ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ВОЗДУШНОГО ТРАНСПОРТА

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«УЛЬЯНОВСКИЙ ИНСТИТУТ ГРАЖДАНСКОЙ АВИАЦИИ
ИМЕНИ ГЛАВНОГО МАРШАЛА АВИАЦИИ Б. П. БУГАЕВА»

ФИЗИКА

Практикум

В 2 частях

Часть 1

*Рекомендовано
редакционно-издательским советом института*

Ульяновск 2019

УДК 53(075.8)
ББК Ф3я7
Ф50

Физика : практикум. В 2 частях. Часть 1 / составитель Н. Ю. Громова. – Ульяновск : УИ ГА, 2019. – 115 с.

Содержит материал по подготовке к практическим занятиям первого семестра изучения дисциплины: учебные вопросы, основные физические понятия и законы, формулы, необходимые для решения задач. Также представлены алгоритм решения задач, задания для самоподготовки, примеры решения задач и задачи для самостоятельного решения.

Разработан в соответствии с Федеральными государственными образовательными стандартами и рабочей программой учебной дисциплины «Физика».

Предназначен для курсантов и студентов заочной формы обучения специальности «Эксплуатация воздушных судов и организация воздушного движения» и направлений подготовки «Аэронавигация», «Эксплуатация аэропортов и обеспечение полетов воздушных судов».

УДК 53(075.8)
ББК Ф3я7

ОГЛАВЛЕНИЕ

Раздел 1. ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МЕХАНИКИ

Практическое занятие № 1. Кинематика поступательного и вращательного движений материальной точки

Учебные вопросы

1. Кинематика поступательного движения материальной точки.
2. Кинематика вращательного движения материальной точки.

Рекомендуемая литература: [1, глава 1], [2, тема 1], [5, § 1].

Изучив данную тему, обучающийся должен:

знать:

– вектор скорости;

– вектор ускорения;

– ускорение при криволинейном движении;

– тангенциальное, нормальное и полное ускорения;

– путь и перемещение;

– движение по окружности;

– угловое перемещение, угловую скорость, угловое ускорение;

– связь линейных и угловых величин, связь между различными кинематическими величинами;

уметь:

– применять законы кинематики в условиях конкретной задачи;

– использовать физические формулы для анализа функциональных зависимостей между различными физическими величинами;

– определять направления векторных величин;

– делать выводы о характере изменения искомой величины;

владеть:

– методами анализа информации, представленной в виде графика, рисунка;

– математическим аппаратом (вычисление производных, интегралов, операции с векторами) для решения физических задач.

Задание на самоподготовку

Уясните физический смысл следующих понятий: скорость, ускорение, перемещение; угловая скорость, угловое ускорение, тангенциальное, нормальное и полное ускорения, угловое перемещение.

Запомните формулы связи между различными кинематическими величинами; формулы связи линейных и угловых величин; кинематические уравнения движений.

Ознакомьтесь с алгоритмом и решением типовых задач на данную тему.

Ответьте на следующие вопросы:

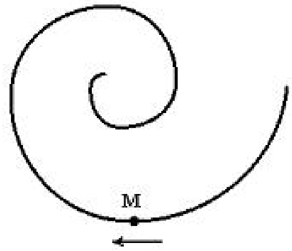
1. Какое движение называется поступательным?
2. Что такое траектория движения? От чего зависит ее вид?
3. Что называется средней и мгновенной линейными скоростями?
4. Что называется средним и мгновенным линейными ускорениями?
5. Что характеризует тангенциальное ускорение? Как оно направлено? Чему равен модуль тангенциального ускорения?
6. Что характеризует нормальное ускорение? Как оно направлено? Чему равен модуль нормального ускорения?
7. Запишите кинематические уравнения движения для равнопеременного движения.
8. Может ли нормальное ускорение частицы при движении по криволинейной траектории:

   а) равняться нулю;

   б) равняться постоянному вектору?
9. Что называется средней и мгновенной угловой скоростями? Как определяется направление этих векторов?
10. Что такое среднее и мгновенное угловые ускорения? Как определяются их направления?
11. Приведите уравнение, связывающее линейную и угловую скорости.
12. Приведите соотношение между тангенциальным и угловым ускорениями.
13. Приведите кинематическое уравнение движения для равномерного вращательного движения.
14. Что называется периодом вращательного движения?
15. Что такое частота?
16. Какая связь между периодом и частотой?
17. Что называется циклической частотой?
18. Какая связь между циклической частотой и периодом?
19. Какая связь между частотой и циклической частотой?

Проведите самоконтроль по вопросам следующего теста:

1. Точка *M* движется по спирали с равномерно возрастающей скоростью в направлении, указанном стрелкой. При этом величина полного ускорения точки … .



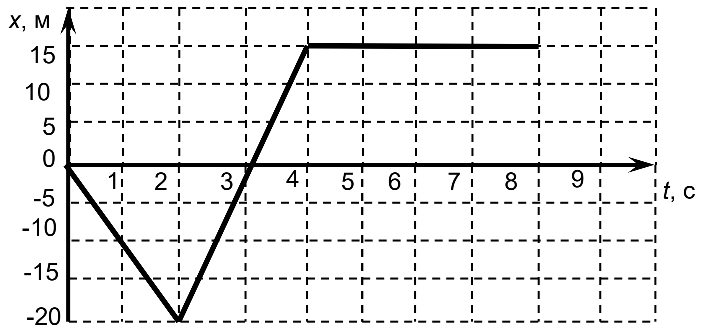
а) увеличивается;

б) уменьшается;

в) не изменяется;

г) равна нулю.

2. По графику изменения координаты определить среднюю путевую скорость и модуль средней скорости движения тела на всем промежутке времени (результат округлить до десятых).



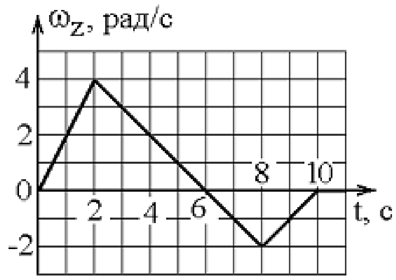
а) 9,3 м/с; 4,7 м/с;

б) 5,6 м/с; 1,9 м/с;

в) 6,9 м/с; 1,9 м/с;

г) 1,5 м/с; 0,4 м/с.

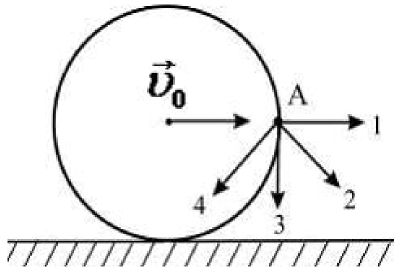
3. Твердое тело начинает вращаться вокруг оси *Z* с угловой скоростью, проекция которой изменяется со временем, как показано на графике. Угловое перемещение (в радианах) в промежутке времени от 2 с до 4 с равно … .



а) 4; в) 2;

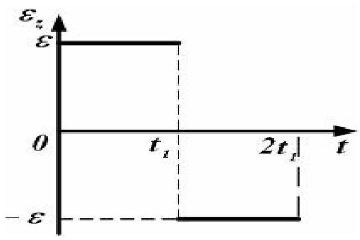
б) 6; г) 8.

4. Диск катится равномерно по горизонтальной поверхности со скоростью без проскальзывания. Вектор скорости точки *A*, лежащей на ободе диска, ориентирован в направлении … .

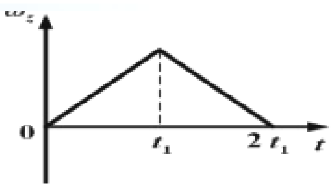


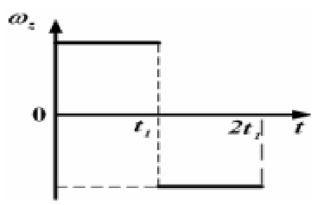
а) 1; в) 3;

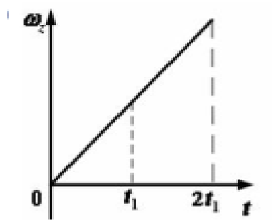
б) 2; г) 4.



5. Твердое тело начинает вращаться вокруг оси Z. Зависимость углового ускорения ε_z от времени t представлена на графике. Соответствующая зависимость угловой скорости ω_z от времени t представлена графиком … .







а) б) в)

6. Радиус-вектор материальной точки изменяется со временем по закону $\vec r = 4t^2\vec i + 6t\vec j + 2\vec k$. Найти модуль скорости через 1 с после начала движения.

а) 14; в) 10;

б) 8; г) 7.

Основные законы и формулы

Положение материальной точки в пространстве задается радиусом-вектором:

$$\vec r = \vec i x + \vec j y + \vec k z,$$

где $\vec i, \vec j, \vec k$ – единичные векторы направлений (орты); x, y, z – координаты точки.

Средняя скорость

$$\langle \bar{\upsilon} \rangle = \frac{\Delta \vec r}{\Delta t},$$

где $\Delta \vec r$ – перемещение материальной точки за интервал времени Δt.

Средняя путевая скорость

$$\langle \upsilon \rangle = \frac{\Delta s}{\Delta t},$$

где Δs – путь, пройденный точкой за интервал времени Δt.

Мгновенная скорость

$$\vec v = \frac{d\vec r}{dt} = \vec i v_x + \vec j v_y + \vec k v_z,$$

где $v_x = \dfrac{dx}{dt}$; $v_y = \dfrac{dy}{dt}$; $v_z = \dfrac{dz}{dt}$ – проекции скорости υ на оси координат.

Модуль скорости

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}\ .$$

Ускорение

$$\vec{a} = \frac{d\vec{\upsilon}}{dt} = \vec{i}a_x + \vec{j}a_y + \vec{k}a_z,$$

где $a_x = \frac{d\upsilon_x}{dt}$; $a_y = \frac{d\upsilon_y}{dt}$; $a_z = \frac{d\upsilon_z}{dt}$ – проекции ускорения a на оси координат.

Модуль ускорения

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}\,.$$

При криволинейном движении ускорение можно представить как сумму нормальной a_n и тангенциальной a_τ составляющих (рис. 1):

$$\vec{a} = \vec{a}_n + \vec{a}_\tau.$$

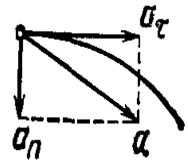


Рис. 1

Модули этих ускорений:

$$a_n = \frac{\tau^2}{R};\quad a_\tau = \frac{d\upsilon}{dt};\quad a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2},$$

где R – радиус кривизны в данной точке траектории.

Путь и скорость для равнопеременного движения

$$S = S_0 \pm \upsilon_0 t \pm \frac{at^2}{2};\quad \upsilon = \upsilon_0 \pm at;\quad S = \frac{\upsilon^2 - \upsilon_0^2}{2a},$$

где υ_0 – начальная скорость.

Длина пути, пройденного материальной точкой за промежуток времени от t_1 до t_2, и ее геометрический смысл (рис. 2)

$$S = \int_{t_1}^{t_2} \upsilon(t)dt\,.$$

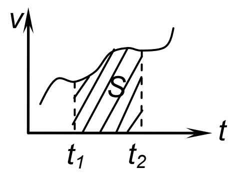


Рис. 2

Угловая скорость

$$\omega = \varphi'(t) = \frac{d\varphi}{dt},$$

где $d\varphi$ – элементарный угол поворота.

Угловая скорость равномерного вращательного движения

$$\omega = \frac{\varphi}{t} = \frac{2\pi}{T} = 2\pi n,$$

где $\varphi = 2\pi N$ – угол поворота φ произвольного радиуса от начального положения; N – число полных оборотов; t – промежуток времени, за который произошел данный поворот; T – период вращения; n – частота вращения.

Угловое ускорение

$$\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}.$$

Угол поворота и угловая скорость для равнопеременного вращательного движения

$$\varphi = \varphi_0 \pm \omega_0 t \pm \frac{\varepsilon t^2}{2}; \quad \omega = \omega_0 \pm \varepsilon t; \quad \varphi = \frac{\omega^2 - \omega_0^2}{2\varepsilon}.$$

Связь между линейными и угловыми величинами:

$$S = \varphi R; \quad v = \omega R; \quad a_\tau = \varepsilon R; \quad a_n = \omega^2 R.$$

Алгоритм решения задач

1. Необходимо выбрать систему отсчета с указанием начала отсчета времени и обозначить на схематическом чертеже все кинематические характеристики движения (перемещение, скорость, ускорение).

2. Записать кинематические законы движения для каждого из движущихся тел в векторной форме.

3. Спроецировать векторные величины на оси x и y и проверить, является ли полученная система уравнений полной.

4. Используя кинематические связи, геометрические соотношения и специальные условия, данные в задаче, составить недостающие уравнения.

5. Решить полученную систему уравнений относительно неизвестных.

6. Перевести все величины в одну систему единиц и вычислить искомые величины.

7. Проанализировать результат и проверить его размерность.

При решении задач на движение материальной точки по окружности необходимо дополнительно учитывать связь между угловыми и линейными характеристиками.

Решение типовых задач

Пример 1. Кинематическое уравнение движения материальной точки по прямой (ось x) имеет вид $x = A + Bt + Ct^3$, где $A = 4$ м, $B = 2$ м/с, $C = -0{,}5$ м/с^2. Для момента времени $t_1 = 2$ с определить: 1) координату x_1 точки; 2) мгновенную скорость v_1; 3) мгновенное ускорение a_1.

Решение.

1. Координату точки, для которой известно кинематическое уравнение движения, найдем, подставив в уравнение движения вместо t заданное значение времени t_1: $x = A + Bt + Ct^3$.

Подставим в это выражение значения A, B, C, t_1 и произведем вычисления:

$$x_1 = (4 + 4 - 0{,}5 \cdot 2^3)\text{ м} = 4\text{ м}.$$

2. Мгновенную скорость в произвольный момент времени найдем, продифференцировав координату x по времени: $\upsilon = \dfrac{dx}{dt} = B + 3Ct^3$. Тогда в заданный момент времени t_1 мгновенная скорость $\upsilon_1 = B + 3Ct_1^2$. Подставим сюда значения B, C, t_1 и произведем вычисления: $\upsilon_1 = -4$ м/с.

Знак «–» указывает на то, что в момент времени $t_1 = 2$ с точка движется в отрицательном направлении координатной оси.

3. Мгновенное ускорение в произвольный момент времени найдем, взяв вторую производную от координаты x по времени: $a = \dfrac{d^2x}{dt^2} = \dfrac{d\upsilon}{dt} = 6Ct.$

Мгновенное ускорение в заданный момент времени t_1 равно $a_1 = 6Ct_1$. Подставим значения C, t_1 и произведем вычисления: $a_1 = -6 \cdot 0{,}5 \cdot 2 = -6$ м/с.

Знак «–» указывает на то, что направление вектора ускорения совпадает с отрицательным направлением координатной оси, причем в условиях данной задачи это имеет место для любого момента времени.

Пример 2. Кинематическое уравнение движения материальной точки по прямой (ось x) имеет вид $x = A + Bt + Ct^2$, где $A = 5$ м, $B = 4$ м/с, $C = -1$ м/с^2. 1. Построить график зависимости координаты x и пути s от времени. 2. Определить среднюю скорость $\langle \upsilon_x \rangle$ за интервал времени от $t_1 = 1$ с до $t_2 = 6$ с. 3. Найти среднюю путевую скорость $\langle \upsilon \rangle$ за тот же интервал времени.

Решение.

1. Для построения графика зависимости координаты точки от времени найдем характерные значения координаты – начальное и максимальное и моменты времени, соответствующие указанным координатам и координате, равной нулю.

Начальная координата соответствует моменту $t = 0$. Ее значение равно

$$x_0 = x(0) = A = 5\text{ м}.$$

Максимального значения координата достигает в тот момент, когда точка начинает двигаться обратно (скорость меняет знак). Этот момент времени найдем, приравняв к нулю первую производную от координаты по времени:

$$\upsilon = \frac{dx}{dt} = B + 2Ct = 0,$$

откуда $t = -B/2C = 2$ с. Максимальная координата $x_{max} = x(2) = 9$ м.

Момент времени t, когда координата $x = 0$, найдем из выражения

$$x = A + Bt + Ct^2 = 0.$$

Решим полученное квадратное уравнение относительно t:

$$t = \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4AC}}{2C}.$$

Подставим значения A, B, C и произведем вычисления: $t = (2 \pm 3)$ с.

Таким образом, получаем два значения времени: $t' = 5$ с и $t'' = -1$ с. Второе значение времени отбрасываем, т. к. оно не удовлетворяет условию задачи ($t > 0$).

График зависимости координаты точки от времени представляет собой кривую второго порядка (рис. 3). График пути построим, исходя из следующих соображений:

а) путь и координата до момента изменения знака скорости совпадают;

б) начиная с момента возврата (t_B) точки она движется в обратном направлении и, следовательно, координата ее убывает, а путь продолжает возрастать по тому же закону, по которому убывает координата.

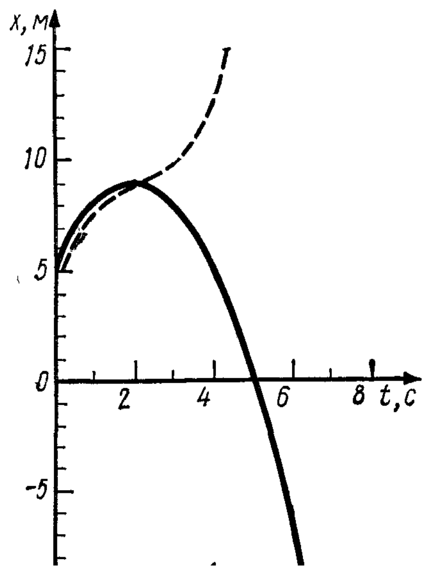


Рис. 3

Следовательно, график пути до момента времени $t_B = 2$ с совпадает с графиком координаты, а начиная с этого момента, является зеркальным отображением графика координаты.

2. Средняя скорость $\langle \upsilon_x \rangle$ за интервал времени $t_2 - t_1$ определяется выражением $\langle \upsilon_x \rangle = (x_2 - x_1)/(t_2 - t_1)$.

Подставим значения x_1, x_2, t_1, t_2 и произведем вычисления

$$\langle \upsilon_x \rangle = (-7 - 8)/(6 - 1) = -3 \text{ м/с}.$$

3. Среднюю путевую скорость $\langle \upsilon \rangle$ находим из выражения $\langle \upsilon \rangle = s/(t_2 - t_1)$, где s – путь, пройденный точкой за интервал времени $t_2 - t_1$. Из графика на рис. 3 видно, что этот путь складывается из двух отрезков пути: $S_1 = x_{max} - x_1$, который точка прошла за интервал времени $t_B - t_1$, и $S_2 = x_{max} + |x_2|$, который она прошла за интервал $t_2 - t_B$.

Таким образом, путь $S = S_1 + S_2 = (x_{max} - x_2) + (x_{max} + |x_2|) = 2x_{max} + |x_2| - x_1$.

Подставим в это выражение значения x_{max}, $|x_2|$, x_1 и произведем вычисления: $\langle s \rangle = 2 \cdot 9 + 7 - 8 = 17$ м.

Тогда искомая средняя путевая скорость $\langle v \rangle = 17/(6 - 1) = 3{,}4$ м/с.

Заметим, что средняя путевая скорость всегда положительна.

Пример 3. Диск радиусом R = 10 см вращается вокруг неподвижной оси так, что зависимость угла поворота радиуса диска задается уравнением

$$\varphi = A + Bt + Ct^2 + Dt^3,$$

где B = 1 рад/с, C = 1 рад/с^2 и D = 1 рад/с^3. Определить для точек на ободе диска к концу второй секунды после начала движения: 1) линейную скорость; 2) тангенциальное ускорение a_τ; 3) нормальное a_n; 4) полное ускорение a.

Решение.

1. Зная уравнение движения и связь угловых величин с линейными, найдем скорость, взяв первую производную от угла поворота по времени и умножив на радиус диска: $\upsilon = \frac{ds}{dt} = \frac{Rd\varphi}{dt} = R(B + 2Ct + 3Dt^2)$. Подставим в это выражение значения B, C, D и t и произведем вычисления: υ = 1,7 м/с.

2. Тангенциальное ускорение найдем, взяв первую производную от скорости по времени: $a_\tau = \frac{d\upsilon}{dt} = R(2C + 6Dt)$. Подставив значение C, получим $a_\tau = -1$ м/с^2.

3. Нормальное ускорение определяется по формуле $a_n = v^2/R$. Подставим сюда найденное значение скорости и заданное значение радиуса кривизны траектории и произведем вычисления: a_n = 0,5 м/с^2.

4. Полное ускорение, как это видно из рис. 1, является геометрической суммой ускорений a_τ и a_n, а модуль ускорения $a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2}$. Подставив в это выражение найденные значения a_τ и a_n получим a = 1,12 м/с^2.

Пример 4. Маховик, вращавшийся с постоянной частотой n_0 = 10 с$^{-1}$, при торможении начал вращаться равнозамедленно. Когда торможение прекратилось, вращение маховика снова стало равномерным, но уже с частотой n = 6 с$^{-1}$. Определить угловое ускорение ε маховика и продолжительность t торможения, если за время равнозамедленного движения маховик сделал N = 50 оборотов.

Решение. Угловое ускорение маховика связано с начальной ω_0, конечной ω угловыми скоростями и углом поворота соотношением $\varphi = \frac{\omega^2 - \omega_0^2}{2\varepsilon}$, откуда $\varepsilon = \frac{\omega^2 - \omega_0^2}{2\varphi}$. Но так как $\varphi = 2\pi N$, $\omega = 2\pi n$, то $\varepsilon = \frac{\omega^2 - {\omega_0}^2}{2\varphi} = \frac{\pi(n^2 - {n_0}^2)}{N}$.

Подставив значения π, n, n_0, N и вычислив, получим

$$\varepsilon = 3{,}14(6^2 - 10^2)/50 = -4{,}02 \text{ рад/с}^2.$$

Знак «–» указывает на то, что маховик вращался замедленно. Определим продолжительность торможения, используя формулу, связывающую угловое ускорение, изменение угловой скорости и время t: $\varepsilon = \dfrac{\omega - \omega_0}{t}$. Откуда $t = \dfrac{2\pi(n - n_0)}{\varepsilon}$.

Подставив числовые значения, получим $t = \dfrac{2\pi(6-10)}{-4{,}02} = 6{,}25$ с.

Задачи для самостоятельного решения

1. Точка двигалась в течение t_1 = 15 с со скоростью υ_1 = 5 м/с, в течение t_2 = 10 с со скоростью υ_2 = 8 м/с и в течение t_3 = 6 с со скоростью υ_3 = 20 м/с. Определить среднюю путевую скорость $\langle\upsilon\rangle$ точки.

2. Первую половину пути тело двигалось со скоростью υ_1 = 2 м/с, вторую – со скоростью υ_2 = 8 м/с. Определить среднюю путевую скорость $\langle\upsilon\rangle$.

3. Зависимость скорости от времени для движения некоторого тела представлена на рис. 4. Определить среднюю путевую скорость $\langle\upsilon\rangle$ за время t = 14 с.

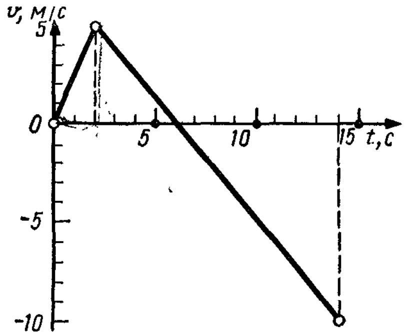


Рис. 4

4. Движение материальной точки задано уравнением $x = At + Bt^2$, где A = 4 м/с, B = –0,05 м/с^2. Определить момент времени t, в который скорость υ точки равна нулю. Найти координату и ускорение в этот момент. Построить графики зависимости координаты, пути, скорости и ускорения этого движения от времени.

5. Камень падает с высоты h = 1200 м. Какой путь s пройдет камень за последнюю секунду своего падения?

6. Движение точки по прямой задано уравнением $x = At + Bt^2$, где A = 2 м/с, B = –0,5 м/с^2. Определить среднюю путевую скорость $\langle\upsilon\rangle$ движения точки в интервале времени от t_1 = l с до t_2 = 3 с.

7. Точка движется по прямой согласно уравнению $x = At + Bt^3$, где A = 6 м/с, B = –0,125 м/с^3. Определить среднюю путевую скорость $\langle\upsilon\rangle$ точки в интервале времени от t_1 = 2 с до t_2 = 6 с.

8. Точка движется по кривой с постоянным тангенциальным ускорением a_τ = 0,5 м/с^2. Определить полное ускорение a точки на участке кривой с радиусом кривизны R = 3 м, если точка движется на этом участке со скоростью υ = 2 м/с.

9. Точка движется по окружности радиусом R = 4 м. Начальная скорость v_0 точки равна 3 м/с, тангенциальное ускорение a_τ = 1 м/с^2. Для момента времени t = 2 с определить: 1) длину пути s, пройденного точкой; 2) модуль перемещения $|\Delta\vec{r}|$; 3) среднюю путевую скорость $\langle v\rangle$; 4) модуль вектора средней скорости $|\langle v\rangle|$.

10. За время t = 6 с точка прошла путь, равный половине длины окружности радиусом R = 0,8 м. Определить среднюю путевую скорость $\langle v\rangle$ за это время и модуль вектора средней скорости $|\langle v\rangle|$.

11. По дуге окружности радиусом R = 10 м движется точка. В некоторый момент времени нормальное ускорение точки a_n = 4,9 м/с^2; в этот момент векторы полного и нормального ускорений образуют угол φ =60°. Найти скорость v и тангенциальное ускорение a_τ точки.

12. Точка движется по окружности радиусом R = 2 м согласно уравнению $s = At^3$, где A = 2 м/с^3. В какой момент времени t нормальное ускорение a_n точки будет равно тангенциальному a_τ? Определить полное ускорение a в этот момент.

13. С вышки бросили камень в горизонтальном направлении. Через промежуток времени t = 2 с камень упал на землю на расстоянии s = 40 м от основания вышки. Определить начальную v_0 и конечную v скорости камня.

14. Тело, брошенное с башни в горизонтальном направлении со скоростью v = 20 м/с, упало на землю на расстоянии s (от основания башни), вдвое большем высоты h башни. Найти высоту башни.

15. Диск радиусом r = 10 см, находившийся в состоянии покоя, начал вращаться с постоянным угловым ускорением ε = 0,5 рад/с^2. Найти тангенциальное a_τ, нормальное a_n и полное a ускорения точек на окружности диска в конце второй секунды после начала вращения.

16. Диск радиусом r = 20 см вращается согласно уравнению $\varphi = A + Bt + Ct^3$, где A = 3 рад, B = –1 рад/с, C = 0,1 рад/с^3. Определить тангенциальное a_τ, нормальное a_n и полное a ускорения точек на окружности диска для момента времени t = 10 с.

17. Велосипедное колесо вращается с частотой n = 5 с$^{-1}$. Под действием сил трения оно остановилось через интервал времени Δt = 1 мин. Определить угловое ускорение ε и число N оборотов, которое сделает колесо за это время.

18. Колесо автомашины вращается равноускоренно. Сделав N = 50 полных оборотов, оно изменило частоту вращения от n_1 = 4 с$^{-1}$ до n_2 = 6 с$^{-1}$. Определить угловое ускорение ε колеса.

19. Диск вращается с угловым ускорением $\varepsilon = -2$ рад/с^2. Сколько полных оборотов N сделает диск при изменении частоты вращения от $n_1 = 240$ мин$^{-1}$ до $n_2 = 90$ мин$^{-1}$? Найти время Δt, в течение которого это произойдет.

Ответы. **1.** 8,87 м/с. **2.** 3,2 м/с. **3.** 3,93 м/с. **4.** 40 с; 80 м; –0,1 м/с^2. **5.** 150 м. **6.** 0,5 м/с. **7.** 3 м/с. **8.** 1,42 м/с^2. **9.** 1) 8 м; 2) 6,73 м; 3) 4 м/с; 4) 3,36 м/с. **10.** 0,837 м/с; 0,267 м/с. **11.** 7 м/с; 8,5 м/с^2. **12.** 0,872 с; 14,8 м/с^2. **13.** 20 м/с; 28 м/с. **14.** 20,4 м. **15.** 5 см/с^2; 10 см/с^2; 11 см/с^2. **16.** 1,2 м/с^2; 168 м/с^2; ≈168 м/с^2. **17.** –0,523 рад/с^2; 150. **18.** 1,26 рад/с. **19.** 21, 7,85 с.

Практическое занятие № 2. Динамика поступательного и вращательного движений

Учебные вопросы

1. Динамика поступательного движения материальной точки.
2. Динамика вращательного движения твердого тела.

Рекомендуемая литература: [1, глава 2], [2, тема 2], [5, § 2, 3].

Изучив данную тему, обучающийся должен:

знать:

– законы Ньютона, силы в механике (тяжести, трения, упругости), закон всемирного тяготения, движение по окружности;

– второй закон Ньютона для системы материальных точек, закон движения центра масс;

– момент инерции, момент импульса, момент силы;

– основной закон динамики вращательного движения;

– вращательное движение твердого тела вокруг неподвижной оси;

– моменты инерции некоторых тел вращения, момент инерции тела относительно произвольной оси (теорему Штейнера);

уметь:

– применять законы динамики в условиях конкретной задачи, определять направления векторных величин;

– использовать математический аппарат (действия с производными, интегрирование) для решения физических задач;

– применять законы механики в условиях конкретной задачи;

– находить равнодействующую сил;

– определять центр масс системы;

– вычислять импульс силы;

– применять законы динамики вращательного движения в условиях конкретной задачи;

– использовать физические формулы для анализа функциональных зависимостей между различными физическими величинами;

– использовать физические формулы для вычисления заданных величин;

– определять направления векторных величин;

– делать вывод о характере изменения искомой величины;

владеть:

– методами анализа информации, представленной в виде графика, рисунка;

– математическим аппаратом (вычисление производных, интегралов, операции с векторами) для решения физических задач.

Задание на самоподготовку

Уясните физический смысл следующих понятий: масса; сила; инертность, инерция; импульс, центр масс системы материальных точек; момент инерции материальной точки; момент инерции твердого тела; момент силы; момент импульса.

Запомните законы Ньютона; уравнение Мещерского; формулу Циолковского; теорему Штейнера; уравнение динамики вращательного движения твердого тела.

Ознакомьтесь с алгоритмом и решением типовых задач на данную тему.

Ответьте на следующие вопросы:

1. Сформулируйте первый закон Ньютона. Какие системы отсчета называются инерциальными?

2. Что называется силой?

3. Что называется массой тела?

4. Как формулируется и математически записывается второй закон Ньютона в общем виде?

5. Как формулируется и математически записывается второй закон Ньютона в частном случае m = const?

6. Как формулируется третий закон Ньютона?

7. Сформулируйте и запишите основной закон динамики вращательного движения.

8. В каком частном случае справедлив закон $M = J\varepsilon$?

9. Что называется моментом импульса? Как он направлен?

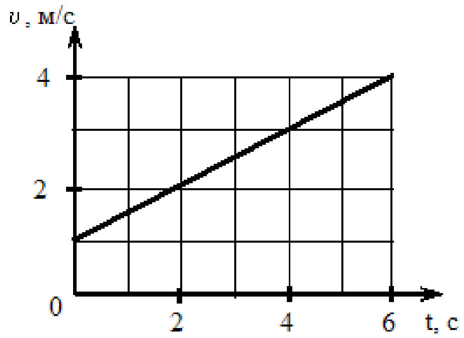
10. Что является аналогом момента инерции при поступательном движении?

11. Что называется моментом силы? Что является аналогом момента силы при поступательном движении?

12. Сформулируйте теорему Штейнера.

Проведите самоконтроль по вопросам следующего теста:

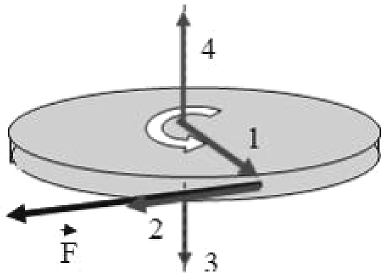
1. На рисунке приведен график зависимости скорости тела от времени. Если масса тела равна 2 кг, то сила (в Н), действующая на тело, равна … .



2. Механическая система состоит из трех частиц, массы которых m_1 = 0,1 г, m_2 = 0,2 г, m_3 = 0,3 г. Первая частица находится в точке с координатами (1, 2, 0), вторая – в точке (0, 2, 1), третья – в точке (1, 0, 1) (координаты даны в сантиметрах). Тогда y_C – координата центра масс (в см) – равна … .

3. Импульс материальной точки изменяется по закону $\vec{p} = 10t\vec{i} + 3t^2\vec{j}$ (кг·м/с). Модуль силы (в *Н*), действующей на точку в момент времени t = 4 с, равен … .

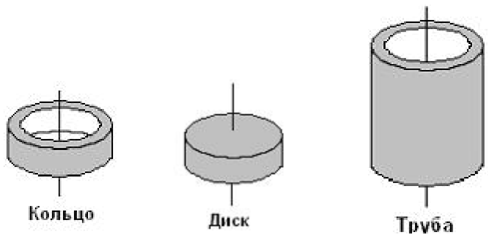
4. Диск вращается вокруг вертикальной оси в направлении, указанном на рисунке белой стрелкой. К ободу диска приложена сила $\vec{F}$, направленная по касательной. Правильно изображает направление момента силы $\vec{F}$ вектор … .



а) 1; в) 3;

б) 2; г) 4.

5. Рассматриваются три тела: диск, тонкостенная труба и кольцо; причем массы m и радиусы R их оснований одинаковы. Для моментов инерции рассматриваемых тел относительно указанных осей верным является соотношение … .



1 2 3

а) $J_1 < J_2 < J_3$; в) $J_1 = J_3 < J_2$;

б) $J_1 < J_2 = J_3$; г) $J_1 = J_2 < J_3$.

6. Момент импульса задан уравнением $L = 6t^2 - 6t + 4$, в какой момент времени момент силы равен нулю?

а) 1 с; в) 0,25 с;

б) 0,5 с; г) 0,75 с.

Основные законы и формулы

Импульс (количество движения) материальной точки

$$\vec{p} = m\vec{\upsilon}.$$

Второй закон Ньютона (основной закон динамики материальной точки)

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}, \quad \vec{F} = m\vec{a} = m\frac{d\vec{\upsilon}}{dt} = \frac{d\vec{p}}{dt}.$$

Третий закон Ньютона

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}.$$

Момент инерции материальной точки

$$J = mr^2,$$

где m – масса точки; r – ее расстояние до оси вращения.

Момент инерции системы материальных точек

$$J = \sum_{i=1}^{N} m_i r_i^2.$$

Момент инерции твердого тела

$$J = \int_m r^2 dm.$$

Теорема Штейнера

$$J = J_C + ma^2,$$

где J_C – момент инерции относительно оси, проходящей через центр масс; J – момент инерции относительно параллельной оси, отстоящей от первой на расстоянии a; m – масса тела.

Момент силы относительно неподвижной оси

$$\vec{M}_z = \left[\vec{r}, \vec{F}\right]_z,$$

где $\vec{r}$ – радиус-вектор, проведенный из этой точки в точку приложения силы $\vec{F}$.

Модуль вектора момента силы

$$M = Fl,$$

где l – плечо силы.

Момент импульса твердого тела относительно оси вращения

$$\vec{L}_z = \sum_{i=1}^{N} m_i v_i r_i = J_z \vec{\omega},$$

где r_i – расстояние от оси z до отдельной частицы тела; $m_i \upsilon_i$ – импульс частицы; J_z – момент инерции тела относительно оси z; ω – угловая скорость тела.

Основное уравнение (закон) динамики вращательного движения твердого тела относительно неподвижной оси

$$\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt}, \quad M_z = J_z \frac{d\omega}{dt} = J_z \varepsilon,$$

где ε – угловое ускорение; J_z – момент инерции тела относительно оси z.

Алгоритм решения задач

1. Выяснить, с какими телами взаимодействует движущееся тело, и, сделав схематический чертеж, заменить действие этих тел силами.

2. Записать второй закон Ньютона в векторной форме.

3. Спроецировать векторные величины на оси x и y (начало координат выбрать в центре движущегося тела, ось x направить по ускорению, ось y – по реакции опоры).

4. Если полученная система уравнений не является полной, составить недостающие уравнения, используя третий закон Ньютона или законы кинематики.

5. Решить полученную систему уравнений относительно неизвестных в общем виде и проверить размерность искомой величины.

6. Сделать числовой расчет.

Если в задаче рассматривается движение нескольких тел, необходимо записать второй закон Ньютона для каждого из них и учесть кинематические и динамические связи между ними.

Решение типовых задач

Пример 1. Тело массой 2 кг движется прямолинейно по закону $s = A - Bt + Ct^2 - Dt^3$, где C = 2 м/с^2, D = 0,4 м/с^3. Определить силу, действующую на тело в конце первой секунды движения.

Решение. По второму закону Ньютона $F = ma$. Зная, что ускорение есть вторая производная пути по времени, получим $a = s''(t) = 2C - 6Dt$. Подставив значения массы и времени, получим для силы $F = (2 \cdot 2 - 6 \cdot 0{,}4 \cdot 1) \cdot 2 = 3{,}2$ Н.

Пример 2. Вал в виде сплошного цилиндра массой m_1 = 10 кг насажен на горизонтальную ось. На цилиндр намотан шнур, к свободному концу которого подвешена гиря массой (рис. 5). С каким ускорением a будет опускаться гиря, если ее предоставить самой себе?

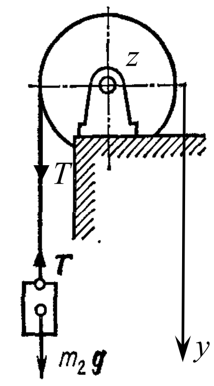


Рис. 5

Решение. Линейное ускорение a гири равно тангенциальному ускорению точек вала, лежащих на его цилиндрической поверхности, и связано с угловым ускорением ε вала соотношением $a = \varepsilon r$, где r – радиус вала.

Запишем второй закон Ньютона в векторной форме для тел системы:

$$\begin{cases} m_2\vec{g} + \vec{T} = m_2\vec{a}, \\ \vec{M} = J\vec{\varepsilon}, \end{cases}$$

где M – вращающий момент, действующий на вал, J – момент инерции вала.

В проекциях на ось y и z, направленную вдоль оси вращения к читателю

$$\begin{cases} m_2 g - T = m_2 a, \\ M = J\varepsilon. \end{cases}$$

Рассматриваем вал как однородный цилиндр. Тогда его момент инерции относительно геометрической оси равен $J = \frac{1}{2}m_1r^2$. Вращающий момент M, действующий на вал, равен произведению силы натяжения T шнура на радиус вала: $M = Tr$.

Из первого уравнения системы уравнений получим $T = m_2(g - a)$. Таким образом, вращающий момент $M = m_2(g - a)r$.

Выразив из второго уравнения системы угловое ускорение и подставив в формулу полученные выражения M и J, найдем его значение:

$$\varepsilon = \frac{m_2(g-a)r}{{}^1/_2 m_1 r^2} = \frac{2m_2(g-a)}{m_1 r}.$$

Для определения линейного ускорения гири подставим это выражение ε в формулу $a = \varepsilon r$. Получим $a = \dfrac{2m_2(g-a)}{m_1}$, откуда $a = \dfrac{2m_2}{m_1 + 2m_2} \cdot g = 2{,}8$ м/с^2.

Задачи для самостоятельного решения

1. Два бруска массами m_1 = 1 кг и m_2 = 4 кг, соединенные шнуром, лежат на столе. С каким ускорением a будут двигаться бруски, если к одному из них приложить силу F = 10 Н, направленную горизонтально? Какова будет сила

натяжения T шнура, соединяющего бруски, если силу F = 10 Н приложить к первому бруску? Ко второму бруску? Трением пренебречь.

2. На гладком столе лежит брусок массой m = 4 кг. К бруску привязаны два шнура, перекинутые через неподвижные блоки, прикрепленные к противоположным краям стола. К концам шнуров подвешены гири, массы которых m_1 = 1 кг и m_2 = 2 кг. Найти ускорение a, с которым движется брусок, и силу натяжения T каждого из шнуров. Массой блоков и трением пренебречь.

3. Материальная точка массой m = 2 кг движется под действием некоторой силы F согласно уравнению $x = A + Bt + Ct^2 + Dt^3$, где C = 1 м/с^2, D = –0,2 м/с^3. Найти значения этой силы в моменты времени t_1 = 2 с и t_2 = 5 с. В какой момент времени сила равна нулю?

4. Шайба, пущенная по поверхности льда с начальной скоростью υ_0 = 20 м/с, остановилась через t = 40 с. Найти коэффициент трения μ шайбы о лед.

5. Материальная точка массой m = 1 кг, двигаясь равномерно, описывает четверть окружности радиусом r = 1,2 м в течение времени t = 2 с. Найти изменение Δp импульса точки.

6. Самолет описывает петлю Нестерова радиусом R = 200 м. Во сколько раз сила F, с которой летчик давит на сиденье в нижней точке, больше силы тяжести P летчика, если скорость самолета υ = 100 м/с?

7. Какую наибольшую скорость υ_{max} может развить велосипедист, проезжая закругление радиусом R = 50 м, если коэффициент трения скольжения μ между шинами и асфальтом равен 0,3? Каков угол φ отклонения велосипеда от вертикали, когда велосипедист движется по закруглению?

8. Два шара массами m и $2m$ (m = 10 г) закреплены на тонком невесомом стержне длиной l = 40 см так, как это показано на рис. 6. Определить моменты инерции J системы относительно оси, перпендикулярной стержню и проходящей через его конец в этих двух случаях. Размерами шаров пренебречь.

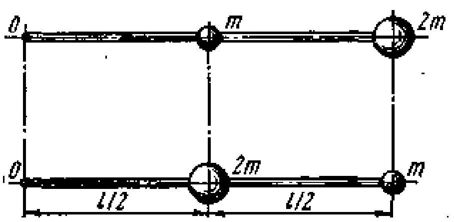


Рис. 6

9. Определить момент инерции J тонкого однородного стержня длиной l = 60 см и массой m = 100 г относительно оси, перпендикулярной ему и проходящей через точку стержня, удаленную на a = 20 см от одного из его концов.

10. Тонкий однородный стержень длиной l = 50 см и массой m = 400 г вращается с угловым ускорением ε = 3 рад/с^2 около оси, проходящей перпендикулярно стержню через его середину. Определить вращающий момент M.

11. Вал массой m = 100 кг и радиусом R = 5 см вращался с частотой n = 8 с$^{-1}$. К цилиндрической поверхности вала прижали тормозную колодку с силой F = 40 Н, под действием которой вал остановился через t = 10 с. Определить коэффициент трения μ.

12. Два тела массами m_1 = 0,25 кг и m_2 = 0,15 кг связаны тонкой нитью, переброшенной через блок. Блок укреплен на краю горизонтального стола, по поверхности которого скользит тело массой m_1. С каким ускорением a движутся тела и каковы силы T_1 и T_2 натяжения нити по обе стороны от блока? Коэффициент трения μ тела о поверхность стола равен 0,2. Масса m блока равна 0,1 кг и ее можно считать равномерно распределенной по ободу. Массой нити и трением в подшипниках оси блока пренебречь.

13. Шар массой m = 10 кг и радиусом R = 20 см вращается вокруг оси, проходящей через его центр. Уравнение вращения шара имеет вид $\varphi = A + Bt^2 + Ct^3$, где B = 4 рад/с^2, C = –1 рад/с^3. Найти закон изменения момента сил, действующих на шар. Определить момент сил M в момент времени t = 2 с.

Ответы. **1.** 2 м/с^2; 8 Н; 2 Н. **2.** 1,4 м/с^2; 11,2 Н; 16,8 Н. **3.** –0,8 Н; –8Н; 1,67 с. **4.** 0,051. **5.** 1,33 кг·м/с. **6.** В 6,1 раза. **7.** 12,1 м/с; 16°42'. **8.** 3,6·10^{-3} кг·м^2; 2,4·10^{-3} кг·м^2. **9.** 4·10^{-3} кг·м^2. **10.** 0,025 Н·м. **11.** 0,31. **12.** 1,96 м/с^2; 0,98 Н; 1,18 Н. **13.** –0,64 Н·м.

Практическое занятие № 3. Работа и энергия. Законы сохранения

Учебные вопросы

1. Работа, мощность, энергия.
2. Законы сохранения.

Рекомендуемая литература: [1, глава 3], [2, тема 3], [5, § 2, 3].

Изучив данную тему, обучающийся должен:

знать:

– работу силы, кинетическую и потенциальную энергии;

– связь силы и потенциальной энергии;

– мощность;

– работу и мощность вращательного движения, кинетическую энергию вращательного движения, закон сохранения импульса;

– закон сохранения момента импульса;

– закон сохранения механической энергии;

– интегралы движения в поле центральной силы;

– потенциальную энергию тела в поле тяготения;

уметь:

– определять работу переменной силы с помощью графика, использовать связь работы силы с изменением кинетической энергии вращательного движения, выводить соотношения для величины работы в условиях конкретной задачи, графически определять работу переменной силы;

– применять законы механики в условиях конкретной задачи;

– вычислять работу, кинетическую и потенциальную энергии тела, применять закон сохранения механической энергии в условиях конкретной задачи механики, правильно использовать понятие момента инерции для разных тел, применять закон сохранения момента импульса в условиях конкретной задачи механики, применять закон сохранения импульса, использовать физические формулы для анализа функциональных зависимостей между различными физическими величинами;

владеть:

– методами анализа информации, представленной в виде графика, рисунка;

– математическим аппаратом (вычисление производных, интегралов, операции с векторами) для решения физических задач.

Задание на самоподготовку

Уясните физический смысл следующих понятий: работа силы, мощность, кинетическая энергия для поступательного и вращательного движений твердого тела, потенциальная энергия, замкнутая система, консервативные силы, абсолютно упругий и абсолютно неупругий удары.

Запомните закон сохранения импульса, закон сохранения момента импульса, закон сохранения и изменения механической энергии, связь работы и изменения энергии.

Ознакомьтесь с алгоритмом и решением типовых задач на данную тему.

Ответьте на следующие вопросы:

1. Дайте определения понятиям «энергия», «работа», «мощность».

2. Как формулируется закон сохранения импульса?

3. Какая система тел называется замкнутой? Есть ли в природе замкнутые системы?

4. В каких случаях можно пользоваться законом сохранения импульса?

5. Запишите выражение для кинетической энергии твердого тела при поступательном движении.

6. Запишите выражение для кинетической энергии твердого тела при вращательном движении.

7. Запишите выражение для потенциальной энергии тела в гравитационном поле Земли для случаев: а) высота поднятия тела много меньше радиуса Земли; б) высота соизмерима с радиусом Земли.

8. Запишите выражение для потенциальной энергии упруго деформированного тела.

9. Какова связь между силой и потенциальной энергией?

10. Почему изменение потенциальной энергии обусловлено только работой консервативных сил?

11. Какая система тел называется консервативной?

12. Какая система тел называется диссипативной?

13. Как формулируется закон сохранения механической энергии?

14. Приведите пример механических процессов, когда справедлив закон сохранения импульса, но не выполняется закон сохранения механической энергии.

Проведите самоконтроль по вопросам следующего теста:

1. Потенциальная энергия частицы задается функцией $U = -xyz$. F_x – компонента (в Н) вектора силы, действующей на частицу в точке A (1, 2, 3), равна … (функция U и координаты точки A заданы в единицах СИ).

2. Два тела двигались к стенке с одинаковыми скоростями и при ударе остановились. Первое катилось, второе скользило. Если при ударе выделилось одинаковое количество тепла, то больше масса тела … .

а) одинаковы;

б) первого;

в) второго.

3. Человек сидит в центре вращающейся по инерции вокруг вертикальной оси карусели и держит в руках длинный шест за его середину. Если он повернет шест из вертикального положения в горизонтальное, то частота вращения в конечном состоянии … .

а) не изменится;

б) увеличится;

в) уменьшится.

4. Шар и полая сфера, имеющие одинаковые массы и радиусы, вкатываются без проскальзывания на горку. Если начальные этих тел одинаковы, то … .

а) оба тела поднимутся на одну и ту же высоту;

б) выше поднимется шар;

в) выше поднимется полая сфера;

г) высоту подъема тел нельзя определить.

5. Мяч бросили горизонтально в стену со скоростью υ, при отскоке его скорость уменьшилась вдвое. Какая доля энергии от первоначальной пошла на деформацию?

а) 0,5; в) 0,75;

б) 0,25; г) 0,2.

Основные законы и формулы

Элементарная работа постоянной силы $\vec{F}$ на перемещении $d\vec{r}$

$$dA = \vec{F}d\vec{r} = F\cos\alpha ds = F_s ds,$$

где α – угол между векторами $\vec{F}$ и $d\vec{r}$; $|d\vec{r}| = ds$ – элементарный путь; F_s – проекция вектора $\vec{F}$ на вектор $d\vec{r}$.

Работа, совершаемая переменной силой F на пути s

$$A = \int_s F_s ds = \int_s F\cos\alpha ds.$$

Работа при вращении тела

$$dA = M_z d\varphi,$$

где $d\varphi$ – угол поворота тела; M_z – момент силы относительно неподвижной оси z.

Мощность

$$N = \frac{dA}{dt}, \quad N = \vec{F}\vec{\upsilon} = F_s\upsilon = Fv\cos\alpha.$$

Кинетическая энергия движущегося тела

$$E_k = \frac{m\upsilon^2}{2}.$$

Кинетическая энергия вращающегося тела

$$E_k = \frac{J_z\omega^2}{2}.$$

Кинетическая энергия тела, катящегося по плоскости без скольжения

$$E_k = \frac{m\upsilon_C^2}{2} + \frac{J_C\omega^2}{2}.$$

Потенциальная энергия тела, поднятого над нулевым потенциальным уровнем на высоту h

$$E_p = mgh.$$

Потенциальная энергия упруго деформированного тела

$$E_p = \frac{kx^2}{2}.$$

Закон сохранения механической энергии (для консервативной системы)

$$E_k + E_p = \text{const}.$$

Закон сохранения энергии (для неупругого удара)

$$E_{k_1} + E_{p_1} = E_{k_2} + E_{p_2} + Q,$$

где Q – рассеянная энергия.

Закон сохранения импульса (для замкнутой системы)

$$\vec{p} = \text{const}.$$

Закон сохранения момента импульса (для замкнутой системы)

$$\vec{L} = J\vec{\omega} = \text{const}.$$

Алгоритм решения задач

Задачи на вычисление работы постоянной силы

1. Выяснить, работу какой силы требуется определить в задаче, и записать исходную формулу $A = Fs \cos \alpha$.

2. Сделать схематический чертеж и определить угол между силой и перемещением.

3. Если в условии задачи сила неизвестна, ее следует найти из второго закона Ньютона.

4. Определить величину модуля перемещения из законов кинематики.

5. Подставить значения модулей силы и перемещения в формулу работы и, проверив размерность, сделать числовой расчет.

Задачи на определение мощности

1. Выяснить, какую мощность необходимо определить, среднюю или мгновенную.

2. Указать на чертеже силы, действующие на тело, и все кинематические характеристики движения.

3. Из второго закона Ньютона определить силу тяги.

4. Из законов кинематики определить среднюю или мгновенную скорость.

5. Подставить полученные значения силы тяги и скорости в формулу мощности и, проверив размерность, сделать числовой расчет.

Задачи на применение закона сохранения импульса

1. Необходимо проверить систему взаимодействующих тел на замкнутость.

2. Изобразить на чертеже векторы импульсов тел системы непосредственно перед и после взаимодействия.

3. Записать закон сохранения импульса в векторной форме.

4. Спроецировать векторные величины на оси x и y (выбираются произвольно, но так, чтобы было удобно проецировать).

5. Решить полученную систему скалярных уравнений относительно неизвестных в общем виде.

6. Проверить размерность и сделать числовой расчет.

Задачи на закон сохранения и превращения энергии

1. Сделать схематический чертеж. Обозначить на нем кинематические характеристики начального и конечного состояний системы.

2. Проверить систему на замкнутость. Если система тел замкнута, решение проводится по закону сохранения механической энергии. Если система тел не замкнута, то изменение механической энергии равно работе внешних сил.

3. Выбрать нулевой уровень потенциальной энергии (произвольно).

4. Выяснить, какие внешние силы действуют на тело в произвольной точке траектории.

5. Записать формулы механической энергии в начальном и конечном положениях.

6. Установить связь между начальными и конечными скоростями тел системы.

7. Подставить полученные значения энергий и работы в формулу работы и сделать числовой расчет.

Решение типовых задач

Пример 1. Определить: 1) работу поднятия груза по наклонной плоскости; 2) среднюю мощность подъемного устройства, если масса груза 10 кг, длина наклонной плоскости 2 м, угол ее наклона к горизонту 45°, коэффициент трения 0,1 и время подъема 2 с.

Решение. В данной задаче необходимо найти работу силы тяги. Сделав рисунок (рис. 7), найдем силу из второго закона Ньютона

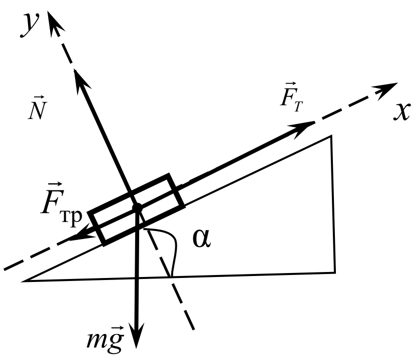


Рис. 7

$$m\vec{a} = \vec{F}_T + \vec{F}_{Tp} + m\vec{g}$$

в проекциях на оси $\begin{cases} Ox: ma = F_T - F_{Tp} - mg\sin\alpha, \\ Oy: 0 = N - mg\cos\alpha. \end{cases}$

Зная, что $F_{тр} = \mu N$ и ускорение из уравнения движения $a = \frac{2S}{t^2}$, где S – длина наклонной плоскости, получим для силы тяги

$$F_T = m\frac{2S}{t^2} + mg(\mu\cos\alpha + \sin\alpha),$$

а для работы $A = S\left(m\frac{2S}{t^2} + mg(\mu\cos\alpha + \sin\alpha)\right)$. Подставив числовые значения, получим A = 172 Дж. Средняя мощность $N_{ср} = \frac{A}{t} = 86\ \text{Вт}$.

Пример 2. Пуля массой m = 10 г, летевшая горизонтально со скоростью υ_1 = 500 м/с, попадает в баллистический маятник длиной l = 1 м и массой M = 5 кг и застревает в нем. Определить угол отклонения маятника.

Решение. Удар в данной задаче считается абсолютно неупругим, т. к. пуля застряла в маятнике.

Сделаем рисунок (рис. 8) и запишем закон сохранения импульса для абсолютно неупругого удара

$$m\vec{\upsilon}_1 = (m + M)\vec{\upsilon}_2\,. \qquad (1)$$

При отклонении маятника выполняется закон сохранения энергии

$$\frac{(m+M)\upsilon_2^2}{2} = (m+M)gh. \qquad (2)$$

Высота подъема маятника равна

$$h = l(1 - \cos\alpha). \qquad (3)$$

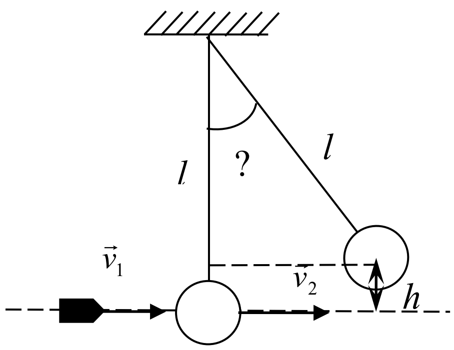


Рис. 8

Выразив из (1) скорость υ_2 и учитывая (3), все подставим в (2), получим

$$\frac{(m\upsilon_1)^2}{(m+M)^2 \cdot 2} = gl(1-\cos\alpha),$$

откуда $\cos\alpha = 1 - \frac{(mv_1)^2}{(m+M)^2 \cdot 2gl} = 1 - \frac{(10^{-2} \cdot 500)^2}{(10^{-2}+5)^2 \cdot 2 \cdot 10 \cdot 1} = 0{,}95$. Угол $\alpha = 18°30'$.

Пример 3. Человек массой m = 80 кг, стоящий на краю горизонтальной платформы массой M = 100 кг, вращающейся по инерции вокруг неподвижной вертикальной оси с частотой n_1 = 10 мин$^{-1}$, переходит к ее центру. Считая платформу круглым однородным диском, а человека – точечной массой, определить, с какой частотой n_2 будет тогда вращаться платформа.

Решение. Запишем закон сохранения момента импульса для системы платформа – человек:

$$\omega_1(J_ч + J_п) = \omega_2 J_п. \qquad (1)$$

Зная, что угловая скорость связана с частотой формулой $\omega = 2\pi n$, а моменты инерции материальной точки и однородного диска равны соответственно $J_ч = mR^2$, $J_п = ½MR^2$, подставим все это в (1) и получим

$$2\pi n_1(mR^2 + ½MR^2) = 2\pi n_2 \cdot ½MR^2.$$

Откуда $n_2 = \frac{2n_1\left(m + \frac{1}{2}M\right)}{М} = \frac{2 \cdot 10(80 + 0{,}5 \cdot 100)}{100} = 26$ мин$^{-1}$.

Задачи для самостоятельного решения

1. Под действием постоянной силы F вагонетка прошла путь s = 5 м и приобрела скорость υ = 2 м/с. Определить работу A силы, если масса m вагонетки равна 400 кг и коэффициент трения μ = 0,01.

2. Вычислить работу A, совершаемую при равноускоренном подъеме груза массой m = 100 кг на высоту h = 4 м за время t = 2 с.

3. Тело массой m = 1 кг, брошенное с вышки в горизонтальном направлении со скоростью υ_0 = 20 м/с, через t = 3 с упало на землю. Определить кинетическую энергию T, которую имело тело в момент удара о землю. Сопротивлением воздуха пренебречь.

4. Камень брошен вверх под углом $\varphi = 60°$ к плоскости горизонта. Кинетическая энергия T_0 камня в начальный момент времени равна 20 Дж. Определить кинетическую T и потенциальную Π энергии камня в высшей точке его траектории. Сопротивлением воздуха пренебречь.

5. Материальная точка массой m = 2 кг двигалась под действием некоторой силы, направленной вдоль оси Ox согласно уравнению $x = A + Bt + Ct^2 + Dt^3$, где B = –2 м/с, C = 1 м/с^2, D = –0,2 м/с^3. Найти мощность N, развиваемую силой в момент времени t_1 = 2 с и t_2 = 5 с.

6. При выстреле из орудия снаряд массой m_1 = 10 кг получает кинетическую энергию T_1 = 1,8 МДж. Определить кинетическую энергию T_2 ствола орудия вследствие отдачи, если масса m_2 ствола орудия равна 600 кг.

7. Шар массой m_1, летящий со скоростью υ_1 = 5 м/с, ударяет неподвижный шар массой m_2. Удар прямой, неупругий. Определить скорость u шаров после удара, а также долю ω кинетической энергии летящего шара, израсходованной на увеличение внутренней энергии этих шаров. Рассмотреть два случая: 1) m_1 = 2 кг, m_2 = 8 кг; 2) m_1 = 8 кг, m_2 = 2 кг.

8. Шар массой m = 1,8 кг сталкивается с покоящимся шаром большей массы M. В результате прямого упругого удара шар потерял ω = 0,36 своей кинетической энергии T_1. Определить массу большего шара.

9. Платформа в виде диска радиусом R = 1 м вращается по инерции с частотой n_1 = 6 мин$^{-1}$. На краю платформы стоит человек, масса m которого равна 80 кг. С какой частотой n_2 будет вращаться платформа, если человек перейдет в ее центр? Момент инерции J платформы равен 120 кг·м^2. Момент инерции человека рассчитывать как для материальной точки.

10. Обруч и сплошной цилиндр, имеющие одинаковую массу m = 2 кг, катятся без скольжения с одинаковой скоростью υ = 5 м/с. Найти кинетические энергии T_1 и T_2 этих тел.

11. Шар катится без скольжения по горизонтальной поверхности. Полная кинетическая энергия T шара равна 14 Дж. Определить кинетическую энергию T_1 поступательного и T_2 вращательного движений шара.

12. Сколько времени t будет скатываться без скольжения обруч с наклонной плоскости длиной $l = 2$ м и высотой $h = 10$ см?

Ответы. **1.** 1 кДж. **2.** 4,72 кДж. **3.** 633 Дж. **4.** 5 Дж; 15 Дж. **5.** 0,32 Вт; 56 Вт. **6.** 30 кДж. **7.** 1) 1 м/с, 0,8; 2) 4 м/с, 0,2. **8.** 16,2 кг. **9.** 10 мин$^{-1}$. **10.** 50 Дж; 37,5 Дж. **11.** 10 Дж; 4 Дж. **12.** 4,04 с.

Практическое занятие № 4. Гравитация. Динамика жидкости. Элементы специальной теории относительности

Учебные вопросы

1. Гравитация.
2. Динамика жидкости.
3. Элементы специальной теории относительности (СТО).

Рекомендуемая литература: [1, главы 5–7], [2, темы 2, 4, 8], [5, § 4, 5].

Изучив данную тему, обучающийся должен:

знать:

– закон всемирного тяготения;

– первую и вторую космические скорости;

– законы Паскаля и Архимеда;

– уравнение неразрывности;

– уравнение Бернулли;

– режимы течения жидкости;

– постулаты СТО;

– преобразования Лоренца, следствия из преобразований Лоренца: сокращение длины, замедление времени, преобразование скоростей, релятивистский импульс, массу, полную энергию, энергию покоя, кинетическую энергию, релятивистскую формулу связи массы и энергии;

уметь:

– рассчитывать космические скорости летательных аппаратов как на поверхности планет, так и на некоторой высоте;

– проводить анализ уравнения Бернулли для расчета давлений текущей жидкости или газа;

– применять следствия из преобразований Лоренца, релятивистскую формулу связи массы и энергии в условиях данной задачи;

– объяснять природу релятивистских эффектов, устанавливать связь релятивистских эффектов с основными исходными положениями теории относительности;

– рассчитывать основные релятивистские эффекты;

владеть:

– методами анализа информации, представленной в виде графика, рисунка;

– математическим аппаратом (вычисление производных, интегралов, операции с векторами) для решения физических задач.

Задание на самоподготовку

Уясните физический смысл следующих понятий: сила тяжести, вес тела, невесомость, потенциал поля тяготения, напряженность поля тяготения, несжимаемая жидкость, линии тока, трубка тока, вязкость (внутреннее трение), ламинарное и турбулентное течения.

Запомните закон всемирного тяготения, космические скорости, уравнение неразрывности струи, уравнение Бернулли, закон Архимеда, постулаты специальной теории, преобразования Лоренца, релятивистский закон сложения, интервал между событиями, полная и кинетическая энергии, энергия покоя.

Ознакомьтесь с алгоритмом и решением типовых задач на данную тему.

Ответьте на следующие вопросы:

1. Что такое вес тела? В чем отличие веса тела от силы тяжести?

2. Как объяснить возникновение невесомости при свободном падении?

3. Что такое напряженность поля тяготения?

4. Какое поле тяготения называется однородным? Центральным?

5. Какие величины вводятся для характеристики поля тяготения и какова связь между ними? Дайте им определения.

6. Какие траектории движения имеют спутники, получившие первую и вторую космические скорости?

7. Как вычисляются первая и вторая космические скорости?

8. Сформулируйте и поясните законы Паскаля и Архимеда.

9. Что называют линией тока? Трубкой тока?

10. Что характерно для установившегося течения жидкости?

11. Каков физический смысл уравнения неразрывности для несжимаемой жидкости?

12. Какой закон выражает уравнение Бернулли для идеальной несжимаемой жидкости?

13. Как в потоке жидкости измерить статическое давление? Динамическое давление? Полное давление?

14. Что такое градиент скорости?

15. Каков физический смысл коэффициента динамической вязкости?

16. Какое течение жидкости называется ламинарным? Турбулентным? Что характеризует число Рейнольдса?

17. Поясните практическое применение методов Стокса и Пуазейля.

18. Как объяснить возникновение подъемной силы?

19. В чем физическая сущность механического принципа относительности?

20. В чем заключается правило сложения скоростей в классической механике?

21. Каковы причины возникновения специальной теории относительности?

22. В чем заключаются основные постулаты специальной теории относительности?

23. Зависит ли от скорости движения системы отсчета скорость тела? Скорость света?

24. Запишите и прокомментируйте преобразования Лоренца. При каких условиях они переходят в преобразования Галилея?

25. В чем заключается релятивистский закон сложения скоростей?

26. Как определяется интервал между событиями? Докажите, что он является инвариантом при переходе от одной инерциальной системы отсчета к другой.

27. Какой вид имеет основной закон релятивистской динамики материальной точки? Чем он отличается от основного закона ньютоновской механики?

28. В чем заключается закон сохранения релятивистского импульса? Релятивистской массы?

29. Как выражается кинетическая энергия в релятивистской механике? При каком условии релятивистская формула для кинетической энергии переходит в классическую формулу?

30. Сформулируйте и запишите закон взаимосвязи массы и энергии. В чем его физическая сущность? Приведите примеры его экспериментального подтверждения.

Проведите самоконтроль по вопросам следующего теста:

1. Чему равно отношение круговых скоростей искусственных спутников Земли на высоте, равной радиусу Земли, и у ее поверхности?

а) 2; в) $\frac{1}{\sqrt{2}}$;

б) $\sqrt{2}$; г) $\frac{1}{2}$.

2. Критическое число Рейнольдса для потока жидкости в длинных трубках $Re_{кр} = 2300$. Если при расчете было получено, что $Re = 1000$, то режим течения жидкости … .

а) близок к турбулентному;

б) турбулентный;

в) ламинарный.

3. В уравнении Бернулли слагаемое $\frac{\rho v^2}{2}$, ρ – плотность жидкости, а v – скорость ее течения, называется … давлением.

а) статическим; в) динамическим;

б) полным; г) гидростатическим.

4. Ускоритель сообщил радиоактивному ядру скорость $\upsilon_1 = 0{,}4c$ (c – скорость света в вакууме). В момент вылета из ускорителя ядро выбросило в направлении своего движения β-частицу, скорость которой $\upsilon_2 = 0{,}75c$ относительно ускорителя. Скорость β-частицы относительно ядра равна … .

а) $0{,}27c$; в) $0{,}88c$;

б) $0{,}5c$; г) $1{,}64c$.

5. Скорость релятивистской частицы $\upsilon = \frac{\sqrt{3}}{2}c$, где c – скорость света в вакууме. Отношение кинетической энергии частицы к ее энергии покоя равно … .

а) 4; в) 2;

б) 3; г) 1.

Основные законы и формулы

Закон всемирного тяготения

$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2},$$

где r – расстояние между двумя материальными точками массами m_1 и m_2.

Сила тяжести

$$F = mg.$$

Напряженность поля тяготения

$$\vec{g} = \frac{\vec{F}}{m}.$$

Потенциальная энергия гравитационного взаимодействия двух материальных точек массами m_1 и m_2, находящихся на расстоянии r друг от друга

$$W = -G\frac{m_1 m_2}{r}.$$

Потенциал поля тяготения, создаваемый телом массой M,

$$\varphi = -G\frac{M}{R},$$

где R – расстояние от тела до рассматриваемой точки.

Первая космическая скорость у поверхности Земли

$$\upsilon_{\mathrm{I}} = \sqrt{gR_З} = 7{,}9 \text{ км/с}.$$

Вторая космическая скорость

$$\upsilon_{\mathrm{II}} = \sqrt{2gR_З} = 11{,}2 \text{ км/с}.$$

Гидростатическое давление столба жидкости на глубине h

$$p = \rho g h.$$

Закон Архимеда

$$F_A = \rho g V.$$

Уравнение неразрывности

$$Sv = \text{const},$$

где S – площадь поперечного сечения трубки тока; v – скорость жидкости.

Уравнение Бернулли для стационарного течения идеальной несжимаемой жидкости

$$p + \frac{\rho\upsilon^2}{2} + \rho g h = \text{const}.$$

Полное давление

$$p + \frac{\rho\upsilon^2}{2} = \text{const}.$$

Формула Торричелли, позволяющая определить скорость истечения жидкости из малого отверстия в открытом широком сосуде

$$\upsilon = \sqrt{2gh},$$

где h – глубина, на которой находится отверстие относительно уровня жидкости в сосуде.

Сила внутреннего трения между слоями текущей жидкости

$$F = \eta\left|\frac{d\upsilon}{dx}\right|S.$$

Число Рейнольдса, определяющее характер движения жидкости,

$$\mathrm{Re} = \frac{\rho\langle\upsilon\rangle d}{\eta}.$$

Критическое число Рейнольдса для движения шарика в жидкости $\mathrm{Re}_{кр} = 0{,}5$; для потока жидкости в длинных трубках $\mathrm{Re}_{кр} = 2300$.

Формула Стокса

$$F = 6\pi\eta r\upsilon.$$

Формула Пуазейля

$$\eta = \frac{\pi R^4 t\Delta p}{8Vl}.$$

Преобразования Лоренца

$$\begin{cases} x' = \dfrac{x - \upsilon t}{\sqrt{1 - \upsilon^2/c^2}}, \\ y' = y, \\ z' = z, \\ t' = \dfrac{t - (\upsilon x)/c^2}{\sqrt{1 - \upsilon^2/c^2}}. \end{cases}$$

Релятивистское замедление хода часов

$$\tau' = \frac{\tau}{\sqrt{1 - \upsilon^2/c^2}}.$$

Релятивистское сокращение длины

$$l = l_0\sqrt{1 - \upsilon^2/c^2}.$$

Релятивистский закон сложения скоростей

$$\upsilon_{отн} = \frac{\upsilon_{абс} \pm \upsilon_{пер}}{1 + \dfrac{\upsilon_{абс}\upsilon_{пер}}{c^2}}.$$

Релятивистский импульс частицы

$$\vec{p} = \frac{m\vec{\upsilon}}{\sqrt{1-\upsilon^2/c^2}}.$$

Энергия покоя частицы

$$E_0 = mc^2.$$

Полная и кинетическая энергии релятивистской частицы

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1-\upsilon^2/c^2}}, \quad T = E - E_0.$$

Связь между энергией и импульсом релятивистской частицы

$$E^2 = m^2c^4 + p^2c^2, \quad p = \frac{1}{c}\sqrt{T(T+2m_0c^2)}.$$

Алгоритм решения задач на статику твердых тел, жидкостей и газов

1. Изобразить на чертеже все силы, действующие на тело, находящееся в положении равновесия.

2. Записать первое условие равновесия.

3. Спроецировать векторные величины на оси x и y (выбираются произвольно).

4. Если для решения задачи первого условия недостаточно, записать уравнение моментов относительно любой точки тела.

5. Решить систему уравнений относительно неизвестных, проверить размерность и сделать числовой расчет.

Если ось вращения закреплена, для решения задачи достаточно второго условия; если тело не имеет оси вращения – первого.

Аналогично решаются задачи по статике жидкостей и газов, однако в этом случае нужно учитывать закон Паскаля, несжимаемость жидкости и выталкивающую силу, действующую на тело со стороны жидкости или газа.

Решение типовых задач

Пример 1. На какой высоте h ускорение свободного падения вдвое меньше значения на поверхности Земли?

Решение. Запишем равенства сил тяжести на поверхности Земли и на высоте h.

$$mg = G \cdot \frac{mM}{R^2}, \quad mg' = G \cdot \frac{mM}{(R_3 + h)^2}.$$

Найдем их отношение $\frac{g}{g'} = \frac{(R_3 + h)^2}{R_3^2}$.

Зная, что $\frac{g}{g'} = 2$, получим $2 = \frac{(R_3 + h)^2}{R_3^2}$. Откуда $h = R_3\left(\sqrt{2} - 1\right) = 2{,}64 \cdot 10^6$ м.

Пример 2. Из водопроводного крана, диаметр выходного отверстия которого равен D, а плоскость поперечного сечения горизонтальна, вытекает вода со скоростью υ_1 (рис. 9). Определить диаметр d поперечного сечения вытекающей струи на расстоянии h ниже отверстия, считая, что $h < h_{кр}$, где $h_{кр}$ – расстояние от выходного отверстия трубы до того места струи, ниже которого струя разбивается на отдельные капли. Пренебречь вязкостью и поверхностным натяжением.

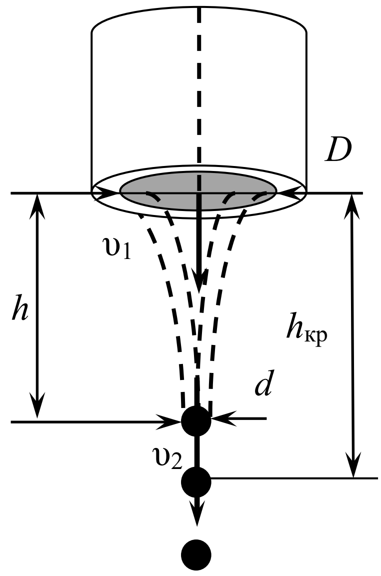


Рис. 9

Решение. Так как при небольших скоростях воды движение ламинарное, то вполне применимо уравнение Бернулли, в котором сопоставим между собой две точки линии тока – первая точка лежит в центре выходного отверстия крана, а вторая – в центре сечения струи, где требуется определить диаметр:

$$\frac{\rho\upsilon_1^2}{2} + \rho g h + p_0 = \frac{\rho\upsilon_2^2}{2} + p_0,$$

где p_0 – атмосферное давление. Отсюда получаем $\upsilon_2 = \sqrt{\upsilon_1^2 + 2gh}$.

Согласно уравнению неразрывности струи (условие выполнимо в виду $h < h_{кр}$) имеем: $S_1\upsilon_1 = S_2\upsilon_2$, где $S_1 = \frac{\pi D^2}{4}$ и $S_2 = \frac{\pi d^2}{4}$ – площади поперечных сечений струи соответственно в рассматриваемых точках. Тогда с учетом выражения для скорости v_2 получим

$$d = D\sqrt{\frac{\upsilon_1}{\upsilon_2}} = D\sqrt{\frac{\upsilon_1}{\sqrt{\upsilon_1^2 + 2gh}}}.$$

Пример 3. В системе отсчета K два параллельных стержня имеют одинаковую собственную длину $\ell_0 = 1$ м и движутся в продольном направлении навстречу друг к другу с равными скоростями $\upsilon = 2 \cdot 10^8$ м/с, измеренными в

этой
системе отсчета. Чему равна длина каждого стержня в системе отсчета, связанной с другим стержнем?

Решение. Для неподвижного наблюдателя при движении протяженных тел с большими скоростями их размеры в направлении движения существенно сокращаются. Свяжем систему отсчета K' с одним из стержней, направив одну из осей вдоль стержня. Тогда в этой системе отсчета стержень 1 будет находиться в покое, и его длина равна собственной длине $\ell_0 = 1$ м. Длина ℓ стержня 2 относительно системы отсчета K' $\ell = \ell_0\sqrt{1-\upsilon_{\text{отн}}^2/c^2}$ где $\upsilon_{\text{отн}}$ – скорость стержня 2 относительно системы K'. Скорость $\upsilon_{\text{отн}}$ можно найти по формуле сложения скоростей $\upsilon_{\text{отн}} = \dfrac{\upsilon_{x'}+\upsilon_0}{1+\upsilon_0\upsilon_{x'}/c^2}$.

Поскольку система отчета K' связана с одним из стержней, то скорость υ_0 движения системы отсчета K относительно K' по величине будет равна скорости υ стержня 1 и направлена в противоположную сторону. Скорость $\upsilon_{x'}$ стержня 2, движущегося относительно системы K', в системе отсчета K также равна v. Если ось x' направлена вдоль движения стержня 1, по проекции скоростей $\upsilon_{x'}$ и υ_0 на эту ось будут отрицательны. Поэтому скорость стержня движущегося относительно системы K', будет равна $\upsilon_{\text{отн}} = \dfrac{-\upsilon-\upsilon}{1+\tau_0\tau_{x'}/c^2}$. Следовательно, $\ell = \ell_0\sqrt{1-4\upsilon^2 c^2/(c^2+\tau^2)^2} = \ell_0\dfrac{c^2-\upsilon^2}{c^2+\upsilon^2} \approx 38$ см.

Задачи для самостоятельного решения

1. Искусственный спутник обращается вокруг Земли по окружности на высоте $h = 3{,}6$ Мм. Определить линейную скорость v спутника. Радиус Земли $R_З$ и ускорение свободного падения g на поверхности Земли считать известными.

2. Период T вращения искусственного спутника Земли равен 2 ч. Считая орбиту спутника круговой, найти, на какой высоте h над поверхностью Земли движется спутник.

3. Стационарный искусственный спутник движется по окружности в плоскости земного экватора, оставаясь все время над одним и тем же пунктом земной поверхности. Определить угловую скорость ω спутника и радиус R его орбиты.

4. Вычислить значения первой (круговой) и второй (параболической) космических скоростей вблизи поверхности Луны.

5. Радиус R малой планеты равен 100 км, средняя плотность ρ вещества планеты равна 3 г/см^3. Определить параболическую скорость v_2 у поверхности этой планеты.

6. Вода течет в горизонтально расположенной трубе переменного сечения. Скорость υ_1 воды в широкой части трубы равна 20 см/с. Определить скорость υ_2 в узкой части трубы, диаметр d_2 которой в 1,5 раза меньше диаметра d_1 широкой части.

7. В широкой части горизонтально расположенной трубы нефть течет со скоростью $\upsilon_1 = 2$ м/с. Определить скорость υ_2 нефти в узкой части трубы, если разность Δp давлений в широкой и узкой частях ее равна 6,65 кПа.

8. Давление p ветра на стену равно 200 Па. Определить скорость υ ветра, если он дует перпендикулярно стене. Плотность ρ воздуха равна 1,29 кг/м^3.

9. Вода течет по круглой гладкой трубе диаметром $d = 5$ см со средней по сечению скоростью $\langle\upsilon\rangle = 10$ см/с. Определить число Рейнольдса Re для потока жидкости в трубе и указать характер течения жидкости.

10. По трубе течет машинное масло. Максимальная скорость υ_{max}, при которой движение масла в этой трубе остается еще ламинарным, равна 3,2 см/с. При какой скорости υ движение глицерина в той же трубе переходит из ламинарного в турбулентное?

11. В лабораторной системе отсчета удаляются друг от друга две частицы с одинаковыми по модулю скоростями. Их относительная скорость u в той же системе отсчета равна 0,5 с. Определить скорости частиц.

12. С какой скоростью υ движется частица, если ее релятивистская масса в три раза больше массы покоя?

13. На сколько процентов релятивистская масса частицы больше массы покоя при скорости $\upsilon = 30$ Мм/с?

14. При какой скорости υ кинетическая энергия любой частицы вещества равна ее энергии покоя?

15. Кинетическая энергия релятивистской частицы равна ее энергии покоя. Во сколько раз возрастет импульс частицы, если ее кинетическая энергия увеличится в $n = 4$ раза?

Ответы. **1.** 6,33 км/с. **2.** $1{,}69 \cdot 10^6$ м. **3.** $7{,}27 \cdot 10^{-5}$ рад/с; $42{,}2 \cdot 10^6$ м. **4.** 1,68 км/с;

2,37 км/с. **5.** 130 м/с. **6.** 0,45 м/с. **7.** 4,33 м/с. **8.** 8,80 м/с. **9.** 5000, турбулентное. **10.** 1,94 см/с. **11.** 0,268 с. **12.** 0,943с. **13.** 0,5 %. **14.** $2{,}6\cdot10^8$ м/с. **15.** 2,82.

Раздел 2. ЭЛЕКТРИЧЕСТВО И МАГНЕТИЗМ

Практическое занятие № 5. Электростатика. Потенциал. Разность потенциалов

Учебные вопросы

1. Закон Кулона. Взаимодействие заряженных тел.
2. Напряженность электрического поля.
3. Потенциал. Разность потенциалов.

Рекомендуемая литература: [1, глава 11], [2, § 9.1–9.3, 9.7–9.10], [7, § 13–15].

Изучив данную тему, обучающийся должен:

знать:

– напряженность поля точечного заряда;

– принцип суперпозиции полей;

– связь напряженности электростатического поля и его потенциала;

– теорему Остроградского – Гаусса для электростатического поля в вакууме;

– потенциал поля точечного заряда;

уметь:

– применять теорему Гаусса в условиях конкретной задачи;

– находить направление напряженности электростатического поля точечного заряда, заряженной сферы, бесконечной плоскости в произвольной точке;

– используя связь напряженности и потенциала, находить направление градиента потенциала;

владеть:

– методами анализа информации, представленной в виде графика, рисунка;

– математическим аппаратом (вычисление производных, интегралов, операции с векторами) для решения физических задач.

Задание на самоподготовку

Уясните физический смысл следующих понятий: силовая линия электростатического поля, эквипотенциальная поверхность, принцип суперпозиции.

Запомните закон Кулона, теорему Гаусса для расчета напряженности, связь напряженности и потенциала.

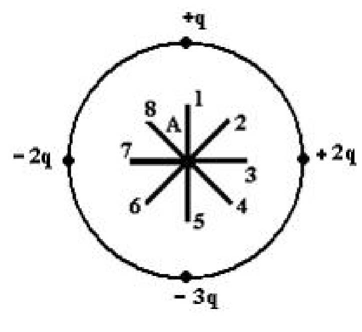
Ознакомьтесь с алгоритмом и решением типовых задач на данную тему.

Ответьте на следующие вопросы:

1. В чем состоит явление электризации?
2. Как взаимодействуют электрические заряды?
3. Сформулируйте закон Кулона.
4. Сформулируйте закон сохранения заряда.
5. Как найти напряженность электрического поля точечного заряда? Системы зарядов?
6. Сформулируйте принцип суперпозиции.
7. Дайте определение линии напряженности.
8. Как определить поток вектора напряженности?
9. Сформулируйте теорему Гаусса для вектора напряженности электрического поля.
10. Вычислите поля бесконечной однородно заряженной плоскости, двух равномерно заряженных плоскостей.
11. Какова связь между напряженностью электрического поля и потенциалом?
12. Какие поверхности называют эквипотенциальными?

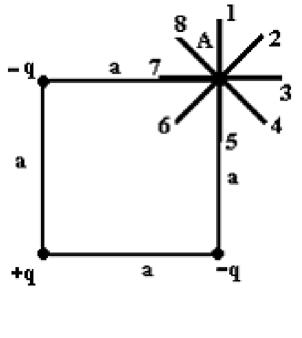
Проведите самоконтроль по вопросам следующего теста:

1. Электростатическое поле создано системой точечных зарядов. Вектор напряженности $\vec{E}$ поля в точке A ориентирован в направлении … .



а) 1; д) 5;
б) 2; е) 6;
в) 3; ж) 7;
г) 4; з) 8.

2. Электростатическое поле создано системой точечных зарядов $-q$, $+q$ и $-q$. Градиент потенциала поля в точке A ориентирован в направлении … .



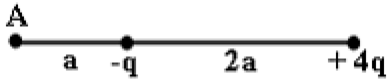
а) 1; д) 5;

б) 2; е) 6;

в) 3; ж) 7;

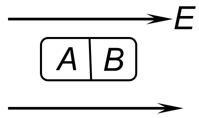
г) 4; з) 8.

3. Электростатическое поле создано двумя точечными зарядами: $-q$ и $+4q$. Отношение потенциала поля, созданного вторым зарядом в точке A, к потенциалу результирующего поля в этой точке равно … .



4. Внешнее электрическое поле оказывает ориентирующее действие на собственные дипольные моменты молекул только для … диэлектриков.

5. Незаряженный диэлектрик внесли в однородное электростатическое поле, а затем разделили на части A и B. Какими электрическими зарядами обладают эти части после разделения?



а) A – положительна, B – отрицательна;

б) B – положительна, A – отрицательна;

в) обе отрицательны;

г) обе нейтральны;

д) обе положительны.

Основные законы и формулы

Закон сохранения заряда в замкнутой системе

$$\sum_i q_i = \text{const}.$$

Закон Кулона

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{|q_1||q_2|}{r^2} \text{ (в вакууме)}, \quad F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{|q_1||q_2|}{\varepsilon r^2} \text{ (в среде)},$$

где F – сила взаимодействия двух точечных зарядов q_1 и q_2; r – расстояние между зарядами; $\varepsilon_0 = 8{,}85\cdot 10^{-12}$ Ф/м – электрическая постоянная; ε – диэлектрическая проницаемость среды.

Напряженность электростатического поля

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q^*},$$

где F – сила, действующая на точечный положительный заряд q^*, помещенный в данную точку поля.

Напряженность электростатического поля точечного заряда Q на расстоянии r от заряда

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}.$$

Принцип суперпозиции электростатических полей

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^{N}\vec{E}_i ,$$

где E_i – напряженность поля, создаваемого зарядом q_i.

Плотность зарядов (линейная, поверхностная, объемная):

$$\tau = \frac{q}{\ell};\ \sigma = \frac{q}{S};\ \rho = \frac{q}{V}.$$

Теорема Гаусса для электростатического поля в вакууме:

– в случае дискретного распределения зарядов

$$\oint_S \vec{E}d\vec{S} = \oint_S E_n S = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum_{i=1}^{N} q_i ;$$

– в случае непрерывного распределения зарядов

$$\oint_S \vec{E}d\vec{S} = \oint_S E_n S = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum_{i=1}^{N} \rho dV,$$

где $\sum_{i=1}^{N} q_i$ – алгебраическая сумма зарядов, заключенных внутри замкнутой поверхности S; N – число зарядов; ρ – объемная плотность зарядов.

Напряженность поля, создаваемого равномерно заряженной бесконечной плоскостью

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon\varepsilon_0},$$

где σ – поверхностная плотность заряда.

Напряженность поля, создаваемого двумя бесконечными параллельными разноименно заряженными плоскостями,

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon\varepsilon_0},$$

где σ – поверхностная плотность заряда.

Напряженность поля, создаваемого равномерно заряженной сферической поверхностью радиусом R с общим зарядом q на расстоянии r от центра сферы

$E = 0$ при $r < R$ (внутри сферы),

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2} \text{ при } r \geq R \text{ (вне сферы).}$$

Напряженность поля, создаваемого объемно заряженным шаром радиусом R с общим зарядом q на расстоянии r от центра шара,

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{R^3}r \text{ при } r \leq R \text{ (внутри шара),}$$

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2} \text{ при } r \geq R \text{ (вне шара).}$$

Напряженность поля, создаваемого равномерно заряженным бесконечным цилиндром радиусом R на расстоянии r от оси цилиндра,

$$E = 0 \text{ при } r < R \text{ (внутри цилиндра),}$$

$$E = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\frac{\tau}{r} \text{ при } r \geq R \text{ (вне цилиндра),}$$

где τ – линейная плотность заряда.

Потенциал электростатического поля

$$\varphi = \frac{W_\Pi}{q_0},\ \varphi = \frac{A_\infty}{q_0},$$

где q_0 – точечный положительный заряд, помещенный в данную точку поля; W_Π – потенциальная энергия заряда q_0, A – работа перемещения заряда q_0 из данной точки поля за его пределы.

Связь разности потенциалов между точками, с напряженностью поля

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_{r_1}^{r_2} E dr.$$

Потенциал электростатического поля точечного заряда на расстоянии r от заряда

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r}.$$

Алгоритм решения задач

1. Выделить объектную область задачи, выбрать систему отсчета и ввести ее идеальную физическую модель.

2. Выбрать физическую систему, определить тип этой системы и выделить физические законы, которые могут быть использованы для ее описания.

3. Выяснить характер и особенности электростатических взаимодействий объектов системы между собой и с окружением; ввести силовые и энергетические характеристики этих взаимодействий, на схематическом рисунке указать кинематические, динамические и энергетические характеристики системы.

4. Записать законы движения и / или законы сохранения для объектов, включенных в систему, спроецировать при необходимости векторные величины на оси координат.

5. Выразить силы и / или энергию электростатического взаимодействия и собственную энергию электростатического поля через заряды, напряженности полей и потенциалы (принимая во внимание принцип суперпозиции полей).

6. Составить систему уравнений, являющихся математической моделью задачи, и проверить, является ли она полной.

7. Решить полученную систему уравнений в общем виде. Проверить правильность решения в общем виде. Выполнить числовые расчеты. Проанализировать результаты.

При выполнении действий, предусмотренных данным алгоритмом, в процессе решения задач по электростатике нужно учитывать следующую информацию:

– Земля, как физический объект, является источником гравитационного, электрического и магнитного полей;

– идеальной моделью заряженного тела (частицы) является точечный заряд; поле, как правило, моделируется как однородное;

– замкнутые физические системы в электростатике могут быть описаны: законом сохранения электрического заряда, законом сохранения импульса и законом сохранения полной энергии, которая представляет собой сумму механической энергии системы как целого, ее внутренней энергии и энергии электростатического поля.

Задачи по электростатике в зависимости от вида физической системы и способа ее описания условно можно разделить на следующие группы:

1. Задачи на применение законов электростатики в комбинации с кинематико-динамическим способом описания физической системы (движение или равновесие заряженных тел (частиц) в электростатическом поле). Решение задач этой группы осуществляется на основе второго закона Ньютона с учетом сил электростатического взаимодействия и законов кинематики прямолинейного

или криволинейного движения. Причем если рассматривается движение или равновесие заряда в поле точечного заряда, то сила электростатического взаимодействия определяется из закона Кулона, а во всех остальных случаях эта сила определяется через напряженность поля.

2. Задачи, в которых требуется рассчитать силовые или энергетические характеристики электростатического поля, созданного одним зарядом или системой зарядов. Решение задач этой группы осуществляется на основе принципа суперпозиции для напряженности и потенциала поля с учетом формул для расчета напряженностей и потенциалов полей, создаваемых точечным зарядом, заряженным шаром, плоскостью и др.

Решение типовых задач

Пример. 1. Электрическое поле создано двумя точечными зарядами: Q_1 = 30 нКл и Q_2 = –10 нКл. Расстояние d между зарядами равно 20 см. Определить напряженность электрического поля в точке, находящейся на расстоянии r_1 = 15 см от первого и на расстоянии r_2 = 10 см от второго зарядов.

Решение. Согласно принципу суперпозиции электрических полей, каждый заряд создает поле независимо от присутствия в пространстве других зарядов. Поэтому напряженность $\vec{E}$ электрического поля в искомой точке может быть найдена как векторная сумма напряженностей $\vec{E}_1$ и $\vec{E}_2$ полей, создаваемых каждым зарядом в отдельности: $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$ (рис. 10).

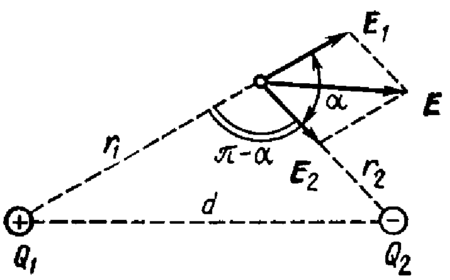


Рис. 10

Напряженности электрического поля, создаваемого в вакууме первым и вторым зарядами, соответственно равны $E_1 = \dfrac{|Q_1|}{4\pi\varepsilon_0 r_1^2}; E_2 = \dfrac{|Q_2|}{4\pi\varepsilon_0 r_2^2}$.

Модуль вектора E найдем по теореме косинусов: $E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 + 2E_1\cos\alpha}$, где угол α может быть найден из треугольника со сторонами r_1, r_2 и d:

$$\cos\alpha = \frac{d^2 - r_1^2 - r_2^2}{2r_1r_2}.$$

В данном случае во избежание громоздких записей вычислим отдельно значение $\cos\alpha$. По этой формуле найдем $\cos\alpha = 0{,}25$.

Подставляя выражения E_1 и E_2, получаем $E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sqrt{\frac{Q_1^2}{r_1^4} + \frac{Q_2^2}{r_2^4} + 2\frac{|Q_1||Q_2|}{r_1^2 r_2^2}\cos\alpha}$.

Подставив значения величин в последнюю формулу и произведя вычисления, найдем

$$E = 9\cdot 10^9\sqrt{\frac{(30\cdot 10^{-9})^2}{(15\cdot 10^{-2})^4} + \frac{(10\cdot 10^{-9})^2}{(10\cdot 10^{-2})^4} + 2\frac{(30\cdot 10^{-9})^2(10\cdot 10^{-9})^2}{(15\cdot 10^{-2})^2(10\cdot 10^{-2})^2}\cos\alpha} =$$

$$= 1{,}67\cdot 10^4 = 16{,}7 \text{ кВ/м}.$$

Пример 2. Электрическое поле создано бесконечной плоскостью, заряженной с поверхностной плотностью σ = 400 нКл/м^2, и бесконечной прямой нитью, заряженной с линейной плотностью τ = 100 нКл/м. На расстоянии r = 10 см от нити находится точечный заряд Q = 10 нКл. Определить силу, действующую на заряд, ее направление, если заряд и нить лежат в одной плоскости, параллельной заряженной плоскости.

Решение. Сила, действующая на заряд, помещенный в поле, $F = EQ$, где E – напряженность поля в точке, в которой находится заряд Q.

Определим напряженность E поля, создаваемого, по условию задачи, бесконечной заряженной плоскостью и бесконечной заряженной нитью. Поле, создаваемое бесконечной заряженной плоскостью, однородно, и его напряженность в любой точке $E_1 = \frac{1}{2}\frac{\sigma}{\varepsilon_0}$. Поле, создаваемое бесконечной заряженной линией, неоднородно. Его напряженность зависит от расстояния и определяется по формуле $E_2 = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0 r}$.

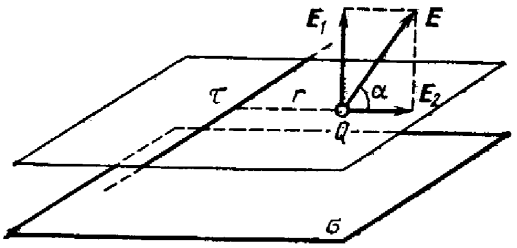


Рис. 11

Согласно принципу суперпозиции электрических полей, напряженность поля в точке, где находится заряд Q, равна векторной сумме напряженностей $\vec{E}_1$ и $\vec{E}_2$ (рис. 11): $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$. Так как векторы $\vec{E}_1$ и $\vec{E}_2$ взаимно перпендикулярны, то $E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2}$.

Подставляя модули E_1 и E_2 в это равенство, получим

$$E=\sqrt{\left(\frac{1}{2}\frac{\sigma}{\varepsilon_0}\right)^2+\left(\frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0 r}\right)^2}\ \text{ или }\ E=\frac{1}{2\varepsilon_0}\sqrt{\sigma^2+\frac{\tau^2}{\pi^2 r^2}}.$$

Теперь найдем силу F, действующую на заряд, подставив выражение E в формулу силы: $F=EQ=\frac{Q}{2\varepsilon_0}\sqrt{\sigma^2+\frac{\tau^2}{\pi^2 r^2}}$. Подставив значения величин и сделав вычисления, получим

$$F=\frac{10^{-8}}{2\cdot 8{,}85\cdot 10^{-12}}\sqrt{(4\cdot 10^{-7})^2+\frac{(10^{-7})^2}{3{,}14^2(0{,}1)^2}}=289\ \text{мкН}.$$

Пример 3. Электрическое поле создано длинной нитью, равномерно заряженной с линейной плотностью τ = 20 нКл/м. Определить разность потенциалов двух точек этого поля, находящихся на расстояниях a_1 = 0,5 см и a_2 = 2 см от нити, в средней ее части.

Решение. Для определения разности потенциалов воспользуемся соотношением между напряженностью поля и изменением потенциала E = –gradφ. Для поля с осевой симметрией, каким является поле нити, это соотношение можно записать в виде $E= -(d\varphi/dr)$, или $d\varphi= -Edr$.

Интегрируя последнее выражение, найдем разность потенциалов двух точек, отстоящих на r_1 и r_2 от нити $\varphi_2-\varphi_1=-\int\limits_{r_1}^{r_2}Edr$.

Так как нить длинная и точки взяты вблизи ее средней части, то для выражения напряженности поля можно воспользоваться формулой $E=\frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0 r}$.

Подставив это выражение E в разность потенциалов, получим

$$\varphi_2-\varphi_1=-\frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0}\int\limits_{r_1}^{r_2}\frac{dr}{r}=-\frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{r_2}{r_1}\ \text{ или }\ \varphi_1-\varphi_2=\frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{r_2}{r_1}.$$

Так как величины r_2 и r_1 входят в формулу в виде отношения, то их можно выразить в любых, но только одинаковых единицах: $r_1=a_1$ = 0,5 см; $r_2=a_2$ = 2 см.

Подставив значения величин и вычислив, получим

$$\varphi_1-\varphi_2=\frac{2\cdot 10^{-8}}{2\cdot 3{,}14\cdot 8{,}85\cdot 10^{-12}}\cdot\ln\frac{2}{0{,}5}=500\ \text{В}.$$

Задачи для самостоятельного решения

1. Определить силу взаимодействия двух точечных зарядов $Q_1 = Q_2 = 1$ Кл, находящихся в вакууме на расстоянии $r = 1$ м друг от друга.

2. Два шарика массой $m = 0{,}1$ г каждый подвешены в одной точке на нитях длиной $L = 20$ см каждая. Получив одинаковый заряд, шарики разошлись так, что нити образовали между собой угол $\alpha = 60°$. Найти заряд каждого шарика.

3. Даны два шарика массой $m = 1$ г каждый. Какой заряд Q нужно сообщить каждому шарику, чтобы сила взаимного отталкивания зарядов уравновесила силу взаимного притяжения шариков по закону тяготения Ньютона? Рассматривать шарики как материальные точки.

4. Два одинаковых проводящих заряженных шара находятся на расстоянии $r = 30$ см. Сила притяжения F_1 шаров равна 90 мкН. После того как шары были приведены в соприкосновение и удалены друг от друга на прежнее расстояние, они стали отталкиваться с силой $F_2 = 160$ мкН. Определить заряды Q_1 и Q_2, которые были на шарах до их соприкосновения. Диаметр шаров считать много меньшим расстояния между ними.

5. В вершинах квадрата находятся одинаковые заряды $Q = 0{,}3$ нКл каждый. Какой отрицательный заряд Q_1 нужно поместить в центре квадрата, чтобы сила взаимного отталкивания положительных зарядов была уравновешена силой притяжения отрицательного заряда?

6. Тонкий длинный стержень равномерно заряжен с линейной плотностью $\tau = 10$ мкКл/м. Какова сила F, действующая на точечный заряд $Q = 10$ нКл, находящийся на расстоянии $a = 20$ см от стержня, вблизи его середины?

7. Два точечных заряда $Q_1 = 2Q$ и $Q_2 = -Q$ находятся на расстоянии d друг от друга. Найти положение точки на прямой, проходящей через эти заряды, напряженность E поля в которой равна нулю.

8. Электрическое поле создано двумя точечными зарядами $Q_1 = 40$ нКл и $Q_2 = -10$ нКл, находящимися на расстоянии $d = 10$ см друг от друга. Определить напряженность E поля в точке, удаленной от первого заряда на $r_1 = 12$ см и от второго на $r_2 = 6$ см.

9. Тонкий стержень длиной $l = 12$ см заряжен с линейной плотностью $\tau = 200$ нКл/м. Найти напряженность E электрического поля в точке, находящейся на расстоянии $r = 5$ см от стержня против его середины.

10. Две прямоугольные одинаковые параллельные пластины, длины сторон которых $a = 10$ см и $b = 15$ см, расположены на малом (по сравнению с линей-

ными размерами пластин) расстоянии друг от друга. На одной из пластин равномерно распределен заряд Q_1 = 50 нКл, на другой – заряд Q_2 = 150 нКл. Определить напряженность E электрического поля между пластинами.

11. Две бесконечные параллельные пластины равномерно заряжены с поверхностной плотностью σ_1 = 10 нКл/м^2 и σ_2 = –30 нКл/м^2. Определить силу взаимодействия между пластинами, приходящуюся на площадь S, равную 1 м^3.

12. В центре сферы радиусом R = 20 см находится точечный заряд Q = 10 нКл. Определить поток Φ_E вектора напряженности через часть сферической поверхности площадью S = 20 см^2.

13. Поле создано точечным зарядом Q = 1 нКл. Определить потенциал φ поля в точке, удаленной от заряда на расстояние r = 20 см.

14. Тонкий стержень длиной l = 10 см несет равномерно распределенный заряд Q = 1 нКл. Определить потенциал φ электрического поля в точке, лежащей на оси стержня на расстоянии a = 20 см от ближайшего его конца.

15. Две бесконечные параллельные плоскости находятся на расстоянии d = 0,5 см друг от друга. На плоскостях равномерно распределены заряды с поверхностными плотностями σ_1 = 0,2мкКл/М и σ_2 = –0,3 мкКл/м^2. Определить разность потенциалов $\Delta\varphi$ между плоскостями.

Ответы. **1.** $9\cdot10^9$ Н. **2.** 50,1 нКл. **3.** $86{,}7\cdot10^{-15}$ Кл. **4.** 0,09 мкКл; –0,01 мкКл. **5.** –0,287 нКл. **6.** 9 мН. **7.** За отрицательным зарядом на расстоянии $d_1 = d(\sqrt{2}+1)$. **8.** 34 кВ/м. **9.** 55,7 кВ/м. **10.** 377 кВ/м. **11.** 16,9 мкН. **12.** 4,5 В·м. **13.** 45 В. **14.** $\varphi = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 l}\ln\dfrac{l+a}{a} = 36{,}5$ В. **15.** $\Delta\varphi = \dfrac{1}{2}\dfrac{\sigma_1-\sigma_2}{\varepsilon_0}d = 141$ В.

Практическое занятие № 6. Проводники в электрическом поле. Конденсаторы

Учебные вопросы

1. Работа электрического поля по перемещению заряда.
2. Конденсаторы. Соединения конденсаторов.
3. Энергия электрического поля.

Рекомендуемая литература: [1, § 87–95], [2, § 9.4–9.6, 9.11–9.13], [3, § 15, 17, 18].

Изучив данную тему, обучающийся должен:

знать:

– формулу для нахождения работы по перемещению заряда в электростатическом поле;

– теорему о кинетической энергии;

– формулы емкости плоского конденсатора и различных соединений конденсаторов, формулу энергии заряженного конденсатора;

уметь:

– применять эти знания в условиях конкретной задачи, анализировать информацию, представленную в виде графика, рисунка;

– определять знак и величину работы по перемещению заряда в электростатическом поле;

владеть:

– методами анализа информации, представленной в виде графика, рисунка;

– математическим аппаратом (вычисление производных, интегралов, операции с векторами) для решения физических задач.

Задание на самоподготовку

Уясните физический смысл следующих понятий: потенциальный характер электростатического поля, работа электростатического поля, потенциальная энергия взаимодействия двух точечных электрических зарядов, поляризованность диэлектрика, емкость батареи конденсаторов, энергия заряженного конденсатора, плотность энергии электрического поля.

Запомните формулы работы электростатического поля, потенциальной энергии взаимодействия двух точечных электрических зарядов, емкости плоского конденсатора, энергии заряженного конденсатора, плотности энергии электрического поля.

Ознакомьтесь с алгоритмом и решением типовых задач на данную тему.

Ответьте на следующие вопросы:

1. Чему равна работа электростатического поля?

2. В чем заключается потенциальный характер электростатического поля?

3. Чему равна потенциальная энергия взаимодействия двух точечных электрических зарядов?

4. Как ведут себя в электрическом поле диэлектрики, состоящие из полярных или неполярных молекул?

5. Дайте определение поляризованности диэлектрика.

6. Какие вещества называются сегнетоэлектриками?

7. Назовите основные свойства сегнетоэлектриков.

8. В чем особенности электростатики металлов?

9. Чему равны потенциал и напряженность во внутренней области металла и на его поверхности?

10. Изобразите электрическое поле во внутренней области металла и на его поверхности.

11. Приведите примеры различных методов электростатической защиты.

12. Дайте определение электроемкости уединенного проводника.

13. Что такое конденсатор? Чему равна его емкость?

14. Чему равна емкость плоского конденсатора?

15. Как соединяют конденсаторы?

16. Чему равна емкость батареи конденсаторов, соединенных последовательно? Параллельно?

17. Чему равна энергия заряженного конденсатора?

18. Чем характеризуется плотность энергии электрического поля?

Проведите самоконтроль по вопросам следующего теста:

1. Два проводника заряжены до потенциалов 34 В и –16 В. Заряд 100 нКл нужно перенести со второго проводника на первый. При этом необходимо совершить работу (в мкДж), равную … .

2. Конденсатор с диэлектриком с относительной диэлектрической проницаемостью ε = 4 присоединили к источнику тока. Энергия электрического поля равна W. После удалении диэлектрика энергия конденсатора будет равна … .

а) W; в) $4W$;

б) $\frac{1}{2}W$; г) $\frac{1}{4}W$.

3. При увеличении заряда на обкладках конденсатора в 4 раза его электроемкость … .

а) увеличится в 4 раза; в) увеличится в 2 раза;

б) не изменится; г) увеличится в 16 раз.

4. Расстояние между обкладками плоского заряженного конденсатора увеличили при включенном источнике питания в 2 раза. Энергия конденсатора … .

а) не изменится; г) увеличится в 4 раза;

б) увеличится в 2 раза; д) уменьшится в 4 раза.

в) уменьшится в 2 раза;

5. Частица массой 0,08 мг, имеющая заряд 10^{-10} Кл, покоится в точке *A*. При включении горизонтального однородного электрического поля эта частица, двигаясь по горизонтали вдоль силовой линии, смещается в точку *B*. Напряжение между точками *A* и *B* равно 1 В. Чему равна скорость частицы в точке В?

Основные законы и формулы

Потенциальная энергия заряда q_0 в поле заряда q на расстоянии r от него

$$W_\Pi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_0 q}{r}.$$

Работа, совершаемая силами электростатического поля при перемещении заряда q_0 из точки 1 в точку 2

$$A_{12} = q_0(\varphi_1 - \varphi_2),\ A_{12} = q_0\int_1^2 \vec{E}d\vec{l} = q_0\int_1^2 E_l dl,$$

где E_l – проекция вектора E на направление элементарного перемещения dl.

Электрическая емкость (емкость) уединенного проводника

$$C = \frac{q}{\varphi},$$

где q – заряд, сообщенный проводнику; φ – потенциал проводника.

Электрическая емкость шара радиусом R

$$C = 4\pi\varepsilon\varepsilon_0 R.$$

Электрическая емкость конденсатора

$$C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2},$$

где q – заряд, накопленный в конденсаторе; $(\varphi_1 - \varphi_2)$ – разность потенциалов между его пластинами.

Электрическая емкость плоского конденсатора

$$C = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d},$$

где S – площадь каждой пластины конденсатора; d – расстояние между пластинами.

Электрическая емкость сферического конденсатора

$$C = 4\pi\varepsilon\varepsilon_0\frac{r_1 r_2}{r_2 - r_1},$$

где r_1, r_2 – радиусы концентрических сфер.

Электрическая емкость цилиндрического конденсатора

$$C = \frac{2\pi\varepsilon\varepsilon_0 l}{\ln\frac{r_2}{r_1}},$$

где l – длина пластин конденсатора; r_1 и r_2 – радиусы полых коаксиальных цилиндров.

Энергия уединенного заряженного проводника

$$W = \frac{C\varphi^2}{2} = \frac{q^2}{2C} = \frac{q\varphi}{2},$$

где C, q, φ – емкость, заряд и потенциал проводника соответственно.

Энергия заряженного конденсатора

$$W = \frac{C(\Delta\varphi)^2}{2} = \frac{q^2}{2C} = \frac{q\Delta\varphi}{2},$$

где q – заряд конденсатора; C – его электроемкость; $\Delta\varphi$ – разность потенциалов между пластинами.

Сила притяжения между двумя разноименно заряженными обкладками конденсатора

$$|F| = \frac{q^2}{2\varepsilon\varepsilon_0 S} = \frac{\sigma^2 S}{2\varepsilon\varepsilon_0} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2 S}{2},$$

где q – заряд конденсатора; σ – поверхностная плотность заряда; S – площадь пластин конденсатора; E – напряженность электростатического поля.

Энергия электростатического поля плоского конденсатора

$$W = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2} Sd = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 U^2 S}{2d} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2} V,$$

где S – площадь одной пластины; U – разность потенциалов между пластинами; $Y = Sd$ – объем конденсатора.

Объемная плотность энергии электростатического поля

$$w = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2} = \frac{D^2}{2\varepsilon\varepsilon_0} = \frac{ED}{2},$$

где E – напряженность электростатического поля; D – электрическое смещение.

Алгоритм решения задач

1. Выделить объектную область задачи, выбрать систему отсчета и ввести ее идеальную физическую модель.

2. Выбрать физическую систему, определить тип этой системы и выделить физические законы, которые могут быть использованы для ее описания.

3. Выяснить характер и особенности электростатических взаимодействий. Ввести энергетические характеристики этих взаимодействий.

4. Записать законы сохранения для объектов, включенных в систему.

5. Составить систему уравнений, являющихся математической моделью задачи, и проверить, является ли она полной.

6. Решить полученную систему уравнений в общем виде. Проверить правильность решения в общем виде. Выполнить числовые расчеты. Проанализировать результаты.

При решении задач на расчет конденсаторных цепей необходимо:

1. Выяснить тип соединения (параллельное, последовательное, смешанное).

2. Установить связь между зарядами и напряжениями на конденсаторах.

3. Выразить через них емкости конденсаторов и записать формулы, соответствующие данному типу соединения.

4. Составить систему уравнений, являющихся математической моделью задачи, и проверить, является ли она полной.

5. Решить полученную систему уравнений в общем виде. Проверить правильность решения в общем виде. Выполнить числовые расчеты.

Решение типовых задач

Пример 1. Положительные заряды q_1 = 3 мкКл и q_2 = 20 нКл находятся в вакууме на расстоянии r_1 = 1,5 м друг от друга. Определить работу A, которую надо совершить, чтобы сблизить заряды до расстояния r_2 = 1 м.

Решение. Положим, что первый заряд q_1 остается неподвижным, а второй q_2 под действием внешних сил перемещается в поле, созданном зарядом q_1, приближаясь к нему с расстояния r_1 = 1,5 м до r_2 = 1 м.

Работа A' внешней силы по перемещению заряда q из одной точки поля с потенциалом φ_1 в другую, потенциал которой φ_2, равна по модулю и противоположна по знаку работе A сил поля по перемещению заряда между теми же точками: $A' = -A$.

Работа A сил поля по перемещению заряда $A = q(\varphi_1 - \varphi_2)$. Тогда работа A' внешних сил может быть записана в виде $A' = -q(\varphi_1 - \varphi_2) = q(\varphi_2 - \varphi_1)$. Потенциалы точек начала и конца пути выразятся формулами $\varphi_1 = \dfrac{q_1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r_1}$; $\varphi_2 = \dfrac{q_2}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r_2}$.

Подставляя выражения φ_1 и φ_2 в формулу работы и учитывая, что для данного случая переносимый заряд $q = q_2$, получим $A' = \dfrac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0}\left(\dfrac{1}{r_2} - \dfrac{1}{r_1}\right)$.

Если учесть, что $1/(4\pi\varepsilon_0) = 9\cdot10^9$ м/Ф, то после подстановки значений величин в данную формулу и вычисления найдем $A' = 180$ мкДж.

Пример 2. Электрон со скоростью $v = 1{,}83\cdot10^6$ м/с влетел в однородное электрическое поле в направлении, противоположном вектору напряженности поля. Какую разность потенциалов U должен пройти электрон, чтобы обладать энергией $E_i = 13{,}6$ эВ (обладая такой энергией, электрон при столкновении с атомом водорода может ионизировать его. Энергия 13,6 эВ называется энергией ионизации водорода. 1 эВ = $1{,}6\cdot10^{-19}$ Дж)?

Решение. Электрон должен пройти такую разность потенциалов U, чтобы приобретенная при этом энергия W в сумме с кинетической энергией $E_к$, которой обладал электрон перед вхождением в поле, составила энергию, равную энергии ионизации E_i, т. е. $W + E_к = E_i$.

Выразив в этой формуле $W = eU$ и $E_к = (mv^2/2)$, получим $eU + (mv^2/2) = E_i$. Отсюда $U = \dfrac{2E_i - mv^2}{2e}$. Произведем вычисления в единицах СИ: $U = 4{,}15$ В.

Пример 3. Определить электрическую емкость C плоского конденсатора с двумя слоями диэлектриков: фарфора толщиной $d_1 = 2$ мм и эбонита толщиной $d_2 = 1{,}5$ мм, если площадь S пластин равна 100 см^2.

Решение. Емкость конденсатора, по определению, $C = q/U$, где q – заряд на пластинах конденсатора; U – разность потенциалов пластин. Заменив в этом равенстве общую разность потенциалов U конденсатора суммой $U_1 + U_2$ напряжений на слоях диэлектриков, получим $C = Q/(U_1 + U_2)$.

Приняв во внимание, что $q = \sigma S$, $U_1 = E_1 d_1 = \dfrac{D}{\varepsilon_0\varepsilon_1}d_1$ и $U_2 = E_2 d_2 = \dfrac{D}{\varepsilon_0\varepsilon_2}d_2$, формулу для емкости можно переписать в виде $C = \dfrac{\sigma S}{\dfrac{D}{\varepsilon_0\varepsilon_1}d_1 + \dfrac{D}{\varepsilon_0\varepsilon_2}d_2}$, где σ –

поверхностная плотность заряда на пластинах; E_1 и E_2 – напряженности поля в первом и втором слоях диэлектрика соответственно; D – электрическое смещение поля в диэлектриках.

Умножив числитель и знаменатель полученного равенства на ε_0 и учтя, что $D = \sigma$, окончательно получим

$$C = \frac{\varepsilon_0 S}{d_1 / \varepsilon_1 + d_2 / \varepsilon_2} = \frac{8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot 10^{-2}}{1{,}5 \cdot 10^{-3} / 5 + 2 \cdot 10^{-3} / 3} = 98{,}3 \text{ пФ}.$$

Задачи для самостоятельного решения

1. Определить работу $A_{1,2}$ по перемещению заряда $q_1 = 50$ нКл из точки 1 в точку 2 (рис. 12) в поле, созданном двумя точечными зарядами, модуль $|q|$ которых равен 1 мкКл и $a = 0{,}1$ м.

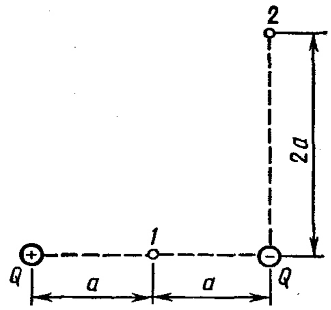


Рис. 12

2. Тонкий стержень согнут в полукольцо. Стержень заряжен с линейной плотностью $\tau = 133$ нКл/м. Какую работу A надо совершить, чтобы перенести заряд $q = 6{,}7$ нКл из центра полукольца в бесконечность?

3. Бесконечная прямая нить несет равномерно распределенный заряд ($\tau = 0{,}1$ мкКл/м). Определить работу $A_{1,2}$ сил поля по перемещению заряда $q = 50$ нКл из точки 1 в точку 2 (рис. 13).

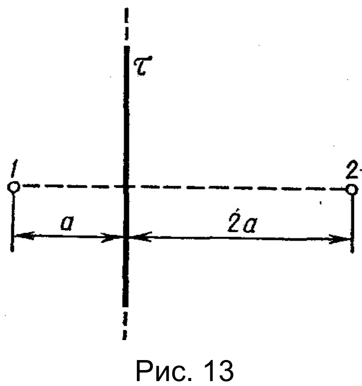


Рис. 13

4. Бесконечная плоскость заряжена отрицательно с поверхностной плотностью $\sigma = 35{,}4$ нКл/м^2. По направлению силовой линии поля, созданного плоскостью, летит электрон. Определить минимальное расстояние l_{min}, на которое может подойти к плоскости электрон, если на расстоянии $l_0 = 5$ см он имел кинетическую энергию $E = 80$ эВ.

5. Какая ускоряющая разность потенциалов U требуется для того, чтобы сообщить скорость $\upsilon = 30$ Мм/с: 1) электрону; 2) протону?

6. Заряженная частица, пройдя ускоряющую разность потенциалов $U = 600$ кВ, приобрела скорость $\upsilon = 5{,}4$ Мм/с. Определить удельный заряд частицы (отношение заряда в массе).

7. На пластинах плоского конденсатора равномерно распределен заряд с поверхностной плотностью $\sigma = 0{,}2$ мкКл/м^2. Расстояние d между пластинами

равно 1 мм. На сколько изменится разность потенциалов на его обкладках при увеличении расстояния d между пластинами до 3 мм?

8. В плоский конденсатор вдвинули плитку парафина толщиной $d = 1$ см, которая вплотную прилегает к его пластинам. На сколько нужно увеличить расстояние между пластинами, чтобы получить прежнюю емкость?

9. Конденсаторы электроемкостями $C_1 = 10$ нФ, $C_2 = 40$ нФ, $C_3 = 2$ нФ и $C_4 = 30$ нФ соединены так, как это показано на рис. 14. Определить электроемкость с соединения конденсаторов.

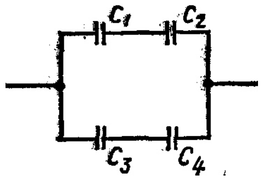


Рис. 14

10. Конденсаторы электроемкостями $C_1 = 2$ мкФ, $C_2 = 2$ мкФ, $C_3 = 3$ мкФ и $C_4 = 1$ мкФ соединены так, как это показано на рис. 15. Разность потенциалов на обкладках четвертого конденсатора $U_4 = 100$ В. Найти заряды и разности потенциалов на обкладках каждого конденсатора, а также общий заряд и разность потенциалов батареи конденсаторов.

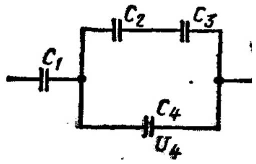


Рис. 15

11. Конденсатор электроемкостью $C_1 = 666$ пФ зарядили до разности потенциалов $U = 1{,}5$ кВ и отключили от источника тока. Затем к конденсатору присоединили параллельно второй, незаряженный конденсатор электроемкостью $C_2 = 444$ пФ. Определить энергию, израсходованную на образование искры, проскочившей при соединении конденсаторов.

Ответы. **1.** $A_{1,2} = \frac{q_1 q}{8\pi\varepsilon_0 a}\left(1 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right) = 659$ мкДж. **2.** 25,2 мкДж. **3.** $A_{1,2} = \frac{\tau q}{2\pi\varepsilon_0}\ln 2 = 62{,}4$ мкДж. **4.** $l_{min} = l_0 - \varepsilon_0 E/(|e|\sigma) = 1$ см. **5.** 1) 2,55 кВ; 2) 4,69 МВ. **6.** 24,3 МКл/кг. **7.** $U = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}(d_2 - d_1) = 22{,}6$ В. **8.** 0,5 см. **9.** $C = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} + \frac{C_3 C_4}{C_3 + C_4} = 20$ пкФ. **10.** 200 мкКл; 120 мкКл; 120 мкКл; 100 мкКл; 110 В; 60 В; 40 В; 220 мкКл; 210 В. **11.** 0,3 мДж.

Практическое занятие № 7. Постоянный электрический ток

Учебные вопросы

1. Характеристики тока.
2. Законы Ома.
3. Работа и мощность тока.

Рекомендуемая литература: [1, глава 12], [2, § 10.1–10.3], [3, § 19, 20].

Изучив данную тему, обучающийся должен:

знать:

– определение силы тока;

– закон Ома в дифференциальной форме;

– закон Ома для замкнутой цепи;

– плотность тока, связь плотности тока со скоростью упорядоченного движения (дрейфа) носителей;

– сопротивление при последовательном и параллельном соединениях проводников;

– закон Джоуля – Ленца;

– работу и мощность электрического тока;

– ЭДС и работу источника тока, мощность во внешней цепи;

уметь:

– получать информацию из графика, анализировать зависимость мощности, выделяемой в проводнике, от его сопротивления;

– находить работу, мощность тока из графиков характеристик электрических цепей;

– по графику вольтамперной характеристики оценивать величину сопротивления;

владеть:

– методами анализа информации, представленной в виде графика, рисунка;

– математическим аппаратом (вычисление производных, интегралов, операции с векторами) для решения физических задач.

Задание на самоподготовку

Уясните физический смысл следующих понятий: сила тока, плотность тока, работа и мощность электрического тока; электродвижущая сила (ЭДС) источника тока; ток короткого замыкания.

Запомните формулы для закона Ома в дифференциальной форме, закона Ома для замкнутой цепи, закона Джоуля – Ленца, работы и мощности электрического тока.

Ознакомьтесь с алгоритмом и решением типовых задач на данную тему.

Ответьте на следующие вопросы:

1. Какой электрический ток называют постоянным?

2. Дайте определение силе тока.

3. Дайте определение плотности тока.

4. Назовите элементы электрической цепи.

5. Что такое ЭДС, каков ее физический смысл?

6. Дайте определение напряжению.

7. Сформулируйте закон Ома для однородного и неоднородного участков цепи в дифференциальной и интегральной формах.

8. От чего зависит сопротивление проводников?

9. Чему равно сопротивление проводников, соединенных последовательно? Параллельно?

10. Как классическая теория проводимости объясняет температурную зависимость сопротивления проводников?

11. Как классическая теория проводимости объясняет сверхпроводимость?

12. Запишите формулу мощности тока.

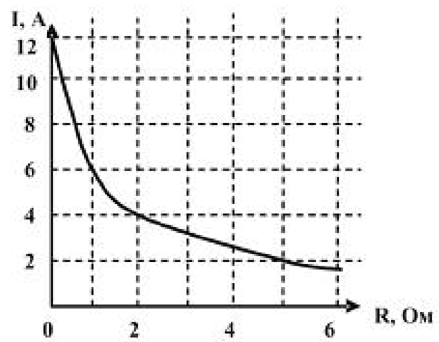
13. Чему равен КПД источника тока?

14. Как рассчитать максимальную полезную мощность?

15. Запишите закон Джоуля – Ленца. При каких условиях он не выполняется?

Проведите самоконтроль по вопросам следующего теста:

1. На рисунке представлены результаты экспериментального исследования зависимости силы тока в цепи от значения сопротивления, подключенного к источнику постоянного тока. ЭДС источника и его внутреннее сопротивление соответственно равны … .



а) 12 В, 1 Ом; в) 24 В, 3 Ом;

б) 9 В, 0,5 Ом; г) 18 В, 2 Ом.

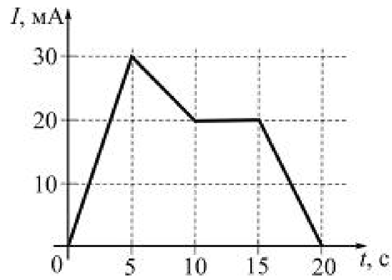
2. Напряжение на концах медного провода диаметром d и длиной l равно U. Если взять медный провод диаметром $2d$ той же длины l и увеличить напряжение в 4 раза, то средняя скорость направленного движения электронов вдоль проводника … .

а) увеличится в 4 раза;

б) увеличится в 2 раза;

в) не изменится;

г) уменьшится в 4 раза.



3. На рисунке показана зависимость силы тока в электрической цепи от времени. Наибольший заряд протечет через поперечное сечение проводника в промежутке времени … .

а) 0–5 с; в) 10–15 с;

б) 5–10 с; г) 15–20 с.

4. Птица сидит на проводе линии электропередачи, сопротивление которого $2{,}5 \cdot 10^{-5}$ Ом на каждый метр длины. Если по проводу течет ток силой 2 кА, а расстояние между лапами птицы составляет 5 см, то птица находится под напряжением … .

а) 2 мкВ; в) 0,2 В;

б) 2,5мВ; г) 40 мВ.

5. Маленьким электрокипятильником можно вскипятить в автомобиле стакан воды для чая или кофе. Напряжение аккумулятора 12 В. Теплоемкость воды равна 4200 Дж/кг·К. Если он за 5 мин нагревает 200 мл воды от 10 до 100 °С, то сила тока, потребляемого от аккумулятора, равна … .

а) 0,048 А; в) 12,6 А;

б) 0,079 А; г) 21 А.

Основные законы и формулы

Сила постоянного тока

$$I = \frac{q}{t},$$

где q – количество электричества, прошедшее сечение проводника за время t.

Плотность электрического тока есть векторная величина, равная отношению силы тока к площади S поперечного сечения проводника:

$$j = \frac{I}{S}\text{к},$$

где к – единичный вектор, по направлению совпадающий с направлением движения положительных носителей заряда.

Сопротивление однородного проводника

$$R = \frac{\rho l}{S},$$

где ρ – удельное сопротивление вещества проводника; l – его длина.

Проводимость G проводника и удельная проводимость γ вещества

$$G = \frac{1}{R}, \ \gamma = \frac{1}{\rho}.$$

Зависимость удельного сопротивления от температуры

$$\rho = \rho_0(1 + \alpha t),$$

где ρ и ρ_0 – удельные сопротивления соответственно при t и 0 °С; t – температура (по шкале Цельсия); α – температурный коэффициент сопротивления.

Сопротивление соединения проводников: для последовательного соединения $R = \sum_{i=1}^{n} R_i$; для параллельного – $\frac{1}{R} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{R_i}$, где R_i – сопротивление i-го проводника; n – число проводников.

Закон Ома:

– для неоднородного участка цепи $I = \frac{(\varphi_1 - \varphi_2) \pm \varepsilon_{12}}{R + r} = \frac{U}{R + r}$;

– для однородного участка цепи $I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{R} = \frac{U}{R}$;

– для замкнутой цепи $I = \frac{\varepsilon}{R + r}$,

где $(\varphi_1 - \varphi_2)$ – разность потенциалов на концах участка цепи; ε_{12} – ЭДС источников тока, входящих в участок; U – напряжение на участке цепи; R – сопротивление цепи (участка цепи); ε – ЭДС всех источников тока цепи; r – сопротивление источника тока.

Работа, совершаемая электростатическим полем и сторонними силами в участке цепи постоянного тока за время t,

$$A = IUt.$$

Мощность тока

$$P = IU.$$

Закон Джоуля – Ленца

$$Q = I^2Rt,$$

где Q – количество теплоты, выделяющееся в участке цепи за время t.

Закон Джоуля – Ленца справедлив при условии, что участок цепи неподвижен и в нем не совершаются химические превращения.

Алгоритм решения задач

1. Начертить схему и указать на ней все элементы.

2. Установить, какие элементы цепи включены последовательно, какие – параллельно.

3. Расставить токи и напряжения на каждом участке цепи и записать для каждой точки разветвления (если они есть) уравнения токов и уравнения, связывающие напряжения на участках цепи.

4. Используя закон Ома, установить связь между токами, напряжениями и ЭДС.

5. Если в схеме делают какие-либо переключения сопротивлений или источников, уравнения составляют для каждого режима работы цепи.

6. Решить полученную систему уравнений относительно неизвестной величины.

7. Решение проверить и оценить критически.

Решение типовых задач

Пример 1. Определить заряд q, прошедший по проводу с сопротивлением $R = 3$ Ом при равномерном нарастании напряжения на концах провода от $U_0 = 2$ В до $U = 4$ В в течение $t = 20$ с.

Решение. Так как сила тока в проводе изменяется, то воспользоваться для подсчета заряда формулой $q = It$ нельзя. Поэтому возьмем дифференциал заряда $dq = Idt$ и проинтегрируем: $q = \int_0^t Idt.$ Выразив силу тока по закону Ома, получим $q = \int_0^t \frac{U}{R}dt.$ Напряжение U в данном случае переменное. В силу равномерности нарастания оно может быть выражено формулой $U = U_0 + kt$, где k – коэффициент пропорциональности. Подставив это выражение U в формулу для расчета заряда, найдем

$$q = \int_0^t \left(\frac{U_0}{R} + \frac{kt}{R}\right)dt = \frac{U_0}{R}\int_0^t dt + \frac{k}{R}\int_0^t tdt.$$

Проинтегрировав, получим $q = \frac{U_0 t}{R} + \frac{kt^2}{2R} = \frac{t}{2R}(2U_0 + kt)$. Значение коэффициента пропорциональности k найдем из формулы напряжения, если заметим, что при $t = 20$ с $U = 4$ В: $k = (U - U_0)/t = 0{,}1$ В/с.

Подставив значения величин в итоговую формулу, найдем $q = 20$ Кл.

Пример 2. Определить внутреннее сопротивление источника тока, если во внешней цепи при силе тока $I_1 = 4$ А развивается мощность $P_1 = 10$ Вт, а при силе тока $I_2 = 6$ А – мощность $P_2 = 12$ Вт.

Решение. Мощность, развиваемая током для двух значений тока равна $P_1 = I_1^2 R_1$ и $P_2 = I_2^2 R_2$, где R_1 и R_2 – сопротивление внешней цепи.

Согласно закону Ома для замкнутой цепи $I_1 = \frac{\varepsilon}{R_1 + r}$ и $I_2 = \frac{\varepsilon}{R_2 + r}$, где ε – ЭДС источника. Решив эти уравнения относительно r, получим $r = \frac{I_1 R_1 - I_2 R_2}{I_2 - I_1}$.

Выразив I_1R_1 и I_2R_2 из формулы для мощности и подставив в равенство для r, найдем искомое внутреннее сопротивление источника тока: $r = \frac{P_1 / I_1 - P_2 / I_2}{I_2 - I_1}$. Вычисляя, получаем $r = 0{,}25$ Ом.

Пример 3. Сила тока в проводнике сопротивлением $R = 20$ Ом нарастает в течение времени $\Delta t = 2$ с по линейному закону от $I_0 = 0$ до $I_{max} = 6$ А. Определить количество теплоты Q, выделившееся в этом проводнике за 2 с.

Решение. Закон Джоуля – Ленца $Q = I^2Rt$ применим в случае постоянного тока (I = const). Если же сила тока в проводнике изменяется, то указанный закон справедлив для бесконечно малого промежутка времени и записывается в виде $dQ = I^2Rdt$. Здесь сила тока I является некоторой функцией времени. В нашем случае $I = kt$, где k – коэффициент пропорциональности, равный отношению приращений силы тока к интервалу времени, за который произошло это приращение: $k = \Delta I/\Delta t$.

С учетом выражения для тока формула для dQ примет вид $dQ = k^2Rt^2dt$.

Для определения количества теплоты, выделившегося за конечный промежуток времени Δt, полученное выражение следует проинтегрировать в пределах от t_1 до t_2: $Q = k^2 R \int_{t_1}^{t_2} t^2 dt = \frac{1}{3} k^2 R (t_2^3 - t_1^3)$. При определении количества теплоты, выделившегося за 2 с, пределы интегрирования $t_1 = 0$, $t_2 = 2$ с и, следовательно, $Q = 480$ Дж.

Задачи для самостоятельного решения

1. Сила тока в проводнике равномерно нарастает от $I_0 = 0$ до $I = 3$ А в течение времени $t = 10$ с. Определить заряд Q, прошедший в проводнике.

2. Определить плотность тока j в железном проводнике длиной $l = 10$ м, если провод находится под напряжением $U = 6$ В.

3. К источнику тока с ЭДС $\varepsilon = 1{,}5$ В присоединили катушку с сопротивлением $R = 0{,}1$ Ом. Амперметр показал силу тока, равную $I_1 = 0{,}5$ А. Когда к источнику тока присоединили последовательно еще один источник тока с такой же ЭДС, то сила тока I в той же катушке оказалась равной 0,4 А. Определить внутренние сопротивления r_1 и r_2 первого и второго источников тока.

4. Лампочка и реостат, соединенные последовательно, присоединены к источнику тока. Напряжение U на зажимах лампочки равно 40 В, сопротивление R реостата равно 10 Ом. Внешняя цепь потребляет мощность $P = 120$ Вт. Найти силу тока I в цепи.

5. ЭДС батареи аккумуляторов $\varepsilon = 12$ В, сила тока I короткого замыкания равна 5 А. Какую наибольшую мощность P_{max} можно получить во внешней цепи, соединенной с такой батареей?

6. К зажимам батареи аккумуляторов присоединен нагреватель. ЭДС ε батареи равна 24 В. Внутреннее сопротивление $r = 1$ Ом. Нагреватель, включенный в цепь, потребляет мощность $P = 80$ Вт. Вычислить силу тока I в цепи и КПД η нагревателя.

7. При силе тока $I_1 = 3$ А во внешней цепи аккумулятора выделяется мощность $P_1 = 18$ Вт, при силе тока $I_2 = 1$ А – соответственно $P_2 = 10$ Вт. Определить ЭДС ε и внутреннее сопротивление r батареи.

8. Сила тока в проводнике сопротивлением $R = 12$ Ом равномерно убывает от $I_0 = 5$ А до $I = 0$ в течение времени $t = 10$ с. Какое количество теплоты Q выделяется в этом проводнике за указанный промежуток времени?

9. Сила тока I в металлическом проводнике равна 0,8 А, сечение проводника $S = 4$ мм^2. Принимая, что в каждом кубическом сантиметре металла содержится $n = 2{,}5 \cdot 10^{22}$ свободных электронов, определить среднюю скорость $\langle v \rangle$ их упорядоченного движения.

10. Плотность тока j в медном проводнике равна 3 А/мм^2. Найти напряженность E электрического поля в проводнике.

11. В медном проводнике объемом $V = 6$ см^3 при прохождении по нему постоянного тока за время $t = l$ мин выделилось количество теплоты $Q = 216$ Дж. Вычислить напряженность E электрического поля в проводнике.

Ответы. **1.** 15 Кл. **2.** 6,1 МА/м^2. **3.** 2,9 Ом; 4,5 Ом. **4.** 2 А. **5.** 15 Вт. **6.** $I_1 = 20$ А, $\eta_1 = 0{,}17$; $I_2 = 4$ А; $\eta_2 = 0{,}83$. **7.** 12 В; 20 Ом. **8.** 1 кДж. **9.** 0,05 мм/с. **10.** 0,05 В/м. **11.** 0,1 В/м.

Практическое занятие № 8. Магнитное поле в вакууме

Учебные вопросы

1. Магнитное поле постоянного тока.
2. Силы Ампера и Лоренца.
3. Магнитный поток.
4. Работа магнитного поля по перемещению проводника.

Рекомендуемая литература: [1, глава 14], [2, § 12.1–12.8], [7, § 21–25].

Изучив данную тему, обучающийся должен:

знать:

– определение магнитной индукции, принцип суперпозиции полей;

– закон Био – Савара – Лапласа;

– силу Ампера, силу Лоренца, характер движения частицы в магнитном поле;

– радиус окружности, по которой движется частица в магнитном поле;

– магнитный поток;

– магнитный дипольный момент;

– момент сил, действующий на диполь в магнитном поле;

– работу сил поля по перемещению проводника с током в магнитном поле;

– магнитное поле прямолинейного длинного проводника с током (величину и направление), кругового витка с током;

уметь:

– находить направление магнитного поля прямолинейного длинного проводника с током в произвольной точке поля, направление магнитного поля в центре кругового тока, применять принцип суперпозиции полей;

– находить направление силы Ампера, силы Лоренца;

владеть:

– методами анализа информации, представленной в виде графика, рисунка;

– математическим аппаратом (вычисление производных, интегралов, операции с векторами) для решения физических задач.

Задание на самоподготовку

Уясните физический смысл следующих понятий: принцип суперпозиции полей, магнитный поток; магнитный дипольный момент.

Запомните физические формулы для анализа функциональных зависимостей между различными физическими величинами, выражение для сил Ампера и Лоренца, правила нахождения направления силы Ампера, силы Лоренца.

Ознакомьтесь с алгоритмом и решением типовых задач на данную тему.

Ответьте на следующие вопросы:

1. Дайте определение магнитной индукции и напряженности магнитного поля.

2. В чем заключается принцип суперпозиции?

3. Сформулируйте закон Био – Савара – Лапласа.

4. Проведите расчет поля бесконечного прямолинейного проводника с током.

5. Чему равна сила Лоренца? Как определить ее направление? В каких устройствах она действует?

6. Опишите взаимодействие движущегося заряда с прямолинейным проводником с током.

7. Чему равна сила Ампера? Как определить ее направление? В каких устройствах она действует?

8. Сформулируйте закон Ампера. Опишите взаимодействие двух параллельных бесконечно длинных прямых токов.

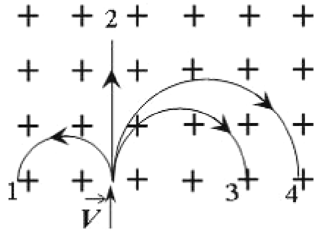
9. Дайте определение магнитному потоку.

10. Как ведет себя контур с током в магнитном поле?

11. Чему равна работа, совершаемая при перемещении контура с током в магнитном поле?

Проведите самоконтроль по вопросам следующего теста:

1. На рисунке показаны траектории заряженных частиц, с одинаковой скоростью влетающих в однородное магнитное поле, перпендикулярное плоскости рисунка. При этом для зарядов и удельных зарядов частиц верным

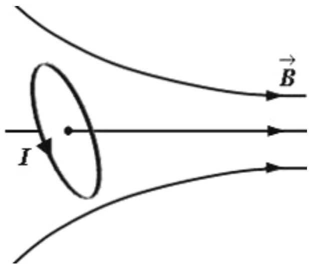


является утверждение … .

а) $q_1 > 0,\ q_2 = 0,\ \left(\frac{q}{m}\right)_1 > \left(\frac{q}{m}\right)_3 > \left(\frac{q}{m}\right)_4$;

б) $q_1 > 0,\ q_2 = 0,\ \left(\frac{q}{m}\right)_1 < \left(\frac{q}{m}\right)_3 < \left(\frac{q}{m}\right)_4$;

в) $q_3 < 0,\ q_4 < 0,\ \left(\frac{q}{m}\right)_1 < \left(\frac{q}{m}\right)_3 < \left(\frac{q}{m}\right)_4$.



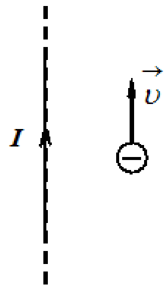
2. Большой контур с током I помещен в неоднородное магнитное поле с индукцией $\vec{B}$. Плоскость контура перпендикулярна плоскости чертежа, но не перпендикулярна линиям индукции. Под действием поля контур … .

а) повернется против часовой стрелки и сместится вправо;

б) повернется по часовой стрелке и сместится вправо;

в) повернется против часовой стрелки и сместится влево;

г) повернется по часовой стрелке и сместится влево.



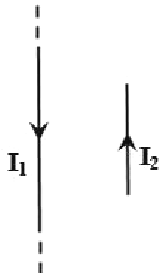
3. Электрон влетает в магнитное поле, создаваемое прямолинейным длинным проводником с током в направлении, параллельном проводнику (рисунок). При этом сила Лоренца, действующая на электрон, … .

а) перпендикулярна плоскости чертежа и направлена «от нас»;

б) лежит в плоскости чертежа и направлена влево;

в) лежит в плоскости чертежа и направлена вправо;

г) перпендикулярна плоскости чертежа и направлена «к нам».



4. Поле создано прямолинейным длинным проводником с током I_1. Если отрезок проводника с током I_2 расположен в одной плоскости с длинным проводником так, как показано на рисунке, то сила Ампера … .

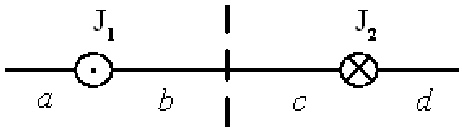
а) перпендикулярна плоскости чертежа и направлена «от нас»;

б) лежит в плоскости чертежа и направлена влево;

в) лежит в плоскости чертежа и направлена вправо;

г) перпендикулярна плоскости чертежа и направлена «к нам».

5. На рисунке изображены сечения двух прямолинейных длинных параллельных проводников с противоположно направленными токами, причем $J_2 = 2J_1$. Индукция $\vec{B}$ магнитного поля равна нулю на участке … .



а) a;   в) c;

б) b;   г) d.

Основные законы и формулы

Магнитный момент контура с током

$$\vec{p}_m = IS\vec{n},$$

где S – площадь контура с током; $\vec{n}$ – единичный вектор нормали к поверхности контура.

Механический момент, действующий на контур с током, помещенный в однородное магнитное поле,

$$\vec{M} = \left[\vec{p}_m, \vec{B}\right],$$

где $\vec{B}$ – магнитная индукция; $\vec{p}_m$ – магнитный момент контура с током.

Модуль механического момента

$$M = p_m B \sin\alpha,$$

где α – угол между нормалью к плоскости контура и вектором $\vec{B}$.

Связь между магнитной индукцией $\vec{B}$ и напряженностью $\vec{H}$ магнитного поля

$$\vec{B} = \mu\mu_0\vec{H},$$

где μ_0 – магнитная постоянная; μ – магнитная проницаемость среды.

Закон Био – Савара – Лапласа

$$d\vec{B} = \frac{\mu\mu_0}{4\pi}\frac{I\left[d\vec{l}, \vec{r}\right]}{r^3},$$

где $d\vec{B}$ – магнитная индукция поля, создаваемая элементом длиной $d\vec{l}$ – проводника с током I; $\vec{r}$ – радиус-вектор, проведенный от $d\vec{l}$ к точке, в которой определяется магнитная индукция.

Модуль вектора $d\vec{B}$

$$dB = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{Idl \sin\alpha}{r^2},$$

где α – угол между векторами $d\vec{l}$ и $\vec{r}$.

Принцип суперпозиции (наложения) магнитных полей

$$\vec{B} = \sum_{i=1}^{N} \vec{B}_i.$$

Магнитная индукция поля, создаваемого бесконечно длинным прямым проводником с током,

$$B = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{2I}{R},$$

где R – расстояние от оси проводника; I – сила тока в проводнике.

Магнитная индукция в центре кругового проводника с током

$$B = \mu\mu_0 \frac{I}{2R},$$

где R – радиус проводника; I – сила тока в проводнике.

Закон Ампера

$$d\vec{F} = I\left[d\vec{l}, \vec{B}\right],$$

где $d\vec{F}$ – сила, действующая на элемент длиной $d\vec{l}$ проводника с током I, помещенный в магнитное поле с индукцией $\vec{B}$.

Модуль вектора $d\vec{F}$

$$dF = IBdl \sin\alpha,$$

где α – угол между векторами $d\vec{l}$ и $\vec{B}$.

Сила взаимодействия двух прямых бесконечных прямолинейных параллельных проводников с токами I_1 и I_2

$$dF = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{2I_1 I_2}{r} dl,$$

где r – расстояние между проводниками; dl – отрезок проводника.

Магнитная индукция поля точечного заряда q, свободно движущегося с нерелятивистской скоростью υ и ее модуль

$$\vec{B} = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{q\left[\vec{v}, \vec{r}\right]}{r^3}, \quad B = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{qv \sin\alpha}{r^2},$$

где $\vec{r}$ – радиус-вектор, проведенный от заряда к точке, в которой определяется индукция, α – угол между векторами $\vec{\upsilon}$ и $\vec{r}$.

Сила Лоренца и ее модуль

$$\vec{F} = q[\vec{v}, \vec{B}], \quad F = qBv\sin\alpha,$$

где α – угол между векторами $\vec{v}$ и $\vec{B}$.

Закон полного тока для магнитного поля в вакууме (теорема о циркуляции вектора $\vec{B}$)

$$\oint_L \vec{B}d\vec{l} = \mu_0 \sum_{k=1}^{n} I_k .$$

Магнитная индукция поля внутри соленоида (в вакууме), имеющего N витков

$$B = \mu_0 \frac{NI}{l},$$

где I – сила тока в соленоиде; l – длина соленоида.

Магнитная индукция поля внутри тороида (в вакууме)

$$B = \mu_0 \frac{NI}{2\pi r},$$

где N – число витков тороида; I – сила тока; r – внутренний радиус тороида.

Элементарная работа по перемещению проводника с током в магнитном поле

$$dA = Id\Phi,$$

где $d\Phi$ – магнитный поток, пересекаемый движущимся проводником.

Алгоритм решения задач

Задачи о силовом действии магнитного поля на проводники с током

1. Сделать схематический чертеж, на котором указать контур с током и направление силовых линий поля.

2. Отметить углы между направлением поля и отдельными элементами контура.

3. Используя правило левой руки, определить направление сил поля (сила Ампера), действующих на каждый элемент контура, и проставить векторы этих сил на чертеже.

4. Указать все остальные силы, действующие на контур.

5. Исходя из физической природы сил, выразить силы через величины, от которых они зависят.

6. Решить полученную систему уравнений относительно неизвестной величины.

7. Решение проверить и оценить критически.

Задачи о силовом действии магнитного поля на заряженные частицы

1. Сделать чертеж, указав на нем силовые линии магнитного и электрического полей, проставить вектор начальной скорости частицы и отметить знак ее заряда.

2. Изобразить силы, действующие на заряженную частицу.

3. Определить вид траектории частицы.

4. Разложить силы, действующие на заряженную частицу, вдоль направления магнитного поля и по направлению, ему перпендикулярному.

5. Составить основное уравнение динамики материальной точки по каждому из направлений разложения сил.

6. Исходя из физической природы сил, выразить силы через величины, от которых они зависят.

7. Решить полученную систему уравнений относительно неизвестной величины.

8. Решение проверить и оценить критически.

Решение типовых задач

Пример 1. Два параллельных бесконечно длинных провода, по которым текут в одном направлении токи $I = 60$ А, расположены на расстоянии $d = 10$ см друг от друга. Определить магнитную индукцию B в точке, отстоящей от одного проводника на расстоянии $r_1 = 5$ см и от другого – на расстоянии $r_2 = 12$ см.

Решение. Для нахождения магнитной индукции в указанной точке A (рис. 16) определим направления векторов индукций $\mathbf{B}_1$ и $\mathbf{B}_2$ полей, создаваемых каждым проводником в отдельности, и сложим их геометрически, т. е. $\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$. Модуль индукции найдем по теореме косинусов:

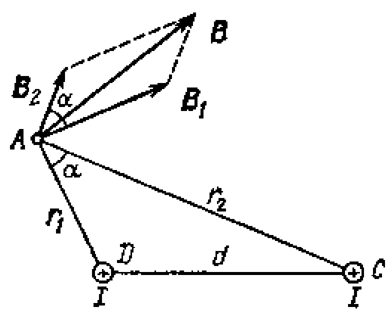


Рис. 16

$$B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2 + 2B_1B_2\cos\alpha}\,. \qquad (1)$$

Значения индукций B_1 и B_2 выражаются соответственно через силу тока I и расстояния r_1 и r_2 от провода до точки, индукцию в которой вычисляем: $B_1 = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi r_1}$, $B_2 = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi r_2}$. Подставляя B_1 и B_2 в формулу (1) и вынося $\dfrac{\mu_0 I}{2\pi}$ за знак корня, получим

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi}\sqrt{\frac{1}{r_1^2} + \frac{1}{r_2^2} + \frac{2}{r_1 r_2}\cos\alpha}\,. \qquad (2)$$

Вычисляем cosα. Заметим, что $\alpha = \angle DAC$. Поэтому по теореме косинусов запишем $d^2 = r_1^2 + r_2^2 - 2r_1 r_2 \cos\alpha$, где d – расстояние между проводами. Отсюда $\cos\alpha = \dfrac{r_1^2 + r_2^2 - d^2}{2r_1 r_2}$. Подставив данные, вычислим значение косинуса: cosα = 0,576.

Подставив в формулу (2) значения μ_0, I, r_1, r_2 и cosα, найдем B = 286 мкТл.

Пример 2. Определить магнитную индукцию B поля, создаваемого отрезком бесконечно длинного прямого провода, в точке, равноудаленной от концов отрезка и находящейся на расстоянии r_0 = 20 см от середины его (рис. 17). Сила тока I, текущего по проводу, равна 30 А, длина l отрезка равна 60 см.

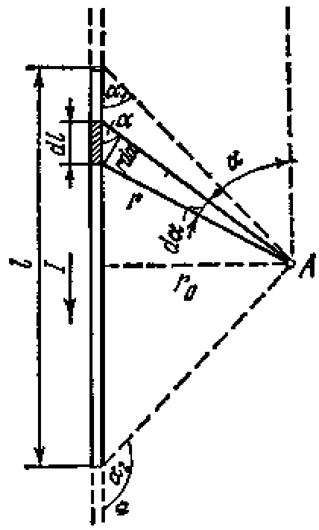


Рис. 17

Решение. Для определения магнитной индукции поля, создаваемого отрезком провода, воспользуемся законом Био – Савара – Лапласа:

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\sin\alpha}{r^2}dl\,. \qquad (1)$$

Прежде чем интегрировать выражение (1), преобразуем его так, чтобы можно было интегрировать по углу α. Выразим длину элемента dl проводника через $d\alpha$. Согласно рис. 17 запишем $dl = \dfrac{r\,d\alpha}{\sin\alpha}$. Подставим это выражение dl в формулу (1): $dB = \dfrac{\mu_0}{4\pi}\dfrac{I\sin\alpha \cdot r\,d\alpha}{r^2\sin\alpha} = \dfrac{\mu_0 I\,d\alpha}{4\pi r}$. Но r – величина переменная, зависящая от α и равная $r = \dfrac{r_0}{\sin\alpha}$. Подставив r в предыдущую формулу, найдем

$$dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi r_0}\sin\alpha\,d\alpha. \qquad (2)$$

Чтобы определить магнитную индукцию поля, создаваемого отрезком проводника, проинтегрируем выражение (2) в пределах от α_1 до α_2:

$$B = \int_{\alpha_1}^{\alpha_2}\frac{\mu_0 I}{4\pi r_0}\sin\alpha\,d\alpha \quad \text{или} \quad B = \frac{\mu_0 I}{4\pi r_0}(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2)\,. \qquad (3)$$

Заметим, что при симметричном расположении точки A относительно отрезка провода $\cos\alpha_2 = -\cos\alpha_1$. С учетом этого формула (3) примет вид

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r_0}\cos\alpha_1. \qquad (4)$$

Из рис. 17 следует

$$\cos\alpha_1 = \frac{l/2}{\sqrt{l^2/4 + r_0^2}} = \frac{l}{\sqrt{4r_0^2 + l^2}}.$$

Подставив выражение $\cos\alpha_1$ в формулу (4), получим

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r_0}\frac{l}{\sqrt{4r_0^2 + l^2}}. \qquad (5)$$

Подставим числовые значения в формулу (5) и произведем вычисления:

$$B = \frac{4\pi\cdot 10^{-7}\cdot 30}{2\pi 0,2}\frac{0,6}{\sqrt{4(0,2)^2 + (0,6)^2}} = 24,9 \text{ мкТл.}$$

Пример 3. По двум параллельным прямым проводам длиной l = 2,5 м каждый, находящимся на расстоянии d = 20 см друг от друга, текут одинаковые токи I = 1 кА. Вычислить силу F взаимодействия токов.

Решение. Сила взаимодействия двух прямых бесконечно длинных ($d \ll l$) параллельных проводников с токами I_1 и I_2, находящихся на расстоянии d друг от друга, рассчитанная на отрезок проводника длиной l, выражается законом Ампера

$$dF = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2I_1 I_2}{d}dl.$$

Силу F взаимодействия проводников с током найдем интегрированием по всей длине проводника и заметив, что $I_1 = I_2 = I$ и $l_1 = l_2 = l$, получим

$$F = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I^2 l}{d}.$$

Произведем вычисления, получим

$$F = \frac{4\pi\cdot 10^{-7}\cdot (10^3)^2\cdot 2,5}{2\pi\cdot 0,2} = 2,5 \text{ Н.}$$

Пример 4. Электрон, пройдя ускоряющую разность потенциалов U = 400 В, попал в однородное магнитное поле с индукцией B = 1,5 мТл. Определить радиус R кривизны траектории. Вектор скорости электрона перпендикулярен линиям индукции.

Решение. Радиус кривизны траектории электрона определим, исходя из следующих соображений: на движущийся в магнитном поле электрон действует сила Лоренца F (действием силы тяжести можно пренебречь). Вектор силы Лоренца перпендикулярен вектору скорости и, следовательно, по второму закону Ньютона, сообщает электрону нормальное ускорение a_n: $F = ma_n$. Подставив сюда выражения F и a_n, получим

$$|e|\upsilon B \sin\alpha = m\upsilon^2/R, \qquad (1)$$

где e, υ, m – заряд, скорость, масса электрона; B – индукция магнитного поля; R – радиус кривизны траектории; α – угол между направлениями векторов скорости **v** и индукции **B** (в нашем случае $\mathbf{v}\perp\mathbf{B}$ и $\alpha = 90°$, $\sin\alpha = 1$).

Из формулы (1) найдем

$$R = \frac{m\upsilon}{|e|B}. \qquad (2)$$

Входящий в выражение (2) импульс $m\upsilon$ выразим через кинетическую энергию $E_к$ электрона:

$$m\upsilon = \sqrt{2mE_k}\,. \qquad (3)$$

Но кинетическая энергия электрона, прошедшего ускоряющую разность потенциалов U, определяется равенством $E_к = |e|U$. Подставив это выражение $E_к$ в формулу (3), получим $m\upsilon = \sqrt{2m|e|U}$.

Тогда выражение (2) для радиуса кривизны приобретает вид $R = \dfrac{1}{B}\sqrt{\dfrac{2mU}{|e|}}$.

Подставим числовые значения и произведем вычисления

$$R = \frac{1}{1{,}5\cdot10^{-3}}\sqrt{\frac{2\cdot9{,}1\cdot10^{-31}\cdot400}{1{,}6\cdot10^{-19}}} = 45\ \text{мм}.$$

Задачи для самостоятельного решения

1. По двум бесконечно длинным прямым параллельным проводам текут токи $I_1 = 20$ А и $I_2 = 30$ А в одном направлении. Расстояние d между проводами равно 10 см. Вычислить магнитную индукцию $\boldsymbol{B}$ в точке, удаленной от обоих проводов на одинаковое расстояние $r = 10$ см.

2. Два бесконечно длинных прямых провода скрещены под прямым углом (рис. 18). По проводам текут токи $I_1 = 80$ А и $I_2 = 60$ А. Расстояние d между проводами равно

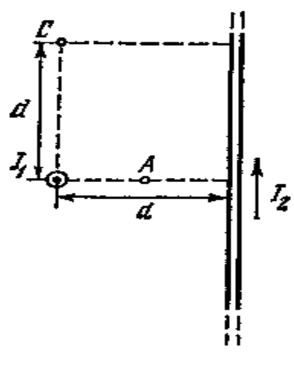


Рис.18

10 см. Определить магнитную индукцию $\boldsymbol{B}$ в точке A, одинаково удаленной от обоих проводников.

3. По тонкому проводу, изогнутому в виде прямоугольника, течет ток $I = 60$ А. Длины сторон прямоугольника равны $a = 30$ см и $b = 40$ см. Определить магнитную индукцию $\boldsymbol{B}$ в точке пересечения диагоналей.

4. Шины генератора представляют собой две параллельные медные полосы длиной $l = 2$ м каждая, отстоящие друг от друга на расстоянии $d = 20$ см. Определить силу F взаимного отталкивания шин в случае короткого замыкания, когда по ним течет ток $I = 10$ кА.

5. По двум параллельным проводам длиной $l = 1$ м каждый текут одинаковые токи. Расстояние d между проводами равно 1 см. Токи взаимодействуют с силой $F = 1$ мН. Найти силу тока I в проводах.

6. Магнитный момент p_m витка равен 0,2 Дж/Тл. Определить силу тока I в витке, если его диаметр $d = 10$ см.

7. Напряженность H магнитного поля в центре круговой витка равна 200 А/м. Магнитный момент p_m витка равен 1 А·м^2. Вычислить силу тока I в витке и радиус R витка.

8. Определить силу Лоренца F, действующую на электрон, влетевший со скоростью $v = 4$ Мм/с в однородное магнитное поле под углом $\alpha = 30°$ к линиям индукции. Магнитная индукция B поля равна 0,2 Тл.

9. Протон, прошедший ускоряющую разность потенциалов $U = 600$ В, влетел в однородное магнитное поле с индукцией $B = 0{,}3$ Тл и начал двигаться по окружности. Вычислить ее радиус R.

10. Электрон движется в однородном магнитном поле с индукцией $B = 0{,}1$ Тл перпендикулярно линиям индукции. Определить силу F, действующую на электрон со стороны поля, если радиус R кривизны траектории равен 0,5 см.

11. Вычислить циркуляцию вектора индукции вдоль контура, охватывающего токи $I_1 = 10$ А, $I_2 = 15$ А, текущие в одном направлении, и ток $I_3 = 20$ А, текущий в противоположном направлении.

12. Найти магнитный поток Ф, создаваемый соленоидом сечением $S = 10$ см^2, если он имеет $n = 10$ витков на каждый сантиметр его длины при силе тока $I = 20$ А.

13. Плоский контур, площадь S которого равна 25 см^2, находится в однородном магнитном поле с индукцией B = 0,04 Тл. Определить магнитный поток Φ, пронизывающий контур, если плоскость его составляет угол β = 30° с линиями индукции.

14. В однородном магнитном поле с индукцией B = 0,01 Тл находится прямой провод длиной l = 8 см, расположенный перпендикулярно линиям индукции. По проводу течет ток I = 2 А. Под действием сил поля провод переместился на расстояние s = 5 см. Найти работу A сил поля.

15. Виток, по которому течет ток I = 20 А, свободно установился в однородном магнитном поле с индукцией B = 0,016 Тл. Диаметр d витка равен 10 см. Определить работу A, которую нужно совершить, чтобы повернуть виток на угол $\alpha = \dfrac{\pi}{2}$ относительно оси, совпадающей с диаметром. То же, если угол α = 2 π.

16. Квадратная рамка со стороной a = 10 см, по которой течет ток I = 200 А, свободно установилась в однородном магнитном поле (B = 0,2 Тл). Определить работу, которую необходимо совершить при повороте рамки вокруг оси, лежащей в плоскости рамки и перпендикулярной линиям магнитной индукции, на угол $\theta = \dfrac{2\pi}{3}$.

Ответы. **1.** $B = \dfrac{\mu_0}{2\pi r}\sqrt{I_1^2 + I_2^2 + I_1 I_2} = 87{,}2$ мкТл. **2.** $B = \dfrac{\mu_0}{\pi d}\sqrt{I_1^2 + I_2^2} =$ $= 400$ мкТл. **3.** $B = 2\mu_0 I \dfrac{\sqrt{a^2 + b^2}}{\pi ab} = 200$ мкТл. **4.** 200 Н. **5.** 7 А. **6.** 25,5 А. **7.** $I = \sqrt[3]{\dfrac{4H^2 p_m}{\pi}} = 37$ А; $R = \sqrt[3]{\dfrac{p_m}{2\pi H}} = 9{,}27$ см. **8.** 64 фН. **9.** 12 мм. **10.** $F = \dfrac{B^2 e^2 r}{m} =$ $= 4$ пН. **11.** $\oint B_l dl = \mu_0 \sum_{i=1}^{3} I_i = 6{,}28$ мкТл · м. **12.** $\Phi = \mu_0 nIS = 25{,}2$ мкВб. **13.** 50 мкВб. **14.** 80 мкДж. **15.** 5 мДж, 0 Дж. **16.** $A = IBa(1 - \cos\theta) = 0{,}6$ Дж.

Практическое занятие № 9. Явление электромагнитной индукции

Учебные вопросы

1. Закон электромагнитной индукции.
2. Энергия магнитного поля.
3. Магнитные свойства вещества.

Рекомендуемая литература: [1, главы 15, 16], [2, § 12.11, 12.13, 12.14, 12.16], [5, § 25, 26].

Изучив данную тему, обучающийся должен:

знать:

– явление электромагнитной индукции и самоиндукции, магнитный поток, закон Фарадея для электромагнитной индукции, формулу, определяющую ЭДС самоиндукции, правило Ленца для нахождения направления индукционного тока;

– классификацию магнетиков;

– типы диэлектриков, механизм поляризации полярных диэлектриков, диэлектрическую проницаемость;

– теорему о циркуляции вектора напряженности магнитного поля (закон полного тока для магнитного поля) в среде;

– систему уравнений Максвелла в интегральной форме и их физический смысл;

уметь:

– применять эти знания в условиях конкретной задачи;

– анализировать информацию, представленную в виде графиков;

– определять знак и величину изменения магнитного потока, пронизывающего проводящий контур;

– определять условия возникновения ЭДС индукции и самоиндукции, направление индукционного тока;

– определять размерности физических величин на основе законов электромагнетизма;

владеть:

– методами анализа информации, представленной в виде графика, рисунка;

– математическим аппаратом (вычисление производных, интегралов, операции с векторами) для решения физических задач.

Задание на самоподготовку

Уясните физический смысл следующих понятий: ЭДС индукции и самоиндукции, магнитный поток, правило Ленца, циркуляция вектора напряженности магнитного поля.

Запомните закон Фарадея для электромагнитной индукции, формулу, определяющую ЭДС самоиндукции, теорему о циркуляции вектора напряженности магнитного поля, формулу для определения энергии магнитного поля.

Ознакомьтесь с алгоритмом и решением типовых задач на данную тему.

Ответьте на следующие вопросы:

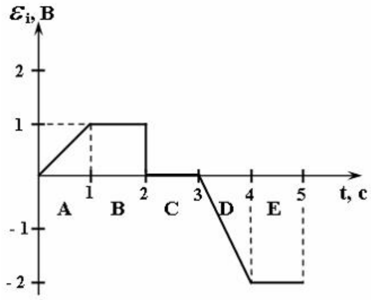
1. В чем состоит гипотеза Ампера о молекулярных токах?
2. Что такое намагниченность магнетика?
3. Сформулируйте теорему о циркуляции вектора напряженности магнитного поля.
4. Опишите основные свойства магнетиков.
5. В чем состоит явление электромагнитной индукции?
6. Дайте определение ЭДС индукции.
7. Сформулируйте правило Ленца.
8. Дайте определение токам Фуко. Опишите использование вихревых токов в устройствах.
9. В чем состоят явления самоиндукции и взаимоиндукции?
10. Чему равна ЭДС самоиндукции? Индуктивность контура?
11. В чем заключаются основы классической электродинамики?
12. Запишите уравнения Максвелла и объясните их физический смысл.

Проведите самоконтроль по вопросам следующего теста:

1. Проводящий плоский контур площадью 100 см^2 расположен в магнитном поле перпендикулярно линиям магнитной индукции. Если магнитная индукция изменяется по закону $B = (2 - 3t^2)\cdot 10^{-3}$ Тл, то ЭДС индукции, возникающая в контуре в момент времени $t = 2$ с (в мВ), равна … .

а) 0,12; в) 1,2;

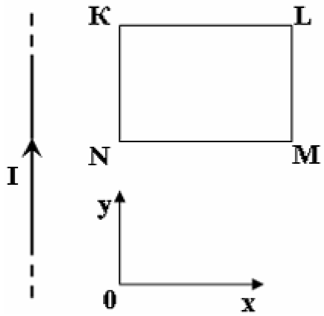
б) 120; г) 12.



2. На рисунке представлена зависимость ЭДС индукции в контуре от времени. Магнитный поток сквозь площадку, ограниченную контуром, увеличивается со временем по линейному закону в интервале … .

а) *A*; б) *B*; в) *C*; г) *D*; д) *E*.

3. Прямоугольная проволочная рамка расположена в одной плоскости с прямолинейным длинным проводником, по которому течет ток I. Индукционный ток в рамке будет направлен по часовой стрелке при ее … .



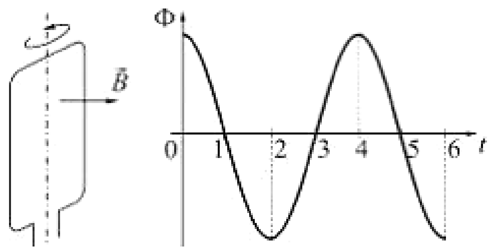
а) поступательном перемещении в положительном направлении оси OX;

б) поступательном перемещении в отрицательном направлении оси OX;

в) поступательном перемещении в положительном направлении оси OY;

г) вращении вокруг оси, совпадающей с длинным проводником.

4. Проводящая рамка вращается с постоянной угловой скоростью в однородном магнитном поле вокруг оси, лежащей в плоскости рамки и перпендикулярной вектору индукции $\vec{B}$. На рисунке представлен график зависимости от времени потока вектора магнитной индукции, пронизывающего рамку.



Если максимальное значение магнитного потока $\Phi_m = 2$ мВб, а время измерялось в секундах, то закон изменения со временем ЭДС индукции имеет вид … .

а) $\varepsilon_i = \pi \cdot 10^{-3} \sin 0{,}5\pi t$;

б) $\varepsilon_i = \pi \cdot 10^{-3} \cos 0{,}5\pi t$;

в) $\varepsilon_i = 2 \cdot 10^{-3} \cos \pi t$;

г) $\varepsilon_i = 2 \cdot 10^{-3} \sin \pi t$.

5. Точка Кюри для кобальта равна 1403 К. При температуре 1150 °С кобальт ведет себя во внешнем магнитном поле как … .

а) парамагнетик; в) ферромагнетик;

б) диамагнетик; г) ферроэлектрик.

Основные законы и формулы

Закон Фарадея

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt},$$

где ε_i – ЭДС электромагнитной индукции.

ЭДС индукции, возникающая в рамке площадью S при вращении рамки с угловой скоростью ω в однородном магнитном поле с индукцией B,

$$\varepsilon_i = BS\omega\sin\omega t,$$

где ωt – мгновенное значение угла между вектором $\vec{B}$ и вектором нормали $\vec{n}$ к плоскости рамки.

Магнитный поток, создаваемый током I в контуре,

$$\Phi = LI,$$

где L – индуктивность контура.

Закон Фарадея применительно к самоиндукции

$$\varepsilon_i = -L\frac{dI}{dt},$$

где L – индуктивность контура.

Индуктивность соленоида

$$L = \mu\mu_0\frac{N^2S}{l},$$

где N – число витков соленоида; l – длина соленоида; S – площадь поперечного сечения.

Энергия магнитного поля, создаваемого током в замкнутом контуре индуктивностью L, по которому течет ток I,

$$W = \frac{LI^2}{2}.$$

Объемная плотность энергии однородного магнитного поля длинного соленоида

$$w = \frac{W}{V} = \frac{B^2}{2\mu\mu_0} = \frac{\mu\mu_0 H^2}{2} = \frac{BH}{2},$$

где w – энергия однородного магнитного поля; Y – объем соленоида; B – магнитная индукция; H – напряженность магнитного поля.

Связь намагниченности в изотропном магнетике с напряженностью магнитного поля

$$J = \chi H,$$

где $\chi = \mu - 1$ магнитная восприимчивость (безразмерна), μ – магнитная проницаемость вещества.

Связь магнитной индукция, напряженности и намагниченности в изотропном магнетике

$$B = \mu_0(H + J),$$

где μ_0 – магнитная постоянная.

Алгоритм решения задач

1. Установить причины изменения магнитного потока, связанного с контуром, и определить какая из величин B, S или входящих в выражение для Ф изменяется с течением времени.

2. Записать формулу закона электромагнитной индукции: $\varepsilon_i = -\dfrac{d\Phi}{dt}$.

3. Выражение для Ф представить в развернутом виде и подставить в исходную формулу закона электромагнитной индукции.

4. Записать математически все вспомогательные условия.

5. Полученную систему уравнений решить относительно искомой величины.

6. Решение проверить и оценить критически.

Решение типовых задач

Пример 1. В однородном магнитном поле с индукцией B = 0,1 Тл равномерно вращается рамка, содержащая N = 1000 витков, с частотой n = 10 с$^{-1}$. Площадь S рамки равна 150 см^2. Определить мгновенное значение ЭДС ε_i, соответствующее углу поворота рамки 30°.

Решение. Мгновенное значение ЭДС индукции ε_i определяется основным уравнением электромагнитной индукции Фарадея:

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Psi}{dt}. \qquad (1)$$

Потокосцепление $\Psi = N\Phi$, где N – число витков, пронизываемых магнитным потоком Ф. Подставив выражение Ψ в формулу (1), получим

$$\varepsilon_i = -N\frac{d\Phi}{dt}. \qquad (2)$$

При вращении рамки магнитный поток Ф, пронизывающий рамку в момент времени t, изменяется по закону $\Phi = BS\cos\omega t$, где B – магнитная индукция; S – площадь рамки; ω – угловая частота. Подставив в формулу (2) выражение

Ф и продифференцировав по времени, найдем мгновенное значение ЭДС индукции:

$$\varepsilon_i = NBS\omega \sin \omega t. \tag{3}$$

Угловая частота ω связана с частотой n вращения соотношением $\omega = 2\pi n$. Подставив выражение ω в формулу (3) и заменив ωt на угол α, получим

$$\varepsilon_i = 2\pi nNBS \sin \alpha. \tag{4}$$

Произведя вычисления по формуле (4), найдем ε_i = 47,1 В.

Пример 2. При скорости изменения силы тока $\frac{\Delta I}{\Delta t}$ в соленоиде, равной 50 А/с, на его концах возникает ЭДС самоиндукции ε_i = 0,08 В. Определить индуктивность L соленоида.

Решение. Индуктивность соленоида связана с ЭДС самоиндукции и скоростью изменения силы тока в его обмотке соотношением $\varepsilon_i = -L\frac{\Delta I}{\Delta t}$.

Опустив знак «–» в этом равенстве (направление ЭДС в данном случае несущественно) и выразив интересующую нас величину – индуктивность, получим $L = \frac{\varepsilon_i}{\Delta I / \Delta t}$. Сделав вычисления по этой формуле, найдем L = 1,6 мГн.

Пример 3. На стержень из немагнитного материала длиной l = 50 см намотан в один слой провод так, что на каждый сантиметр длины стержня приходится 20 витков. Определить энергию W магнитного поля внутри соленоида, если сила тока I в обмотке равна 0,5 А. Площадь S сечения стержня равна 2 см^2.

Решение. Энергия магнитного поля соленоида с индуктивностью L, по обмотке которого течет ток I, выражается формулой

$$W = \frac{LI^2}{2}. \tag{1}$$

Индуктивность соленоида в случае немагнитного сердечника зависит только от числа витков на единицу длины и от объема V сердечника: $L = \mu_0 n^2 V$, где μ_0 –магнитная постоянная. Подставив выражение индуктивности L в формулу (1), получим $W = \frac{1}{2}\mu_0 n^2 V I^2$. Учтя, что $V = lS$, запишем

$$W = \frac{1}{2}\mu_0 n^2 I^2 S l. \tag{2}$$

Сделав вычисления по формуле (2), найдем W = 126 мкДж.

Пример 4. Соленоид длиной l = 20 см, площадью поперечного сечения S = 10 см^2 общим числом витков N = 400 находится в диамагнитной среде. Определить силу тока в обмотках соленоида, если его индуктивность L = 1 мГн, а намагниченность J внутри соленоида равна 20 А/м.

Решение. Намагниченность в изотропном магнетике связана с напряженностью магнитного поля формулой $J = \chi H$, где $\chi = \mu - 1$ магнитная восприимчивость. Поэтому

$$J = (\mu - 1)H. \tag{1}$$

Напряженность магнитного поля соленоида определяется формулой

$$H = nI, \tag{2}$$

где $n = N/l$ – число витков на единицу длину. Индуктивность соленоида определяется формулой $L = \mu_0\mu\dfrac{N^2S}{l}$, откуда найдем магнитную проницаемость

$$\mu = \frac{Ll}{\mu_0 N^2 S}. \tag{3}$$

Подставив формулы (2) и (3) в формулу (1), получим $J = \left(\dfrac{Ll}{\mu_0 N^2 S} - 1\right)\dfrac{NI}{l}$. Из нее выразим силу тока $I = \dfrac{Jl}{N\left(\dfrac{Ll}{\mu_0 N^2 S} - 1\right)}$. Подставив численные значения, определим величину тока I = 2,09 А.

Задачи для самостоятельного решения

1. Прямой провод длиной l = 40 см движется в однородном магнитном поле со скоростью υ = 5 м/с перпендикулярно линиям индукции. Разность потенциалов U между концами провода равна 0,6 В. Вычислить индукцию B магнитного поля.

2. В однородном магнитном поле с индукцией B = 0,4 Тл в плоскости, перпендикулярной линиям индукции поля, вращается стержень длиной l = 10 см. Ось вращения проходит через один из концов стержня. Определить разность потенциалов U на концах стержня при частоте вращения n = 16 с$^{-1}$.

3. В однородном магнитном поле с индукцией B = 0,35 Тл равномерно с частотой n = 480 мин$^{-1}$ вращается рамка, содержащая N = 500 витков площадью S = 50 см^2. Ось вращения лежит в плоскости рамки и перпендикулярна линиям индукции. Определить максимальную ЭДС индукции ε_{max}, возникающую в рамке.

4. Соленоид индуктивностью L = 4 мГн содержит N = 600 витков. Определить магнитный поток Ф, если сила тока I, протекающего по обмотке, равна 12 А.

5. Длинный прямой соленоид, намотанный на немагнитный каркас, имеет N = 1000 витков и индуктивность L = 3 мГн. Какой магнитный поток Ф и какое потокосцепление ψ создает соленоид при силе тока I = 1 А?

6. Соленоид, площадь S сечения которого равна 5 см^2, содержит N = 1200 витков. Индукция B магнитного поля внутри соленоида при силе тока I = 2 А равна 0,01 Тл. Определить индуктивность L соленоида.

7. В цепи шел ток I = 50 А. Источник тока можно отключить от цепи, не разрывая ее. Определить силу тока I в этой цепи через t = 0,01 с после отключения ее от источника тока. Сопротивление R цепи равно 20 Ом, ее индуктивность L = 0,1 Гн.

8. Источник тока замкнули на катушку с сопротивлением R = 10 Ом и индуктивностью L = 1 Гн. Через сколько времени сила тока замыкания достигнет 0,9 предельного значения?

9. К источнику тока с внутренним сопротивлением R_i = 2 Ом подключают катушку индуктивностью L = 0,5 Гн и сопротивлением R = 8 Ом. Найти время t, в течение которого ток в катушке, нарастая, достигнет значения, отличающегося от максимального на 1 %.

10. По обмотке соленоида индуктивностью L = 0,2 Гн течет ток I = 10 А. Определить энергию W магнитного поля соленоида.

11. На железное кольцо намотано в один слой N = 200 витков. Определить энергию W магнитного поля, если при токе I = 2,5 А магнитный поток Ф в железе равен 0,5 мВб.

12. Вычислить плотность энергии ω магнитного поля в железном сердечнике замкнутого соленоида, если напряженность H намагничивающего поля равна 1,2 кА/м. Для определения магнитной проницаемости следует воспользоваться графиком на рис. 19. Явление гистерезиса не учитывать.

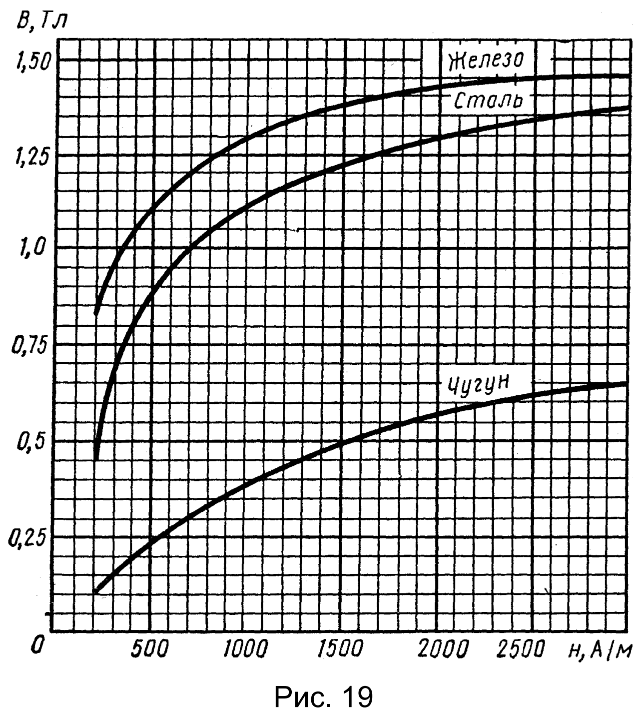


Рис. 19

13. Напряженность магнитного поля тороида со стальным сердечником возросла от H_1 = 200 А/м до H_2 = 800 А/м. Определить, во сколько раз изменилась объемная плотность энергии ω магнитного поля.

14. Кусок стали внесли в магнитное поле напряженностью H = 1600 А/м. Определить намагниченность J стали (по графику на рис. 19).

15. Прямоугольный ферромагнитный брусок объемом V = 10 см^3 приобрел в магнитном поле напряженностью H = 800 А/м магнитный момент p_m = 0,8 А·м^2. Определить магнитную проницаемость μ ферромагнетика.

Ответы. **1.** 0,3 Тл. **2.** $U = \pi n l^2 B$ = 201 мВ. **3.** $\varepsilon_{max} = 2\pi n NBS$ = 132 В. **4.** 80 мкВб. **5.** 3 мкВб; 3 мВб. **6.** 3 мГн. **7.** 6,75 А. **8.** 0,23 с. **9.** 0,23 с. **10.** 10 Дж. **11.** 0,15 Дж. **12.** 800 Дж/м^3. **13.** Увеличилась в 10,5 раза. **14.** 991 кА/м. **15.** 101.

Раздел 3. КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ

Практическое занятие № 10. Гармонические колебания. Сложение колебаний

Учебные вопросы

1. Уравнение колебаний. Определение основных характеристик колебаний.
2. Сложение колебаний.
3. Энергия колебаний.

Рекомендуемая литература: [1, § 140–145], [2, § 13.1–13.6], [5, § 6].

Изучив данную тему, обучающийся должен:

знать:

– уравнение гармонических колебаний, скорость, ускорение при гармонических колебаниях, максимальное значение скорости, ускорения;

– величины, характеризующие колебания;

– зависимость частоты собственных колебаний от параметров колебательных систем;

– энергию механических и электрических колебательных систем;

– метод векторных диаграмм при сложении колебаний одного направления;

– сложение взаимно перпендикулярных гармонических колебаний;

уметь:

– получать выражение для скорости, ускорения при гармонических колебаниях из уравнения для координаты материальной точки;

– устанавливать связь между величинами, характеризующими колебания;

– анализировать информацию, представленную в виде графика;

– вычислять параметры колебательных систем;

– определять энергию колебательной системы;

– вычислять амплитуду результирующего колебания (при сложении одинаково направленных колебаний одинаковой частоты), пользуясь методом векторных диаграмм;

владеть:

– методами анализа информации, представленной в виде графика, рисунка;

– математическим аппаратом (вычисление производных, интегралов, операции с векторами) для решения физических задач.

Задание на самоподготовку

Уясните физический смысл следующих понятий: период колебаний, скорость, ускорение при гармонических колебаниях.

Запомните уравнение гармонических колебаний; величины, характеризующие колебания.

Ознакомьтесь с алгоритмом и решением типовых задач на данную тему.

Ответьте на следующие вопросы:

1. Какие колебания называются гармоническими?

2. Дайте определения основным характеристикам колебаний: амплитуде, фазе, частоте.

3. Выведите дифференциальное уравнение незатухающих механических колебаний.

4. Выведите дифференциальное уравнение незатухающих колебаний в контуре без активного сопротивления.

5. Запишите формулу Томсона.

6. Как определить скорость и ускорение частицы, совершающей гармонические колебания?

7. Назовите основные способы изображения колебаний.

8. Дайте определения математическому и физическому маятникам.

9. Чему равна энергия гармонических колебаний?

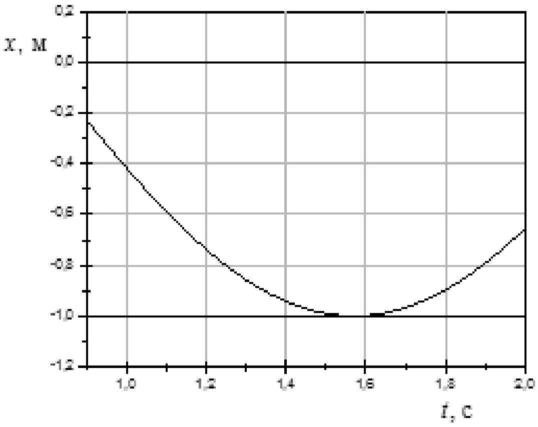
10. Опишите сложение одинаково направленных гармонических колебаний с одной и той же частотой, но с различными начальными фазами и амплитудами, методом векторной диаграммы.

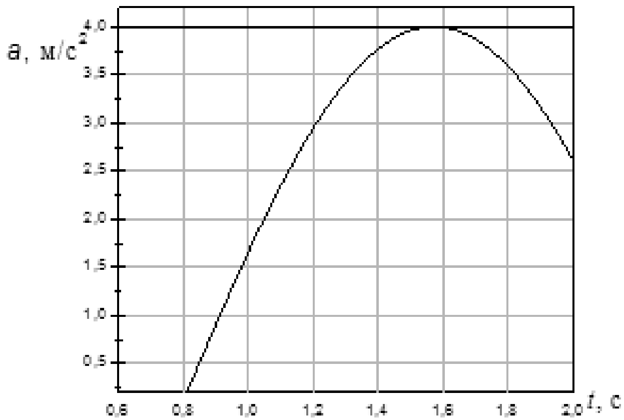
11. Какие превращения энергии происходит в колебаниях?

12. Опишите сложение взаимно перпендикулярных колебаний одинаковой частоты, но с различными фазами и амплитудами. Какие виды траекторий при этом описывает колеблющаяся точка?

Проведите самоконтроль по вопросам следующего теста:

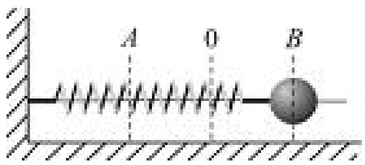
1. На рисунках изображены зависимости от времени координаты и ускорения материальной точки, колеблющейся по гармоническому закону.

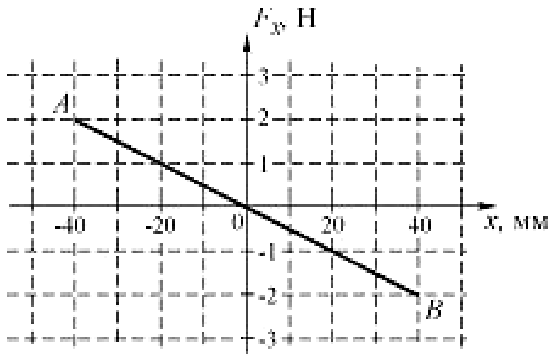




Циклическая частота колебаний точки равна … .

2. Шарик, прикрепленный к пружине и насаженный на горизонтальную направляющую, совершает гармонические колебания. На графике представлена зависимость проекции силы упругости пружины на ось X от координаты шарика.





Работа силы упругости при смещении шарика из положения B в положение 0 (в мДж) составляет … .

3. Складываются два гармонических колебания одного направления с одинаковыми частотами и равными амплитудами A_0. Установите соответствие между амплитудой результирующего колебания и разностью фаз складываемых колебаний.

а) $A_0\sqrt{2}$; б) 0; в) A_0.

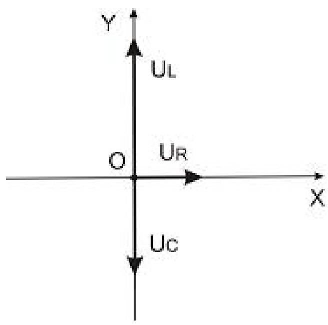
1	…	$\frac{\pi}{2}$
2	…	π
3	…	$\frac{2\pi}{3}$
4	…	0

4. Складываются взаимно перпендикулярные колебания. Установите соответствие между законами колебания точки M вдоль осей координат OX, OY и формой ее траектории.

а) $\begin{cases} x = A_1 \sin\omega t, \\ y = A_2 \sin(\omega t + \pi); \end{cases}$ б) $\begin{cases} x = A_1 \sin\omega t, \\ y = A_2 \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right); \end{cases}$ в) $\begin{cases} x = A_1 \sin\omega t, \\ y = A_2 \sin\left(2\omega t + \frac{\pi}{2}\right). \end{cases}$

1	…	прямая линия
2	…	эллипс
3	…	фигура Лиссажу
4	…	синусоида

5. Сопротивление, катушка индуктивности и конденсатор соединены последовательно и включены в цепь переменного тока, изменяющегося по закону $I = 0{,}1\cos 3{,}14t$ (А). На рисунке представлена фазовая диаграмма падений напряжения на указанных элементах. Амплитудные значения напряжений соответственно равны: на сопротивлении $U_R = 4$ В; на катушке индуктивности $U_L = 5$ В; на конденсаторе $U_C = 2$ В.



Установите соответствие между сопротивлением и его численным значением.

а) активное сопротивление;

б) реактивное сопротивление;

в) полное сопротивление.

1	…	40 Ом
2	…	30 Ом
3	…	50 Ом
4	…	20 Ом

Основные законы и формулы

Уравнение гармонических колебаний

$$x = A\cos(\omega_0 t + \varphi_0),$$

где x – смещение колеблющейся величины от положения равновесия; A – амплитуда колебаний; ω_0 – круговая (циклическая) частота; T – период колебаний; φ_0 – начальная фаза.

Скорость и ускорение точки, совершающей гармонические колебания,

$$\upsilon = \frac{dx}{dt} = -A\omega_0 \sin(\omega_0 t + \varphi_0) = A\omega_0 \cos\left(\omega_0 t + \varphi_0 + \frac{\pi}{2}\right);$$

$$a = \frac{d^2 x}{dt^2} = -A\omega_0^2 \cos\left(\omega_0 t + \varphi_0\right) = -\omega_0^2 x\,.$$

Кинетическая энергия точки массой m, совершающей гармонические колебания,

$$E_K = \frac{m\upsilon^2}{2} = \frac{mA^2\omega_0^2}{2}\sin^2\left(\omega_0 t + \varphi_0\right).$$

Потенциальная энергия

$$E_П = \frac{mA^2\omega_0^2}{2}\cos^2\left(\omega_0 t + \varphi_0\right).$$

Полная энергия

$$E = \frac{mA^2\omega_0^2}{2}\,.$$

Период колебаний пружинного маятника

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}},$$

где m – масса пружинного маятника; k – жесткость пружины.

Период колебаний математического маятника

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}},$$

где ℓ – длина маятника; g – ускорение свободного падения.

Период колебаний физического маятника

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{J}{mg\ell}} = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}},$$

где J – момент инерции маятника относительно оси колебаний; ℓ – расстояние между точкой подвеса и центром масс маятника; L – приведенная длина физического маятника.

Амплитуда результирующего колебания, полученного при сложении двух колебаний с одинаковыми частотами, происходящих по одной прямой

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_2 - \varphi_1),$$

где A_1 и A_2 – амплитуды составляющих колебаний; φ_1 и φ_2 – их начальные фазы.

Начальная фаза φ результирующего колебания

$$\mathrm{tg}\varphi = \frac{A_1\sin\varphi_1 + A_2\sin\varphi_2}{A_1\cos\varphi_1 + A_2\cos\varphi_2}.$$

Алгоритм решения задач

1. Проанализировать физическую ситуацию, описанную в задаче, и выделить материальные объекты, имеющие отношение к ней, выбрать систему отсчета.

2. Сконструировать из объектов задачи колебательную систему и оценить возможность использования гармонического осциллятора в качестве идеальной модели для ее описания.

3. Определить положение устойчивого равновесия колебательной системы и выяснить, под действием каких сил происходят колебания.

4. Выбрать кинематико-динамический или энергетический способ описания колебательной системы.

5. Сделать схематический рисунок и указать на нем кинематические, динамические и энергетические характеристики колебательной системы.

6. Составить уравнения колебаний в динамической или энергетической форме (с учетом начальных условий, кинематических связей и геометрических соотношений между элементами колебательной системы). Решить составленные уравнения в общем виде.

7. Проверить правильность решения в общем виде. Выполнить числовые расчеты. Проанализировать результаты.

Решение типовых задач

Пример 1. Материальная точка массой m = 5 г совершает гармонические колебания частотой ν = 0,5 Гц. Амплитуда колебаний A = 3 см. Определить: 1) скорость υ точки в момент времени, когда смещение x = 1,5 см; 2) максимальную силу F_{max}, действующую на точку; 3) полную энергию E колеблющейся точки.

Решение. 1. Уравнение гармонического колебания имеет вид

$$x = A\cos(\omega_0 t + \varphi_0). \quad (1)$$

Считая, что $\varphi_0 = 0$, подставим в уравнение (1) значение координаты и амплитуды, и, решив тригонометрическое уравнение, получим значение выражения $\omega_0 t$. $1{,}5 = 3\cos \omega_0 t$. Откуда

$$\omega_0 t = \frac{\pi}{3} \quad (2)$$

Формулу скорости получим, взяв первую производную по времени от смещения:

$$\upsilon = \frac{dx}{dt} = -A\omega_0 \sin(\omega_0 t + \varphi_0). \quad (3)$$

Подставим формулу (2) в формулу (3), получим значение скорости

$$\upsilon = -2\pi\nu A \sin \omega_0 t = \pm 8{,}2 \text{ см/с}.$$

Знак «+» соответствует случаю, когда направление скорости совпадает с положительным направлением оси x, знак «–» – когда направление скорости совпадает с отрицательным направлением оси x.

2. Силу, действующую на точку, найдем по второму закону Ньютона:

$$F = ma, \quad (4)$$

где a – ускорение точки, которое получим, взяв производную по времени от скорости: $a = \frac{d^2x}{dt^2} = -A\omega_0^2 \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$, или $a = \frac{d^2x}{dt^2} = -A \cdot 4\pi^2\nu^2 \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$.

Подставив выражение ускорения в формулу (4), получим

$$F = -A \cdot 4\pi^2\nu^2 m \cos\left(\omega_0 t + \varphi_0\right).$$

Отсюда максимальное значение силы $F_{\max} = -A \cdot 4\pi^2\nu^2 m.$.

Подставив в это уравнение значения величин π, ν, m и A, найдем $F_{\max} = 1{,}49$ мН.

3. Полная энергия колеблющейся точки есть сумма кинетической и потенциальной энергий, вычисленных для любого момента времени.

Проще всего вычислить полную энергию в момент, когда кинетическая энергия достигает максимального значения. В этот момент потенциальная энергия равна нулю. Поэтому полная энергия E колеблющейся точки равна максимальной кинетической энергии

$$E = E_{k\max} = \frac{m\upsilon_{\max}^2}{2}. \quad (5)$$

Максимальную скорость определим из формулы (3), положив, что $\sin(\omega_0 t+\varphi_0)=1$: $\upsilon_{max}=2\pi\nu A$. Подставив выражение скорости в формулу (5), найдем $E=2\pi^2 m\nu^2 A^2$.

Подставив значения величин в эту формулу и произведя вычисления, получим $E=2\cdot(3{,}14)^2\cdot 5\cdot 10^{-3}\cdot(0{,}5)^2\cdot(3\cdot 10^{-2})^2=22{,}1\cdot 10^{-6}$ Дж.

Пример 2. Складываются два колебания одинакового направления, выражаемых уравнениями $x_1=A_1\cos\omega(t+\tau_1)$; $x_2=A_2\cos\omega(t+\tau_2)$, где A_1 = 1 см, A_2 = 2 см, $\tau_1=\dfrac{1}{6}$ с, $\tau_2=\dfrac{1}{2}$ с, $\omega=\pi$ $с^{-1}$. Определить: 1) начальные фазы φ_1 и φ_2 составляющих колебаний; 2) найти амплитуду A и начальную фазу φ результирующего колебания; 3) написать уравнение результирующего колебания.

Решение. 1. Уравнение гармонического колебания имеет вид

$$x=A\cos(\omega t+\varphi). \qquad (1)$$

Преобразуем уравнения, заданные в условии задачи, к такому же виду:

$$x_1=A_1\cos(\omega t+\omega\tau_1),\quad x_2=A_2\cos(\omega t+\omega\tau_2). \qquad (2)$$

Из сравнения выражений (2) с равенством (1) находим начальные фазы первого и второго колебаний: $\varphi_1=\omega\tau_1=\dfrac{\pi}{6}$ рад и $\varphi_2=\omega\tau_2=\dfrac{\pi}{2}$ рад.

2. Для определения амплитуды A результирующего колебания удобно воспользоваться векторной диаграммой (рис. 20). Согласно теореме косинусов получим

$$A=\sqrt{A_1^2+A_2^2+2A_1A_2\cos\Delta\varphi}, \qquad (3)$$

где $\Delta\varphi$ – разность фаз составляющих колебаний. Так как $\Delta\varphi=\varphi_2-\varphi_1$, то, подставляя найденные значения φ_2 и φ_1, получим $\Delta\varphi=\dfrac{\pi}{3}$ рад. Подставив значения A_1, A_2 и $\Delta\varphi$ в формулу (3) и произведя вычисления, получим A = 2,65 см.

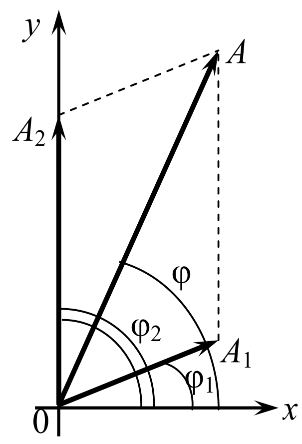


Рис. 20

Тангенс начальной фазы φ результирующего колебания определим непосредственно из рис. 20: $\mathrm{tg}\varphi=\dfrac{A_1\sin\varphi_1+A_2\sin\varphi_2}{A_1\cos\varphi_1+A_2\cos\varphi_2}$, откуда начальная фаза $\varphi=\mathrm{arctg}\dfrac{A_1\sin\varphi_1+A_2\sin\varphi_2}{A_1\cos\varphi_1+A_2\cos\varphi_2}$. Подставим значения A_1, A_2, φ_1, φ_2 и произведем вычисления: $\varphi=\mathrm{arctg}(5/\sqrt{3})=70{,}9^{\circ}=0{,}394\pi$ рад.

3. Так как угловые частоты складываемых колебаний одинаковы, то результирующее колебание будет иметь ту же частоту ω. Это позволяет написать уравнение результирующего колебания в виде $x = A\cos(\omega t + \varphi)$, где A = 2,65 см, $\omega = \pi$ с$^{-1}$, $\varphi = 0{,}394\pi$ рад, т. е. $x = 2{,}65\cos(\pi t + 0{,}394\pi)$ см.

Задачи для самостоятельного решения

1. Уравнение колебаний точки имеет вид $x = A\cos\omega(t + \tau)$, где $\omega = \pi$ с$^{-1}$, τ = 0,2 с. Определить период T и начальную фазу φ колебаний.

2. Определить период T, частоту ν и начальную фазу φ колебаний, заданных уравнением $x_1 = A_1 \sin\omega(t + \tau)$, где $\omega = 2{,}5\pi$ с$^{-1}$, τ = 0,4 с.

3. Определить максимальные значения скорости υ_{max} и ускорения a_{max} точки, совершающей гармонические колебания с амплитудой A = 3 см и угловой частотой $\omega = \dfrac{\pi}{2}$ с$^{-1}$.

4. Точка совершает колебания по закону $x = A\cos\omega t$, где A = 5 см; ω = 2 с$^{-1}$. Определить ускорение a точки в момент времени, когда ее скорость υ = 8 см/с.

5. Точка совершает гармонические колебания. Наибольшее смещение x_{max} точки равно 10 см, наибольшая скорость υ_{max} = 20 см/с. Найти угловую частоту ω колебаний и максимальное ускорение a_{max} точки.

6. Максимальная скорость υ_{max} точки, совершающей гармонические колебания, равна 10 см/с, максимальное ускорение a_{max} = 100 см/с^2. Найти угловую частоту ω колебаний, их период T и амплитуду A. Написать уравнение колебаний, приняв начальную фазу равной нулю.

7. Определить амплитуду A и начальную фазу φ результирующего колебания, возникающего при сложении двух колебаний одинаковых направления и периода: $x_1 = A_1 \sin\omega t$ и $x_2 = A_2 \sin\omega(t + \tau)$, где $A_1 = A_2$ = 1 см; $\omega = \pi$ с$^{-1}$; τ = 0,5 с. Найти уравнение результирующего колебания.

8. Точка участвует в двух одинаково направленных колебаниях: $x_1 = A_1\sin\omega t$ и $x_2 = A_2\cos\omega t$, где A_1 = 1 см; A_2 = 2 см; ω = 1 с$^{-1}$. Определить амплитуду A результирующего колебания, его частоту ν и начальную фазу φ_0. Найти уравнение этого движения.

9. Складываются три гармонических колебания одного направления с одинаковыми периодами $T_1 = T_2 = T_3$ = 2 с и амплитудами $A_1 = A_2 = A_3$ = 3 см.

Начальные фазы колебаний $\varphi_1 = 0$, $\varphi_2 = \frac{\pi}{3}$, $\varphi_3 = \frac{2\pi}{3}$. Построить векторную диаграмму сложения амплитуд. Определить из чертежа амплитуду A и начальную фазу φ результирующего колебания. Найти его уравнение.

10. Движение точки задано уравнениями $x = A_1\sin\omega t$ и $y = A_2\sin\omega(t + \tau)$, где $A_1 = 10$ см, $A_2 = 5$ см, $\omega = 2$ с$^{-1}$, $\tau = \frac{\pi}{4}$ с. Найти уравнение траектории и скорости точки в момент времени $t = 0{,}5$ с.

11. Найти возвращающую силу F в момент $t = 1$ с и полную энергию E материальной точки, совершающей колебания по закону $x = A\cos\omega t$, где $A = 20$ см; $\omega = \frac{2\pi}{3}$ с$^{-1}$. Масса m материальной точки равна 10 г.

12. Колебания материальной точки происходят согласно уравнению $x = A\cos\omega t$, где $A = 8$ см, $\omega = \frac{\pi}{6}$ с$^{-1}$. В момент, когда возвращающая сила F в первый раз достигла значения – 5 мН, потенциальная энергия $E_П$ точки стала равной 100 мкДж. Найти этот момент времени t и соответствующую ему фазу ωt.

13. Грузик массой $m = 250$ г, подвешенный к пружине, колеблется по вертикали с периодом $T = 1$ с. Определить жесткость k пружины.

14. Гиря, подвешенная к пружине, колеблется по вертикали с амплитудой $A = 4$ см. Определить полную энергию E колебаний гири, если жесткость k пружины равна 1 кН/м.

15. Тонкий обруч, повешенный на гвоздь, вбитый горизонтально в стену, колеблется в плоскости, параллельной стене. Радиус R обруча равен 30 см. Вычислить период T колебаний обруча.

Ответы. **1.** 2 с; 36°. **2.** 0,8 с; 1,25 Гц; π рад. **3.** 4,71 см/с; 7,40 см/с^2. **4.** $a = \omega\sqrt{(\omega^2 A^2 - x^2)} =$ 12 см/с^2. **5.** 2 с$^{-1}$; 40 см/с^2. **6.** 10 с$^{-1}$; 0,628 с; 1 см; $x = A\cos\omega t$. **7.** 1,41 см; $\frac{\pi}{4}$ рад; $x = A\cos(\omega t + \varphi)$, где $\omega = \pi$ с$^{-1}$. **8.** 2,24 см; 0,159 Гц; 0,353π рад; $x = A\cos(\omega t + \varphi)$, где $\omega = 1$ с$^{-1}$. **9.** 6 см; $\frac{\pi}{3}$ рад; $x = A\cos(\omega t + \varphi)$, где $\omega = \pi$ с$^{-1}$. **10.** $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{25} = 1$; 13,7 м/с. **11.** 4,39 мН; 877 мкДж. **12.** 2 с; $\frac{\pi}{3}$. **13.** 9,87 Н/м. **14.** 0,8 Дж. **15.** $T = 2\pi\sqrt{2R/g} = 1{,}55$ с.

Практическое занятие № 11. Затухающие и вынужденные колебания

Учебные вопросы

1. Затухающие колебания.
2. Вынужденные колебания.
3. Резонанс.

Рекомендуемая литература: [1, § 146–148], [2, § 13.7, 13.8], [5, § 6].

Изучив данную тему, обучающийся должен:

знать:

– уравнение затухающих колебаний и его параметры (коэффициент затухания, время релаксации);

– вынужденные колебания, процесс установления колебаний;

– явление резонанса, резонансную частоту;

уметь:

– анализировать информацию, представленную в виде графика;

– вычислять параметры колебательных систем;

– определять энергию колебательной системы;

владеть:

– методами анализа информации, представленной в виде графика, рисунка;

– математическим аппаратом (вычисление производных, интегралов, операции с векторами) для решения физических задач.

Задание на самоподготовку

Уясните физический смысл следующих понятий: коэффициент затухания, время релаксации, логарифмический декремент затухания, резонанс.

Запомните уравнение затухающих колебаний и его параметры, уравнение вынужденных колебаний, формулу резонансной частоты.

Ознакомьтесь с алгоритмом и решением типовых задач на данную тему.

Ответьте на следующие вопросы:

1. Какие колебания называются затухающими?
2. Дайте определение коэффициенту затухания. От чего он зависит?
3. Как зависит амплитуда затухающих колебаний от времени?
4. Чему равна частота затухающих колебаний?
5. Дайте определение декременту затухания, логарифмическому декременту затухания.

6. Что характеризует добротность?

7. Какие колебания называются вынужденными?

8. Как определяются амплитуда и фаза колебаний под действием периодической вынуждающей силы?

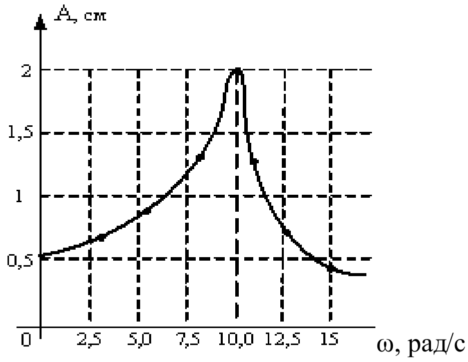
9. Что такое резонанс?

10. Запишите формулу резонансной частоты.

11. Чему равна амплитуда при резонансе?

Проведите самоконтроль по вопросам следующего теста:

1. На рисунке представлена зависимость амплитуды вынужденных колебаний математического маятника от частоты внешней силы при слабом затухании. Длина нити маятника (в см) равна … .

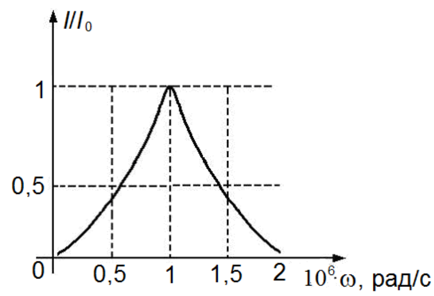


2. В колебательном контуре, состоящем из катушки индуктивности L = 10 Гн, конденсатора C = 10 мкФ и сопротивления R = 5 Ом, время релаксации в секундах равно … .

3. Маятник совершает вынужденные колебания со слабым коэффициентом затухания ($\beta << \omega_0$), которые подчиняются дифференциальному уравнению $\dfrac{d^2x}{dt^2}+0,5\dfrac{dx}{dt}+900x=0,1\cos150t$. Амплитуда колебаний будет максимальна, если частоту вынуждающей силы уменьшить в … раз.

4. Задано уравнение колебаний $x=2e^{-0,1t}\sin\left(5\pi t+\dfrac{\pi}{6}\right)$. Чему равен логарифмический декремент затухания?

5. На рисунке представлена зависимость относительной амплитуды колебаний силы тока в катушке индуктивностью 1 мГн, включенной в колебательный контур. Емкость конденсатора этого контура равна … .



а) 100 нФ; б) 1 нФ; в) 10 нФ; г) 0,1 нФ.

Основные законы и формулы

Дифференциальное уравнение затухающих колебаний

$$m\ddot{x} = -kx - r\dot{x}, \quad \text{или} \quad \ddot{x} + 2\beta\dot{x} + \omega_0^2 x = 0,$$

где r – коэффициент сопротивления; β – коэффициент затухания: $\beta = r/2m$; ω_0 – собственная угловая частота колебаний.

Уравнение затухающих колебаний

$$x = A(t)\cos(\omega t + \varphi),$$

где $A(t)$ – амплитуда затухающих колебаний в момент t; ω – их угловая частота.

Угловая частота затухающих колебаний

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}.$$

Зависимость амплитуды затухающих колебаний от времени

$$A(t) = A_0 e^{-\beta t},$$

где A_0 – амплитуда колебаний в момент $t = 0$.

Декремент затухания

$$\delta = \frac{A(t)}{A(t+T)} = e^{\beta T}.$$

Логарифмический декремент затухания

$$\lambda = \ln\frac{A(t)}{A(t+T)} = \beta T = \frac{T}{\tau} = \frac{1}{N},$$

где $A(t)$ и $A(t + T)$ – амплитуды двух последовательных колебаний, соответствующих моментам времени, отличающимся на период; β – коэффициент затухания; T – период затухающих колебаний; τ – время релаксации; N – число колебаний, совершаемых за время уменьшения амплитуды в e раз.

Добротность колебательной системы

$$Q = \frac{\pi}{\lambda} = \frac{\omega_0}{2\beta}.$$

Дифференциальное уравнение вынужденных колебаний

$$m\ddot{x} = -kx - r\dot{x} + F_0\cos\omega t, \quad \text{или} \quad \ddot{x} + 2\beta\dot{x} + \omega_0^2 x = f_0\cos\omega t,$$

где $F_0\cos\omega t$ – внешняя периодическая сила, действующая на колеблющуюся материальную точку и вызывающая вынужденные колебания; F_0 – ее амплитудное значение; $f_0 = \dfrac{F_0}{m}$ – приведенная сила.

Амплитуда вынужденных колебаний

$$A = \frac{f_0}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2\omega^2}}.$$

Резонансная частота и резонансная амплитуда

$$\omega_{рез} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2} \quad \text{и} \quad A_{рез} = \frac{f_0}{2\beta\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}}.$$

Алгоритм решения задач

Аналогичен алгоритму, приведенному в практическом занятии № 10.

Решение типовых задач

Пример 1. Тело массой m = 0,6 кг, подвешенное к спиральной пружине жесткостью k = 30 Н/м, совершает в некоторой среде упругие колебания. Логарифмический декремент колебаний λ = 0,01. Определить: 1) время, за которое амплитуда колебаний уменьшится в 3 раза; 2) число полных колебаний гири, при котором амплитуда колебаний также уменьшилась в 3 раза.

Решение. Воспользуемся формулой зависимости амплитуды затухающих колебаний от времени $A = A_0 e^{-\beta t}$. Откуда отношение данных амплитуд $\frac{A_0}{A} = e^{\beta t}$. Прологарифмируем это выражение и выразим время

$$t = \frac{1}{\beta} \ln \frac{A_0}{A}. \qquad (1)$$

Коэффициент затухания связан с логарифмическим декрементом затухания формулой

$$\lambda = \beta T, \qquad (2)$$

а период колебаний пружинного маятника равен

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}. \qquad (3)$$

Подставив формулы (2) и (3) в формулу (1), получим

$$t = \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{\frac{m}{k}} \ln \frac{A_0}{A} = \frac{2 \cdot 3{,}14}{0{,}01} \sqrt{\frac{0{,}6}{30}} \ln 3 = 97{,}6 \text{ с}.$$

Число полных колебаний за это время $N = \frac{t}{T} = \frac{1}{\lambda} \ln \frac{A_0}{A} = \frac{1}{0{,}01} \ln 3 = 110.$

Пример 2. Определить резонансную частоту колебательной системы, если собственная частота колебаний ν_0 = 300 Гц, а логарифмический декремент колебаний λ = 0,2.

Решение. Резонансная частота связана с циклической резонансной частотой формулой

$$\nu_{рез} = \frac{\omega_{рез}}{2\pi}, \qquad (1)$$

а циклическая резонансная частота равна

$$\omega_{рез} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}. \qquad (2)$$

Коэффициент затухания связан с логарифмическим декрементом затухания формулой $\lambda = \beta T = \beta \frac{2\pi}{\omega_0}$. Откуда

$$\beta = \frac{\lambda\omega_0}{2\pi}. \qquad (3)$$

Подставим формулу (3) в (2): $\omega_{рез} = \omega_0\sqrt{1 - \frac{\lambda^2}{2\pi^2}}$. Подставив получившееся выражение в формулу (1), получим

$$\nu_{рез} = \frac{\omega_0}{2\pi}\sqrt{1 - \frac{\lambda^2}{2\pi^2}} = \nu_0\sqrt{1 - \frac{\lambda^2}{2\pi^2}} = 300\sqrt{1 - \frac{0,2^2}{2 \cdot 3,14^2}} = 299,7 \text{ Гц}.$$

Пример 3. Гиря массой m = 0,5 кг, подвешенная на спиральной пружине жесткостью k = 50 Н/м, совершает колебания в вязкой среде с коэффициентом сопротивления r = 0,5 кг/с. На верхний конец пружины действует вынуждающая сила, изменяющаяся по закону $F = 0,1\cos\omega t$, Н. Определить для данной колебательной системы: 1) коэффициент затухания β; 2) резонансную амплитуду $A_{рез}$.

Решение. Коэффициент затухания связан с коэффициентом сопротивления формулой $\beta = \frac{r}{2m}$. Подставив числовые значения, получим $\beta = \frac{0,5}{2 \cdot 0,5} = 0,5 \text{ с}^{-1}$.

Для расчета резонансной амплитуды воспользуемся формулой

$$A_{рез} = \frac{f_0}{2\beta\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}},$$

где $f_0 = \frac{F_0}{m}$, $\omega_0^2 = \frac{k}{m}$, F_0 = 0,1 Н (из закона вынуждающей силы).

$$A_{\text{рез}} = \frac{F_0}{2\left(\frac{r}{2m}\right)m\sqrt{\frac{k}{m} - \frac{r^2}{4m^2}}} = \frac{F_0}{r\sqrt{\frac{k}{m} - \frac{r^2}{4m^2}}} = \frac{0{,}1}{0{,}5\sqrt{\frac{50}{0{,}5} - \frac{0{,}5^2}{4 \cdot 0{,}5^2}}} = 0{,}02 \text{ м.}$$

Задачи для самостоятельного решения

1. Амплитуда затухающих колебаний маятника за время t_1 = 5 мин уменьшилась в два раза. За какое время t_2, считая от начального момента, амплитуда уменьшится в восемь раз?

2. За время t = 8 мин амплитуда затухающих колебаний маятника уменьшилась в три раза. Определить коэффициент затухания β.

3. Амплитуда колебаний маятника длиной l = 1 м за время t = 10 мин уменьшилась в два раза. Определить логарифмический декремент колебаний λ.

4. Логарифмический декремент колебаний λ маятника равен 0,003. Определить число N полных колебаний, которые должен сделать маятник, чтобы амплитуда уменьшилась в два раза.

5. Гиря массой m = 500 г подвешена к спиральной пружине жесткостью k = 20 Н/м и совершает упругие колебания в некоторой среде. Логарифмический декремент колебаний λ = 0,004. Определить число N полных колебаний, которые должна совершить гиря, чтобы амплитуда колебаний уменьшилась в 2 раза. За какое время t произойдет это уменьшение?

6. Тело массой m = 5 г совершает затухающие колебания. В течение времени t = 50 с тело потеряло 60 % своей энергии. Определить коэффициент сопротивления r.

7. Колебательная система совершает затухающие колебания с частотой v = 1000 Гц. Определить частоту ν_0 собственных колебаний, если резонансная частота $v_{\text{рез}}$ = 998 Гц.

8. Определить, на сколько резонансная частота отличается от частоты v_0 = 1 кГц собственных колебаний системы, характеризуемой коэффициентом затухания $\beta = 400$ с$^{-1}$.

9. Пружинный маятник (жесткость k пружины равна 10 Н/м, масса m груза равна 100 г) совершает вынужденные колебания в вязкой среде с коэффициентом сопротивления $r = 2 \cdot 10^{-2}$ кг/с. Определить коэффициент затухания β и резонансную амплитуду $A_{\text{рез}}$, если амплитудное значение вынуждающей силы F_0 = 10 мН.

10. Амплитуды вынужденных гармонических колебаний при частоте $\nu_1 = 400$ Гц и $\nu_2 = 600$ Гц равны между собой. Определить резонансную частоту $\nu_{рез}$. Затуханием пренебречь.

11. По грунтовой дороге прошел трактор, оставив следы в виде ряда углублений, находящихся на расстоянии $\ell = 30$ см друг от друга. По этой дороге покатили детскую коляску, имеющую две одинаковые рессоры, каждая из которых прогибается на $x_0 = 2$ см под действием груза массой $m_0 = 1$ кг. С какой скоростью v катили коляску, если от толчков на углублениях она, попав в резонанс, начала сильно раскачиваться? Масса коляски $M = 10$ кг.

12. Ток в последовательной *RL*-цепочке возрастает от нуля до половины максимального значения за 1,56 мс. Определить сопротивление, если $L = 310$ Гн.

Ответы. **1.** 15 мин. **2.** 0,0023 с$^{-1}$. **3.** $\lambda = \frac{2\pi}{l}\sqrt{\frac{l}{g}}\ln\frac{A_1}{A_2} = 2{,}31\cdot10^{-3}$. **4.** $N = \frac{1}{\theta}\ln\frac{A_1}{A_2} = 231$. **5.** $N = \frac{1}{\theta}\ln\frac{A_1}{A_2} = 173$; $t = 2\pi n\sqrt{\frac{m}{k}}$ = 2 мин 52 с. **6.** 9,16·10^{-5} кг/с. **7.** 1002 Гц. **8.** $\Delta\nu = \frac{\beta^2}{4\pi^2\nu_0}$ = 4,05 Гц. **9.** 0,1 с$^{-1}$; 5 см. **10.** 510 Гц. **11.** 0,47 м/с = 1,7 км/ч. **12.** 275 кОм.

Практическое занятие № 12. Волны. Электромагнитные волны

Учебные вопросы

1. Уравнение волны. Расчет параметров волны.
2. Энергия волн.
3. Элементы акустики.

Рекомендуемая литература: [1, главы 19, 20], [2, темы 15, 16], [5, § 7].

Изучив данную тему, обучающийся должен:

знать:

– уравнение плоской синусоидальной волны;

– параметры, входящие в уравнение волны (частота, циклическая частота, период, длина волны, волновое число), и соотношения между ними; скорость колебаний частиц среды, относительный показатель преломления среды;

– поперечные и продольные волны;

– электромагнитную волну;

– вектор плотности потока энергии электромагнитной волны (вектор Пойнтинга) и упругих волн;

– единицы измерения объемной плотности энергии и плотности потока энергии;

– функциональную зависимость объемной плотности энергии;

уметь:

– определять частоту, циклическую частоту, период, длину волны, волновое число, скорость колебаний частиц среды, фазу волны, относительный показатель преломления двух сред;

– классифицировать волны;

– анализировать информацию, представленную в виде рисунка;

– находить направление вектора плотности потока энергии электромагнитной волны;

– определять плотность потока энергии при изменении параметров волны;

– определять размерность физических величин;

владеть:

– методами анализа информации, представленной в виде графика, рисунка;

– математическим аппаратом (вычисление производных, интегралов, операции с векторами) для решения физических задач.

Задание на самоподготовку

Уясните физический смысл следующих понятий: частота, циклическая частота, период, длина волны, волновое число; поперечные и продольные волны; вектор Умова – Пойтинга.

Запомните уравнение плоской синусоидальной волны; параметры, входящие в уравнение волны и соотношения между ними; формулу плотности потока энергии волны.

Ознакомьтесь с алгоритмом и решением типовых задач на данную тему.

Ответьте на следующие вопросы:

1. Дайте определение упругой волне.

2. Чем отличаются продольные и поперечные волны?

3. Запишите уравнение волны.

4. Что такое волновая поверхность?

5. Дайте определение плоской и сферической волнам.

6. Какие волны называются стоячими?

7. Запишите координаты узлов и пучностей стоячей волны.

8. Как определить энергию упругой волны? Плотность энергии? Плотность потока энергии?

9. От чего зависит интенсивность упругих волн?

10. Что определяет вектор Умова?

11. Что такое звук?

12. Назовите характеристики звука.

13. Что такое инфра- и ультразвук? Назовите области их применения.

14. В чем заключается эффект Доплера для звуковых волн?

15. Дайте определение электромагнитной волне.

16. Перечислите основные свойства электромагнитной волны.

17. Как определить энергию электромагнитных волн?

18. Что определяет вектор Пойнтинга?

19. От чего зависит интенсивность электромагнитных волн?

20. Что понимают под шкалой электромагнитных волн?

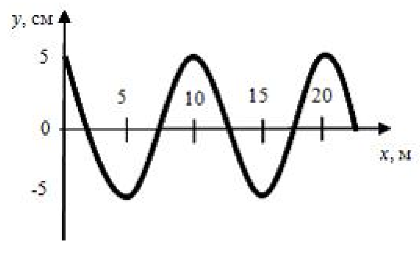
Проведите самоконтроль по вопросам следующего теста:

1. Уравнение плоской синусоидальной волны, распространяющейся вдоль оси OX, имеет вид $\xi = 0{,}01\sin(10^3 t - 2x)$. Тогда скорость распространения волны (в м/с) равна … .

а) 500; в) 2;

б) 1000; г) 10.

2. На рисунке представлен профиль поперечной бегущей волны, которая распространяется со скоростью v = 200 м/с. Амплитуда скорости колебаний точек среды (в м/с) равна … .



а) 6,28; в) 12,56;

б) 200; г) 0,05.

3. Продольными волнами являются … .

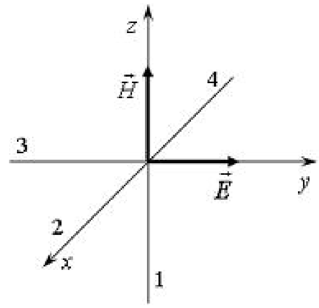
а) звуковые волны в воздухе;

б) световые волны в вакууме;

в) волны, распространяющиеся вдоль струн музыкальных инструментов;

г) радиоволны.

4. На рисунке показана ориентация векторов напряженности электрического ($\vec{E}$) и магнитного ($\vec{H}$) полей в электромагнитной волне. Вектор плотности потока энергии электромагнитного поля ориентирован в направлении … .



а) 1; в) 3;

б) 2; г) 4.

5. Если в электромагнитной волне, распространяющейся в вакууме, значение напряженности электрического поля E = 600 В/м, объемная плотность энергии $w = 10^{-5}$ Дж/м^3, то напряженность магнитного поля составляет … А/м.

Основные законы и формулы

Связь между длиной волны λ, периодом T колебаний и частотой ν

$$\lambda = \upsilon T, \upsilon = \lambda\nu,$$

где υ – скорость распространения колебаний в среде (фазовая скорость).

Волновое число

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{\upsilon T} = \frac{\omega}{\upsilon}.$$

Уравнение плоской волны, распространяющейся вдоль положительного направления оси x,

$$\xi(x,t) = A\cos(\omega t - kx + \varphi_0),$$

где $\xi(x,t)$ – смещение точек среды с координатой x в момент времени t; A – амплитуда волны; ω – циклическая (круговая) частота; k – волновое число; φ_0 – начальная фаза колебаний.

Разность фаз между точками в волне

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}\Delta x,$$

где Δx – расстояние между точками.

Координаты пучностей и узлов стоячей волны

$$x_n = \pm m\frac{\lambda}{2}, \quad x_y = \pm\left(m + \frac{1}{2}\right)\frac{\lambda}{2} \; (m = 0,\ 1,\ 2,\ \ldots).$$

Эффект Доплера в акустике

$$\nu = \frac{(\upsilon \pm \upsilon_{\text{пр}})\nu_0}{\upsilon \mp \upsilon_{\text{ист}}},$$

где ν – частота звука, воспринимаемого движущимся прибором (или ухом); υ – скорость звука в среде; $\upsilon_{\text{пр}}$ – скорость прибора относительно среды; ν_0 – частота звука, испускаемого источником; $\upsilon_{ист}$ – скорость источника звука относительно среды.

Скорость звука в газах

$$\upsilon = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}},$$

где γ – показатель адиабаты ($\gamma = 1{,}4$ для воздуха).

Скорость звука в твердых телах

$$\upsilon = \sqrt{\frac{E}{\rho}},$$

где E – модуль Юнга, ρ – плотность вещества.

Громкость (уровень интенсивности) звука (Б)

$$L = \lg\frac{I}{I_0} = 2\lg\frac{p}{p_0},$$

где I – интенсивность звука; I_0 – интенсивность звука на пороге слышимости ($I_0 = 10^{-12}$ Вт/м^2); p – амплитуда звукового давления; p_0 – амплитуда звукового давления на пороге слышимости.

Фазовая скорость распространения электромагнитных волн в среде

$$\upsilon = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}},$$

где $c = \dfrac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}$ – скорость света в вакууме; ε_0 и μ_0 – соответственно электрическая и магнитная постоянные; ε и μ – соответственно электрическая и магнитная проницаемости среды.

Уравнение плоской волны электромагнитной волны

$$\vec{E} = \vec{E}_0\cos(\omega t - kx + \varphi_0),$$

$$\vec{H} = \vec{H}_0\cos(\omega t - kx + \varphi_0),$$

где $\vec{E}_0$ и $\vec{H}_0$ – соответственно амплитуды напряженностей электрического и магнитного полей волны; ω – циклическая (круговая) частота; k – волновое число; φ_0 – начальная фаза колебаний.

Связь между мгновенными значениями напряженностей электрического (E) и магнитного (H) полей электромагнитной волны

$$\sqrt{\varepsilon_0\varepsilon}E = \sqrt{\mu_0\mu}H.$$

Алгоритм решения задач

1. Проанализировать физическую ситуацию, описанную в задаче, и выделить материальные объекты, имеющие отношение к ней.

2. Выбрать кинематико-динамический или энергетический способ описания колебательной системы.

3. Записать формулы связи между характеристиками волны.

4. Составить уравнение волны в динамической или энергетической форме (с учетом начальных условий, кинематических связей и геометрических соотношений между элементами колебательной системы). Решить составленные уравнения в общем виде.

5. Проверить правильность решения в общем виде. Выполнить числовые расчеты. Проанализировать результаты.

Решение типовых задач

Пример 1. Поперечная волна распространяется вдоль упругого шнура со скоростью υ = 15 м/с. Период T колебаний точек шнура равен 1,2 с, амплитуда A = 2 см. Определить: 1) длину волны λ; 2) фазу φ колебаний, смещение $\xi(t)$, скорость $\dot{\xi}(t)$, и ускорение $\ddot{\xi}(t)$, точки, отстоящей на расстоянии x = 45 м от источника волн в момент t = 4 с; 3) разность фаз $\Delta\varphi$ колебаний двух точек, лежащих на луче и отстоящих от источника волн на расстояниях x_1 = 20 м и x_2 = 30 м.

Решение. 1. Длина волны равна расстоянию, которое волна проходит за один период, и может быть найдена из соотношения $\lambda = \upsilon T$. Подставив значения величин υ и T, получим λ = 18 м.

2. Запишем уравнение волны:

$$\xi(\mathrm{t}) = A\cos\omega\left(t-\frac{x}{\upsilon}\right), \qquad (1)$$

где $\xi(\mathrm{t})$ – смещение колеблющейся точки; x – расстояние точки от источника волн; υ – скорость распространения волн.

Фаза колебаний точки с координатой x в момент времени t определяется выражением, стоящим в уравнении волны под знаком косинуса:

$$\varphi = \omega\left(t-\frac{x}{\upsilon}\right), \text{ или } \varphi = \frac{2\pi}{T}\left(t-\frac{x}{\upsilon}\right),$$

где учтено, что $\omega = \dfrac{2\pi}{T}$.

Выполнив вычисления, получим $\varphi = 5{,}24$ рад, или $\varphi = 300°$.

Смещение точки определим, подставив в уравнение (1) значения амплитуды A и фазы φ: $\xi(t) = 1$ см. Скорость $\dot{\xi}(t)$ точки находим, взяв первую производную от смещения по времени:

$$\dot{\xi}(t) = \frac{d\xi}{dt} = -A\omega \sin\omega\left(t - \frac{x}{\upsilon}\right) = -\frac{2\pi A}{T}\sin\omega\left(t - \frac{x}{\upsilon}\right) = \frac{2\pi A}{T}\sin\varphi.$$

Подставив значения величин и выполнив вычисления, получим $\dot{\xi}(t) = 9$ см/с.

Ускорение есть первая производная от скорости по времени, поэтому

$$\ddot{\xi}(t) = \frac{d\dot{\xi}}{dt} = -A\omega^2\cos\omega\left(t - \frac{x}{\upsilon}\right) = -\frac{4\pi^2 A}{T}\cos\varphi.$$

Произведя вычисления по этой формуле, найдем $\ddot{\xi}(t) = 27{,}4$ см/с^2.

3. Разность фаз $\Delta\varphi$ колебаний двух точек волны связана с расстоянием Δx между этими точками соотношением $\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}\Delta x = \frac{2\pi}{\lambda}(x_2 - x_1)$. Подставив значения величин λ, x_1 и x_2 и вычислив, получим $\Delta\varphi = 3{,}49$ рад, или $\Delta\varphi = 200°$.

Пример 2. Определить длину волны λ, если расстояние Δl между первым и четвертым узлами стоячей волны равно 30 см.

Решение. Воспользуемся формулой координаты узла

$$x_y = \pm\left(m + \frac{1}{2}\right)\frac{\lambda}{2}, \tag{1}$$

где m – номер узла. Расстояние между узлами

$$\Delta l = x_2 - x_1. \tag{2}$$

Подставим (1) в (2) $\Delta l = \left(4 + \frac{1}{2}\right)\frac{\lambda}{2} - \left(1 + \frac{1}{2}\right)\frac{\lambda}{2} = \frac{3\lambda}{2}$ и выразим длину волны $\lambda = \frac{2\Delta l}{3}$. Произведя вычисления по этой формуле, найдем $\lambda = 20$ см.

Пример 3. Электропоезд проходит со скоростью 72 км/ч мимо неподвижного приемника и дает гудок, частота которого равна 300 Гц. Принимая скорость звука равной 340 м/с, определить скачок частоты $\Delta\nu$, воспринимаемой приемником.

Решение. Согласно принципу Доплера, частота ν звука, воспринимаемая прибором (приемником), зависит от скорости $\upsilon_{\text{ист}}$ источника звука и скорости $\upsilon_{\text{пр}}$ прибора. Эта зависимость выражается формулой

$$\nu = \frac{(\upsilon \pm \upsilon_{пр})\nu_0}{\upsilon \mp \upsilon_{ист}}, \qquad (1)$$

где υ – скорость звука в данной среде; ν_0 – частота звуковых волн, излучаемых источником.

Учитывая, что приемник неподвижен ($\upsilon_{пр} = 0$), из формулы (1) получим частоту сближения $\nu_1 = \frac{\upsilon}{\upsilon - \upsilon_{ист}} \cdot \nu_0$. Скачок частоты определим как $\Delta\nu = \nu_1 - \nu_2$, где $\nu_2 = \frac{\upsilon}{\upsilon + \upsilon_{ист}} \cdot \nu_0$ – частота удаления. Откуда $\Delta\nu = \nu_0 \left(\frac{\upsilon}{\upsilon - \upsilon_{ист}} - \frac{\upsilon}{\upsilon + \upsilon_{ист}} \right)$.

Произведя вычисления по этой формуле, найдем

$$\Delta\nu = 300 \left(\frac{340}{340 - 20} - \frac{340}{340 + 20} \right) = 35{,}4 \text{ Гц}.$$

Пример 4. В вакууме вдоль оси X распространяется плоская электромагнитная волна. Амплитуда напряженности электрического поля волны равна 10 В/м. Определить амплитуду напряженности магнитного поля волны.

Решение. Воспользуемся формулой связи между мгновенными значениями напряженностей электрического и магнитного полей электромагнитной волны $\sqrt{\varepsilon_0 \varepsilon} E = \sqrt{\mu_0 \mu} H$, а также уравнением плоской волны электромагнитной волны $\vec{E} = \vec{E}_0 \cos(\omega t - kx + \varphi_0)$, $\vec{H} = \vec{H}_0 \cos(\omega t - kx + \varphi_0)$, получим для $\varepsilon = 1$ и $\mu = 1$ $\sqrt{\varepsilon_0} E_0 = \sqrt{\mu_0} H_0$. Откуда амплитуда напряженности магнитного поля $H_0 = \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} E_0$.

Подставив значения величин ε_0, μ_0, E_0 и вычислив, получим $H_0 = 26{,}5$ мА/м.

Задачи для самостоятельного решения

1. Найти длину волны λ колебания, период которого $T = 10^{-14}$ с. Скорость распространения колебаний $c = 3 \cdot 10^8$ м/с.

2. Звуковые колебания, имеющие частоту $\nu = 500$ Гц и амплитуду $A = 0{,}25$ мм, распространяются в воздухе. Длина волны $\lambda = 70$ см. Найти скорость c распространения колебаний и максимальную скорость υ_{max} частиц воздуха.

3. Уравнение незатухающих колебаний имеет вид $x = 4\sin(600\pi t)$ см. Найти смещение x от положения равновесия точки, находящейся на расстоянии $l = 75$ см от источника колебаний, для момента времени $t = 0{,}01$ с после начала колебаний. Скорость распространения колебаний $c = 300$ м/с.

4. Уравнение незатухающих колебаний имеет вид $x = \sin(2{,}5\pi t)$ см. Найти смещение x от положения равновесия, скорость υ и ускорение a точки, находящейся на расстоянии $l = 20$ м от источника колебаний, для момента времени $t = 1$ с после начала колебаний. Скорость распространения колебаний $c = 100$ м/с.

5. Найти разность фаз колебаний двух точек, стоящих от источника колебаний на расстояниях $l_1 = 10$ м и $l_2 = 16$ м. Период колебаний $T = 0{,}04$ с; скорость распространения $\upsilon = 300$ м/с.

6. Найти разность фаз $\Delta\varphi$ колебаний двух точек, лежащих на луче и отстоящих на расстоянии $l = 2$ м друг от друга, если длина волны $\lambda = 1$ м.

7. Найти смещение x от положения равновесия точки, отстоящей от источника колебаний на расстоянии $l = \lambda/12$, для момента времени $t = T/6$. Амплитуда колебаний $A = 0{,}05$ м.

8. Смещение от положения равновесия точки, отстоящей источника колебаний на расстоянии $l = 4$ см. В момент времени $t = T/6$ равно половине амплитуды. Найти длину λ бегущей волны.

9. Найти длину волны λ колебаний, если расстояние между первой и четвертой пучностями стоячей волны $l = 15$ см.

10. Найти скорость с распространения звука в стали.

11. При помощи эхолота измерялась глубина моря. Какова была глубина моря, если промежуток времени между возникновением звука и его приемом оказался равным $t = 2{,}5$ с? Сжижаемость воды $\beta = 4{,}6\cdot10^{-10}$ Па$^{-1}$, плотность морской воды $1{,}03\cdot10^3$ кг/м^3.

12. Найти скорость $\upsilon_{зв}$ распространения звука в воздухе при температурах t, равных: –20 °С и 20 °С.

13. Найти скорость $\upsilon_{зв}$ распространения звука в двухатомном газе, если известно, что при давлении $p = 1{,}01\cdot10^5$ Па, плотность газа $\rho = 1{,}29$ кг/м^3.

14. Два звука отличаются по уровню звукового давления $\Delta l_p = 1$ дБ. Найти отношение p_2/p_1 амплитуд звукового давления.

15. Шум на улице с уровнем громкости $L_{I1} = 70$ фон слышен в комнате так, как шум с уровнем громкости $L_{I2} = 40$ фон. Найти отношение I_1/I_2 интенсивностей звуков на улице и комнате.

16. Наблюдатель на берегу моря слышит звук пароходного гудка. Когда наблюдатель и пароход находятся в покое, частота воспринимаемого наблюдателем звука $\nu = 420$ Гц. При движении парохода воспринимаемая частота $\nu_1 = 430$ Гц, если пароход приближается к наблюдателю, и $\nu_2 = 415$ Гц, если

пароход удаляется от него. Найти скорость υ парохода в первом и втором случаях, если скорость распространения звука в воздухе $\upsilon_{зв}$ = 338 м/с.

17. Ружейная пуля летит со скоростью u = 200 м/с. Во сколько раз изменится частота тона свиста пули для неподвижного наблюдателя, мимо которого пролетает пуля? Скорость распространения звука в воздухе $\upsilon_{зв}$ = 333 м/с.

18. Колебательный контур состоит из конденсатора емкостью C = 888 пФ и катушки с индуктивностью L = 2 мГн. На какую длину волны λ настроен контур?

19. На какой диапазон длин волн можно настроить колебательный контур, если его индуктивность L = 2 мГн, а емкость меняет от C_1 = 69 пФ до C_2 = 533 пФ?

Ответы. **1.** $3\cdot10^{-4}$ м. **2.** 350 м/с; 0,785 м/с. **3.** 4 см. **4.** 0; 7,85 см/с; 0. **5.** π. **6.** 4π. **7.** 2,5 см. **8.** 0,48 м. **9.** 0,1 м. **10.** 5,3 км/с. **11.** 1816 м. **12.** 318 м/с; 343 м/с. **13.** 331 м/с. **14.** 1,12. **15.** 1000. **16.** 8,05 м/с; 4,07 м/с. **17.** 2,5. **18.** 2,5 км. **19.** От 700 м до 1946 м.

РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

Основная

1. Трофимова, Т. И. Курс физики : учебное пособие для вузов / Т. И. Трофимова. – Москва : Академия, 2010. – 560 с.

2. Демидченко, В. И. Физика : учебник / В. И. Демидченко. – 2-е изд., перераб. и доп. – Ростов-на-Дону : Феникс, 2012. – 573 с.

Дополнительная

3. Волькенштейн, В. С. Сборник задач по общему курсу физики / В. С. Волькенштейн. – 3-е изд., испр. и доп. – Санкт-Петербург : Книжный мир, 2006. – 328 с.

4. Трофимова, Т. И. Сборник задач по курсу физики для втузов : учебное пособие / Т. И. Трофимова. – 3-е изд. – Москва : ОНИКС 21 век : Мир и Образование, 2005. – 384 с.

5. Чертов, А. Г. Задачник по физике : учебное пособие для втузов / А. Г. Чертов, А. А. Воробьев. – 8-е изд., перераб. и доп. – Москва : Физматлит, 2009. – 640 с.

6. Физика : сборник тематических заданий. В 2 частях. Часть 1. Механика. Электродинамика. Колебания и волны / составитель С. С. Самохина. – Ульяновск : УВАУ ГА(И), 2012.

7. Физика : сборник тематических заданий. В 2 частях. Часть 2. Термодинамика. Оптика. Квантовая физика / составитель С. С. Самохина. – Ульяновск : УВАУ ГА(И), 2012.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Трофимова, Т. И. Сборник задач по курсу физики для втузов : учебное пособие / Т. И. Трофимова. – 3-е изд. – Москва : ОНИКС 21 век : Мир и Образование, 2005. – 384 с.

2. Чертов, А. Г. Задачник по физике : учебное пособие для втузов / А. Г. Чертов, А. А. Воробьев. – 8-е изд., перераб. и доп. – Москва : Физматлит, 2009. – 640 с.

1. Фундаментальные физические константы

Гравитационная постоянная	$G = 6{,}67\cdot10^{-11}$ Н·м^2/кг^2
Скорость света в вакууме	$c = 3\cdot10^8$ м/с
Магнитная постоянная	$\mu_0 = 12{,}56\cdot10^{-7}$ Гн/м
Электрическая постоянная	$\varepsilon_0 = 8{,}85\cdot10^{-12}$ Ф/м
Постоянная в законе Кулона	$k = 1/4\ \pi\varepsilon_0 = 9\cdot10^9$ Н·м^2/Кл^2
Масса покоя электрона	$m_e = 9{,}1\cdot10^{-31}$ кг
Масса покоя протона	$m_p = 1{,}67\cdot10^{-27}$ кг
Масса покоя нейтрона	$m_n = 1{,}68\cdot10^{-27}$ кг
Отношение массы протона к массе электрона	$m_p/m_e = 1836{,}2$
Элементарный заряд	$e = 1{,}6\cdot10^{-19}$ Кл
Отношение заряда электрона к его массе	$e/m_e = 1{,}76\cdot10^{11}$ Кл/кг
1 электрон-вольт	1 эВ $= 1{,}6\cdot10^{-19}$ Дж

2. Некоторые астрономические величины

Радиус Земли	$6{,}37\cdot10^6$ м	Масса Земли	$5{,}98\cdot10^{24}$ кг
Радиус Солнца	$6{,}95\cdot10^8$ м	Масса Солнца	$1{,}98\cdot10^{30}$ кг
Радиус Луны	$1{,}74\cdot10^6$ м	Масса Луны	$7{,}33\cdot10^{30}$ кг

3. Плотность ρ твердых тел и жидкостей (10^3 кг/м^3, или г/см^3)

Твердые тела

Алюминий	2,70	Марганец	7,40
Висмут	9,80	Медь	8,93
Вольфрам	19,3	Никель	8,80
Железо (чугун, сталь)	7,87	Платина	21,4
Золото	19,3	Свинец	11,3
Каменная соль	2,20	Серебро	10,5
Латунь	8,55	Уран	18,7

Жидкости (при 15 °С)

Вода (дистиллированная при 4°С)	1,0	Масло касторовое	0,96
		Ртуть	13,6
Глицерин	1,26	Сероуглерод	1,26
Керосин	0,8	Спирт	0,8
Масло (оливковое, смазочное)	0,9	Эфир	0,7

4. Динамическая вязкость η жидкостей при 20 °С (мПа·с)

Вода	1,00
Глицерин	1480
Масло касторовое	987
Масло машинное	200
Ртуть	1,58

5. Скорость звука *c*, м/с

Вода	1450
Воздух (сухой при нормальных условиях)	332

6. Упругие постоянные твердых тел (округленные значения)

Вещество	Модуль Юнга E, ГПа	Модуль сдвига G, ГПа
Алюминий	69	24
Вольфрам	380	140
Железо (сталь)	200	76
Медь	98	44
Серебро	74	27

7. Диэлектрическая проницаемость ε

Вода	81
Масло (трансформаторное)	2,2
Парафин	2,0
Слюда	7,0
Стекло	7,0
Фарфор	5,0
Эбонит	3,0

8. Удельное сопротивление ρ проводников при 20 °С, нОм·м

Железо	98
Медь	17
Алюминий	26
Графит	$3,9 \cdot 10^3$

Практикум

ФИЗИКА

В 2 частях

Часть 1

Составитель ГРОМОВА

Наталья Юрьевна

Редактор *Е. А. Нестерова*

Компьютерная верстка *И. А. Ерёмина*

Подписано в печать 20.11.2019. Формат 60×90/16.

Бумага офсетная. Печать трафаретная. Усл. печ. л. 7,19.

Тираж 200 экз. Заказ № 478.

РИО и типография УИ ГА. 432071, г. Ульяновск, ул. Можайского, 8/8