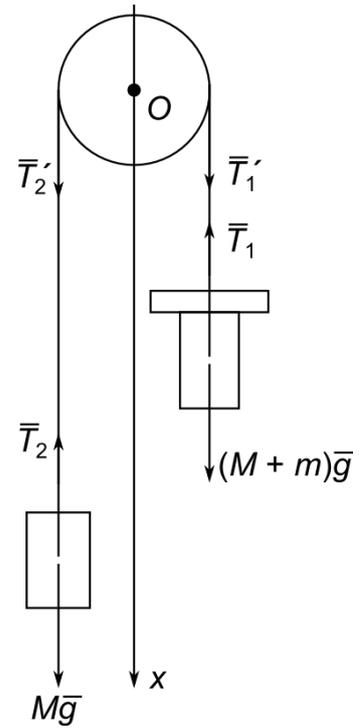


Рис. 1.2. Движение грузов на участке равноускоренного движения

## Описание экспериментальной установки

*Приборы и принадлежности:* прибор Атвуда FPM-02, набор из трех дополнительных грузов.

Конструкция лабораторной установки изображена на рис. 1.3. На вертикальной стойке 2 установлены три кронштейна.

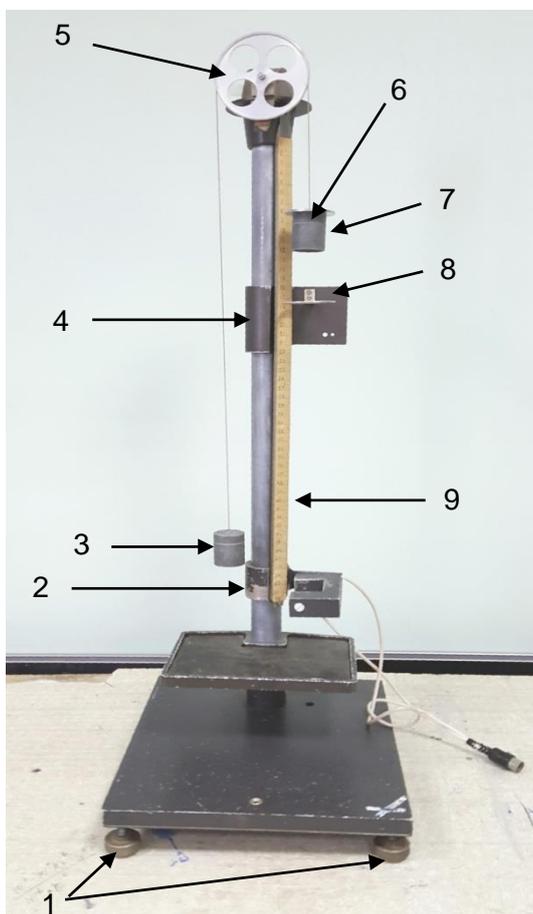


Рис. 1.3. Общий вид лабораторной установки

Основание оснащено регулируемыми ножками 1, которые служат для выравнивания прибора. На верхнем конце стойки имеется втулка, на которой закреплен блок 5. Через блок перекинута нить, на концах которой привязаны грузы 3 и 7. Средний кронштейн 4 можно перемещать вдоль стойки и фиксировать в любом положении, устанавливая, таким образом, длину пути ускоренного и равномерного движения. Для измерения этих путей на стойке имеется миллиметровая шкала 9, все кронштейны имеют указатель положения, а верхний кронштейн дополнительную черту, позволяющую точно совместить нижнюю грань груза с началом пути.

Расстояния, которые проходит груз, определяются по положению его верхней грани. На среднем кронштейне закреплено опорное кольцо 8. Опорное

кольцо снимает с падающего вниз груза 7 дополнительный грузик б, а оператор одновременно с этим включает ручной секундомер, фиксируя начало равномерного движения груза 7. При пересечении заданной отметки верхней гранью груза 7 оператор выключает секундомер, сигнализируя об окончании равномерного движения.

Для проведения измерений необходимо установить грузы в исходное положение. При этом левый груз удерживается до начала движения, а правый груз находится в верхнем положении. Верхняя грань правого груза должна совпадать с чертой, нанесенной на верхнем кронштейне. Добиться этого можно, перемещая верхний кронштейн вдоль стойки. Перемещением среднего кронштейна устанавливаются величины путей  $l$  и  $L$ . Эти величины должны быть заданы преподавателем. Обычно путь должен быть в пределах 15–20 см.

На правый груз нужно положить один из дополнительных грузов. По согласованию между операторами один из них отпускает левый груз, и система грузов начинает двигаться с ускорением. Когда правый груз достигает среднего кронштейна, дополнительный грузик задерживается на опорном кольце, а вся система продолжает движение уже равномерно. В момент, когда дополнительный груз оказывается на кольце, второй оператор включает секундомер. Когда правый груз пересекает заданную отметку на шкале, пройдя расстояние  $L$ , отсчет времени прекращается. Измерение закончено.

#### Паспортные данные установки

Масса $M$ основных грузов, г	$60,00 \pm 0,01$
Масса $m$ дополнительных грузов, г	$6,50 \pm 0,01$ ; $8,50 \pm 0,01$ ; $12,00 \pm 0,01$
Погрешность определения длины, мм	$\pm 1$
Рабочая погрешность измерения времени, %	Не более $\pm 0,02$

#### Порядок выполнения работы

1. Согласовать с преподавателем исходные данные: массу дополнительного груза, с которым будут проводиться измерения, доверительную вероятность  $p$ , число измерений  $n$ , длину путей  $l$  и  $L$ . Все исходные данные занести в табл. 1.1.

Таблица 1.1

#### Исходные данные

$m \pm \Delta m$ , г	$l \pm \Delta l$ , см	$L \pm \Delta L$ , см	$p$	$n$

2. Установить грузы в исходное положение. Совместить черту на верхнем кронштейне с верхней гранью правого груза. Перемещая средний кронштейн, установить величины путей  $L$  и  $l$ . Провести несколько пробных измерений. Убедиться, что установка работает правильно.

3. Провести серию из  $n$  измерений времени равномерного движения  $t$ . Результаты занести в табл. 1.2. Вычислить погрешность измерения  $\Delta t$  методом Стьюдента.

Таблица 1.2

**Время равномерного движения дополнительного груза**

№	$t_i, \text{с}$	$\Delta t_i, \text{с}$	$(\Delta t_i)^2, \text{с}^2$	$S_{\bar{t}}, \text{с}$	$\Delta t, \text{с}$	$t_{\text{ср}} \pm \Delta t, \text{с}$
1						
2						
3						
...						

4. Вычислить ускорение свободного падения по формуле (1.6). Определить погрешность измерений, используя формулу (1.6) для абсолютной погрешности косвенного измерения. Результаты расчетов занести в табл. 1.3.

Таблица 1.3

**Ускорение свободного падения**

$\varepsilon_m, \%$	$\varepsilon_{2M+m}, \%$	$\varepsilon_L, \%$	$\varepsilon_l, \%$	$\varepsilon_t, \%$	$\varepsilon_g, \%$	$g, \text{м/с}^2$	$\Delta g, \text{м/с}^2$	$g \pm \Delta g, \text{м/с}^2$

5. Полученное значение ускорения свободного падения может заметно отличаться от известного ( $9,81 \text{ м/с}^2$ ). Проанализировать причины такого расхождения. Сделать выводы по работе.

### Контрольные вопросы

1. Пояснить термин «ускорение свободного падения». Как изменяется ускорение свободного падения с расстоянием от центра Земли?

2. Как измерить ускорение свободного падения с помощью прибора Атвуда?

3. Как получить формулу для относительной погрешности  $g$  из формулы (1.6) для ускорения свободного падения?
4. Что можно сказать о вкладе каждого слагаемого в формулу погрешности?
5. Какие еще погрешности могут присутствовать в результате измерений, кроме тех, что учтены в табл. 1.3?
6. Радиус малой планеты равен 300 км, средняя плотность вещества планеты –  $4 \text{ г/см}^3$ . Определить ускорение свободного падения на поверхности планеты.
7. Период вращения искусственного спутника Земли равен 4 ч. Считая орбиту спутника круговой, найти, на какой высоте над поверхностью Земли движется спутник.
8. Искусственный спутник Земли движется по круговой орбите со скоростью 7 км/с. Определить расстояние от поверхности Земли до спутника.
9. Определить ускорение свободного падения на поверхности Марса, если отношение масс Марса и Земли равно 0,107, а отношение радиусов Марса и Земли равно 0,53.
10. Все тела при отсутствии сопротивления воздуха падают с одним и тем же ускорением  $g$ . Но согласно закону всемирного тяготения на более массивные тела действует большая сила тяжести. Не находятся ли эти два факта в противоречии друг с другом?

## **ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 2. ИЗУЧЕНИЕ КОЛЕБАНИЙ ФИЗИЧЕСКОГО И МАТЕМАТИЧЕСКОГО МАЯТНИКОВ**

### **Цель работы**

С помощью обратного физического маятника определить ускорение силы тяжести; положение центра тяжести физического маятника; момент инерции тела сложной формы методом малых колебаний, а также проверить теорему Штейнера.

### **Теоретические сведения**

Физический маятник – произвольное тело, способное совершать колебания в поле тяжести относительно неподвижной горизонтальной оси, не проходящей через центр инерции (рис. 2.1).

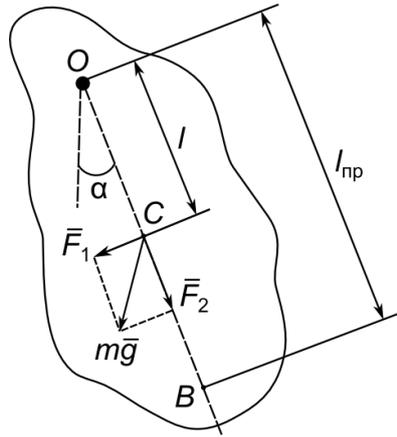


Рис. 2.1. Физический маятник

При отклонении тела массой  $m$  от положения равновесия на угол  $\alpha$  возникает момент силы тяжести  $M$ , стремящийся вернуть его в положение равновесия (силами трения и сопротивлением воздуха пренебрегаем):

$$M = F_1 l = -mg \sin \alpha,$$

где  $F_1$  – составляющие силы тяжести, направленные к положению равновесия маятника;  $l$  – расстояние между точкой подвеса  $O$  и центром инерции  $C$  маятника. Минус в правой части формулы означает, что действующая сила направлена в сторону, противоположную направлению отклонения маятника.

Согласно основному закону динамики вращательного движения момент силы

$$I\varepsilon = -M, \quad (2.1)$$

где  $I$  – момент инерции маятника относительно оси, проходящий через точку подвеса;  $\varepsilon$  – угловое ускорение.

Так как  $\varepsilon = \frac{d^2\alpha}{dt^2}$ , то уравнение (2.1) примет вид

$$I \frac{d^2\alpha}{dt^2} = -mgl \sin \alpha. \quad (2.2)$$

Разделив выражение (2.2) на  $I$  и принимая для малых углов отклонения маятника  $\sin \alpha = \alpha$ , получим

$$I \frac{d^2\alpha}{dt^2} + \omega_0^2 \alpha = 0, \quad (2.3)$$

где  $\omega_0^2 = \frac{mgl}{I}$ .

Решением данного дифференциального уравнения является функция

$$\alpha = \alpha_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_0), \quad (2.4)$$

где  $\alpha_0$  – начальный угол отклонения;  $\omega_0 = \sqrt{\frac{mgl}{I}}$  – собственная циклическая частота незатухающих гармонических колебаний;  $\varphi_0$  – начальная фаза колебаний.

Уравнение (2.4) описывает гармонические колебания. Период колебаний физического маятника

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgl}}. \quad (2.5)$$

Момент инерции математического маятника относительно оси вращения, проходящей через точку подвеса, равен  $I = ml^2$ . С учетом этого период колебания математического маятника можно определить как частный случай формулы (2.5):

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}. \quad (2.6)$$

Сравнивая выражения (2.5) и (2.6), видим, что математический маятник с длиной

$$l_{\text{пр}} = \frac{I}{ml} \quad (2.7)$$

будет иметь такой же период колебаний, как и данный физический маятник, поэтому величину  $l_{\text{пр}}$  называют приведенной длиной физического маятника. С использованием  $l_{\text{пр}}$  формулу (2.5) можно записать в виде

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l_{\text{пр}}}{g}}, \quad (2.8)$$

откуда

$$g = 4\pi^2 \frac{l_{\text{пр}}}{T^2}. \quad (2.9)$$

Точка  $B$  (см. рис. 2.1) на прямой, соединяющей точку подвеса с центром инерции, лежащая на расстоянии приведенной длины от нее, называется центром качания физического маятника. Точка подвеса и центр качания всегда лежат по разные стороны от центра инерции, так как приведенная длина всегда больше расстояния между осью вращения и центром инерции. В соответствии с теоремой Гюйгенса точка подвеса и центр качания обладают свойством взаимности: при переносе точки подвеса период колебания не изменяется, а прежняя точка подвеса становится новым центром качания.

Докажем эту теорему.

Для этого запишем соотношение (2.5) для точки подвеса и центра качания:

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{I_1}{mgl_1}}; \quad T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{I_2}{mgl_2}},$$

где  $l_1, l_2$  – расстояния от этих точек до центра масс физического маятника.

Из теоремы Штейнера находим

$$I_1 = I_0 + ml_1^2; \quad I_2 = I_0 + ml_2^2,$$

где  $I_0$  – момент инерции физического маятника относительно оси, проходящей через центр масс.

Так как  $l_{\text{пр}} = (l_1 + l_2)$  и  $T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{I_1}{mgl_1}} = T = 2\pi\sqrt{\frac{l_{\text{пр}}}{g}}$ , то

$$l_{\text{пр}} = (l_1 + l_2) = \frac{I_1}{ml_1},$$

откуда получаем

$$l_2 = \frac{I_2}{ml_1} - l_1 = \frac{I_1 - ml_1^2}{ml_1} = \frac{I_0}{ml_1}, \quad I_0 = ml_1l_2.$$

Тогда

$$I_2 = I_0 + ml_2^2 = ml_1l_2 + ml_2^2 = ml_2(l_1 + l_2) = ml_2l_{\text{пр}},$$

период при переносе точки подвеса в центр качания

$$T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{I_2}{mgl_2}} = 2\pi\sqrt{\frac{ml_2l_{\text{пр}}}{mgl_2}} = 2\pi\sqrt{\frac{l_{\text{пр}}}{g}} = T,$$

что и требовалось доказать.

### Описание экспериментальной установки

*Приборы и принадлежности:* универсальный маятник ФПМ-А-01, масштабная линейка.

Общий вид универсального маятника представлен на рис. 2.2. Основание маятника оснащено регулируемыми ножками 1, которые позволяют произвести выравнивание прибора. В основании закреплена стойка 6, на которой зафиксирован верхний кронштейн 5. На кронштейне 5 на вмонтированных вкладышах находится оборотный маятник. Элементами оборотного маятника являются опорные призмы 4, грузы 3 и стержень с линейкой 2.

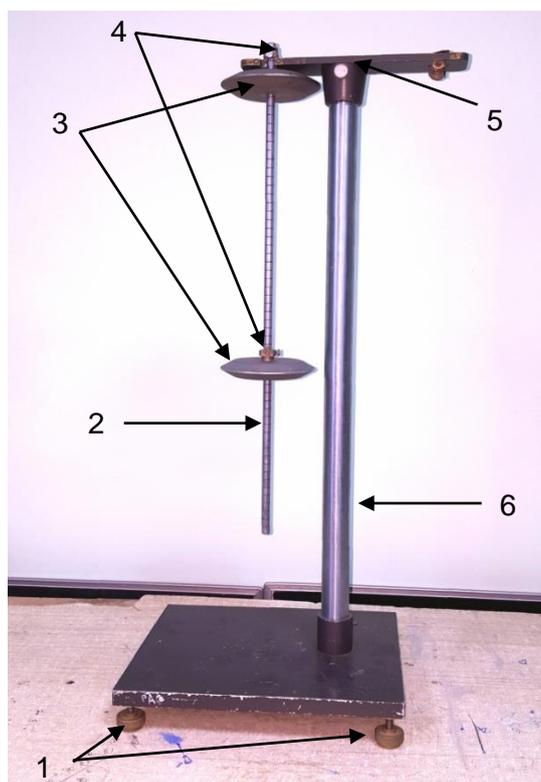


Рис. 2.2. Универсальный маятник ФПМ-А-01

Оборотный маятник (рис. 2.3) представляет собой частный случай физического маятника, в котором предусмотрена возможность экспериментального определения заданной длины. Он состоит из стержня, на котором могут перемещаться и закрепляться в различных положениях две опорные призмы  $\Pi_1$  и  $\Pi_2$  во вкладыши, смонтированные в кронштейне 5 (см. рис. 2.2).

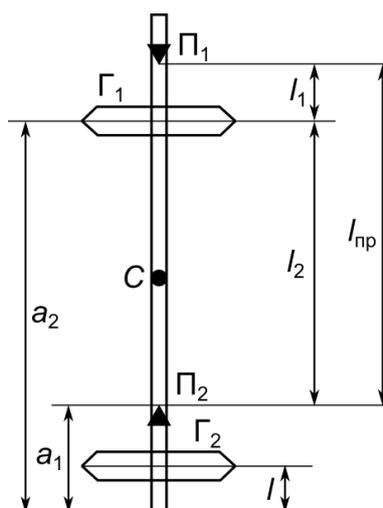


Рис. 2.3. Оборотный маятник

Перемещением груза  $\Gamma_2$  добиваются, чтобы период колебания маятника при подвешивании на любой из призм был одинаков. Тогда расстояние между ножками опорных призм будет равно приведенной длине маятника.

## Порядок выполнения работы

1. Закрепить неподвижные призмы  $\Pi_1$  и  $\Pi_2$  так, чтобы они были обращены друг к другу лезвиями, и одна из них размещалась на конце стержня на расстоянии 2 см от окрашенной части (см. рис. 2.3). Проверить, совпадают ли грани лезвий призм с нарезками на стержне. Груз  $\Gamma_1$  закрепить так, чтобы он был выше центра тяжести, а груз  $\Gamma_2$  – на свободном конце стержня в 1 см от окрашенной части (учесть, что груз имеет толщину 2 см, а расстояние измеряется от центра груза). Рекомендуется выдерживать следующие интервалы значений параметров:  $a_1 = (0,12 \dots 0,15)$  м,  $a_2 = (0,25 \dots 0,35)$  м,  $l_{\text{пр}} = (0,35 \dots 0,45)$  м.

Конкретные значения этих параметров указывает преподаватель (они заносятся в табл. 2.1).

Таблица 2.1

### Исходные данные

Задаются преподавателем	Определяются условиями эксперимента
$a_1 =$	Погрешность измерительной шкалы
$a_2 =$	$\Delta l_{\text{пр}} =$
$l_{\text{пр}} =$	Погрешность секундомера $\Delta t = 2vc$
Доверительная вероятность $P =$	Коэффициент Стьюдента $t_{p\infty} =$

2. Установить маятник на вкладыше верхнего кронштейна на призме, находящейся на конце стержня.

Отклонить маятник на  $4-5^\circ$  от положения равновесия и отпустить его. Подсчитать время, за которое совершается 10 полных колебаний.

По формуле  $T_1 = \frac{t_{10}}{10}$  определить период оборотного маятника  $T_1$  (где  $t_{10}$  – время 10 полных колебаний).

3. Снять маятник и закрепить его на второй призме. Аналогично определить период колебания маятника  $T_2$ .

4. Перемещая груз  $\Gamma_2$  по ряду фиксированных значений  $l = 1, 2, \dots, 10$  см, измерить периоды колебаний  $T_1$  и  $T_2$  при качании маятника соответственно на призмах  $\Pi_1$  и  $\Pi_2$ . Результаты измерений занесите в табл. 2.2.

5. Построить график зависимости периодов колебаний  $T_1$  и  $T_2$  от положения груза  $\Gamma_2$ , откладывая по оси абсцисс расстояние  $l$ , а по оси ординат –  $T_1$  и  $T_2$ . Точка пересечения кривых соответствует такому значению периода  $T$ , при котором расстояние между опорными призмами  $\Pi_1$  и  $\Pi_2$  равно приведенной длине  $l_{\text{пр}}$  маятника. Занести это значение  $T$  в табл. 2.2.

## Результаты измерений и вычислений

№	$l, \text{ м}$	$T_1, \text{ с}$	$T_2, \text{ с}$	$T, \text{ с}$	$g, \text{ м/с}^2$	$\Delta g, \text{ м/с}^2$	$\varepsilon_g, \%$	$g_{\text{ср}} \pm \Delta g, \text{ м/с}^2$
1								
2								
...								

6. Используя данные эксперимента, вычислить ускорение силы тяжести  $g$  по формуле (2.9).

7. Вычислить погрешности измерений. Половина ширины доверительного интервала измерения ускорения свободного падения вычисляется по формуле

$$\delta_\varepsilon = \left( \frac{t_{p\infty}}{3} \right) g \sqrt{\left( \frac{\Delta l_{\text{пр}}}{l_{\text{пр}}} \right)^2 + \left( \frac{2\Delta T}{T} \right)^2},$$

где  $\Delta l_{\text{пр}}$  – погрешность шкалы прибора;  $\Delta T$  – абсолютная погрешность измерения периода.

Погрешность  $\Delta T$  определяется по формуле

$$\Delta T = \frac{t_c}{10},$$

где  $\Delta t_c$  – собственная погрешность секундомера, равная половине разряда последней цифры счетчика.

Погрешность  $\Delta T$  удвоена, так как период  $T$  определяется по пересечению двух кривых. Относительная погрешность измерения  $g$  находится по формуле

$$\varepsilon_g = \frac{\delta_g}{g_{\text{ср}}}.$$

### Контрольные вопросы

1. Какие колебания называются гармоническими? Дать определения их основным характеристикам.
2. Вывести уравнение колебания физического маятника.
3. Зависит ли период колебаний физического маятника от его массы?
4. Что такое центр качания физического маятника?
5. Как практически определить приведенную длину  $l_{\text{пр}}$  оборотного маятника? Каким требованиям она должна удовлетворять?

6. Будут ли совершаться колебания маятника при его свободном падении?
7. Пружинный маятник вывели из положения равновесия и отпустили. Через какое время (в долях периода) кинетическая энергия колебательного тела будет равна потенциальной энергии пружины?
8. Сформулировать теорему Штейнера. Привести пример ее использования.
9. Материальная точка совершает гармонические колебания с частотой 0,5 Гц. Амплитуда колебаний равна 5 см. Определить максимальную скорость точки.
10. Найти амплитуду и период колебаний материальной точки, если закон ее колебаний имеет вид  $x = 0,3 \cos 6,28t$ .

### **ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 3. ИЗУЧЕНИЕ ЗАКОНОВ СОХРАНЕНИЯ ПРИ СОУДАРЕНИИ ДВУХ ШАРОВ**

#### **Цель работы**

Определить коэффициент восстановления соударяющихся шаров и среднюю силу соударения.

#### **Теоретические сведения**

**Упругий удар шаров.** При соударении двух или более тел происходит изменение импульса и энергии соударяющихся тел. Это изменение зависит не только от начальных значений этих величин, но и от внутренних свойств самих соударяющихся тел, а именно от их упругих свойств. Можно предположить существование двух идеальных твердых тел: одно после удара полностью восстанавливает свою форму (абсолютно упругое тело), другое совсем не восстанавливает свою форму (абсолютно неупругое тело). В качестве примера тела, близкого к абсолютно упругому, можно назвать стальной закаленный шар или шар из слоновой кости, к абсолютно неупругому – шар из пластилина, воска и т. д.

Вследствие кратковременности соударения твердых тел между ними возникают значительные силы, способные изменить состояние движения тел за очень малое время, т. е. вызвать большие ускорения. Это позволяет при решении задач на соударение пренебречь действием других сил (например, тяготения), действующих на тело во время удара, так как изменения скорости, произведенные ими за столь малое время, очень незначительны.

Таким образом, систему соударяющихся шаров в промежутке времени, за который происходит удар, можно рассматривать как замкнутую систему, к которой применимы законы сохранения энергии и импульса. Однако силы взаимодействия между неупругими шарами при соударении неконсервативны, поэтому закон сохранения механической энергии для таких шаров следует записать в виде

$$W - W_0 = A,$$

где  $W = W_{k_1} + W_{k_2} + W_p$  – полная механическая энергия системы после удара, складывающаяся из кинетических энергий шаров  $W_{k_1}$ ,  $W_{k_2}$  и потенциальной энергии их взаимодействия  $W_p$ , а  $W_0 = W_{k_{10}} + W_{k_{20}} + W_{p0}$  – полная механическая энергия системы до удара, складывающаяся из тех же составляющих;  $A$  – работа внутренних (консервативных) сил.

Так как до и после удара шары не взаимодействуют, то  $W_p = W_{p0} = 0$ , и закон сохранения механической энергии принимает вид

$$(W_{k_1} + W_{k_2}) - (W_{k_{10}} + W_{k_{20}}) = A$$

или

$$\frac{m_1 V_1^2}{2} + \frac{m_2 V_2^2}{2} - \left( \frac{m_1 V_{10}^2}{2} + \frac{m_2 V_{20}^2}{2} \right) = A,$$

где  $m_1, m_2$  – массы шаров;  $V_1, V_2$  – скорости шаров после удара;  $V_{10}, V_{20}$  – скорости шаров до удара.

Для неупругого удара шаров  $A < 0$ , так как кинетическая энергия системы уменьшается, часть ее необратимо переходит в энергию деформации соударяющихся шаров и в теплоту, т. е. механическая энергия при неупругих соударениях не сохраняется.

При абсолютно упругом ударе шаров кинетическая энергия, которая переходит в потенциальную энергию деформации, вновь полностью переходит в кинетическую энергию, т. е. механическая энергия сохраняется. Таким образом, для абсолютно упругого удара закон сохранения энергии примет вид

$$\frac{m_1 V_{10}^2}{2} + \frac{m_2 V_{20}^2}{2} = \frac{m_1 V_1^2}{2} + \frac{m_2 V_2^2}{2}.$$

Что касается закона сохранения импульса, то он применим к замкнутой системе любых тел; для двух соударяющихся тел закон сохранения импульса имеет вид

$$m_1 V_{10} + m_2 V_{20} = m_1 V_1 + m_2 V_2.$$

**Центральный удар шаров.** Рассмотрим центральный удар шаров, т. е. случай, когда шары движутся вдоль линии, соединяющей их центры. Пусть шары изготовлены из одинакового материала. Отклоним шар 1 на угол  $\alpha_{10}$  от положения равновесия, шар 2 оставим в покое (рис. 3.1).

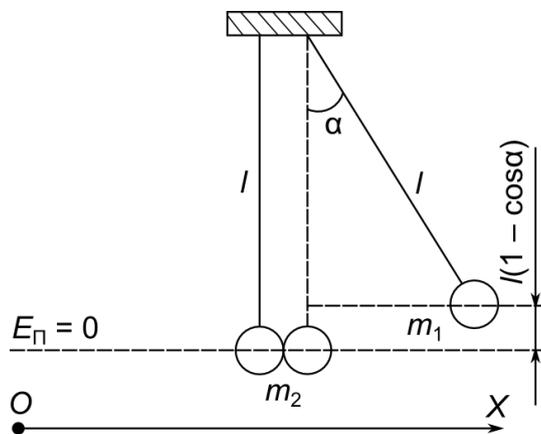


Рис. 3.1. Центральный удар шаров

Отпустим первый шар. Импульс шаров непосредственно перед столкновением равен

$$P_0 = m_1 V_{10}.$$

Суммарный импульс шаров после столкновения

$$P_0 = m_1 V_1 + m_2 V_2.$$

Если  $m_1 = m_2 = m$ , то  $p = m(V_1 + V_2)$ . Отсюда закон сохранения импульса принимает вид

$$mV_{10} = m(V_1 + V_2)$$

или

$$V_{10} = V_1 + V_2. \quad (3.1)$$

Выразим скорость соударяющихся шаров через угол отклонения от равновесного положения  $\alpha_0$  (см. рис. 3.1). Поскольку в процессе движения шара его потенциальная энергия  $mgh_0$  переходит в кинетическую энергию  $\frac{mV_0^2}{2}$ , то скорость ударяющего шара перед первым ударом определится формулой

$$V_0 = \sqrt{2gh_0}, \quad (3.2)$$

где  $h_0$  – высота поднятия шара при его отклонении на угол  $\alpha_0$ ,  $g$  – ускорение свободного падения.

Высота поднятия шара  $h_0$  может быть выражена так:

$$h_0 = l(1 - \cos \alpha_0) = l \cdot 2 \sin^2 \frac{\alpha_0}{2}, \quad (3.3)$$

где  $l$  – длина подвески шаров.

Учитывая формулу (3.3), имеем

$$V_0 = 2\sqrt{gl} \sin \frac{\alpha_0}{2}. \quad (3.4)$$

Для малых углов отклонения шара, когда  $\sin \alpha \approx \alpha$ , где  $\alpha$  выражен в радианах, получим

$$V_0 = \sqrt{gl} \alpha_0. \quad (3.5)$$

Зная время контактирования шаров, можно рассчитать среднюю силу упругого удара. На основании второго закона Ньютона получим

$$Fdt = mdV,$$

где  $F$  – сила упругого удара, действующая на шар.

Вместо силы  $F$  введем среднюю силу упругого удара  $F_{\text{cp}}$ , величина которой в течение времени контактирования предполагается постоянной. Значение  $F_{\text{cp}}$

должно удовлетворять равенству 
$$\int_0^t F_{\text{cp}} dt = \int_{V_{10}}^{V_1} mdV.$$

В результате интегрирования для первого шара получим

$$F_{\text{cp1}} = \frac{m(V_1 - V_{10})}{t}. \quad (3.6)$$

Для второго шара

$$F_{\text{cp2}} = \frac{m(V_2 - 0)}{t} = \frac{mV_2}{t} = \frac{m\sqrt{gl}}{t} \alpha_2. \quad (3.7)$$

Очевидно, что из третьего закона Ньютона  $F_{\text{cp1}} = -F_{\text{cp2}}$ , отсюда снова получаем формулу (3.1).

В условиях симметричного удара упругие свойства материала соударяющихся шаров можно охарактеризовать отношением кинетических энергий системы после удара к их сумме до удара, называемым коэффициентом восстановления шаров:

$$K = \frac{\frac{mV^2}{2} + \frac{mV^2}{2}}{\frac{mV_0^2}{2} + \frac{mV_0^2}{2}} = \left( \frac{V}{V_0} \right)^2. \quad (3.8)$$

Очевидно, что при абсолютно упругом ударе  $V = -V_0$  и  $K = 1$ , при абсолютно неупругом ударе  $V = 0$  и  $K = 0$ .

Схема движения шаров при абсолютно упругом ударе приведена на рис. 3.2.

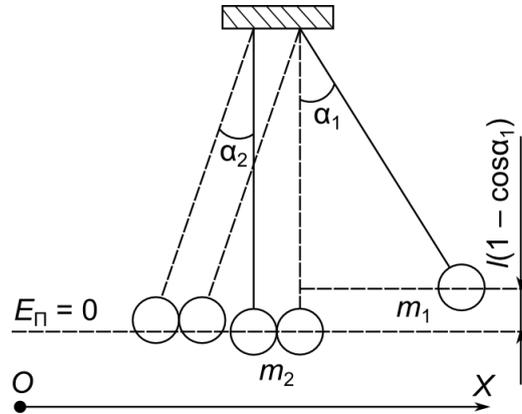


Рис. 3.2. Схема движения шаров при абсолютно неупругом ударе

Несимметричный удар шаров, реализуемый на лабораторной установке, можно уподобить симметричному, если его рассматривать в системе координат, движущейся со скоростью  $\frac{V_{10}}{2}$  справа налево. В этом случае формула (3.8)

имеет вид

$$K = \frac{\frac{m}{2} \left( V_1 - \frac{V_{10}}{2} \right)^2 + \frac{m}{2} \left( V_2 - \frac{V_{10}}{2} \right)^2}{\frac{m}{2} \left( V_{10} - \frac{V_{10}}{2} \right)^2 + \frac{m}{2} \left( 0 - \frac{V_{10}}{2} \right)^2} = \frac{V_1^2 + V_2^2 - V_{10}(V_1 + V_2) + \frac{V_{10}^2}{2}}{\frac{V_{10}^2}{2}} =$$

$$= 1 + 2 \left( \frac{V_1^2 + V_2^2}{V_{10}^2} - \frac{V_1 + V_2}{V_{10}} \right).$$

С учетом формул (3.1) и (3.5) получаем расчетное соотношение

$$K = \frac{\alpha_{10}^2 - 4\alpha_{10}\alpha_2 + 4\alpha_2^2}{\alpha_{10}^2}, \quad (3.9)$$

где  $\alpha_{10}$  – угол отклонения первого шара до столкновения;  $\alpha_2$  – угол отклонения второго шара после столкновения.

Нетрудно убедиться, что при абсолютно упругом ударе  $\alpha_2 = \alpha_{10}$  и  $K = 1$ , а при абсолютно неупругом ударе  $\alpha_2 = \frac{\alpha_{10}}{2}$  и  $K = 0$ . Таким образом, зная углы отклонения шаров, можно определить коэффициент восстановления материала шаров.

## Описание экспериментальной установки

Основание установки для исследования соударения шаров (рис. 3.3) оснащено регулируемыми ножками 1, которые позволяют произвести выравнивание прибора. В основании закреплена стойка 3, к которой прикреплены нижний и верхний кронштейны. На верхнем кронштейне закреплены верхние подвесы 4, через которые проведены провода, подводящие напряжение к нижним подвесам, а через них к шарам 2. Расстояние между шарами можно менять с помощью винта 5. На нижнем кронштейне закреплены угольники со шкалами 7 и электромагнит 6.

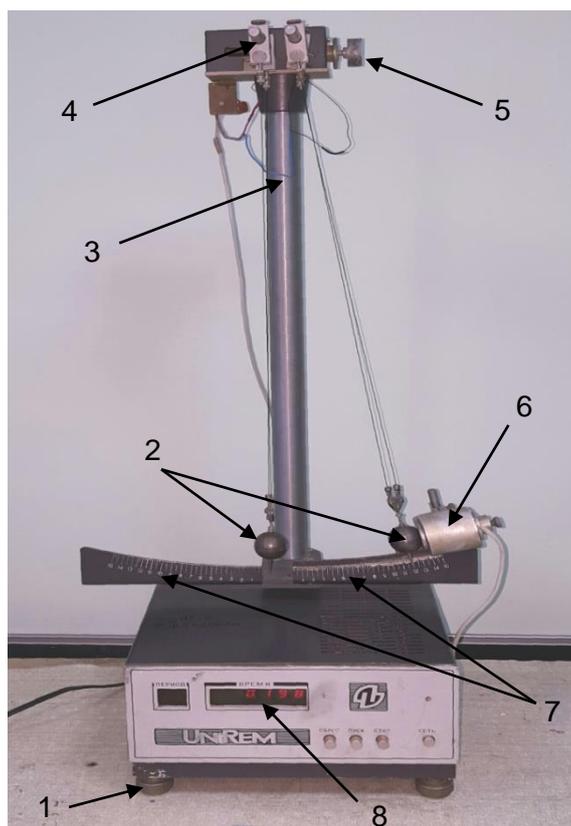


Рис. 3.3. Общий вид установки для исследования соударения шаров

Электромагнит можно передвигать вдоль правой шкалы и фиксировать высоту его установки. Угольники со шкалами тоже могут передвигаться вдоль нижнего кронштейна. В основании прибора находится микросекундомер 8 для регистрации времени соударения шаров.

## Порядок выполнения работы

1. Проверить рабочее состояние установки: убедиться, что центры шаров находятся на одном уровне, что в состоянии покоя шары слегка касаются друг друга, что лезвия нижних подвесов находятся на высоте угловых шкал и указыва-

ют отметки «0». При необходимости выполнить соответствующую корректировку.

2. Установить электромагнит на выбранном расстоянии от начала шкалы.

3. Включить миллисекундомер в сеть. Нажать клавишу СЕТЬ. Цифровые индикаторы должны показывать «0».

4. Правый шар 1 отклонить до соприкосновения с электромагнитом и заблокировать в этом положении, левый шар 2 оставить неподвижным. Зафиксировать величину угла.

5. Нажать клавишу СБРОС, затем клавишу ПУСК. После столкновения зафиксировать угол отклонения шара 2, а также время контактирования шаров. Результаты измерений  $\alpha_2$  и  $t$  занести в табл. 3.1.

Таблица 3.1

Результаты измерений и вычислений

№	$l, \text{ м}$	$\alpha_{10}^2$	$\alpha_2$	$t, \text{ с}$	$K_i$	$\Delta K_i$	$S_K$	$\Delta K$	$K_{\text{ср}} \pm \Delta K$	$\varepsilon_k, \%$	$F_{\text{ср}}, \text{ Н}$
1											
2											
...											
Среднее											

6. Повторить опыт заданное преподавателем число раз, все результаты занести в табл. 3.1.

7. По формуле (3.9) рассчитать значение коэффициента  $K$  для каждого опыта.

8. Оценить погрешности измерения коэффициента  $K$ .

9. По формуле (3.7) определить среднюю силу соударения шаров, приняв среднее значение  $t$  (длину подвеса  $l$  измерить линейкой).

### Контрольные вопросы

1. Что понимается под ударом? Что такое абсолютно упругий и абсолютно неупругий удары?

2. Что характеризует понятие «коэффициент восстановления шаров»?

3. Написать законы сохранения энергии и импульса для центрального удара двух соударяющихся тел.

4. Написать законы сохранения энергии и импульса для абсолютно упругого и абсолютно неупругого ударов.

5. Движущееся тело распадается на два осколка с импульсами  $p_1$  и  $p_2$ , направленными под углом  $\theta$  друг к другу. Найти величину первоначального импульса тела  $p$ .

6. При абсолютно упругом ударе костяных шаров одинаковой массы всегда отскакивает столько шаров, сколько налетает. Доказать этот результат.

7. Два шара массой  $m$  каждый движутся перпендикулярно друг другу с одинаковыми скоростями  $v$ . Чему равен их суммарный импульс после неупругого удара?

8. Движение материальной точки описывается уравнением  $x = 5 - 8t + 4t^2$ . Приняв массу точки равной 2 кг, найти импульс точки в момент времени 2 с.

9. Материальная точка движется по окружности с постоянной по модулю скоростью. Построить вектор изменения импульса точки: а) за  $\frac{1}{4}$  периода вращения; б) за половину периода вращения.

10. Почему шар или мяч, брошенный с некоторой высоты, не поднимается после отскока на ту же высоту?

#### ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 4.

### ИЗУЧЕНИЕ ОСНОВНОГО ЗАКОНА ДИНАМИКИ ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ С ПОМОЩЬЮ МАЯТНИКА ОБЕРБЕКА

#### Цель работы

Изучить закон динамики вращательного движения. Определить момент инерции грузов, находящихся на стержнях маятника Обербека.

#### Теоретические сведения

Моментом инерции называется мера инертности тела при вращательном движении.

Момент инерции материальной точки (м. т.) относительно оси вращения равен произведению ее массы на квадрат расстояния до оси:

$$J = mr^2.$$

Так как момент инерции – величина аддитивная, то момент инерции любого твердого тела равен

$$J = \int r^2 dm.$$

Основной закон динамики вращательного движения имеет вид

$$\vec{M} = J\vec{\varepsilon},$$

где  $\vec{M}$  – результирующий момент сил, действующий на тело;  $\vec{\varepsilon}$  – угловое ускорение.

**Вывод расчетных формул.** Рассматриваемая на рис. 4.1 система состоит из груза  $m_1$ , который движется поступательно. Закон его движения записывается как

$$m_1\vec{a} = m_1\vec{g} + \vec{T}. \quad (4.1)$$

Крестовина с блоком совершают вращательное движение. Закон динамики для них имеет вид

$$\vec{M} = J\vec{\varepsilon}, \quad (4.2)$$

где  $\vec{M} = [\vec{r}\vec{F}]$ , сила  $F = T$  (так как нить невесома).

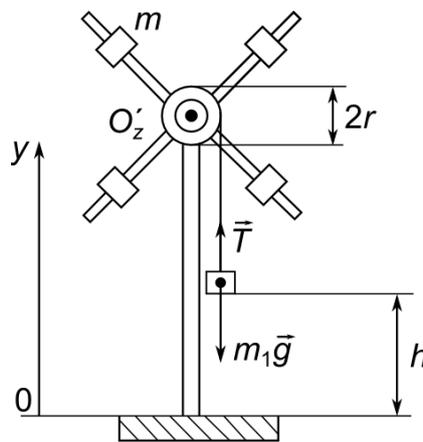


Рис. 4.1. Схема движения грузов в крестообразном маятнике

Проектируя уравнения (4.1) и (4.2) на направления ускорений движения тел, получим

$$m_1a = m_1g - T, \quad (4.3)$$

$$J\varepsilon = \frac{D}{2}T, \quad (4.4)$$

где  $D$  – диаметр шкива.

Из уравнения (4.3) находим  $T$  и подставляем в уравнение (4.4):

$$J\varepsilon = \frac{D}{2}m_1(g - a). \quad (4.5)$$

Движение груза равноускоренное без начальной скорости, поэтому  $h = \frac{at^2}{2}$ .

Из этого уравнения получим  $a = \frac{2h}{t^2}$ .

Так как нить по блоку не проскальзывает, то

$$\varepsilon = \frac{2a}{D} = \frac{4h}{t^2 D}.$$

Подставив значение  $T$  и  $\varepsilon$  в уравнение (4.5), получим расчетную формулу

$$J = \frac{m_1 D^2}{4} \left( \frac{gt^2}{2h} - 1 \right). \quad (4.6)$$

### Описание экспериментальной установки

Установка изображена на рис. 4.2. Она состоит из двух стоек. На стойке 1 закреплен маятник Обербека, который представляет собой шкив 3. К шкиву прикреплены четыре стержня. Вдоль стержней могут перемещаться и закрепляться в нужном положении грузы одинаковой массы  $m$ . На шкив намотана нить, к концу которой прикреплен груз массой  $m_1$ . На стойке 2 закреплена измерительная линейка, снабженная миллиметровой шкалой.

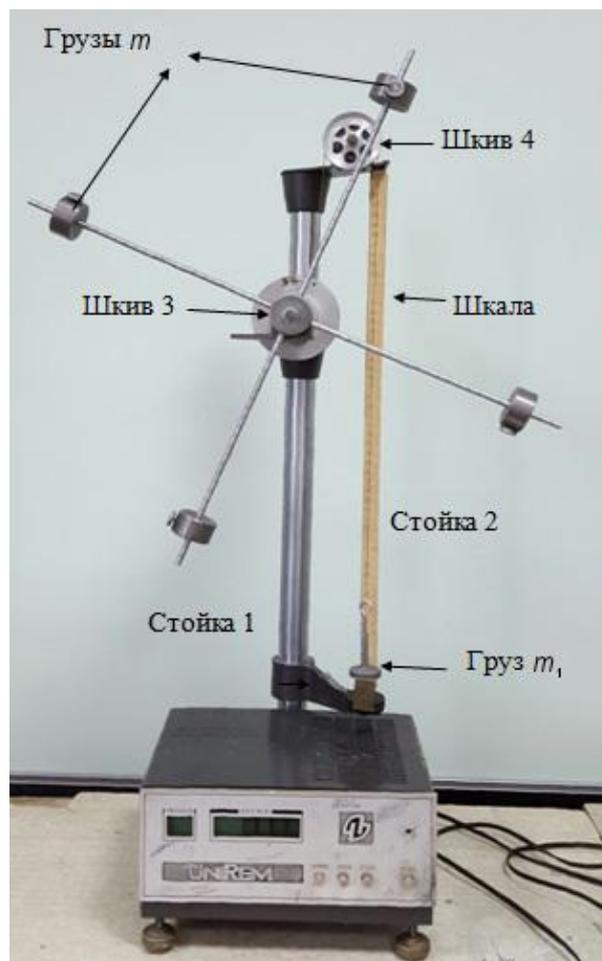


Рис. 4.2. Общий вид экспериментальной установки

## Порядок выполнения работы

1. Согласовать исходные данные (массу  $m_1$  груза, доверительную вероятность  $P$ , число измерений) с преподавателем. Занести их в табл. 4.1.

Таблица 4.1

### Исходные данные

$m_1$ , кг	$\Delta m_1$ , кг	$D$ , м	$\Delta D$ , м	$\Delta t$ , с	$\Delta h$ , м	$P$

2. Провести опыт без грузов на спицах. Определить момент инерции крестовины  $J_0$ . Для этого груз  $m_1$  установить в верхнем положении. Записать значение  $h_1$ . Отпустить груз, одновременно запустив секундомер. При прохождении нижнего положения, остановив секундомер, измерить  $h_2$ . Повторить замеры времени падения груза не менее 5 раз. Рассчитать  $J_0$  по формуле (4.6). Данные записать в табл. 4.2.

Таблица 4.2

### Определение момента инерции крестовины без грузов $J_0$ ( $h = \underline{\hspace{2cm}}$ м)

№	$t$ , с	$J_0$ , кг·м <sup>2</sup>	$\Delta J_0$ , кг·м <sup>2</sup>	$S_J$ , кг·м <sup>2</sup>	$\Delta J_0$ , кг·м <sup>2</sup>	$\varepsilon_J$ , %	$J_{0\text{ср}} \pm \Delta J_0$ , кг·м <sup>2</sup>
1				X	X	X	X
2							
...							
Среднее	X		X				

3. Установить грузы на спицах на заданном преподавателем расстоянии  $R$  от оси вращения. Аналогично п. 2 по формуле (4.6) рассчитать момент инерции  $J$  крестовины с грузами и записать в табл. 4.2.

4. Момент инерции грузов рассчитать по формуле  $J_G = J - J_0$ .

5. Рассчитать относительную и абсолютную погрешности измерения.

6. Записать окончательный результат  $J \pm \Delta J$  в табл. 4.3.

Таблица 4.3

### Определение момента инерции всей системы $J$ ( $h = \underline{\hspace{2cm}}$ м, $R = \underline{\hspace{2cm}}$ м)

№	$t$ , с	$J$ , кг·м <sup>2</sup>	$\Delta J$ , кг·м <sup>2</sup>	$S_J$ , кг·м <sup>2</sup>	$\Delta J$ , кг·м <sup>2</sup>	$\varepsilon_J$ , %	$J_{\text{ср}} \pm \Delta J$ ,

							кг·м <sup>2</sup>
1							
2							
...							
Среднее							

7. По формуле  $J_G = 4mR^2$  рассчитать теоретическое значение момента инерции грузов и сравнить полученный результат с измеренным значением.

### Контрольные вопросы

1. Что называется моментом инерции материальной точки, системы материальной точки, твердого тела?
2. Что называется моментом силы относительно точки  $O$ , относительно оси вращения?
3. Какая сила создает вращающий момент крестовины? Как он направлен?
4. Записать основной закон динамики вращательного движения. Дать определение всем физическим величинам, входящим в закон.
5. В установке изменили массу грузов  $m$ . Как изменится момент инерции?
6. В установке изменили положение грузов на стержнях. Как изменится момент инерции? Как изменятся при этом параметры движения?
7. Определить направление угловой скорости и углового ускорения при вращении крестовины.
8. Можно ли воспользоваться законом сохранения энергии для описания движения системы? Аргументировать ответ.
9. Как связаны угловое и линейное ускорения? Указать их направление на чертеже.
10. Сформулировать теорему Штейнера.

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 5. ИЗУЧЕНИЕ ПЛОСКОГО ДВИЖЕНИЯ ТВЕРДОГО ТЕЛА С ПОМОЩЬЮ МАЯТНИКА МАКСВЕЛЛА

### Цель работы

Определить момент инерции маятника Максвелла.

## Теоретические сведения

Маятник Максвелла представляет собой однородный диск, насаженный на цилиндрический вал; центры масс диска и вала лежат на оси вращения. На вал радиусом  $r$  намотаны нити, концы которых закреплены на кронштейн. При разматывании нитей маятник Максвелла совершает плоское движение (плоским называют такое движение, при котором все точки тела перемещаются в параллельных плоскостях). Плоское движение складывается из поступательного движения центра масс вдоль оси  $Oy$  и вращения относительно оси симметрии  $O'z$ , проходящей через центр масс. При движении маятника Максвелла происходит процесс перехода потенциальной энергии в кинетическую и обратно (механическая энергия постепенно убывает в результате действия сил трения) (рис. 5.1).

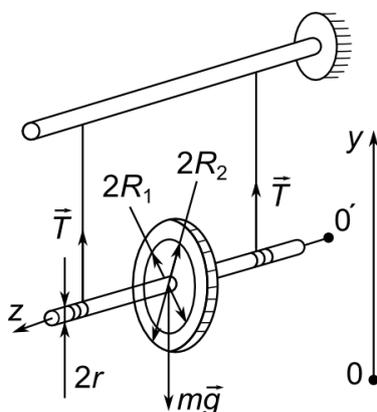


Рис. 5.1. Схема плоского движения маятника Максвелла

Плоское движение твердого тела можно представить как сумму двух движений – поступательного движения центра масс со скоростью  $V$  и вращательного движения с угловой скоростью  $\omega$  относительно оси  $O'z$ , проходящей через центр масс маятника Максвелла.

Согласно теореме о движении центра масс, он движется как материальная точка, масса которой равна массе системы, а действующая на нее сила – геометрической сумме всех внешних сил, действующих на систему:

$$\sum_{i=1}^n \vec{F} = m \vec{a}_c,$$

где индекс  $c$  – центр масс системы.

Основное уравнение динамики вращательного движения для маятника Максвелла относительно мгновенной оси  $O'z$ , проходящей через центр масс, имеет следующий вид:

$$\sum_{i=1}^n M_n = I_z \varepsilon_z,$$

где  $\sum_{i=1}^n M_n$  – алгебраическая сумма моментов внешних сил относительно оси  $O'z$ ;

$I_z$  – момент инерции маятника относительно оси  $O'z$ ;  $\varepsilon_z$  – проекция углового ускорения на ось  $O'z$ .

Если нить не проскальзывает, то скорость центра масс маятника  $V_c$  и угловая скорость  $\omega$  связаны кинетическим соотношением

$$V_c = \omega r.$$

Определим момент инерции маятника Максвелла, масса которого равна  $m$ , радиус вала равен  $r$ . Пусть при движении вниз маятник проходит расстояние  $h$  за время  $t$ . Уравнения поступательного и вращательного движения для маятника Максвелла (см. рис. 5.1) имеют вид

$$-ma = 2T - mg, \quad (5.1)$$

$$I\varepsilon = 2Tr. \quad (5.2)$$

Если нить не проскальзывает во время движения, то

$$\varepsilon = \frac{a}{r}. \quad (5.3)$$

Отметим, что здесь и в дальнейшем индексы  $z$  и  $c$  опущены.

Запишем кинематическое соотношение между  $h$  и  $\tau$ :

$$h = \frac{a\tau^2}{2}. \quad (5.4)$$

Решая систему (5.1)–(5.4), получим

$$I = \frac{md^2}{4} \left( \frac{g\tau^2}{2h} - 1 \right), \quad (5.5)$$

где  $d = 2r$  – диаметр вала;  $m = m_b + m_d + m_k$  – масса маятника ( $m_b$ ,  $m_d$  и  $m_k$  – массы вала, диска и кольца соответственно).

Полученный результат сравним со значением момента инерции, определяемым из теоретических соображений. Маятник состоит из элементов правильной геометрической формы – вала, диска и съемного кольца, материал маятника – однородный. При этом момент инерции маятника Максвелла можно рассчитать по формуле

$$I = I_{\text{в}} + I_{\text{д}} + I_{\text{к}}, \quad (5.6)$$

где  $I_{\text{в}}$  – момент инерции вала;  $I_{\text{д}}$  – момент инерции диска;  $I_{\text{к}}$  – момент инерции съемного кольца.

Проводя расчеты с использованием формулы для определения момента инерции

$$I = \int r^2 dm, \quad (5.7)$$

найдем моменты инерции элементов маятника Максвелла.

Момент инерции вала рассчитывается по формуле

$$I_{\text{в}} = \frac{m_{\text{в}} r^2}{2}. \quad (5.8)$$

Момент инерции однородного диска равен

$$I_{\text{д}} = \frac{m_{\text{д}}}{8} (d^2 + d_1^2), \quad (5.9)$$

где  $d = 2r$  – внутренний диаметр диска;  $d_1 = 2R_1$  – внешний диаметр диска.

Момент инерции кольца рассчитывается по формуле

$$I_{\text{к}} = \frac{m_{\text{к}}}{8} (d_1^2 + d_2^2), \quad (5.10)$$

где  $d_1 = 2R_1$  – внутренний диаметр кольца;  $d_2 = 2R_2$  – внешний диаметр кольца.

Определим моменты инерции элементов маятника Максвелла ( $I_{\text{в}}$ ,  $I_{\text{д}}$ ,  $I_{\text{к}}$ ), используя законы сохранения механической энергии. Примем потенциальную энергию маятника Максвелла  $W_{\text{п}_2} = 0$  в положении, когда маятник находится в нижней точке. Кинетическая энергия в этом положении

$$W_{\text{к}_2} = \frac{mV^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2}, \quad (5.11)$$

где  $V$  – скорость центра масс маятника;  $\omega$  – угловая скорость;  $I$  – момент инерции маятника относительно оси, проходящей через центр масс.

В верхнем положении маятника его потенциальная энергия

$$W_{\text{п}_1} = mgh,$$

а кинетическая энергия равна нулю.

Из закона сохранения механической энергии для маятника Максвелла (диссипативными силами, т. е. силами трения, сопротивления воздуха и т. п. пренебрегаем) следует, что

$$mgh = \frac{mV^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2}. \quad (5.12)$$

Так как центр масс маятника Максвелла движется прямолинейно и равноускоренно, то

$$h = \frac{a\tau^2}{2}, \quad V = a\tau. \quad (5.13)$$

Из выражений (5.13) получим

$$V = \frac{2h}{\tau}. \quad (5.14)$$

Подставляя соотношение (5.14) в (5.12) и используя соотношение  $V = \omega r$  между скоростью центра масс и угловой скоростью вращения маятника относительно оси симметрии, получим формулу для расчета момента инерции маятника Максвелла:

$$I = \frac{md^2}{4} \left( \frac{g\tau^2}{2h} - 1 \right), \quad (5.15)$$

где  $I = I_B + I_D + I_K$ ,  $m = m_B + m_D + m_K$ .

Соотношение (5.15) запишем в виде

$$I = I_B + I_D + I_K = (m_B + m_D + m_K) \frac{d^2}{4} \left( \frac{g\tau^2}{2h} - 1 \right). \quad (5.16)$$

Момент инерции – аддитивная величина. Поэтому из выражения (5.16) получим:

– момент инерции кольца:

$$I_K = m_K \frac{d^2}{4} \left( \frac{g\tau^2}{2h} - 1 \right); \quad (5.17)$$

– момент инерции вала:

$$I_B = m_B \frac{d^2}{4} \left( \frac{g\tau^2}{2h} - 1 \right); \quad (5.18)$$

– момент инерции диска:

$$I_D = m_D \frac{d^2}{4} \left( \frac{g\tau^2}{2h} - 1 \right). \quad (5.19)$$

Соотношения (5.17)–(5.19) позволяют рассчитать экспериментальные значения для моментов инерции.

### Описание экспериментальной установки

Маятник Максвелла представляет собой диск с надетым на него кольцом, насаженный на цилиндрический вал; центры масс диска и вала лежат на оси вращения. На вал радиусом  $r$  намотаны нити, концы которых закреплены на кронштейне. При разматывании нитей маятник Максвелла совершает плоское движение (рис. 5.2).

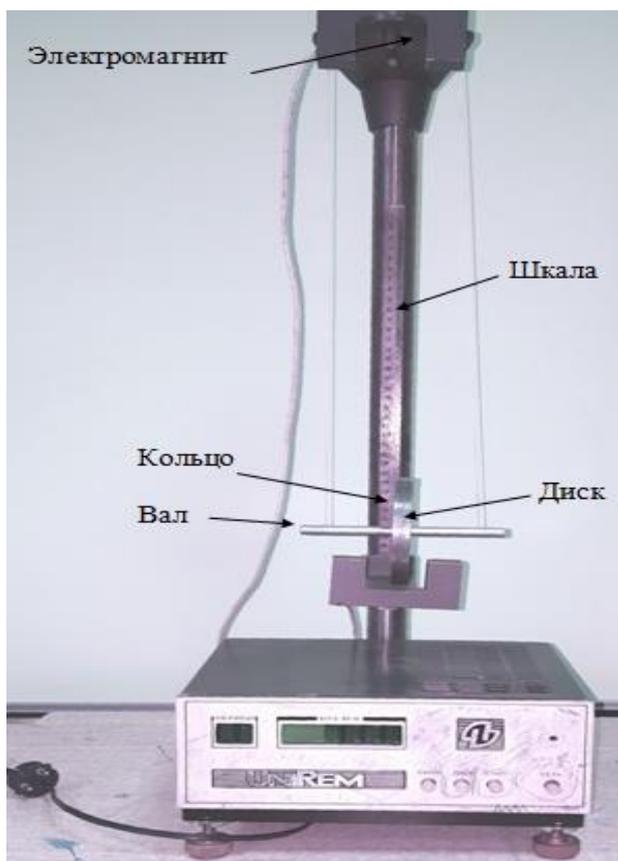


Рис. 5.2. Общий вид экспериментальной установки.

### Порядок выполнения работы

1. Измерить штангенциркулем диаметр вала  $d$ . Измерить штангенциркулем внутренний диаметр ( $d_1$ ) и внешний диаметр кольца ( $d_2$ ).
2. Проверить подвеску маятника, обращая внимание на то, чтобы его ось была параллельна основанию прибора. Определить расстояние, проходимое маятником при падении. Для этого на стержень маятника намотать нити подвески, обращая внимание на то, чтобы она наматывалась равномерно, один виток около другого.

3. С помощью угольника измерить положение нижнего края кольца по шкале на стойке в верхнем положении маятника. Измерить положение нижнего края кольца при раскрученных нитях. По разности измерений по шкале определить расстояние, проходимое маятником при падении.

4. Привести маятник в исходное положение. Произвести замер времени падения маятника до полного раскручивания нитей секундомером. Записать измеренное значение в табл. 5.1.

5. Провести замер времени не менее пяти раз. Для каждого значения времени по формуле (5.5) вычислить момент инерции маятника. Причем масса маятника  $m = m_{\text{в}} + m_{\text{д}} + m_{\text{к}}$ .

Таблица 5.1

Результаты вычисления момента инерции маятника Максвелла

№	$\tau$ , с	$J$ , кг·м <sup>2</sup>	$\Delta J$ , кг·м <sup>2</sup>	$S_J$ , кг·м <sup>2</sup>	$\delta J$ , кг·м <sup>2</sup>	$\varepsilon_J$ , %	$J_{\text{ср}} \pm \Delta J$ , кг·м <sup>2</sup>
1				X	X	X	X
2							
...							
Среднее	X		X				

Значения масс отдельных элементов маятника нанесены на них.

6. Вычислить среднее значение момента инерции маятника  $I_{\text{ср}}$ , полученное экспериментальным путем. Вычислить погрешность измерения. Результаты записать в табл. 5.1.

7. Вычислить теоретическое значение момента инерции маятника по формуле (5.6). Значения отдельных моментов инерции определяются по формулам (5.8)–(5.10). Сравнить экспериментальное и теоретическое значение момента инерции маятника.

### Контрольные вопросы

1. Что называется моментом инерции материальной точки, системы материальной точки, твердого тела?

2. Вывести формулу (5.5), используя уравнения поступательного и вращательного движения для маятника Максвелла.

3. Вывести формулу (5.5), используя закон сохранения полной механической энергии.

4. Провести аналогию между физическими величинами, характеризующими поступательное и вращательное движение.

5. Вывести формулу расчета момента инерции относительно оси симметрии для: а) сплошного цилиндра; б) полого цилиндра.

6. Изменяет ли при колебаниях маятника свой знак: а) скорость центра масс; б) ускорение центра масс?

7. Наиболее часто нить маятника Максвелла рвется в момент полного разматывания. Почему это происходит?

8. Объяснить, почему маятник Максвелла не поднимается на первоначальную высоту.

## РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

### *Основная*

1. Трофимова, Т. И. Курс физики : учеб. пособие для вузов / Т. И. Трофимова. – 18-е изд., стер. – М. : Академия, 2010. – 560 с.

2. Савельев, И. В. Курс общей физики : учеб. пособие : в 5 кн. Кн. 1. Механика / И. В. Савельев. – М. : Астрель, 2008. – 336 с.

### *Дополнительная*

3. Физика : метод. указания по изучению дисциплины / сост. Ю. Ф. Пугачев, С. С. Леонов, В. В. Ефимов, С. С. Самохина, П. Г. Шульпин. – Ульяновск : УВАУ ГА(И), 2009. – 45 с.

4. Физика : сб. тематических заданий : в 2 ч. Ч. 1. Механика, электродинамика, колебания и волны / сост. С. С. Самохина. – Ульяновск : УВАУ ГА(И), 2012. – 139 с.

5. Физика : тесты к лабораторным работам : учеб.-метод. пособие : в 2 ч. Ч. 1. Механика. Электричество и магнетизм / сост. Т. Н. Кодратова, С. С. Леонов. – Ульяновск : УВАУ ГА(И), 2015. – 52 с.

**Образец оформления титульного листа лабораторной работы**

**УЛЬЯНОВСКИЙ ИНСТИТУТ ГРАЖДАНСКОЙ АВИАЦИИ  
ИМЕНИ ГЛАВНОГО МАРШАЛА АВИАЦИИ Б. П. БУГАЕВА**

Кафедра ЕНД

**Лабораторная работа № 4  
по курсу «Физика (Механика)»**

**ИЗУЧЕНИЕ ОСНОВНОГО ЗАКОНА ДИНАМИКИ ВРАЩАТЕЛЬНОГО  
ДВИЖЕНИЯ С ПОМОЩЬЮ МАЯТНИКА ОБЕРБЕКА**

Курсанта гр. П15-1  
Иванова П. С.

Работа выполнена

Теория зачтена

Работа зачтена

**Ульяновск 2016**

## Приложение 2

Таблица коэффициентов Стьюдента

$n \backslash p$	0,8	0,9	0,95	0,99	0,999
1	3,08	6,31	12,71	63,66	636,62
2	1,89	2,92	4,30	9,92	31,60
3	1,64	2,35	3,18	5,84	12,92
4	1,53	2,13	2,78	4,60	8,61
5	1,48	2,02	2,57	4,03	6,87
6	1,44	1,94	2,45	3,71	5,96
7	1,42	1,90	2,36	3,50	5,41
8	1,40	1,86	2,31	3,36	5,04
9	1,38	1,83	2,26	3,25	4,78
10	1,37	1,73	2,09	2,86	3,83
20	1,31	1,70	2,04	2,76	3,66
30	1,28	1,64	1,96	2,58	3,29

## Приложение 3

Древнегреческий алфавит

Обозначение	Название	Обозначение	Название
Αα	Альфа	Νν	Ню
Ββ	Бета	Ξξ	Кси
Γγ	Гамма	Οο	Омикрон
Δδ	Дельта	Ππ	Пи
Εε	Эпсилон	Ρρ	Ро
Ζζ	Дзета	Σσς	Сигма
Ηη	Эта	Ττ	Тау
Θθ	Тета	Υυ	Ипсилон
Ιι	Йота	Φφ	Фи
Κκ	Каппа	Χχ	Хи
Λλ	Лямбда	Ψψ	Пси
Μμ	Мю	Ωω	Омега

Десятичные приставки в физике

Десятичный множитель	Приставка		Обозначение		Пример
	русская	международная	русское	международное	
$10^1$	дека	deca	да	da	дал – декалитр
$10^2$	гекто	hecto	г	h	гПа – гектопаскаль
$10^3$	кило	kilo	к	k	кН – килоньютон
$10^6$	мега	mega	М	M	МПа – мегапаскаль
$10^9$	гига	giga	Г	G	ГГц – гигагерц
$10^{12}$	тера	tera	Т	T	ТВ – теравольт
$10^{15}$	пета	peta	П	P	Пфлопс – петафлопс
$10^{18}$	экса	exa	Э	E	Эм – эксаметр
$10^{21}$	зета	zetta	З	Z	ЗэВ – зетаэлектронвольт
$10^{24}$	иотта	yotta	И	Y	Иг – иоттаграмм
$10^{-1}$	деци	deci	д	d	дм – дециметр
$10^{-2}$	санти	centi	с	c	см – сантиметр
$10^{-3}$	милли	milli	м	m	мН — миллиньютон
$10^{-6}$	микро	micro	мк	$\mu$	мкм – микрометр, микрон
$10^{-9}$	нано	nano	н	n	нм – нанометр
$10^{-12}$	пико	pico	п	p	пФ – пикофарад
$10^{-15}$	фемто	femto	ф	f	фс – фемтосекунда
$10^{-18}$	атто	atto	а	a	ас – аттосекунда
$10^{-21}$	зепто	zepto	з	z	зКл – зептокулон
$10^{-24}$	иокто	yocto	и	y	иг – иоктограмм

Лабораторный практикум

ФИЗИКА

МЕХАНИКА

Составители:

ЛЕОНОВ  
СЕРГЕЙ СЕРГЕЕВИЧ  
ПОДЫМОВ  
ЛЕОНИД ИГОРЕВИЧ  
ХАРЛОВА  
ОЛЬГА ПЕТРОВНА

*Редактор М. Т. Любимова*

*Компьютерная верстка И. А. Ерёминой*

---

Подписано в печать 11.03.2016. Формат 60×90/16. Бумага офсетная.

Печать трафаретная. Усл. печ. л. 2,44. Уч.-изд. л. 2,26.

Тираж 40 экз. Заказ № 96.

---

РИО и типография УИ ГА. 432071, г. Ульяновск, ул. Можайского, 8/8

