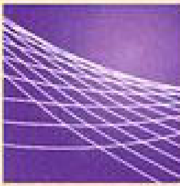
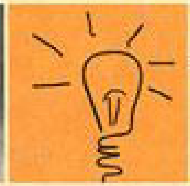
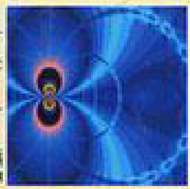
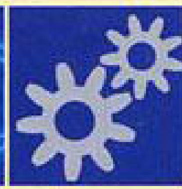
ФИЗИКА

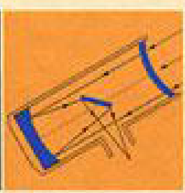
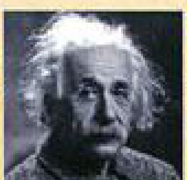



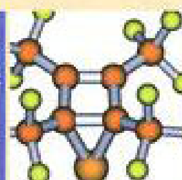
ДЛЯ СТАРШЕКЛАССНИКОВ И АБИТУРИЕНТОВ



ИНТЕНСИВНЫЙ КУРС ПОДГОТОВКИ К ЕГЭ

Учебное издание

И.Л. Касаткина

ФИЗИКА

для старшеклассников и абитуриентов

ИНТЕНСИВНЫЙ КУРС подготовки к ЕГЭ

«Омега-Л»
2012

УДК 373.167.1:53
ББК 22.3я72
КТК 444
К38

Касаткина И.Л.

К38 Физика для старшеклассников и абитуриентов: интенсивный курс подготовки к ЕГЭ / И.Л. Касаткина. — Москва : Омега-Л, 2012. — 735,[1] с.

ISBN 978-5-222-xxxxx-x

В новом учебном пособии известного российского педагога И.Л. Касаткиной представлены задания по следующим разделам курса физики средней школы: Механика; Молекулярная физика и термодинамика; Электромагнетизм; Колебания и волны. Оптика. Теория относительности. Физика атома и атомного ядра.

В начале каждой темы изложена краткая теория, приведены все нужные законы и формулы. В конце раздела — ПРОБНЫЙ ЭКЗАМЕН на основе заданий ЕГЭ последних лет.

Проработав все задания пособиявы сможете на реальном экзамене ответить на любой вопрос, решить любую задачу и получить высокий балл. Гарантия вашего результата — успехи сотен учеников и десятков тысяч читателей И.Л. Касаткиной.

ISBN 978-5-222-xxxxx-x

УДК 373.167.1:53
ББК 22.3я72

© Касаткина И.Л., 2012
© ООО «Издательство «Книжкин Дом», макет, 2012

ВСТУПЛЕНИЕ

Дорогие старшеклассники и абитуриенты! Для поступления в вуз вы выбрали ЕГЭ по физике — важнейшему предмету, без знания которого невозможен прогресс в науке и промышленности. Законы физики лежат в основе всех специальных предметов, изучаемых в физико-математических и инженерных вузах, — без их понимания и умения применять на практике не может состояться толковый специалист. Набрав высокие баллы на ЕГЭ по физике, вы сможете — по вашему выбору — поступить в лучшие вузы страны соответствующего профиля, и, что важно, на бюджетные отделения.

Но, к сожалению, результаты ЕГЭ последних лет показывают, что физику выпускники усваивают едва ли не хуже всех остальных предметов школьного курса. Данное пособие призвано оказать вам помощь при подготовке к этому непростому, но и не чрезмерно сложному экзамену — для тех, кто хорошо к нему подготовился.

Следует знать, что экзаменационная работа по физике, которая вам будет предложена на ЕГЭ, включает в себя три части:

- часть 1, состоящую, как правило, из 25–30 заданий с выбором правильного ответа;
- часть 2, содержащую обычно 4–6 заданий, представляющих собой чаще всего задачи средней трудности;
- часть 3, состоящую обычно из 6 задач повышенной сложности, где требуется привести развернутое решение с подробным объяснением.

Самое главное: содержание заданий из вашей экзаменационной работы охватывает весь курс физики средней школы.

Примерно четверть вопросов части 1 являются качественными, проверяющими знание теории, а остальные задания этой части — относительно простые задачи, для решения которых достаточно знать основные законы и формулы физики и находить из этих формул или из соответствующих графиков нужные величины. В части 2 предлагаются задачи средней трудности — типа тех, что имеются в вашем школьном задачнике Рымкевича и учебниках для средней школы. А вот часть

3 содержит действительно трудные задачи, для решения которых недостаточно знать основные законы и формулы — надо еще уметь нестандартно мыслить. Но чтобы научиться этому, необходимо прежде всего:

1) знать законы физики — не вызубрить! — а помнить, понимать и уметь применять на практике, при ответах на теоретические вопросы и решении задач;
2) выучить назубок все основные формулы;
3) научиться решать задачи средней трудности;
4) перейти к задачам повышенной трудности.

Без выполнения этих условий вам вряд ли удастся справиться с задачами из части С и набрать высокий балл. Правда, если вы даже не доведете до конца их решение, но сумеете записать основные законы и формулы и приступить к решению, вам уже добавят баллы.

Наше пособие включает задания по следующим разделам курса физики средней школы:

I. Механика

II. Молекулярная физика и термодинамика

III. Электромагнетизм

IV. Колебания и волны. Оптика. Теория относительности. Физика атома и атомного ядра

Каждый раздел содержит несколько тем. В начале каждой темы излагается краткая теория и приводятся все нужные законы и формулы. В конце раздела предложен ПРОБНЫЙ ЭКЗАМЕН, состоящий, как и на настоящем ЕГЭ, из трех частей. В части 1 содержится много качественных вопросов и несложных задач, подобных тем, которые встречались или могут встретиться на ЕГЭ в этой части. В части 2 предложено решить типовые задачи средней трудности уровня школьного задачника, а в части 3 — более серьезные задачи. После этого подробно разъясняются правильные ответы на задания части 1 и показано решение задач из частей 2 и 3.

Не факт, что именно эти задания встретятся вам на экзамене. Но уже то, что вы будете готовы к встрече с подобными вопросами и задачами, существенно повысит ваши возможности. И если, поработав с этим пособием, вы сумеете потом решить любую из его задач и ответить на любой вопрос, никуда не подглядывая, вы сделаете гигантский шаг по пути к высоким баллам на ЕГЭ.

И все у вас получится. Зато потом, когда вы станете студентами лучших вузов страны, — какое это будет счастье! Ради него стоит потрудиться.

Кстати, как у вас с математикой? Ведь математика — язык физики, без нее физика превращается в естествознание из младших классов. Поэтому математике тоже следует уделить внимание, выучив назубок ее теоремы и формулы. В помощь вам Приложение в конце нашего пособия содержит все важнейшие теоремы и формулы математики, необходимые для решения задач физики.

Чтобы вы знали, какие именно разделы и темы вам надо повторить при подготовке к ЕГЭ, мы поместили в самом начале пособия ПРОГРАММУ КУРСА ФИЗИКИ СРЕДНЕЙ ШКОЛЫ.

ЖЕЛАЕМ ВАМ ВЫСОКИХ БАЛЛОВ НА ЕГЭ !

ПРОГРАММА ПО ФИЗИКЕ ДЛЯ ПОДГОТОВКИ К ЕГЭ

МЕХАНИКА

Кинематика

Механическое движение и его виды. Относительность механического движения. Скорость. Ускорение. Уравнения прямолинейного равномерного и равноускоренного движений. Свободное падение. Движение по окружности с постоянной по модулю скоростью. Центростремительное ускорение.

Динамика

Масса. Плотность. Сила. Принцип суперпозиции сил. Силы в механике: сила тяжести, сила упругости, сила трения. Закон Гука. Законы динамики: первый закон Ньютона, второй закон Ньютона, третий закон Ньютона. Принцип относительности Галилея. Закон всемирного тяготения. Вес и невесомость.

Статика. Гидростатика

Момент силы. Условия равновесия твердого тела. Давление. Давление столба жидкости. Давление атмосферы. Закон Паскаля. Гидравлический пресс. Закон Архимеда. Условия плавания тел.

Законы сохранения в механике

Импульс тела и импульс силы. Закон сохранения импульса. Работа силы. Мощность. Простые механизмы. КПД механизмов. Кинетическая энергия. Потенциальная энергия. Закон сохранения механической энергии.

МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА И ТЕРМОДИНАМИКА

Молекулярная физика

Основные положения молекулярно-кинетической теории строения вещества. Молекулы и атомы. Броуновское движение. Диффузия. Взаимодействие молекул. Модели строения газов, жидкостей и твердых тел. Идеальный газ. Средняя квадратичная скорость молекул. Основное уравнение кинетической теории идеального газа. Связь между давлением и средней кинетической энергией теплового движения молекул идеального газа. Абсолютная температура. Абсолютный нуль. Шкалы Кельвина и Цельсия. Абсолютная температура как мера средней кинетической энергии теплового движения молекул. Уравнение состояния идеального газа; уравнение Менделеева — Клапейрона. Объединенный газовый закон. Изопроцессы: изотермический, изобарный, изохорный. Графики этих процессов. Изменение агрегатных состояний вещества. Парообразование: испарение и конденсация. Ненасыщенные и насыщенные пары. Кипение жидкости. Влажность воздуха. Гигрометры. Психрометр Августа. Кристаллические и аморфные тела. Плавление и кристаллизация.

Термодинамика

Внутренняя энергия. Тепловое равновесие. Виды теплопередачи: теплоперенос, конвекция, излучение. Количество теплоты. Удельная теплоемкость вещества. Удельная теплота плавления, удельная теплота парообразования и удельная теплота сгорания. Работа при изобарном процессе в газе. Внутренняя энергия идеального газа. Адиабатный процесс. Первый закон термодинамики и его применение к изопроцессам в идеальном газе. Второй закон термодинамики. Тепловые двигатели. КПД реального и идеального тепловых двигателей. Охрана окружающей среды.

ЭЛЕКТРОДИНАМИКА

Электростатика

Электризация тел. Электрические заряды. Два вида зарядов. Взаимодействие зарядов. Закон сохранения электрического заряда. Закон Кулона. Электрическое поле и его свойства. Действие электрического поля на электрические заряды. Напряженность электрического поля. Напряженность поля точечного заряда. Принцип суперпозиции полей. Графическое изображение электрического поля. Однородное и неоднородное электрические поля. Потенциальность электростатического поля. Потенциал электрического поля. Разность потенциалов. Эквипотенциальная поверхность. Проводники в электрическом поле. Диэлектрики в электрическом поле. Поляризация диэлектриков. Электрическая емкость. Емкость проводника. Конденсатор. Емкость конденсатора. Соединение конденсаторов. Энергия электрического поля конденсатора.

Законы постоянного тока

Электрический ток. Сила тока. Плотность тока. Условие существования электрического тока. Напряжение. Сопротивление. Удельное сопротивление. Резистор. Зависимость сопротивления резистора от температуры. Закон Ома для участка цепи. Последовательное и параллельное соединение проводников. ЭДС источника тока. Работа и мощность электрического тока. Закон Джоуля — Ленца. Носители электрического заряда в металлах, электролитах и газах. Электролиз. Закон Фарадея для электролиза. Газовые разряды. Полупроводники. Собственная и примесная проводимость полупроводников. Полупроводниковый диод.

Магнитное поле

Взаимодействие магнитов. Магнитное поле и его свойства. Индукция магнитного поля. Магнитное поле проводников с током. Магнитные линии. Однородное магнитное поле. Действие магнитного поля на проводник с током. Сила Ампера. Действие магнитного поля на движущийся заряд. Сила Лоренца.

Электромагнитная индукция

Магнитный поток. Явление электромагнитной индукции. Закон Фарадея для электромагнитной индукции. Правило Ленца. ЭДС электромагнитной индукции в движущемся проводнике. Явление самоиндукции. Индуктивность. Энергия магнитного поля.

КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ

Механические колебания и волны

Механические колебания. Параметры колебаний: смещение, амплитуда, период, частота, циклическая частота, фаза. Гармонические колебания пружинного и математического маятников. Превращение энергии при колебательных процессах. Свободные и вынужденные колебания. Резонанс. Механические волны. Поперечные и продольные волны. Длина волны. Звуковые волны.

Электромагнитные колебания и волны

Свободные электромагнитные колебания. Колебательный контур. Период, частота и циклическая частота электромагнитных колебаний в идеальном колебательном контуре. Формула Томсона. Превращения энергии в колебательном контуре. Вынужденные электромагнитные колебания. Электрический резонанс. Генератор незатухающих электромагнитных колебаний. Переменный ток. Действующее значение переменного тока. Индуктивное и емкостное сопротивления. Закон Ома для полной цепи. Трансформатор. Производство, передача и потребление электрической энергии. Электромагнитное поле. Гипотеза Максвелла. Открытый колебательный контур. Свойства электромагнитных волн. Различные виды электромагнитных излучений и их применение. Шкала электромагнитных волн. Принципы радиосвязи и телевидения.

ОПТИКА

Геометрическая оптика

Световой луч. Отражение света. Законы отражения. Плоское зеркало. Преломление света. Законы преломления. Полное внутреннее отражение. Ход лучей в плоскопараллельной пластинке и призме. Линзы. Собирающие и рассеивающие линзы. Формула линзы. Увеличение линзы. Оптическая сила линзы. Построение изображений в линзах. Оптические приборы. Глаз как оптическая система.

Волновая оптика

Волновые свойства света. Когерентные волны. Интерференция света. Условия максимума и минимума при интерференции. Дифракция света. Принцип Гюйгенса — Френеля. Дифракционная решетка. Дисперсия света. Спектр. Инфракрасная и ультрафиолетовая части спектра. Виды спектров: сплошной, полосатый, линейчатый. Спектральный анализ. Рентгеновские лучи.

Квантовая оптика

Гипотеза Планка о квантах. Фотон. Формула Планка. Фотоэффект. Опыты Столетова и его законы фотоэффекта. Уравнение Эйнштейна для фотоэффекта. Корпускулярно-волновой дуализм. Гипотеза де Бройля о волновых свойствах частиц. Соотношение неопределенностей. Дифракция электронов.

ОСНОВЫ СПЕЦИАЛЬНОЙ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

Постулаты теории относительности Эйнштейна. Относительность одновременности. Замедление времени. Сокращение длины. Зависимость массы от скорости. Энергия покоя. Полная энергия. Взаимосвязь массы и энергии.

ФИЗИКА АТОМА И АТОМНОГО ЯДРА

Физика атома

Опыты Резерфорда по рассеиванию альфа-частиц. Планетарная модель атома. Квантовые постулаты Бора. Излучение и поглощение энергии атомом. Энергетические уровни. Лазер.

Физика атомного ядра

Нуклонная модель ядра. Протоны и нейтроны. Массовое число. Радиоактивность. Альфа-, бета- и гамма-излучение. Правило смещения при ядерном распаде. Активность. Период полураспада. Закон радиоактивного распада. Ядерные силы. Дефект массы и энергия связи атомных ядер. Удельная энергия связи. Ядерные реакции. Экзотермические и эндотермические ядерные реакции. Цепные ядерные реакции деления. Критическая масса. Термоядерные реакции.

Элементарные частицы

Элементарные частицы и их свойства. Частицы и античастицы. Аннигиляция. Вещество и антивещество.

Раздел 1
МЕХАНИКА

Механика изучает механическое движение тел. Механическим движением называют изменение положения тел относительно друг друга с течением времени.

Механику разделяют на кинематику, динамику и статику.

Кинематика — раздел механики, где изучают движение тел, не рассматривая причины, влияющие на их движение.

Динамика — раздел механики, где изучают движение тел с учетом причин, влияющих на их движение.

Статика — раздел механики, где изучают условия равновесия тел.

Тема 1. КИНЕМАТИКА

Параметрами кинематики, т.е. величинами, описывающими движение тел, являются: путь S, перемещение $\vec{S}$, время t, скорость v, ускорение a.

Путь S — это длина траектории тела. Путь — скалярная величина.

Перемещение $\vec{S}$ — это вектор, соединяющий начальное и конечное положения тела, и направленный к конечному положению.

Единица пути и модуля перемещения в Системе Интернациональной (СИ) — метр (м). Метр — основная единица СИ.

В процессе движения путь может только увеличиваться, а перемещение — и увеличиваться, и уменьшаться, например, когда вы поворачиваете обратно. При прямолинейном движении в одном направлении путь равен модулю перемещения, а при криволинейном — путь больше модуля перемещения. Когда вы едете на такси, то платите за путь, а когда на поезде, то за перемещение. Если, выйдя из дому, вы через некоторое время вернулись обратно, то ваше перемещение равно нулю, а путь равен длине траектории вашего движения. Существует тело, относительно которого ваше перемещение всегда равно нулю, — это ваше собственное тело.

Время t — это количественная мера протяженности процесса. Время — скалярная и всегда положительная величина. Единица времени в СИ — секунда (с). Секунда — основная единица СИ.

Скорость v — это количественная характеристика быстроты перемещения. Скорость (по модулю) при равномерном движении — это отношение пути ко времени, за которое этот путь пройден. Скорость — векторная величина. Направление вектора скорости $\vec{v}$ совпадает с направлением вектора перемещения $\vec{S}$. Единица скорости в СИ — метр в секунду (м/с или м · с$^{-1}$).

Путь при равномерном движении определяется формулой

$$S = vt.$$

При движении с переменной скоростью различают среднюю и мгновенную скорости.

Средняя путевая скорость — это отношение пути ко времени, за которое этот путь пройден.

Мгновенная скорость — это скорость в данный момент времени или в данной точке траектории.

Мгновенная скорость равна первой производной координаты тела по времени.

Спидометр автомобиля показывает мгновенную скорость, а когда говорят, что скорость самолета 400 м/с, имеют в виду его среднюю скорость.

Быстроту изменения скорости характеризует ускорение a.

Ускорение a (по модулю) при равноускоренном движении — это отношение изменения скорости ко времени, за которое это изменение произошло.

$$a = \frac{\Delta v}{t}, \qquad a = \frac{v - v_0}{t}.$$

Ускорение — векторная величина. Вектор ускорения $\vec{a}$ совпадает по направлению с вектором изменения скорости $\Delta\vec{v}$. Единица ускорения в СИ — метр на секунду за секунду (м/с^2 или м · с$^{-2}$).

При любом переменном движении среднее ускорение есть отношение изменения скорости ко времени, за которое это изменение произошло.

Мгновенное ускорение есть первая производная скорости по времени или вторая производная координаты по времени.

Чтобы описать движение тела, нужно выбрать систему отсчета.

Система отсчета — это система координат в сочетании с телом отсчета и прибором для измерения времени (часами).

А. Виды прямолинейного движения

Равномерное прямолинейное движение — это движение с постоянной скоростью.

На рис.1 представлен график координаты, на рис. 2 — пути и на рис. 3 — скорости равномерного движения.

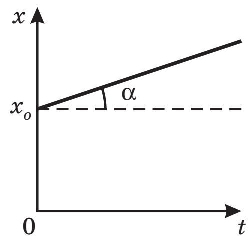


Рис. 1

На графиках координаты и пути равномерного движения скорость численно равна тангенсу угла наклона графика к оси времени. На графике скорости равномерного движения путь численно равен площади прямоугольника, ограниченного самим графиком, осью времени и перпендикулярами, восстановленными из точек, соответствующих начальному и конечному моментам времени движения.

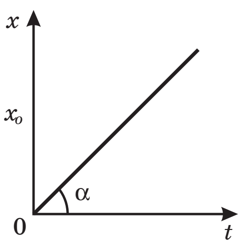


Рис. 2

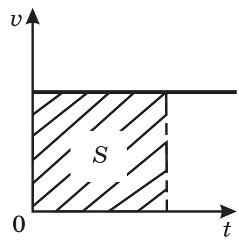


Рис. 3

Равноускоренным движением называют движение с постоянным ускорением.

На рис. 4 представлен график координаты, на рис. 5 — пути и на рис. 6 — скорости равноускоренного движения.

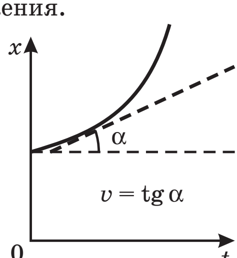


Рис. 4

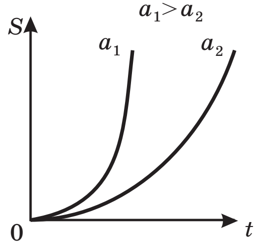


Рис. 5

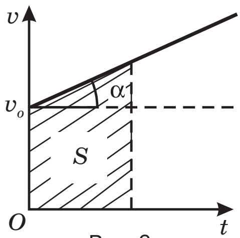


Рис. 6

Графики координаты и пути равноускоренного движения представляют собой ветви параболы. Та парабола, которая ближе к оси координат или к оси путей, соответствует большему ускорению. На графиках координаты и пути скорость численно равна тангенсу угла наклона к оси времени прямой линии, проведенной касательно к параболе. Если такая касательная линия параллельна оси времени, значит, в этот момент скорость стала равна нулю.

На графике скорости равноускоренного движения ускорение численно равно тангенсу угла наклона графика к оси времени. Путь на графике скорости равноускоренного движения численно равен площади прямоугольной трапеции, ограниченной графиком, осью времени и перпендикулярами, восстановленными к оси времени из точек, соответствующих моменту времени, когда скорость была начальной, и моменту времени, когда она стала конечной (рис. 6).

Ниже приведены формулы равномерного, равноускоренного движений и движения с переменным ускорением — с названием всех величин, входящих в формулы. В скобках приведены размерности величин в СИ.

Если движение замедленное, то его ускорение отрицательно, и во всех формулах с ускорением перед буквой «a» следует ставить минус.

Равномерное движение

$$x = x_о + v_x t \qquad S = vt$$

Здесь x — конечная координата (м), $x_о$ — начальная координата (м), v_x — проекция скорости на ось координат (м/с), t — время (с), S — путь (м), v — модуль скорости (м/с).

Равноускоренное движение

$$x = x_о + v_{оx} t + \frac{a_x t^2}{2} \qquad S = v_о t + \frac{at^2}{2}$$

$$v = v_о + at \qquad a = \frac{\Delta v}{t} = \frac{v - v_о}{t}$$

$$S = v_{ср} t \qquad v_{ср} = \frac{v_о + v}{2}$$

$$v^2 - v_0^2 = 2aS \qquad S_n = \frac{a}{2}(2n - 1)$$

Здесь x — конечная координата (м), x_0 — начальная координата (м), a — ускорение (м/с^2), Δv — изменение скорости (м/с), v — модуль конечной скорости (м/с), v_0 — модуль начальной скорости (м/с), v_{0x} — проекция начальной скорости на ось координат (м/с), a_x — проекция ускорения на ось координат (м/с^2), $v_{ср}$ — средняя скорость (м/с), t — время движения (с), S_n — путь, пройденный за n-ю секунду равноускоренного движения без начальной скорости, n — порядковый номер этой секунды, считая от начала движения.

Движение с переменным ускорением

$$v = x' \quad \text{или} \quad v = x''$$

$$a = v' \quad a = x'' \quad \text{или} \quad a = S''$$

Здесь x' — первая производная координаты по времени (м/с), S'— первая производная пути по времени (м/с), $a_{ср}$ — среднее ускорение (м/с^2), v' — первая производная скорости по времени (м/с^2), x'' — вторая производная координаты по времени (м/с^2), S'' — вторая производная пути по времени (м/с^2). Остальные величины названы в пункте Равноускоренное движение.

Правило сложения классических скоростей

$$\vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_0 .$$

Здесь $\vec{v}$ — скорость тела относительно неподвижной системы отсчета (абсолютная скорость), $\vec{v}_1$ — скорость тела относительно подвижной системы отсчета (относительная скорость), $\vec{v}_0$ — скорость подвижной системы отсчета относительно неподвижной (переносная скорость).

Если из условия задачи следует, что тело начало движение из состояния покоя, например, поезд отошел от станции или автомобиль выехал из пункта А и т. п., то в «Дано:» следует записать, что его начальная скорость $v_0 = 0$. Если же из условия задачи следует, что тело в конце торможения остановилось, то следует записать, что его конечная скорость $v = 0$.

Из сравнения уравнений

$$x = x_о + v_х t \qquad \text{и} \qquad x = x_о + v_{ох} t + \frac{a_x t^2}{2}$$

следует, что если координата тела x зависит от времени движения t в первой степени, то это равномерное движение, а если координата x зависит от времени t^2, то это движение равноускоренное. Если же координата тела зависит от времени с иным показателем степени, то такое движение происходит с переменным ускорением и к нему формулы равноускоренного движения неприменимы (кроме формулы $S = v_{\text{ср}}t$, которую можно использовать при любом движении). Аналогично, если скорость тела зависит от времени движения в первой степени, как в формуле $v = v_{\text{о}} + at$, то движение равноускоренное, а если показатель степени у времени t нулевой, то $t^0 = 1$, и это значит, что скорость не зависит от времени, т.е. постоянна, поэтому движение является равномерным. Если же показатель степени у скорости иной, то движение происходит с переменным ускорением.

Если вам дано уравнение типа $x = 6 + 4t$ (см), то из сравнения его с уравнением $x = x_{\text{о}} + v_{\text{x}}t$ следует, что начальная координата $x_0 = 6$ см, а скорость тела $v = 4$ см/с.

Если вам дано уравнение типа $x = 2 + 3t + 4t^2$ (м), то из сравнения его с уравнением $x = x_o + v_{\text{ох}}t + \dfrac{a_x t^2}{2}$ следует, что начальная координата $x_0 = 2$ м, проекция начальной скорости $v_0 = 3$ м/с и, так как $\dfrac{a_x}{2} = 4$ м/с^2, проекция ускорения тела $a_x = 8$ м/с^2.

Формулу средней скорости $v_{\text{ср}} = \dfrac{v_{\text{о}} + v}{2}$ можно применять только при равноускоренном движении, т.е. когда ускорение тела не меняется в течение всего времени движения. Если же на некотором пути тело двигалось сначала с одним ускорением, потом с другим или вообще равномерно, то определять среднюю скорость на всем пути или за все время движения можно только из формулы

$$S = v_{\text{ср}}t.$$

Пути, проходимые телом при равноускоренном движении без начальной скорости, относятся как ряд последовательных нечетных чисел:

$$S_1 : S_2 : S_3 : S_4... = 1 : 3 : 5 : 7... .$$

Если в условии задачи идет речь о скорости в средней точке пути, то учтите, что это не средняя скорость на всем пути, а мгновенная скорость на середине пути, — она является конечной скоростью для первой половины пути и начальной скоростью для второй половины.

Б. Свободное падение

Частным случаем движения с постоянным ускорением является свободное падение.

Свободное падение — это падение тел в вакууме под действием притяжения планеты. При свободном падении все тела движутся с одинаковым ускорением. В средних широтах Земли ускорение свободного падения $g = 9{,}8$ м/с^2.

К свободному падению применимы все формулы пункта Равноускоренное движение, только вместо ускорения a в формулах свободного падения пишут ускорение свободного падения g, вместо координаты x пишут координату y и вместо пути S — высоту h или H. Если тело брошено вверх и нет сопротивления среды, то оно движется равнозамедленно с отрицательным ускорением свободного падения. В этом случае во всех формулах перед буквой g надо ставить минус.

Если из условия задачи следует, что тело падало без начальной скорости, в условии задачи следует записать, что его начальная скорость $v_0 = 0$.

Если из условия задачи следует, что брошенное вверх тело достигло высшей точки, то в условии задачи следует записать, что его конечная скорость $v = 0$.

Ниже приведены формулы, применимые к разным случаям свободного падения.

Тело падает вниз с начальной скоростью $v_0 \neq 0$	**Тело падает вниз без начальной скорости** $v_0 = 0$
$h = v_{\text{ср}}t$	$h = v_{\text{ср}}t$
$v_{\text{ср}} = \dfrac{v_0 + v}{2}$	$v_{\text{ср}} = \dfrac{v}{2}$
$h = v_0 t + \dfrac{gt^2}{2}$	$h = \dfrac{gt^2}{2}$
$v = v_0 + gt$	$v = gt$
$v^2 - v_0^2 = 2gh$	$v^2 = 2gh$

Тело, брошенное вверх, не достигло высшей точки $v \neq 0$	Тело, брошенное вверх, достигло высшей точки $v = 0$
$h = v_{ср}t$	$h = v_{ср}t$
$v_{ср} = \dfrac{v_0 + v}{2}$	$v_{ср} = \dfrac{v_0}{2}$
$h = v_0 t - \dfrac{gt^2}{2}$	$h = \dfrac{gt^2}{2}$
$v = v_0 - gt$	$v_0 = gt$
$v^2 - v_0^2 = -2gh$	$v_0^2 = 2gh$

Формулу координаты $y = y_0 + v_0 t - \dfrac{gt^2}{2}$ можно применять для нахождения конечной координаты тела y не только к равнозамедленному движению тела, брошенного вверх, но и к его последующему движению вниз, после того, как оно побывало в высшей точке.

Если тело, расположенное на высоте h над землей, брошено горизонтально со скоростью $v_х$ и сопротивлением движению можно пренебречь, то оно, продолжая двигаться по горизонтали, станет одновременно свободно падать без начальной скорости и с ускорением свободного падения. При этом его траектория будет представлять собой параболу. На рис. 7 показана такая парабола и приведены некоторые формулы, используемые при решении подобных задач.

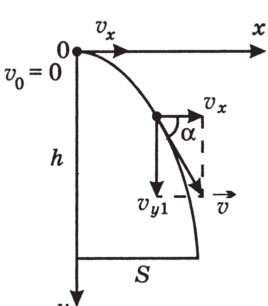


Рис. 7

$$S = v_x t$$
$$h = \frac{gt^2}{2}$$
$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$
$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{v_y}{v_x}$$
$$v_y = gt$$

Если тело, расположенное на высоте h, брошено под углом α к горизонту со скоростью v_0, то в отсутствие сопротивления среды оно тоже будет двигаться по параболе, перемещаясь в горизонтальном направлении со скоростью $v_х = v \cos\alpha$ и одновременно свободно падая с на-

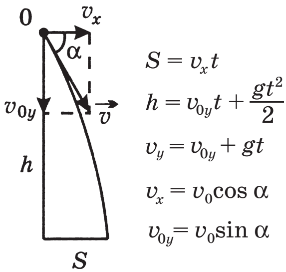
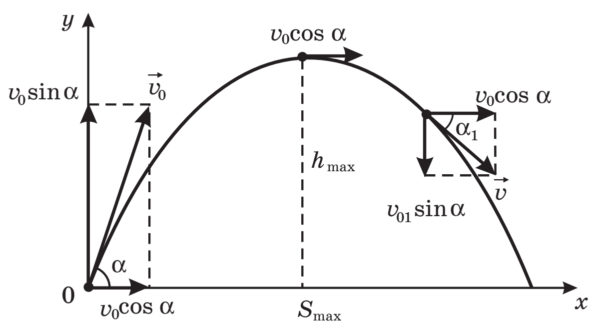


Рис. 8

чальной вертикальной скоростью $v_{0y} = v \sin\alpha$ и ускорением свободного падения g. На рис. 8 показана такая парабола и приведены некоторые формулы, используемые при решении таких задач.

Если тело брошено с земли со скоростью v_0 под углом α к горизонту, то в отсутствие сопротивления оно тоже станет двигаться по параболе, перемещаясь горизонтально со скоростью $v_x = v_0 \cos\alpha$ и одновременно двигаясь равнозамедленно вверх с начальной скоростью $v_{0y} = v_0 \sin\alpha$ и с отрицательным ускорением свободного падения $-g$. Так оно будет двигаться, пока не достигнет высшей точки, где вертикальная составляющая его скорости v_y станет равна нулю, но горизонтальная составляющая $v_0 \cos\alpha$ останется прежней. Затем, продолжая движение по горизонтали с прежней скоростью, тело станет свободно падать без начальной вертикальной скорости. Скорость v_0, с которой тело было брошено с земли, будет равна скорости, с которой оно упадет на землю, — и угол α, под которым оно было брошено, тоже будет равен углу, под которым упадет. В каждой точке траектории ускорение тела направлено вниз и равно ускорению свободного падения. Траектория такого движения изображена на рис. 9 и там же приведены неко-



$$s_{max} = v_0 t_{общ} \cos\alpha \qquad h_{max} = \frac{v_0 \sin \dot{\alpha}}{2g} \qquad t_{общ} = 2t \qquad t_{общ} = \frac{v_0 \sin \alpha}{g}$$

Рис. 9

торые формулы, наиболее часто используемые при решении соответствующих задач.

Если из условия задачи следует, что два тела столкнулись на одной высоте, это значит, что их координата y стала одинакова.

В. Относительность движения

Всякое движение относительно. Это означает, что одно и то же тело одновременно и движется, и покоится. Движется относительно одних тел и одновременно покоится относительно других. Мы все, земляне, можем покоиться относительно своего письменного стола и одновременно всегда движемся относительно Солнца. Любой из вас может привести много примеров относительности движения.

В задачах на относительность движения часто приходится пользоваться правилом сложения скоростей.

Правило сложения скоростей: скорость тела относительно неподвижной системы отсчета $\vec{v}$ равна сумме скорости тела относительно подвижной системы отсчета $\vec{v}_1$ и скорости самой подвижной системы $\vec{v}_0$ относительно неподвижной.

Это правило применимо только к классическим скоростям, т.е. скоростям, значительно меньшим скорости света в вакууме (т.е. к скоростям порядка 10^6 м/с и меньше).

Если система отсчета и тело в ней движутся в одном направлении, то

$$v = v_1 + v_0.$$

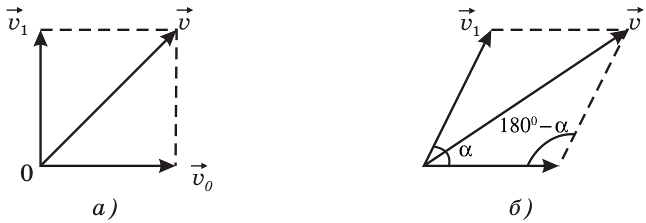
Например, если поезд движется со скоростью 16 м/с относительно вокзала, а пассажир по ходу поезда бежит со скоростью 2 м/с относительно полок вагона, то скорость пассажира относительно вокзала равна 18 м/с.

Если система отсчета и тело в ней движутся в противоположных направлениях, то

$$v = v_1 - v_0.$$

Например, если в предыдущем примере пассажир будет бежать навстречу ходу поезда, то скорость, с которой он будет удаляться от вокзала, будет равна 14 м/с.

Если в подвижной системе отсчета, движущейся со скоростью $\vec{v}_0$ относительно неподвижной системы, тело станет двигаться со скоростью $\vec{v}_1$ относительно подвижной системы под углом α к направлению ее движения, то для определения модуля скорости тела относительно неподвижной системы придется применить теорему Пифагора или теорему косинусов — в зависимости от величины угла α (рис. 10 *а* и *б*).



$$v = \sqrt{v_1^2 + v_0^2}$$

$$v = \sqrt{v_1^2 + v_0^2 - 2v_1v_0 \cos\alpha(180^0 - \alpha)} =$$
$$= \sqrt{v_1^2 + v_0^2 + 2v_1v_0 \cos\alpha}$$

Рис.10

Например, если скорость течения $v_0 = 1$ м/с, а лодка переплывает реку со скоростью $v_1 = 2$ м/с относительно воды перпендикулярно берегу (рис. 10), то скорость лодки относительно берега будет, согласно теореме Пифагора, равна

$$v = \sqrt{1^2 + 2^2} \text{ м/с} = 2{,}2 \text{ м/с}.$$

Если в условии сказано, что лодка переплывает реку по кратчайшему пути, значит, ее скорость относительно берега $\vec{v}$ направлена перпендикулярно берегу, а скорость лодки относительно воды $\vec{v}_1$ направлена под тупым углом к вектору скорости течения $\vec{v}_0$ (рис. 11). В таком случае скорость лодки относительно берега можно определить по теореме Пифагора:

$$v = \sqrt{v_1^2 - v_0^2},$$

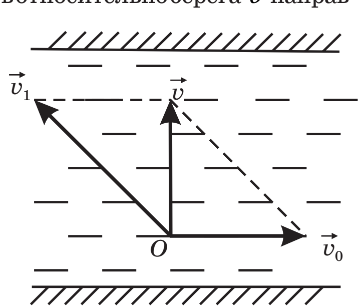


Рис.11

а время t, за которое лодка переплывет реку шириной H, двигаясь с этой скоростью, можно найти как отношение этой ширины к скорости лодки относительно берега:

$$v = \frac{H}{t}.$$

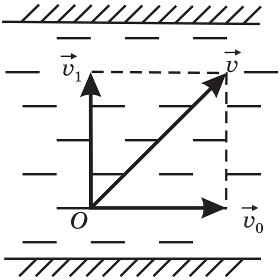


Рис.12

Если говорится о минимальном времени, за которое лодка переплывет реку, то теперь перпендикулярно берегу надо направить вектор скорости лодки относительно воды $\vec{v}_1$ под прямым углом к течению, как на рис. 12. В этом случае минимальное время t будет равно отношению ширины реки к скорости лодки относительно течения:

$$t = \frac{H}{v_1}.$$

Таким образом, если вам нужно переплыть реку как можно быстрее, значит, надо грести перпендикулярно течению. Вас, правда, снесет вниз по течению, но зато вы быстрее всего окажетесь на противоположном берегу.

Если два тела сближаются или удаляются друг от друга, т.е. движутся в противоположных направлениях со скоростями v_1 и v_2 относительно неподвижных объектов, то их скорость v относительно друг друга будет по модулю равна сумме их скоростей относительно неподвижных объектов:

$$v = v_1 + v_2 .$$

Если два тела обгоняют друг друга, т.е. движутся в одном направлении со скоростями v_1 и v_2 относительно неподвижных объектов, то их скорость v относительно друг друга по модулю будет равна разности их скоростей относительно неподвижных объектов:

$$v = v_2 - v_1.$$

Например, если два поезда едут по параллельным рельсам навстречу друг другу со скоростями 36 км/ч и 74 км/ч относительно вокзала, то скорость их взаимного сближения, т.е. скорость первого поезда относительно второго по модулю равна скорости второго относительно первого и равна:

$$36\ \text{км/ч} + 74\ \text{км/ч} = 110\ \text{км/ч}.$$

А если они движутся по параллельным рельсам в одном направлении, т.е., например, если второй поезд, скорость которого равна 72 км/ч, обгоняет первый, скорость которого 36 км/ч, то скорость первого поезда относительно второго равна скорости второго минус скорость первого:

$$72\ \text{км/ч} - 36\ \text{км/ч} = 36\ \text{км/ч},$$

а скорость второго поезда относительно первого равна скорости первого поезда минус скорость второго:

$$36\ \text{км/ч} - 72\ \text{км/ч} = -36\ \text{км/ч}.$$

Если два тела движутся со скоростями v_1 и v_2 относительно неподвижных объектов и векторы этих скоростей направлены под углом α друг к другу, то, чтобы найти скорость второго тела относительно первого, надо найти векторную разность $\vec{v}_2 - \vec{v}_1$ (рис. 13, а), а чтобы найти скорость первого тела относительно второго, надо найти векторную разность $\vec{v}_1 - \vec{v}_2$ (рис. 13, б).

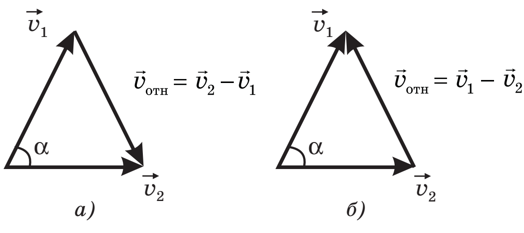


Рис. 13

Для нахождения модуля относительной скорости можно применить теорему косинусов:

$$v_{21} = v_{12} = \sqrt{v_1^2 + v_2^2 - 2v_1v_2\cos\alpha}\,.$$

Если $\alpha = 90^0$, то удобно применить теорему Пифагора:

$$v_{21} = v_{12} = \sqrt{v_1^2 + v_2^2}\,.$$

Если сказано, что два поезда длиной L_1 и L_2 каждый движутся навстречу друг другу со скоростями v_1 и v_2 относительно неподвижных объектов (деревьев, домов), то время t, в течение которого они будут проезжать мимо друг друга, можно найти, разделив сумму их длин на их скорость относительно друг друга, которая при встречном движении поездов равна сумме их скоростей:

$$t = \frac{L_1 + L_2}{v_1 + v_2}.$$

А если эти поезда обгоняют друг друга, двигаясь в одном направлении, то время обгона равно:

$$t = \frac{L_1 + L_2}{v_2 - v_1}.$$

Г. Движение по окружности с постоянной по модулю скоростью

Тело движется по окружности с постоянной по модулю скоростью, когда на него действует тоже постоянная по модулю сила, направленная в каждой точке его траектории по радиусу к центру окружности. Такое движение характеризуется следующими параметрами: линейной скоростью v, угловой скоростью ω, периодом T, частотой вращения ν и центростремительным ускорением $a_ц$.

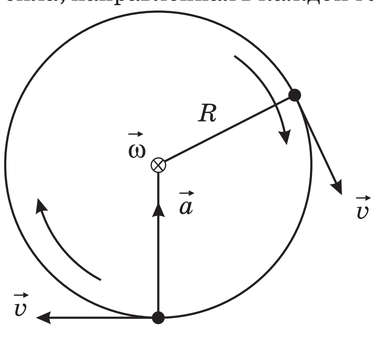


Рис. 14

Линейная скорость v — это скорость, с которой тело движется по окружности. Линейная скорость — векторная величина. Вектор линейной скорости $\vec{v}$, оставаясь по модулю постоянным, в каждой точке траектории направлен по касательной окружности (рис. 14).

Угловая скорость ω — это отношение угла поворота радиуса R, соединяющего тело с центром окружности, ко времени поворота t. Угловая скорость — векторная величина, ее направление можно определить с помощью правого винта (буравчика). Если вращать головку правого винта по направлению движения тела по окружности, то в ее центре поступательное движение винта совпадет с направлением вектора угловой скорости. На рис. 14 тело движется по окружности по часовой стрелке. Вращая головку правого винта по часовой стрелке, убедимся,

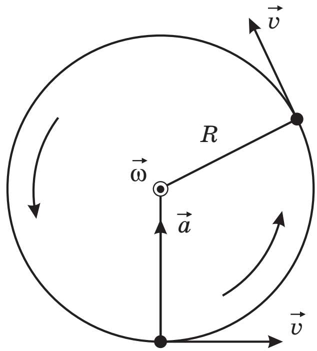


Рис. 15

что вектор угловой скорости направлен от нас за чертеж. В этом случае его изображают в центре окружности кружочком с крестиком (мы видим оперение стрелы, улетающей от нас). А если тело движется против часовой стрелки, то вектор угловой скорости направлен к нам от чертежа, и при этом его изображают кружочком с точкой внутри (мы видим острие стрелы, летящей на нас) (рис. 15).

Равномерное движение по окружности является периодическим движением, — при таком движении координата тела повторяется через равные промежутки времени.

Период T — это время одного оборота. Следует знать, что период секундной стрелки $T = 1$ мин, период минутной стрелки $T = 1$ ч и период часовой стрелки $T = 12$ ч.

Частота вращения ν — это число оборотов за единицу времени. Период и частота — обратные величины.

Центростремительное (его еще называют нормальное ускорение) ускорение $a_ц$ — это ускорение, характеризующее быстроту изменения направления вектора линейной скорости. Центростремительное ускорение в любой точке траектории направлено по радиусу к центру окружности.

Формулы, которые можно применять при решении задач на равномерное движение тела по окружности:

$$v = \frac{S}{t} \qquad \omega = \frac{\varphi}{t}$$

$$v = 2\pi R\nu \qquad v = \frac{2\pi R}{T} \qquad v = \omega R$$

$$\omega = 2\pi\nu \qquad \omega = \frac{2\pi}{T} \qquad \omega = 2\pi\nu$$

$$T = \frac{t}{N} \qquad T = \frac{1}{\nu} \qquad \nu = \frac{N}{t}$$

$$a_ц = \frac{v^2}{R} \qquad a_ц = \omega^2 R \qquad a_ц = \omega v$$

Следует знать, что все точки, расположенные на одном радиусе, в процессе его вращения движутся с одинаковыми угловой скоростью, периодом и частотой, но с разными линейными скоростями. Чем ближе точка на радиусе к центру окружности, тем меньше ее линейная скорость.

Когда колесо катится равномерно по дороге, двигаясь относительно нее с поступательной скоростью v_1, и все точки обода колеса движутся относительно его центра с такой же линейной скоростью v_1, то относительно дороги мгновенная скорость разных точек колеса различна (рис. 16).

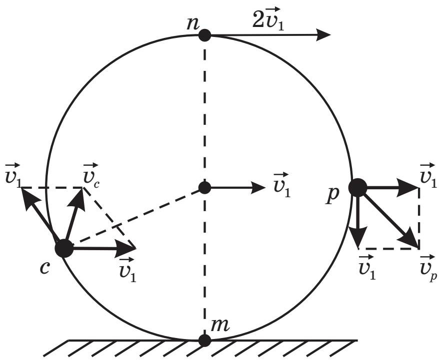


Рис. 16

Мгновенная скорость нижней точки m равна нулю, а мгновенная скорость высшей точки n равна удвоенной скорости v_1. Мгновенную скорость p точки обода, лежащую на горизонтальном радиусе, можно найти по теореме Пифагора, а мгновенную скорость точки c — по теореме косинусов.

Если в условии задачи сказано, что, например, скорость тела увеличилась вдвое, то можно записать так: $v = 2v_0$ или $\frac{v}{v_0} = 2$, $v_0 = \frac{v}{2}$.

Если сказано, что, например, скорость увеличилась на 20 м/с, то в условии можно записать так:

$$\Delta v = 20 \text{ м/с}, \qquad \text{где} \qquad \Delta v = v - v_0.$$

Если сказано, что некоторая величина, например, скорость, увеличилась на 20% , то в условии задачи можно записать так: $\Delta v = v - v_0 = 0{,}2\, v_0$, где Δv — изменение скорости, v — конечная скорость и v_0 — начальная скорость. А если сказано, что некоторая величина, например, скорость, составила 20% от первоначальной, то можно записать так: $v = 0{,}2\, v_0$. Подобным образом можно записывать и изменение других величин.

ПРОБНЫЙ ЭКЗАМЕН по теме 1. КИНЕМАТИКА

Внимание: сначала попытайтесь ответить на вопросы и решить задачи самостоятельно, а потом проверьте свои ответы.

Указание: ускорение свободного падения принимать равным 10 м/с^2.

Часть 1

А1. Два тела движутся равномерно во взаимно перпендикулярных направлениях со скоростями 3 м/с и 4 м/с. Их скорость относительно друг друга равна

1) 2 м/с 2) 3,5 м/с 3) 5 м/с 4) 7 м/с

А2. Два автомобиля движутся по взаимно перпендикулярным дорогам. Скорость первого автомобиля относительно дороги v, а модуль скорости второго автомобиля относительно первого равен $v\sqrt{2}$. Чему равна скорость второго автомобиля относительно дороги?

1) $0{,}5v$ 2) $\sqrt{3}v$ 3) v 4) $2v$

А3. Два автомобиля движутся по прямым шоссе со скоростями 15 м/с и 20 м/с. Угол между шоссе составляет 60^0. Модуль относительной скорости автомобилей примерно равен

1) 5 м/с 2) 18 м/с 3) 25 м/с 4) 35 м/с

А4. Два поезда движутся навстречу друг другу со скоростями 36 км/ч и 54 км/ч. Длина первого поезда 40 м, длина второго 50 м. В течение какого времени поезда будут проезжать мимо друг друга?

1) 10,5 с 2) 2,4 с 3) 8,4 с 4) 3,6 с

А5. Поезд длиной 40 м движется со скоростью 54 км/ч. Его обгоняет поезд длиной 50 м, движущийся по параллельному пути со скоростью 72 км/ч. В течение какого времени второй поезд будет обгонять первый?

1) 9 с 2) 18 с 3) 24 с 4) 32 с

А6. Поезд длиной 60 м, движущийся со скоростью 36 км/ч, въехал на мост длиной 540 м. Он съедет с этого моста через

1) 6 с 2) 54 с 3) 1 мин 4) 4 мин

А7. Пловец должен переплыть реку по кратчайшему пути в системе отсчета, связанной с берегом. Скорость течения относительно берега $v_0 = 0{,}8$ м/с, а скорость пловца относительно воды $v_1 = 1{,}2$ м/с. Модуль скорости пловца относительно берега при этом примерно равен

1) 0,9 м/с 2) 1,6 м/с 3) 2 м/с 4) 2,4 м/с

А8. Скорость течения реки относительно берега 0,8 м/с, скорость лодки относительно берега такая же. При этом лодка выдерживает курс, перпендикулярный берегу. Под каким углом к берегу должна быть направлена скорость лодки относительно течения, чтобы выдержать этот курс?

1) 30^0 2) 45^0 3) 60^0 4) 120^0

А9. Путь и модуль перемещения конца минутной стрелки длиной 1 см за 45 мин соответственно равны

1) 6,3 см и 2 см 2) 3,14 см и 4,2 см
3) 4,0 см и 2 см 4) 4,7 см и 1,4 см

А10. Длина минутной стрелки 1 см. Путь и модуль перемещения конца минутной стрелки за полчаса соответственно равны

1) 2 см и 3,14 см 2) 6,28 см и 2 см
3) 3,14 см и 2 см 4) 12,56 см и 2 см

А11. Вектор ускорения направлен в сторону

1) начальной скорости 2) изменения скорости
3) перемещения 4) конечной скорости

А12. На рис.17 вверху представлен график координаты материальной точки. Проекция модуля скорости точки в интервале времени от 7 до 10 с представлена графиком

1) *а* 2) *б* 3) *в* 4) *г*

А13. На рис.18 представлен график скорости материальной точки. Путь, пройденный точкой в интервале времени от 4 с до 8 с, равен

1) 48 м 2) 10 м 3) 16 м 4) 25 м

А14. На рис. 19 представлен график зависимости скорости тела от времени движения. Сравните модули ускорения a_1, a_2 и a_3 тела в моменты времени t_1, t_2 и t_3.

1) $a_3 > a_1 > a_2$

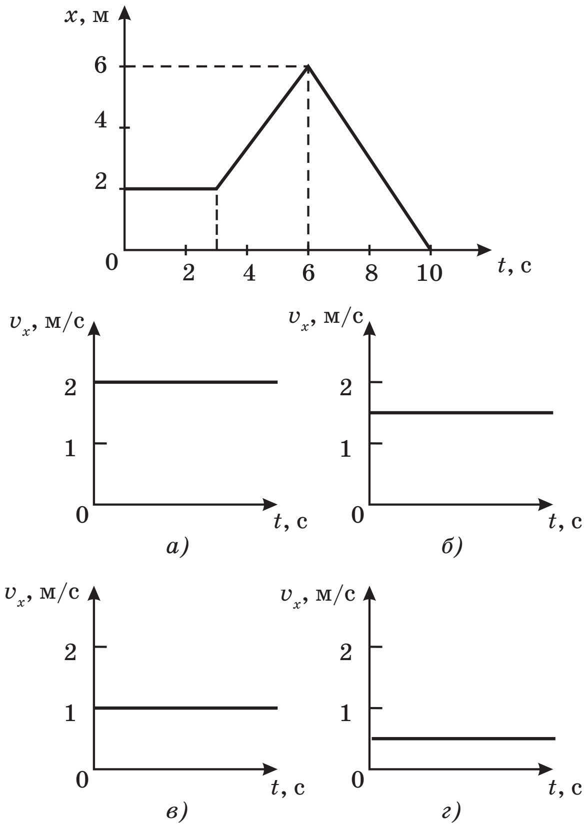


Рис. 17

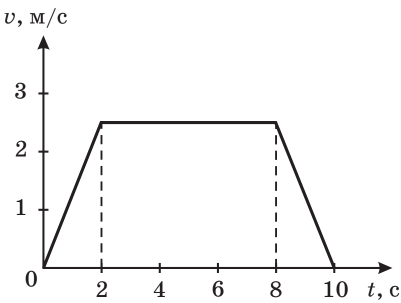


Рис. 18

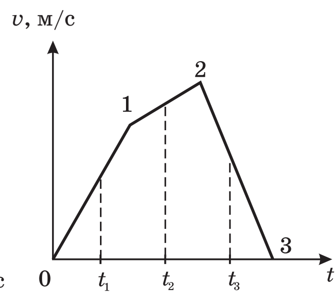


Рис. 19

2) $a_1 = a_3 < a_2$
3) $a_1 < a_2 < a_3$
4) $a_1 = a_2 < a_3$

А15. На рис. 20 изображен график скорости равнозамедленного движения. Скорость и время измерены в единицах СИ. Путь, пройденный телом за 4 с, равен

1) 6,5 м 2) 4,5
3) 10 м 4) 8 м

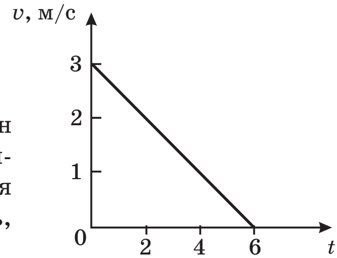


Рис. 20

А16. Угол наклона графика скорости равноускоренного движения к оси времени равен 45^0. Цена деления на осях координат 1 м/с и 1 с. Ускорение движения равно

1) 0,85 м/с^2 2) 1 м/с^2
3) 0,5 м/с^2 4) 0,65 м/с^2

А17. Из рис. 21 следует, что путь, пройденный телом за 10 с, равен

1) 100 м 2) 65 м
3) 30 м 4) 75 м

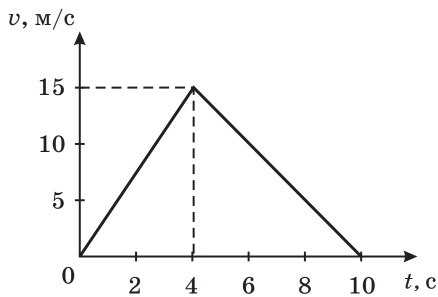


Рис. 21

А18. Из рис. 22 следует, что ускорение тела за время от 4 с до 6 с равно

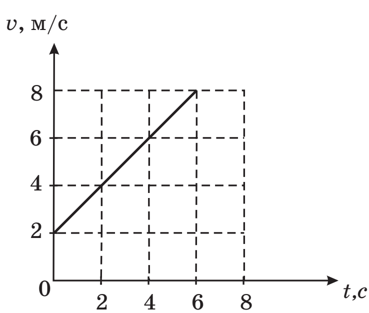


Рис. 22

1) 2,4 м/с^2
2) –0,6 м/с^2
3) 1,0 м/с^2
4) 0,9 м/с^2

А19. На рис. 23 изображены графики координаты двух тел 1 и 2. Скорость первого тела больше скорости второго тела

1) в 1,5 раза
2) в 2 раза
3) в 2,5 раза
4) в 3 раза

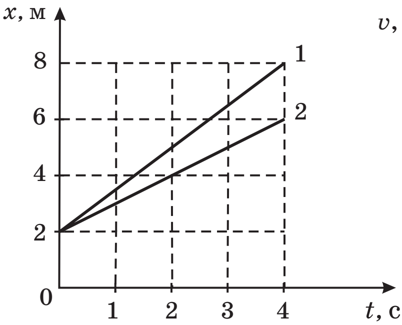


Рис. 23

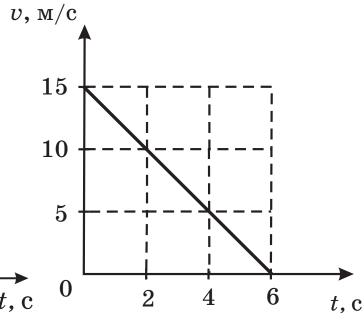


Рис. 24

A20. На рис. 24 изображен график скорости равнозамедленного движения тела. Все величины выражены в единицах СИ. Ускорение тела равно

1) -30 м/с^2
2) 9 м/с^2
3) 1,5 м/с^2
4) $-2{,}5$ м/с^2

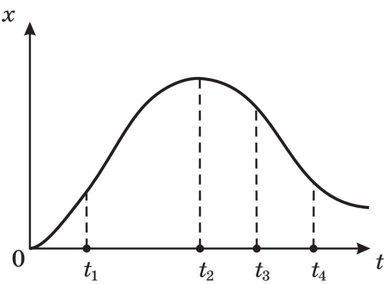


Рис. 25

A21. Дан график координаты (рис. 25). В какой момент времени скорость тела равна нулю?

1) t_1 2) t_2 3) t_3 4) t_4

A22. На рис. 26 вверху изображен график зависимости проекции скорости тела от времени движения. Проекция ускорения этого тела в интервале времени от 10 до 12 с его движения представлена графиком

1) *а* 2) *б* 3) *в* 4) *г*

A23. На рис. 27 представлен график скорости материальной точки. Найти среднюю скорость точки за 4 с, считая от начала движения.

1) 4,5 м/с 2) 9,0 м/с 3) 6,5 м/с 4) 18,0 м/с

A24. Средняя скорость равноускоренного движения равна 4 м/с, а начальная скорость 1 м/с. Конечная скорость этого движения равна

1) 5 м/с 2) 3 м/с 3) 9 м/с 4) 7 м/с

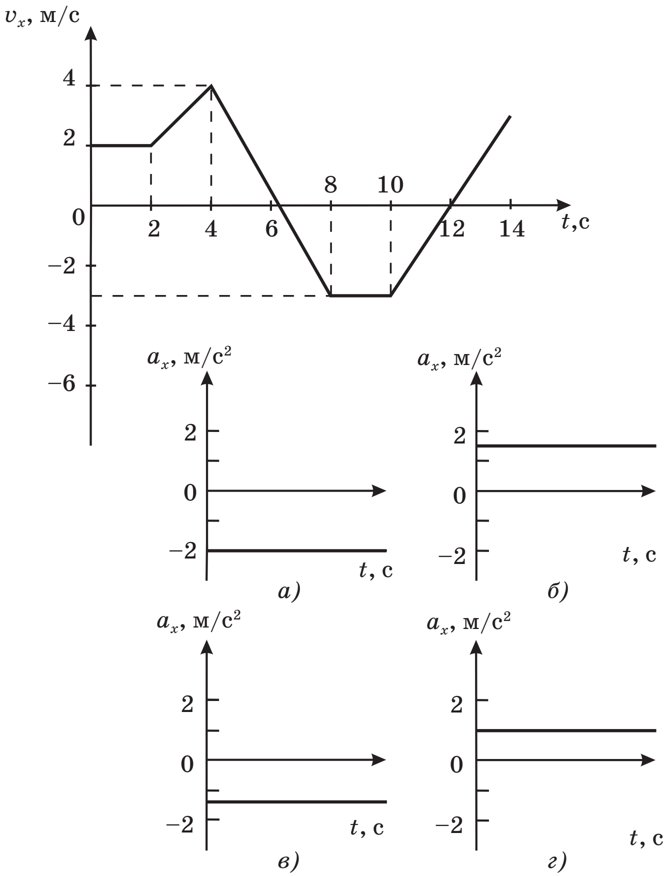

v_x, м/с
4
2
0
2
4
6
8
10
12
14
t,с
−2
−4
−6
a_x, м/с²
2
0
−2
t, с
а)
a_x, м/с²
2
0
−2
t, с
б)
a_x, м/с²
2
0
−2
t, с
в)
a_x, м/с²
2
0
−2
t, с
г)

Рис. 26

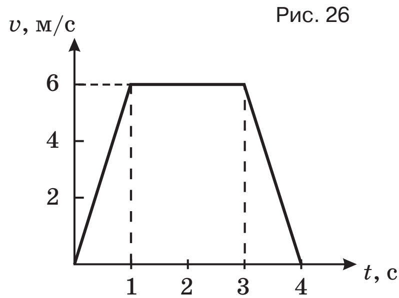

v, м/с
6
4
2
1
2
3
4
t, с

Рис. 27

А25. Тело, двигаясь с ускорением 2 м/с^2, увеличило скорость с 1 м/с в 3 раза. При этом оно прошло путь, равный

1) 2 м 2) 4 м 3) 9 м 4) 12 м

А26. За 10 с равноускоренного движения тело прошло путь 48 м, увеличив свою скорость на 40% . Определить начальную скорость тела.

1) 2,4 м/с 2) 4 м/с 3) 6,8 м/с 4) 8 м/с

А27. Тело движется без начальной скорости с ускорением 0,2 м/с^2 в течение 0,5 мин. Пройденный им путь равен

1) 8 м 2) 180 м 3) 90 м 4) 40 м

А28. Тело двигалось 1 мин с ускорением 0,1 м/с^2 без начальной скорости. Его конечная скорость равна

1) 30 м/с 2) 4,5 м/с 3) 6 м/с 4) 3 м/с

А29. Пуля вылетает из дула винтовки со скоростью 100 м/с, двигаясь равноускоренно без начальной скорости. Чему примерно равна скорость пули в середине ствола?

1) 25 м/с 2) 50 м/с 3) 64 м/с 4) 71 м/с

А30. Пути, проходимые при равноускоренном движении без начальной скорости за последовательные секунды относятся, как

1) 1 : 2 : 3 : 4:... 2) 2 : 4 : 6 : 8 :...
3) 1 : 2^2 : 3^2 : 4^2 :... 4) 1 : 3 : 5 : 7 :...

А31. Через 5 с равноускоренного движения с ускорением 0,4 м/с^2 скорость материальной точки стала равна 6 м/с. Начальная скорость точки была равна

1) 1 м/с 2) 2,4 м/с 3) 3,5 м/с 4) 4 м/с

А32. При равноускоренном движении без начальной скорости с ускорением 1 м/с^2 тело прошло путь 4,5 м. Его скорость в конце пути стала равна

1) 2,25 м/с 2) 3 м/с 3) 5 м/с 4) 9 м/с

А33. За 4 с тело, двигаясь равноускоренно без начальной скорости, прошло путь 32 м. Какое уравнение выражает зависимость скорости этого тела от времени движения?

1) $v = 8\,t$ 2) $v = 4\,t$
3) $v = 16\,t$ 4) $v = 28\,t$

А34. Уравнение зависимости проекции скорости тела от времени имеет вид: $v = 2 + 3t$ (м/с). Уравнение проекции перемещения этого тела на ось ОХ

1) $S_x = 2t + 3t^2$ 2) $S_x = 2t + 1,5t^2$
3) $S_x = 3t + t^2$ 4) $S_x = t^2$

А35. Уравнение координаты точки $x = 6 - 4t + t^2$. Чему равен модуль ее перемещения за первые 5 с движения?

1) 5 м 2) 11 м 3) 13 м 4) 18 м

А36. В уравнении $x = 8t + 0,2t^2$

а) начальная координата равна 8 м, проекция начальной скорости равна 0 и проекция ускорения равна 0,4 м/с^2
б) начальная координата равна нулю, проекция начальной скорости равна 16 м/с и проекция ускорения равна 0,2 м/с^2
в) начальная координата равна 8 м, проекция начальной скорости равна 0,2 м/с и проекция ускорения равна 0
г) начальная координата равна нулю, проекция начальной скорости равна 8 м/с и проекция ускорения равна 0,4 м/с^2

А37. Уравнение координаты материальной точки имеет вид: $x = 3 + t - 2t^2$. Уравнение зависимости проекции скорости от времени имеет вид:

1) $v_x = 3 - 2t$ 2) $v_x = 1 - 4t$
3) $v_x = 1 - 2t$ 4) $v_x = 3 + t$

А38. За 2 с тело, двигавшееся из начала координат равноускоренно без начальной скорости, приобрело скорость 6 м/с. Уравнение его координаты имеет вид:

1) $x = 3t^2$ 2) $x = 3t$ 3) $x = 4t^2$ 4) $x = 1,5t^2$

А39. Уравнение движения тела $x = 8 + t$. Проекция скорости тела равна

1) 0,5 м/с 2) 1 м/с 3) 4 м/с 4) 8 м/с

А40. Координата y материальной точки изменяется с течением времени t согласно уравнению $y = 2 - t$, а координата x этой точки изменяется с течением времени согласно уравнению $x = 4 + 2t$. Уравнение траектории этой точки, т.е. зависимость координаты y от координаты x, имеет вид:

1) $y = 4 - 2x$ 2) $y = 2 + 0,4\,x$
3) $y = 4 - 0,5x$ 4) $y = 6 + x$

A41. Координата материальной точки x меняется с течением времени t согласно уравнению $x = 6 - 2t$ (см). Через 4 с координата точки станет равна

1) 2 см 2) 8 см 3) −4 см 4) −2 см

A42. Из уравнений а) $x = 4 - 2t^2$; б) $x = t - 8$; в) $v = 4t$; г) $v = 2 + t^2$ описывают равномерное движение уравнения

1) б) и в) 2) а) и б) 3) только в) 4) только б)

A43. Уравнение движения тела имеет вид $x = 3 - 2t + t^2$ (м). Проекции начальной скорости и ускорения тела соответственно равны

1) 2 м/с и 1 м/с^2 2) 3 м/с и −2 м/с^2
3) −2 м/с и 1 м/с^2 4) −2 м/с и 2 м/с^2

A44. Уравнение движения имеет вид $x = 6t - 2t^2$ (м). Скорость тела станет равна нулю через

1) 0,5 с 2) 1,5 с 3) 2 с 4) 3 с

A45. Движение материальной точки задано уравнением $x = 5 - t + 2\,t^2$. Уравнением, выражающим зависимость проекции скорости этой точки от времени, будет

1) $v_x = 5 - 2t$ 2) $v_x = 4t - 1$ 3) $v_x = 2t - 2$ 4) $v_x = 5 + 2t$

A46. За 4 с тело, двигаясь равноускоренно без начальной скорости, прошло путь 32 м. Какое уравнение выражает зависимость скорости этого тела от времени движения?

1) $v = 8\,t$ 2) $v = 4\,t$ 3) $v = 16\,t$ 4) $v = 28\,t$

A47. Тело свободно упало на землю с высоты 5 м без начальной скорости. Сколько времени падало тело?

1) 2 с 2) 10 с 3) 1с 4) 0,5 с

A48. Тело упало свободно с высоты 3 м с начальной скоростью 2 м/с. Его скорость у земли равна

1) 6 м/с 2) 5 м/с 3) 8 м/с 4) 12 м/с

A49. Какой путь пройдет свободно падающее тело за четвертую секунду? Начальная скорость тела равна нулю.

1) 4 м 2) 16 м 3) 27 м 4) 35 м

В задачах A50–A59 сопротивлением пренебречь.

A50. Мяч бросили вверх с начальной скоростью 4 м/с. На какую максимальную высоту он поднимется?

1) 40 см 2) 80 см 3) 1,2 м 4) 1,6 м

A51. Тело бросили вверх со скоростью 20 м/с. Через сколько времени его скорость уменьшится на 40% ?

1) 0,4 с 2) 0,8 с 3) 1,2 с 4) 2,4 с

A52. Тело бросили с земли вверх со скоростью 2 м/с. На какой высоте его скорость уменьшится на 20% ?

1) 4 см 2) 8,4 см 3) 7,2 см 4) 8 см

A53. Тело брошено вверх со скоростью 4 м/с. Его скорость уменьшится в 2 раза через

1) 2 с 2) 1 с 3) 0,5 с 4) 0,2 с

A54. Тело бросили с земли со скоростью 20 м/с под углом 30^0 к горизонту. На какую максимальную высоту оно поднимется?

1) 1 м 2) 2 м 3) 5 м 4) 10 м

A55. Из орудия стреляют под углом к горизонту. Вектор ускорения снаряда в полете направлен

1) по касательной к траектории
2) в направлении полета
3) вверх
4) вниз

A56. Под каким углом к горизонту должен вылететь снаряд из ствола орудия, чтобы его дальность полета была максимальной при одинаковой начальной скорости?

1) 0^0 2) 30^0 3) 45^0 4) 60^0

A57. Мяч брошен со скоростью 2 м/с под углом 60^0 к горизонту. Чему равна его скорость в высшей точке траектории?

1) 0,4 м/с 2) 0,8 м/с 3) 1 м/с 4) 1,6 м/с

A58. Тело, брошенное с земли под углом 30^0 к горизонту со скоростью 4 м/с, упадет на землю через

1) 2 с 2) 0,1 с 3) 0,4 с 4) 0,8 с

A59. Пуля вылетела из ствола ружья под углом 60^0 к горизонту со скоростью 60 м/с. Она пролетит расстояние 90 м по горизонтали за время

1) 3 с 2) 6 с 3) 12 с 4) 18 с

A60. Угловая скорость вентилятора 3,14 рад/с. За 1 ч число оборотов его лопастей равно

1) 900 2) 1500 3) 1200 4) 1800

А61. Точка движется равномерно по окружности радиусом 20 см с линейной скоростью 4 м/с. При этом ее ускорение равно

1) 20 м/с^2 2) 40 м/с^2 3) 80 м/с^2 4) 16 м/с^2

А62. Точка движется равномерно по окружности диаметром 40 см со скоростью 0,8 м/с. Период ее движения равен

1) 6,28 с 2) 3,14 с 3) 1,57 с 4) 0,78 с

А63. Точка движется равномерно по окружности. Ее ускорение направлено

1) по радиусу от центра
2) по касательной к окружности в направлении линейной скорости
3) в направлении вектора угловой скорости
4) по радиусу к центру

А64. Центростремительное ускорение точки, движущейся равномерно по окружности, равно 32 см/с^2, диаметр окружности 4 см. Угловая скорость точки равна

1) 4 рад/с 2) 2 рад/с 3) 16 рад/с 4) 8 рад/с

А65. Период обращения спицы колеса увеличился в 3 раза. Частота вращения колеса

1) увеличилась в 3 раза 2) уменьшилась в 3 раза
3) увеличилась в 9 раз 4) уменьшилась в 9 раз

А66. Линейная скорость точки на ободе колеса радиусом 50 см равна 10 м/с, а линейная скорость точки, лежащей на том же радиусе, что и первая, но на 10 см ближе к центру колеса, равна

1) 1 м/с 2) 5 м/с 3) 6 м/с 4) 8 м/с

А67. Линейная скорость точек колеса равна скорости его поступательного движения и составляет v =1 м/с. Мгновенная скорость v_M точки M, лежащей на конце горизонтального радиуса колеса (рис. 28), равна

1) 0 2) 1 м/с
3) 1,4 м/с 4) 2 м/с

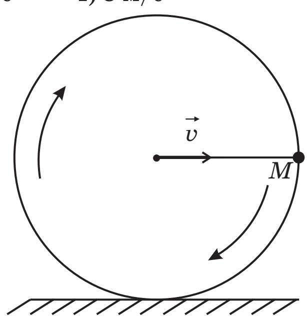


Рис. 28

А68. Материальная точка, двигаясь по окружности радиусом 50 см, за время 6,28 с совершила 10 оборотов. Ее линейная скорость равна

1) 5 м/с 2) 10 м/с 3) 2 м/с 4) 4 м/с

А69. Материальная точка движется по окружности с постоянной по модулю скоростью. Как изменится ее центростремительное ускорение, если скорость точки увеличится в 3 раза, а радиус окружности уменьшится в 2 раза?

1) уменьшится в 9 раз
2) увеличится в 18 раз
3) увеличится в 6 раз
4) уменьшится в 1,5 раза

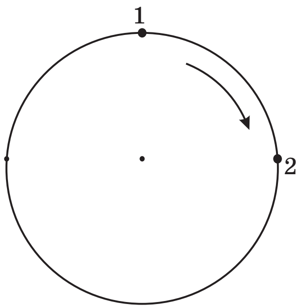


Рис.29

А70. Материальная точка, двигаясь по окружности с постоянной по модулю скоростью, за 2 с переместилась из положения 1 в положение 2 (рис. 29). Угловая скорость точки равна

1) 0,314 рад/с 2) 0,785 рад/с
3) 0,628 рад/с 4) 1, 256 рад/с

Часть 2

В1. Тело проехало путь 20 м за 5 с. Какой путь оно проедет за 10 с, если его скорость увеличить на 40% ?

В2. Поезд начал двигаться равноускоренно с ускорением 2 м/с^2 и за 10 с проехал некоторый путь. Найти скорость поезда в средней точке этого пути.

В3. Расстояние между двумя прибрежными поселками катер проходит по течению за 40 мин, а обратно — за 1 ч. За какое время проплывут это расстояние плоты?

В4. Путь, пройденный материальной точкой, движущейся равномерно по окружности радиусом 6,28 см, изменяется с течением времени согласно уравнению $S = 31{,}4\ t$ (см). Чему равна угловая скорость точки?

В5. Камень брошен с некоторой высоты в горизонтальном направлении со скоростью $v_0 = 10$ м/с. Через сколько времени вектор скорости камня будет направлен под углом $\alpha = 60^0$ к горизонту? Сопротивлением пренебречь.

B6. Уравнение движения материальной точки $x = 1 - 4t + 2t^2$. В какой координате скорость точки станет равна нулю?

B7. Тело половину пути прошло со скоростью 36 км/ч, а вторую половину со скоростью 54 км/ч. Найти среднюю скорость на всем пути.

B8. Эскалатор метро поднимает неподвижно стоящего пассажира за 2 мин. По неподвижному эскалатору пассажир поднимется за 2,5 мин. За сколько времени эскалатор поднимет идущего по нему пассажира?

B9. Частота вращения колеса увеличилась. Как изменились его угловая скорость, линейная скорость точек обода колеса и их центростремительное ускорение?

B10. Винт самолета вращается с частотой 1800 об/мин. Посадочная скорость самолета 54 км/ч, длина посадочной линии 700 м. Сколько оборотов сделает винт за время торможения?

Часть 3

C1. Начальная скорость материальной точки 4 м/с. Вначале точка движется замедленно с модулем ускорения 1 м/с^2. Найти весь путь, который она проделает за 10 с, двигаясь с постоянным по модулю ускорением?

C2. Ракета стартовала с земли вертикально вверх, двигаясь равноускоренно с ускорением 6 м/с^2. Через 10 с двигатель ракеты заглох. Через сколько времени она упадет на землю? Сопротивлением воздуха пренебречь.

C3. Колонна солдат длиной 20 м движется по шоссе со скоростью 3,6 км/ч. Командир, находящийся в хвосте колонны, посылает солдата с вопросом к сержанту, шагающему во главе колонны. Солдат бежит туда и обратно со скоростью, превышающей скорость колонны на 20%. Через сколько времени солдат доставит командиру ответ сержанта, если он слушал его в течение 0,5 мин?

С4. Камень бросили вниз с начальной скоростью 2 м/с. Время его падения на землю равно 3 с. Чему равна средняя скорость падения камня на оставшейся до земли третьей части всей высоты его падения? Сопротивлением воздуха пренебречь.

С5. Маленький мячик бросили с земли под углом 60^0 к горизонту со скоростью 5 м/с в вертикальную стену, расположенную на расстоянии 1,5 м от места бросания. Под каким углом к горизонту отскочит мячик после абсолютно упругого удара о стену? Сопротивлением воздуха пренебречь.

С6. Горизонтальная платформа равномерно вращается вокруг вертикальной оси, проходящей через ее центр. На расстоянии, равном трети радиуса платформы, отрывается от ее поверхности небольшое тело и скользит по ней без трения. Через сколько времени тело слетит с платформы, если до отрыва оно двигалось с ускорением 0,1 м/с^2? Радиус платформы 60 см.

С7. Свободно падающее без начальной скорости тело за первую секунду проходит 1 м, а последний такой же отрезок 1 м оно проходит за 0,4 с. С какой высоты упало тело?

С8. Два автомобиля движутся со скоростями 36 км/ч и 54 км/ч под углом $\alpha = 60^0$ друг к другу. В некоторый момент времени один из них оказался в пункте M, а другой в тот же момент — в пункте N, расстояние между которыми $S = 10$ км. Через какой промежуток времени t расстояние между автомобилями станет минимальным?

С9. Мимо остановки по прямой улице проезжает грузовик, двигаясь равномерно со скоростью 10 м/с. Через 5 с от остановки ему вдогонку отъезжает мотоциклист с ускорением 3 м/с^2. На каком расстоянии от остановки мотоциклист догонит грузовик?

С10. Сбегая по эскалатору с одной скоростью, мальчик насчитал N_1 ступенек, а когда он увеличил скорость в полтора раза, он насчитал на ΔN ступенек больше. Сколько ступенек N насчитает мальчик, спускаясь по неподвижному эскалатору?

ОТВЕТЫ НА ЗАДАНИЯ ПРОБНОГО ЭКЗАМЕНА по теме 1. КИНЕМАТИКА

Часть 1

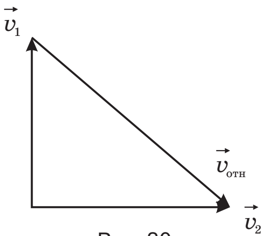


Рис. 30

А1. Из рис. 30 следует, что согласно теореме Пифагора

$$v_{отн} = \sqrt{v_1^2 + v_2^2} = \sqrt{4^2 + 3^2}\ \text{м/с} = 5\ \text{м/с}.$$

Правильный ответ 2).

А2. Из рис. 31 следует, что относительная скорость автомобилей, модуль которой равен $v\sqrt{2}$, является гипотенузой в прямоугольном треугольнике, где один из катетов по модулю равен v, а второй катет надо найти. Из теоремы Пифагора следует, что

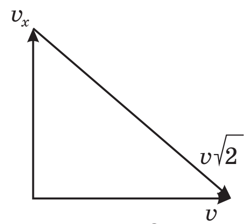


Рис. 31

$$v_x = \sqrt{\left(v\sqrt{2}\right)^2 - v^2} = \sqrt{2v^2 - v^2} = \sqrt{v^2} = v.$$

Правильный ответ 3).

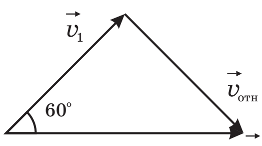


Рис. 32

А3. Из рис. 32 следует, что по теореме косинусов модуль относительной скорости автомобилей

$$v_{отн} = \sqrt{v_1^2 + v_2^2 - 2v_1v_2\cos 60^0} =$$

$$= \sqrt{15^2 + 20^2 - 2\cdot 15\cdot 20\cdot \cos 60^0}\ \text{м/с} \approx$$

$$\approx 18\ \text{м/с}.$$

Правильный ответ 2).

А4. Сначала выразим величины скоростей в единицах СИ:

$$36\ \text{км/ч} = 36\,\frac{1000}{3600}\ \text{м/с} = 10\ \text{м/с},$$

$$54\ \text{км/ч} = 54\,\frac{1000}{3600}\ \text{м/с} = 15\ \text{м/с}.$$

Поскольку поезда движутся навстречу друг другу, их относительная скорость равна сумме скоростей каждого поезда, а пройденный путь равен сумме длин поездов. Тогда в случае равномерного движения поездов время их движения мимо друг друга

$$t = \frac{l_1 + l_2}{v_1 + v_2} = \frac{40 + 50}{10 + 15} \text{ м/с} = 3{,}6 \text{ с}.$$

Правильный ответ 4).

А5. Сначала выразим величины скоростей в единицах СИ:

$54 \text{ км/ч} = 54 \dfrac{1000}{3600} \text{ м/с} = 15 \text{ м/с},$

$72 \text{ км/ч} = 72 \dfrac{1000}{3600} \text{ м/с} = 20 \text{ м/с}.$

Поскольку поезда движутся в одном направлении, их относительная скорость равна разности скоростей каждого поезда, а пройденный путь равен сумме длин поездов. Тогда в случае равномерного движения поездов время их движения мимо друг друга

$$t = \frac{l_1 + l_2}{v_2 - v_1} = \frac{40 + 50}{20 - 15} \text{ м/с} = 18 \text{ с}.$$

Правильный ответ 2).

А6. Выразим скорость в единице СИ:

$36 \text{ км/ч} = 36 \dfrac{1000}{3600} \text{ м/с} = 10 \text{ м/с}.$

Время, за которое поезд проедет через мост, равно отношению суммарной длины моста и поезда, деленному на скорость поезда, выраженную в единицах СИ:

$t = \dfrac{540+60}{10} \text{ с} = 60 \text{ с} = 1 \text{ мин}.$

Правильный ответ 3).

А7. Обратимся к рис. 33. Кратчайшим путем является ширина реки. Чтобы ее переплыть, пловец должен грести под углом к течению так, чтобы вектор v, равный векторной сумме векторов v_1 и v_0, был направлен перпендикулярно берегу. По теореме Пифагора

$$v = \sqrt{v_1^2 - v_0^2} = \sqrt{1{,}2^2 - 0{,}8^2} \text{ м/с} \approx 0{,}9 \text{ м/с}.$$

Правильный ответ 1).

А8. Обратимся к рис. 33. Вектор скорости лодки относительно берега $\vec{v}$ направлен перпендикулярно берегу, а вектор скорости реки относительно берега $\vec{v}_0$ направлен параллельно берегу. Чтобы лодка выдерживала курс перпендикулярно берегу, вектор скорости лодки относительно воды $\vec{v}_1$ должен быть направлен под тупым углом к течению и под углом α к берегу. Из чертежа следует, что

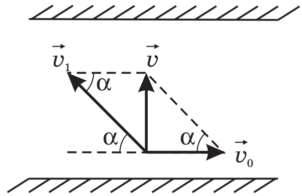


Рис. 33

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{v}{v_0} = \frac{0,8}{0,8} = 1,$$

откуда следует, что $\alpha = 45^0$.

Правильный ответ 2).

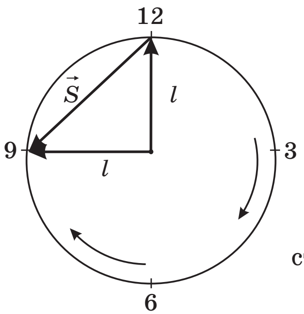


Рис. 34

А9. Обратимся к рисунку 34. Путь конца минутной стрелки за 45 мин составит три четверти длины окружности:

$$S = \frac{3}{4}2\pi l = \frac{3}{2}3,14 \cdot 1\text{см} = 4,7 \text{ см}.$$

Модуль перемещения конца стрелки найдем по теореме Пифагора:

$$\left|\vec{S}\right| = \sqrt{l^2 + l^2} = \sqrt{1^2 + 1^2} \text{ см} = 1,4 \text{ см}.$$

Правильный ответ 4).

А10. Путь равен половине длины окружности (рис. 35):

$$S = \frac{1}{2}2\pi l = 3,14 \cdot 1 \text{ см} = 3,14 \text{ см}.$$

Модуль перемещения равен длине двух радиусов:

$$\left|\vec{S}\right| = 2l = 2 \text{ см}.$$

Правильный ответ 3).

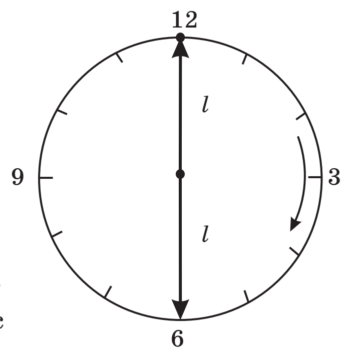


Рис. 35

А11. Согласно формуле $\vec{a} = \dfrac{\Delta\vec{v}}{t}$ вектор ускорения $\vec{a}$ всегда совпадает по направлению с вектором изменения скорости $\Delta\vec{v}$.

Правильный ответ 2).

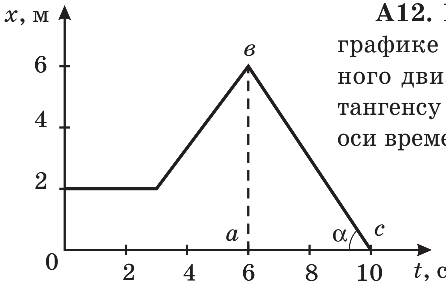


Рис. 36

А12. Проекция скорости на графике координаты равномерного движения численно равна тангенсу угла наклона графика к оси времени. Из прямоугольного треугольника *авс* с гипотенузой *ав* (рис. 36) следует, что тангенс угла

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{6}{10-6} = 1{,}5.$$

Следовательно, v_x = 1,5 м/с, поэтому график проекции скорости показан на рис. б.

Правильный ответ 4).

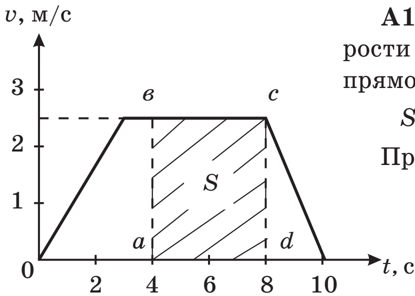


Рис. 37

А13. Путь на графике скорости численно равен площади прямоугольника *авсd* (рис. 37):

$$S = 2{,}5\,(8-4)\text{ м} = 10\text{ м}.$$

Правильный ответ 2).

А14. Ускорение на графике скорости численно равно тангенсу угла наклона графика к оси времени. Угол наклона участка графика 2–3 на рис. 19 больше угла наклона остальных участков графика, следовательно, модуль ускорения a_3 в момент времени t_3 наибольший. Ускорение a_1 в момент времени t_1 больше ускорения a_2 в момент времени t_2, потому что угол наклона отрезка 0–1 к оси времени больше угла наклона отрезка 1–2.

Правильный ответ 1).

Рис. 38

А15. Путь на графике скорости равен площади прямоугольной трапеции 0*авс* (рис. 38), а площадь трапеции равна полусумме оснований *а*0 = 3 м/с и *вс* = 1 м/с, умноженной на высоту 0*с* = 4 с:

$$S = \frac{3+1}{2} 4 \text{ м} = 8 \text{ м}.$$

Правильный ответ 4).

А16. Тангенс угла наклона графика скорости к оси времени численно равен ускорению. Поэтому $a = \text{tg } 45^0 = 1$ м/с^2.

Правильный ответ 2).

А17. Путь на графике скорости, изображенном на рис. 21, численно равен площади треугольника, которая, в свою очередь, равна половине произведения основания 10 с на высоту 15 м/с:

$$S = \frac{1}{2} 10 \cdot 15 \text{ м} = 75 \text{ м}.$$

Правильный ответ 4).

А18. Ускорение за время от 4 с до 6 с такое же, как и ускорение за время от 0 до 6 с (рис. 39). По формуле ускорения

$$a = \frac{\upsilon - \upsilon_0}{t} =$$

$$= \frac{8-2}{6} \text{ м/с}^2 = 1 \text{ м/с}^2.$$

Правильный ответ 3).

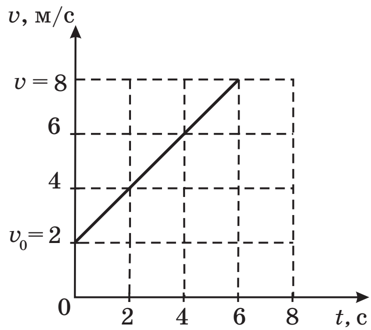


Рис. 39

А19. Поскольку скорость на графике координаты равна тангенсу угла наклона графика к оси времени, а тангенс угла в прямоугольном треугольнике — это отношение противолежащего катета к прилежащему, то из рис. 23 следует, что

$$\upsilon_1 = \frac{8-2}{4} \text{ м/с} = 1{,}5 \text{ м/с} \quad \text{и} \quad \upsilon_2 = \frac{6-2}{4} \text{ м/с} = 1 \text{ м/с},$$

следовательно,

$$\frac{\upsilon_1}{\upsilon_2} = \frac{1{,}5}{1} = 1{,}5.$$

Правильный ответ 1).

А20. Ускорение тела можно определить по формуле

$$a = \frac{\upsilon - \upsilon_0}{t} = \frac{0-15}{6} \text{ м/с}^2 = -2{,}5 \text{ м/с}^2.$$

Правильный ответ 4).

А21. Скорость равна нулю, когда касательная *mn* к графику параллельна оси времени, т.е. когда ее наклон к оси времени равен нулю. Из рис. 40 следует, что касательная к графику параллельна оси времени в момент t_2.

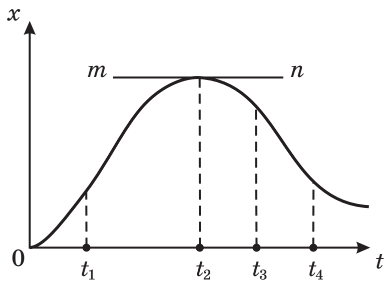


Рис. 40

Правильный ответ 2).

А22. В треугольнике *авс* на рис. 41 ускорение равно тангенсу угла α:

$$a = \operatorname{tg}\alpha = \frac{ав}{вс} = \frac{0-(-3)}{12-10}\ \text{м/с}^2 = 1{,}5\ \text{м/с}^2.$$

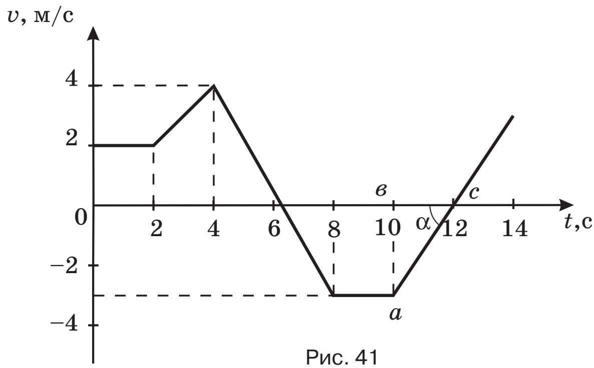


Рис. 41

Правильный ответ 2).

А23. Среднюю скорость можно определить отношением всего пути ко времени движения. Путь на графике скорости численно равен площади трапеции с основаниями 3 с − 1 с = 2 с и 4 с и высотой 6 м/с (рис. 27), поэтому

$$S = \frac{2+4}{2}6\ \text{м} = 18\ \text{м}.$$

Следовательно, средняя скорость $v_{ср} = \dfrac{18}{4}$ м/с = 4,5 м.

Правильный ответ 1).

А24. Средняя скорость равноускоренного движения определяется формулой

$v_{ср} = \dfrac{v_0 + v}{2}$, откуда $v = 2v_{ср} - v_0 = 2 \cdot 4$ м/с $- 1$ м/с $= 7$ м/с .

Правильный ответ 4).

А25. Из формулы $v^2 - v_0^2 = 2aS$ следует, что

$$S = \frac{v^2 - v_0^2}{2a} = \frac{(3v_0)^2 - v_0^2}{2a} = 4\frac{v_0^2}{a} = 4\frac{1^2}{2}\text{ м} = 2\text{ м}.$$

Правильный ответ 1).

А26. Конечная скорость тела $v = v_0 + \Delta v$, где $\Delta v = 0{,}4v_0$, поэтому

$$v = v_0 + 0{,}4v_0 = 1{,}4v_0.$$

Согласно формулам средней скорости

$$v_{ср} = \frac{v_0 + v}{2} \quad \text{и} \quad v_{ср} = \frac{S}{t}, \ \frac{v_0 + v}{2} = \frac{S}{t} \quad \text{или} \quad \frac{v_0 + 1{,}4v_0}{2} = \frac{S}{t},$$

$$\frac{2{,}4v_0}{2} = \frac{S}{t}, \quad \text{откуда} \quad v_0 = \frac{S}{1{,}2t} = \frac{48}{1{,}2 \cdot 10}\text{ м/с} = 4\text{ м/с}.$$

Правильный ответ 2).

А27. Из формулы $S = v_0t + \dfrac{at^2}{2}$, с учетом, что 0,5 мин = 30 с, следует, что при $v_0 = 0$

$$S = \frac{at^2}{2} = \frac{0{,}2 \cdot 30^2}{2}\text{ м} = 90\text{ м}.$$

Правильный ответ 3).

А28. Согласно формуле равноускоренного движения

$$v = v_0 + at \ \text{ при } \ v_0 = 0$$

$$v = at = 0{,}1 \cdot 60\text{ м/с} = 6\text{ м/с}.$$

Правильный ответ 3).

А29. Согласно формуле $v^2 - v_0^2 = 2aS$ при $v_0 = 0$ скорость пули в конце ствола при вылете из его отверстия

$$v = \sqrt{2aS} = \sqrt{2}\sqrt{aS},$$

а в середине ствола

$$v_1 = \sqrt{2a\frac{S}{2}} = \sqrt{aS}.$$

Значит, $$v = v_1\sqrt{2},$$

откуда $$v_1 = \frac{v}{\sqrt{2}} = \frac{100}{\sqrt{2}} \text{ м/с} \approx 71 \text{ м/с}.$$

Правильный ответ 4).

А30. Такие пути относятся как ряд последовательных нечетных чисел.

Правильный ответ 4).

А31. Из формулы равноускоренного движения

$$v = v_0 + at$$

следует, что $v_0 = v - at = 6 - 0{,}4 \cdot 5 \text{ (м/с)} = 4 \text{ м/с}.$

Правильный ответ 4).

А32. Согласно формуле равноускоренного движения

$$v^2 - v_0^2 = 2aS \text{ при } v_0 = 0$$

$$v^2 = 2aS, \text{ откуда } v = \sqrt{2aS} = \sqrt{2 \cdot 1 \cdot 4{,}5} \text{ м/с} = 3 \text{ м/с}.$$

Правильный ответ 2).

А33. Уравнение пути равноускоренного движения без начальной скорости $S = \frac{at^2}{2}$, откуда ускорение

$$a = \frac{2S}{t^2} = \frac{2 \cdot 32}{4^2} \text{ м/с}^2 = 4 \text{ м/с}^2.$$

Согласно формуле скорости равноускоренного движения без начальной скорости

$$v = at = 4\ t.$$

Правильный ответ 2).

А34. В общем виде уравнение проекции скорости $v_x = v_{0x} + at$. Из сравнения этого уравнения с данным в условии уравнением $v_x = 2 + 3t$ следует, что проекция начальной скорости тела $v_{0x} = 2$ м/с, а проекция ускорения $a = 3$ м/с^2. Уравнение проекции перемещения в общем виде $S_x = v_0 t_x + \frac{a_x t^2}{2}$. Подставив сюда числовые значения $v_{0x} = 2$ м/с и $a_x = 3$ м/с^2, получим уравнение проекции перемещения

$$S_x = 2t + \frac{3t^2}{2} = 2t + 1{,}5t^2.$$

Правильный ответ 2).

А35. Модуль перемещения можно найти, если отнять от конечной координаты начальную: $S = x - x_0$,

где
$$x = x_0 + v_{0x}t + \frac{a_x t^2}{2}.$$

Согласно данному уравнению $x_0 = 6$ м, $v_{0x} = -4$ м/с и $a_x = 2$ м/с^2.

Конечную координату x найдем, подставив в данное уравнение время $t = 5$ с: $x = 6 - 4 \cdot 5 + 25$ (м) $= 11$ м.С учетом полученных значений x и x_0 модуль перемещения $S = 11$ м $- 6$ м $= 5$ м.

Правильный ответ 1).

А36. Запишем уравнение координаты в общем виде:
$$x = x_0 + v_{0x}t + \frac{a_x t^2}{2}.$$

Из сопоставления этого уравнения и уравнения, данного нам в условии, $x = 8t + 0{,}2t^2$, следует, что начальная координата $x_0 = 0$, проекция начальной скорости $v_{0x} = 8$ м/с и половина проекции ускорения $\frac{a_x}{2} = 0{,}2$ м/с^2,откуда $a_x = 0{,}4$ м/с^2.

Правильный ответ 4).

А37. Из сопоставления уравнения координаты в общем виде $x = x_0 + v_{0x}t + \frac{a_x t^2}{2}$ и уравнения координаты из условия $x = 3 + t - 2t^2$ следует, что проекция начальной скорости тела $v_{0x} = 1$ м/с, а половина проекции ускорения $\frac{a_x}{2} = -2$ м/с^2, откуда проекция ускорения $a_x = -4$ м/с^2. Теперь запишем уравнение проекции скорости в общем виде $v_x = v_{0x} + a_x t$, после чего подставим в него числовые значения проекции начальной скорости $v_{0x} = 1$ м/с и ускорения $a_x = -4$ м/с^2. Получим: $v_x = 1 - 4t$.

Правильный ответ 2).

А38. Сначала найдем проекцию ускорения тела. Если начальная скорость равна нулю, то уравнение проекции скорости в общем виде $v_x = a_x t$,откуда проекция ускорения
$$a_x = \frac{v_x}{t} = \frac{6}{2}\ \text{м/с}^2 = 3\ \text{м/с}^2.$$

Уравнение координаты равноускоренного движения без начальной скорости
$$x = \frac{a_x t^2}{2} = \frac{3t^2}{2} = 1{,}5t^2.$$

Правильный ответ 4).

А39. Из сравнения уравнения координаты $x = x_0 + v_x t$ и данного нам в условии уравнения $x = 8 + t$ следует, что проекция скорости $v_x = 1$ м/с.

Правильный ответ 2).

А40. Из второго уравнения $t = \frac{x-4}{2}$. Подставим правую часть этого выражения в первое уравнение:

$$y = 2 - \frac{x-4}{2} = 4 - 0{,}5x$$

Правильный ответ 3).

А41. Подставим в данное уравнение $x = 6 - 2t$ время $t = 4$ с:

$$x = 6 - 2 \cdot 4 \text{ (см)} = -2 \text{ см}.$$

Правильный ответ 4).

А42. Равномерное движение описывает только уравнение б), где координата x является функцией времени t в первой степени.

Правильный ответ 4).

А43. Из сопоставления уравнений координаты в общем виде $x = x_0 + v_{0x} t + \frac{a_x t^2}{2}$ и данного в условии $x = 3 - 2t + t^2$ (м) следует, что проекция начальной скорости $v_{0x} = -2$ м/с, а проекция ускорения $a_x = 2$ м/с^2.

Правильный ответ 4).

А44. Из сопоставления общего уравнения координаты $x = x_0 + v_{0x} t + \frac{a_x t^2}{2}$ и данного в условии уравнения $x = 6t - 2t^2$ следует, что проекция начальной скорости $v_{0x} = 6$ м/с, а проекция ускорения $a_x = -4$ м/с^2. Поскольку общее уравнение скорости имеет вид $v = v_0 + at$, то уравнение проекции скорости будет иметь вид $v_x = 6 - 4t$. Поскольку скорость стала равна нулю, значит, $0 = 6 - 4t$, откуда $t = 1{,}5$ с.

Правильный ответ 2).

А45. Из сопоставления общего уравнения координаты $x = x_0 + v_{0x} t + \frac{a_x t^2}{2}$ и данного в условии уравнения $x = 5 - t + 2t^2$ следует, что проекция начальной скорости $v_{0x} = -1$ м/с, а половина проекции ускорения $\frac{a_x}{2} = 2$ м/с^2, откуда проекция ускорения $a_x = 4$ м/с^2. Поскольку уравнение проекции скорости равноускоренного движения имеет вид $v_x = v_{0x} + at$, то требуемое уравнение проекции скорости будет

$$v_x = -1 + 4t = 4t - 1.$$

Правильный ответ 2)

А46. При равноускоренном движении без начальной скорости уравнение пути в общем виде $S = \frac{at^2}{2}$, откуда ускорение $a = \frac{2S}{t^2} = \frac{2 \cdot 32}{4^2}$ м/с^2 = 4 м/с^2. Поскольку уравнение скорости равноускоренного движения имеет вид $v = at$, то требуемое уравнение скорости будет $v = 4t$.

Правильный ответ 2).

А47. При свободном падении без начальной скорости высота падения

$$h = \frac{gt^2}{2}, \quad \text{откуда} \quad t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 5}{10}} \text{ с} = 1 \text{ с}.$$

Правильный ответ 3).

А48. Из формулы $v^2 - v_0{}^2 = 2gh$ конечная скорость тела в момент падения

$$v = \sqrt{v_0^2 + 2gh} = \sqrt{2^2 + 2 \cdot 10 \cdot 3} \text{ м/с} = 8 \text{ м/с}.$$

Правильный ответ 3).

А49. Путь S за четвертую секунду можно найти, если из пути за $t_2 = 4$ с вычесть путь за $t_1 = 3$ с:

$$S = \frac{gt_2^2}{2} - \frac{gt_1^2}{2} = \frac{g}{2}\left(t_2^2 - t_1^2\right) = \frac{10}{2}\left(4^2 - 3^2\right) \text{ м} = 35 \text{ м}.$$

Правильный ответ 4).

А50. В высшей точке подъема конечная скорость тела $v = 0$. Из формулы $v^2 - v_0{}^2 = -2gh$ при $v = 0$ $v_0{}^2 = 2gh$, откуда

$$h = \frac{v_0^2}{2g} = \frac{4^2}{2 \cdot 10} \text{ м} = 0{,}8 \text{ м} = 80 \text{ см}.$$

Правильный ответ 2).

А51. Для решения воспользуемся формулой ускорения свободного падения $g = \dfrac{\Delta v}{t}$, где согласно условию уменьшение скорости $\Delta v = 0{,}4v_0$.

С учетом этого $g = \dfrac{0{,}4v_0}{t}$, откуда

$$t = \frac{0{,}4v_0}{g} = \frac{0{,}4 \cdot 20}{10}\ \text{с} = 0{,}8\ \text{с}.$$

Правильный ответ 2).

А52. Согласно условию конечная скорость тела

$$v = v_0 - 0{,}2\,v_0 = 0{,}8v_0.$$

Теперь воспользуемся формулой $v^2 - v_0{}^2 = -2gh$ или с учетом сказанного $(0{,}8v_0)^2 - v_0{}^2 = -2gh$,

$$0{,}64v_0{}^2 - v_0{}^2 = -2gh, \quad -0{,}36v_0{}^2 = -2gh,$$

$$h = \frac{0{,}36v_0^2}{2g} = \frac{0{,}18 \cdot 2^2}{10}\ \text{м} = 0{,}072\ \text{м} = 7{,}2\ \text{см}.$$

Правильный ответ 3).

А53. Воспользуемся формулой $v = v_0 - gt$, где $v = 0{,}5v_0$, поэтому $0{,}5v_0 = v_0 - gt$, откуда $t = \dfrac{0{,}5v_0}{g} = \dfrac{0{,}5 \cdot 4}{10}$ с $= 0{,}2$ с.

Правильный ответ 4).

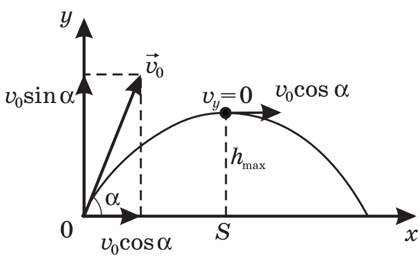


Рис. 42

А54. Обратимся к рис. 42. Спроецируем вектор начальной скорости $\vec{v}_0$ на вертикальную ось. Его проекция $v_{0y} = v_0 \sin\alpha$ является начальной скоростью равнозамедленного подъема тела по вертикали до высшей точки, где проекция его вертикальной скорости $v_y = 0$. Для решения задания воспользуемся формулой $v_y{}^2 - v_{0y}{}^2 = -2gh_{max}$ или с учетом сказанного

$$v_0{}^2 \sin^2\alpha = 2gh_{max},$$

откуда $$h_{max} = \frac{(v_0 \sin\alpha)^2}{2g} = \frac{\left(20 \sin 30^0\right)^2}{2 \cdot 10}\ \text{м} = 5\ \text{м}.$$

Правильный ответ 3).

A55. Вектор ускорения всегда совпадает по направлению с вектором действующей на тело силы. На летящий снаряд в отсутствие сопротивления действует сила тяжести, направленная вниз, поэтому и вектор ускорения снаряда в каждой точке траектории — ускорения свободного падения — тоже направлен вниз.

Правильный ответ 4).

A56. Обратимся к рис. 42. Вдоль оси 0X снаряд движется равномерно со скоростью $v_0 \cos \alpha$ в течение времени, которое равно удвоенному времени взлета t : $S = v_0\, 2t \cos \alpha$, где время взлета $t = \dfrac{v_0 \sin \alpha}{g}$, поэтому

$$S = v_0\, 2\frac{v_0 \sin \alpha}{g} \cos \alpha = \frac{{v_0}^2}{g} \sin 2\alpha.$$

При одинаковых v_0 и g дальность полета S будет максимальной, когда будет максимален $\sin 2\alpha$. А $\sin 2\alpha$ максимален, когда $2\alpha = 90^0$, значит, $\alpha = 45^0$.

Правильный ответ 3).

A57. Из рис. 42 следует, что в высшей точке траектории скорость снаряда равна его проекции на ось 0X

$$v_x = v_0 \cos \alpha = 2 \cos 60^0 \text{ м/с} = 1 \text{ м/с}.$$

Правильный ответ 3).

A58. Согласно рис. 42 тело взлетает с начальной скоростью $v_0 \sin \alpha$ до высшей точки, где проекция его скорости на вертикальную ось 0Y $v_y = 0$, в течение времени t. Согласно формуле скорости равнозамедленного движения $v_y = v_0 \sin \alpha - gt$, откуда при $v_y = 0$

$$v_0 \sin \alpha = gt \quad \text{и} \quad t = \frac{v_0 \sin \alpha}{g}.$$

Все время полета снаряда равно удвоенному времени взлета:

$$t_{\text{общ}} = 2t = 2\frac{v_0 \sin \alpha}{g} = 2\,\frac{4 \sin 30^0}{10} \text{ с} = 0{,}4 \text{ с}.$$

Правильный ответ 3).

A59. Расстояние, которое пролетит пуля вдоль оси 0X, двигаясь равномерно со скоростью $v_0 \cos \alpha$ (рис. 42), можно найти по формуле пути равномерного движения $S = v_0 t \cos\alpha$, откуда все время полета

$$t = \frac{S}{v_0 \cos\alpha} = \frac{90}{60\cos 60^0}\ \text{с} = 3\ \text{с}.$$

Правильный ответ 1).

А60. Число оборотов $N = \nu t$, где частота вращения ν связана с угловой скоростью ω формулой $\omega = 2\pi\nu$, откуда $\nu = \dfrac{\omega}{2\pi}$. С учетом этого

$$N = \frac{\omega}{2\pi}t = \frac{3,14}{2\cdot 3,14}3600 = 1800.$$

Правильный ответ 4).

А61. Центростремительное ускорение точки определим по формуле

$$a_ц = \frac{v^2}{R} = \frac{4^2}{0,2}\ \text{м/с}^2 = 80\ \text{м/с}^2.$$

Правильный ответ 3).

А62. Связь линейной скорости точки с ее периодом устанавливает формула $v = \dfrac{2\pi R}{T}$, где $2R = d$ — диаметр окружности, поэтому $v = \dfrac{\pi d}{T}$,

откуда $$T = \frac{\pi d}{v} = \frac{3,14\cdot 0,4}{0,8}\ \text{с} = 1,57\ \text{с}.$$

Правильный ответ 3).

А63. При движении точки по окружности с постоянной по модулю скоростью ее ускорение направлено по радиусу к центру окружности.

Правильный ответ 4).

А64. Центростремительное ускорение связано с угловой скоростью формулой $a_ц = \omega^2 R$,где радиус окружности равен половине ее диаметра: $R = \dfrac{d}{2}$, следовательно, $a_ц = \omega^2\dfrac{d}{2}$,откуда

$$\omega = \sqrt{\frac{2a_ц}{d}} = \sqrt{\frac{2\cdot 32}{4}}\ \text{рад/с} = 4\ \text{рад/с}.$$

Правильный ответ 1).

А65. Поскольку в формуле $T = \frac{1}{\nu}$ период и частота — обратные величины, значит, при увеличении периода втрое частота втрое уменьшится.

Правильный ответ 2).

А66. Угловая скорость всех точек, лежащих на одном радиусе, одинакова, поэтому согласно формуле $\upsilon = \omega R$ линейные скорости точек одного радиуса прямо пропорциональны их расстояниям до центра. Поскольку $R_1 = 50$ см, а $R_2 = 50$ см $- 10$ см $= 40$ см и $\frac{\upsilon_1}{\upsilon_2} = \frac{\omega R_1}{\omega R_2} = \frac{R_1}{R_2}$, то из этой пропорции следует, что

$$\upsilon_2 = \upsilon_1 \frac{R_2}{R_1} = 10\frac{40}{50} \text{ м/с} = 8 \text{ м/с}.$$

Правильный ответ 4).

А67. Поскольку скорость поступательного движения точки вместе с колесом и ее линейная скорость равны υ, то по теореме Пифагора (рис. 43) мгновенная скорость точки M относительно дороги

$$\upsilon_M = \sqrt{\upsilon^2 + \upsilon^2} = \upsilon\sqrt{2} = 1{,}4\upsilon =$$
$$= 1{,}4 \text{ м/с}.$$

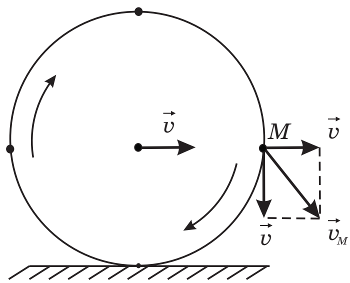


Рис. 43

Правильный ответ 3).

А68. Согласно формулам $\upsilon = \frac{2\pi R}{T}$ и $T = \frac{t}{N}$ линейная скорость точки

$$\upsilon = \frac{2\pi RN}{t} = \frac{2\cdot 3{,}14\cdot 0{,}5\cdot 10}{6{,}28} \text{ м/с} = 5 \text{ м/с}.$$

Правильный ответ 1).

А69. Центростремительное ускорение $a_{ц1} = \frac{\upsilon^2}{R}$. Если линейную скорость точки увеличить в 3 раза, а радиус окружности уменьшить в 2 раза, то получим:

$$a_{ц2} = \frac{(3v)^2}{\frac{R}{2}} = 18\frac{v^2}{R} = 18\,a_{ц1}.$$

Значит, центростремительное ускорение увеличится в 18 раз.

Правильный ответ 2).

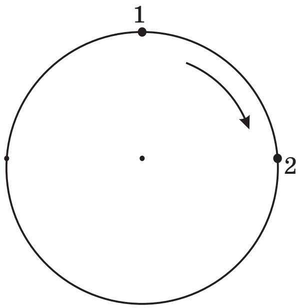


Рис. 44

А70. При движении из положения 1 в положение 2 (рис. 44) точка совершила за 2 с четверть оборота. Значит, полный оборот она совершит за время, равное ее периоду $T = 8$ с. Угловая скорость точки

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\cdot 3{,}14}{8}\text{ рад/с} = 0{,}785\text{ рад/с}.$$

Правильный ответ 2).

Часть 2

В1. Тело проехало путь 20 м за 5 с. Какой путь оно проедет за 10 с, если его скорость увеличить на 40% ?

Обозначим S_1 путь, пройденный за время t_1, Δv — разность скоростей, S_2 — путь, пройденный за время t_2, v_1 — скорость тела на пути S_1, v_2 — скорость тела на пути S_2.

Дано:
$S_1 = 20$ м
$t_1 = 5$ с
$\Delta v = 0{,}4\,v_1$
$t_2 = 10$ с

S_2 — ?

Решение

Запишем формулу пути равномерного движения для первого и второго движений:

$$S_1 = v_1 t_1 \quad (1) \quad \text{и} \quad S_2 = v_2 t_2 \quad (2).$$

Поскольку

$$v_2 = v_1 + \Delta v = v_1 + 0{,}4v_1 = 1{,}4v_1,$$

то, подставив правую часть этого равенства в формулу (2) вместо v_2, получим:

$$S_2 = 1{,}4v_1. \quad (3)$$

Если теперь разделить левые и правые части равенств (1) и (3) друг на друга, то неизвестная скорость v_1 сократится и из полученной пропорции мы сумеем найти искомый путь S_2. Проделаем эти действия:

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{v_1 t_1}{1{,}4\, v_1 t_2}, \qquad \frac{S_1}{S_2} = \frac{t_1}{1{,}4 t_2},$$

откуда
$$S_2 = 1{,}4\, S_1 \frac{t_2}{t_1}.$$

Мы решили задачу в общем виде. Подставим числа и вычислим искомый путь:

$$S_2 = 1{,}4 \cdot 20 \frac{10}{5}\ \text{м} = 56\ \text{м}.$$

Ответ: $S_2 = 56$ м.

В2. Поезд начал двигаться равноускоренно с ускорением 2 м/с^2 и за 10 с проехал некоторый путь. Найти скорость поезда в средней точке этого пути.

Обозначим v_0 начальную скорость поезда, a — его ускорение, t — время движения, v — скорость в средней точке пути.

Дано:
$v_0 = 0$
$a = 2$ м/с^2
$t = 10$ с
v — ?

Решение

Из условия задачи следует, что поезд начал движение из состояния покоя, поэтому мы записали в условии $v_0 = 0$. В этом случае формулы равноускоренного движения существенно упрощаются.

Мы знаем ускорение a и время движения поезда t. Найдем весь путь S, пройденный поездом за время t:

при $v_0 = 0$
$$S = \frac{at^2}{2}.$$

Нам надо найти скорость поезда v на середине этого пути, т.е. на расстоянии $\frac{S}{2}$ от начала движения. Теперь для нахождения скорости в средней точке всего пути, которая является конечной скоростью для первой половины всего пути S, мы можем воспользоваться формулой

$$v^2 - v_0^2 = 2a\frac{S}{2}$$

откуда при $v_0 = 0$
$$v^2 = 2a\frac{S}{2} = aS = \frac{a^2t^2}{2}.$$

Отсюда
$$v = \frac{at}{\sqrt{2}}.$$

Мы решили задачу в общем виде. Подставим числа и вычислим искомую скорость:

$$\upsilon = \frac{2 \cdot 10}{\sqrt{2}} \text{ м/с} = 14 \text{ м/с}.$$

Ответ: $\upsilon = 14$ м/с.

B3. Расстояние между двумя прибрежными поселками катер проходит по течению за 40 мин, а обратно — за 1 ч. За какое время проплывут это расстояние плоты?

Обозначим t_1 время прохождения расстояния S между поселками по течению, t_2 — время прохождения расстояния S между поселками против течения, t — время прохождения расстояния S плотами, $\upsilon_К$ — скорость катера, υ_T — скорость течения.

Дано:
$t_1 = 40$ мин
$t_2 = 1$ ч $= 60$ мин
t — ?

Решение

Судя по условию задачи, и катер, и плоты движутся равномерно.

Когда катер идет вниз по течению, его скорость $\upsilon_К$ складывается со скоростью течения υ_T, и поэтому он проходит расстояние между двумя пунктами быстрее, чем в отсутствие течения, — как, например, если бы он плыл по озеру. Тогда путь S между этими пунктами равен:

$$S = \left(\upsilon_K + \upsilon_T\right) t_1. \qquad (1)$$

Когда же катер идет против течения, оно его тормозит, поэтому он движется медленнее. Теперь его скорость относительно течения, с которой он проходит прежнее расстояние между пунктами, будет равна разности скорости катера и скорости течения. В этом случае тот же путь между пунктами будет равен:

$$S = \left(\upsilon_K - \upsilon_T\right) t_2. \qquad (2)$$

Мы имеем два уравнения и целых четыре неизвестные величины. Но самое главное: мы еще не ввели нужное нам время t, за которое это расстояние проплывут плоты. Здесь следует сообразить, что поскольку плоты несет само течение — ни гребцов, ни двигателя на них нет, — то их скорость равна скорости течения υ_T, и поэтому расстояние S будет равно:

$$S = v_T t. \tag{3}$$

Теперь, глядя на эти три формулы, мы должны сообразить, как бы нам исключить все неизвестные скорости и путь, чтобы остались только времена. Вроде бы решить три уравнения с четырьмя неизвестными величинами нельзя. Но если очень хочется, то иногда можно. Правда, для этого надо хорошенько подумать.

Тогда давайте думать. Что если из формул (1) и (2) выразить сумму и разность скоростей, а потом вычесть из одного полученного уравнения другое. Тогда неизвестная и ненужная нам скорость катера вследствие приведения подобных членов «уйдет», и неизвестных величин станет меньше. Правда, и уравнений тоже станет меньше. Но все равно, надо же как-то решать. Потом посмотрим, что еще можно будет сделать. Итак, приступим:

из (1)
$$v_K + v_T = \frac{S}{t_1}, \tag{4}$$

из (2)
$$v_K - v_T = \frac{S}{t_2}. \tag{5}$$

Давайте и из формулы (3) выразим скорость течения — все равно от нее тоже надо «уходить»:

$$v_T = \frac{S}{t}. \tag{6}$$

Теперь из левой части равенства (4) вычтем левую часть равенства (5), а из правой — правую. При этом знак равенства не нарушится, но зато скорость катера «уйдет»:

$$v_K + v_T - v_K - (-v_T) = \frac{S}{t_1} - \frac{S}{t_2},$$

$$2v_T = \frac{S}{t_1} - \frac{S}{t_2}. \tag{7}$$

Замечательно! Смотрите: если теперь в равенство (7) подставить вместо скорости течения правую часть равенства (6) и справа вынести путь S за скобки, то он сократится, и у нас останется одно уравнение, в котором будут только одни времена. Приступим. Подставляем в (7) правую часть равенства (6):

$$2\frac{S}{t}=S\left(\frac{1}{t_1}-\frac{1}{t_2}\right), \qquad \frac{2}{t}=\frac{t_2-t_1}{t_1t_2},$$

откуда

$$t=\frac{2t_1t_2}{t_2-t_1}.$$

Мы решили задачу в общем виде. Подставим числа и вычислим:

$$t=\frac{2\cdot 40\cdot 60}{60\ -\ 40}\text{ мин} = 240\text{ мин} = 4\text{ ч.}$$

Ответ: t = 4 ч.

В4. Путь, пройденный материальной точкой, движущейся равномерно по окружности радиусом 6,28 см, изменяется с течением времени согласно уравнению S = 31,4 t (см). Чему равна угловая скорость точки?

Обозначим R радиус окружности, S — путь, пройденный точкой за время t, ω — угловую скорость, υ — линейную скорость точки.

Дано:	***Решение***
$R = 6{,}28$ см $S = 31{,}4\ t$	Поскольку материальная точка движется по окружности равномерно, то и здесь нам пригодится формула $S=\upsilon t$.
ω — ?	

Если сравнить ее с уравнением S = 31,4t (см), то станет ясно, что линейная скорость точки υ = 31,4 см. Теперь из формулы $\upsilon=\omega R$ мы легко найдем искомую угловую скорость:

$$\omega=\frac{\upsilon}{R}.$$

Осталось подставить числа и вычислить:

$$\omega=\frac{31{,}4}{6{,}28}\,\frac{\text{рад}}{\text{с}}=5\,\frac{\text{рад}}{\text{с}}.$$

Ответ: $\omega=5\,\dfrac{\text{рад}}{\text{с}}$.

В5. Камень брошен с некоторой высоты в горизонтальном направлении со скоростью υ_0 = 10 м/с. Через сколько времени вектор скорости камня будет направлен под углом α = 60^0 к горизонту? Сопротивлением пренебречь.

Обозначим υ_0 проекцию скорости камня на ось OX, α — угол между вектором скорости камня и горизонтом через время t,

$v_у$ — проекцию скорости камня на ось 0Y через время t, g — ускорение свободного падения.

Решение

Обратимся к рис. 45. В момент броска проекция скорости камня на вертикальное направление $v_{0у} = 0$. Через время t она станет равна $v_у$. Из прямоугольного треугольника с катетами v_0 и вертикальной штриховой линией, равной $v_у$, следует:

Дано:
$v_0 = 10$ м/с
$\alpha = 60^0$
$v_{0у} = 0$
$g = 10$ м/с^2
t — ?

$$v_у = v_0 \operatorname{tg} \alpha, \quad \text{где } v_у = gt,$$

поэтому

$$gt = v_0 \operatorname{tg} \alpha, \quad \text{откуда}$$

$$t = \frac{v_0}{g} \operatorname{tg} \alpha = \frac{10}{10} \operatorname{tg} 60^0 \text{ с} = 1{,}7 \text{ с}.$$

Ответ: $t = 1{,}7$ с.

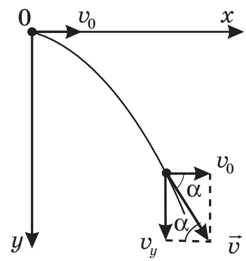


Рис. 45

В6. Уравнение движения материальной точки $x = 1 - 4t + 2t^2$. В какой координате скорость точки станет равна нулю?

Обозначим x конечную координату точки, x_0 — начальную координату точки, v — конечную скорость точки, v_0 — начальную скорость точки, t — время движения, a — ускорение, t_1 — время, за которое скорость точки уменьшится до нуля, x_1 — координату, в которой скорость точки уменьшится до нуля.

Решение

Дано:
$x = 1 - 4t + 2t^2$
$v = 0$
x_1 — ?

Запишем уравнение координаты равноускоренного движения в общем виде:

$$x = x_0 + v_{0x}t + \frac{a_x t^2}{2}.$$

Теперь сравним это уравнение с уравнением $x = 1 - 4t + 2t^2$, данным нам в условии задачи. Из сравнения следует, что проекция начальной скорости точки $v_{0x} = -4$ м/с, а половина проекции ускорения $\frac{a_x}{2} = 2$ м/с^2,откуда проекция ускорения $a_x = 4$ м/с^2.

Теперь запишем уравнение проекции скорости равноускоренного движения $v_x = v_{0x} + a_x t$ и подставим в это уравнение числовые значения проекций начальной скорости и ускорения, а конечную скорость, согласно условию, приравняем нулю: $0 = -4 + 4t_1$, $4t_1 = 4$ с, откуда время, за которое скорость точки уменьшится до нуля, $t_1 = 1$ с. Нам осталось подставить значение времени $t_1 = 1$ с в данное нам уравнение $x_1 = 1 - 4t + 2t^2$ и вычислить искомую координату x_1: $x_1 = 1 - (-4) \cdot 1 + 2 \cdot 1^2$ (м) = 7 м.

Ответ: $x = 7$ м.

В7. Тело половину пути прошло со скоростью 36 км/ч, а вторую половину со скоростью 54 км/ч. Найти среднюю скорость на всем пути.

Обозначим v_1 скорость, с которой тело прошло первую половину пути S, v_2 — скорость, с которой тело прошло вторую половину пути S, t_1 — время прохождения первой половины пути, t — время прохождения второй половины пути, $v_{ср}$ — среднюю скорость на всем пути.

Дано:	***Решение***
$v_1 = 36$ км/ч	
$v_2 = 54$ км/ч	
$v_{ср}$ — ?	

Средняя скорость равна отношению всего пути S ко времени прохождения первой половины пути t_1 со скоростью v_1 плюс время прохождения второй половины пути t_2 со скоростью v_2:

$$v_{ср} = \frac{S}{t_1 + t_2}.$$

Здесь $$t_1 = \frac{S}{2v_1} \quad \text{и} \quad t_2 = \frac{S}{2v_2}.$$

Подставим эти равенства в знаменатель первой формулы:

$$v_{ср} = \frac{S}{\frac{S}{2v_1} + \frac{S}{2v_2}} = \frac{S}{\frac{S}{2}\left(\frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2}\right)} = \frac{2}{\frac{v_1 + v_2}{v_1 v_2}} = \frac{2v_1 v_2}{v_1 + v_2},$$

$$v_{ср} = \frac{2 \cdot 36 \cdot 54}{36 + 54} \text{ км/ч} = 43{,}2 \text{ км/ч}.$$

Ответ: $v_{ср} = 43{,}2$ км/ч.

В8. Эскалатор метро поднимает неподвижно стоящего пассажира за 2 мин. По неподвижному эскалатору пассажир поднимется за 2,5 мин. За сколько времени эскалатор поднимет идущего по нему пассажира? Движение равномерное.

Обозначим t_1 время, за которое эскалатор метро поднимает неподвижно стоящего пассажира, t_2 — время, за которое пассажир поднимется по неподвижному эскалатору, t — время, за которое эскалатор поднимет идущего по нему пассажира, S — длину эскалатора, v_1 — скорость эскалатора, v_2 — скорость человека, поднимающегося по неподвижному эскалатору.

Дано:
$t_1 = 2$ мин
$t_2 = 2{,}5$ мин

t — ?

Решение

Скорость эскалатора $v_1 = \frac{S}{t_1}$, а скорость человека, идущего по неподвижному эскалатору, $v_2 = \frac{S}{t_2}$. Когда человек поднимается по движущемуся вверх эскалатору, то их суммарная скорость

$$v_1 + v_2 = \frac{S}{t}$$

или с учетом сказанного

$$\frac{S}{t_1} + \frac{S}{t_2} = \frac{S}{t}, \qquad \frac{1}{t_1} + \frac{1}{t_2} = \frac{1}{t}, \qquad \frac{t_1 + t_2}{t_1 t_2} = \frac{1}{t},$$

откуда
$$t = \frac{t_1 t_2}{t_1 + t_2} = \frac{2 \cdot 2{,}5}{2 + 2{,}5} \text{ мин} = 1{,}1 \text{ мин}.$$

Ответ: $t = 1{,}1$ мин.

В9. Частота вращения колеса увеличилась. Как изменились его угловая скорость, линейная скорость точек обода колеса и их центростремительное ускорение?

Решение

Согласно формуле $\omega = 2\pi\nu$ при увеличении частоты ν угловая скорость тоже увеличивается, ведь $2\pi = \text{const}$.

Линейная скорость v связана с угловой скоростью ω формулой $v = \omega R$. При неизменном радиусе колеса R с увеличением угловой скорости ω линейная скорость v тоже увеличивается.

Центростремительное ускорение $a_ц$ связано с угловой скоростью ω формулой $a_ц = \omega^2 R$. При неизменном радиусе R с увеличением угловой скорости ω центростремительное ускорение тоже увеличивается.

Ответ: ω, v и $a_ц$ увеличиваются.

B10. Винт самолета вращается с частотой 1800 об/мин. Посадочная скорость самолета 54 км/ч, длина посадочной линии 700 м. Сколько оборотов сделает винт за время торможения?

Обозначим ν частоту вращения винта, v_0 — скорость самолета в начале посадочной линии, v — скорость самолета в конце посадочной линии, S — длину посадочной линии, N — число оборотов винта за время торможения t, $v_{ср}$ — среднюю скорость самолета.

Дано:
$\nu = 1800$ об/мин
$v_0 = 54$ км/ч
$S = 700$ м
$v = 0$

N — ?

Решение

Число оборотов найдем, умножив частоту вращения на время торможения:

$$N = \nu t.$$

Время торможения найдем, разделив длину посадочной линии на среднюю скорость самолета: $t = \dfrac{S}{v_{ср}}$.

С учетом этого
$$N = \nu\frac{S}{v_{ср}}.$$

Среднюю скорость самолета найдем как среднее арифметическое начальной и конечной скоростей. С учетом, что $v = 0$, $v_{ср} = \dfrac{v_0}{2}$. С учетом этого, а также того, что 1800 об/мин $= \dfrac{1800}{60}$ об/с = 30 об/с и 54 км/ч $= 54\dfrac{1000}{3600}$ м/с = 15 м/с, получим:

$$N = 2\nu\frac{S}{v_0} = 2 \cdot 30\,\frac{700}{15} = 2800.$$

Ответ: $N = 2800$.

Часть 3

C1. Начальная скорость материальной точки 4 м/с. Вначале точка движется замедленно с модулем ускорения 1 м/с^2. Найти весь путь, который она проделает за 10 с, двигаясь с постоянным по модулю ускорением?

Обозначим v_0 начальную скорость точки, a — ускорение, t — все время движения, S — весь пройденный путь, v — скорость в конце движения с замедлением, t_1 — время движения с замедлением, S_1 — путь, пройденный точкой до остановки, S_2 — путь, пройденный точкой после остановки.

Дано:	**Решение**
$v_0 = 4$ м/с $a = -1$ м/с $t = 10$ с	На вид простая задачка. Применить формулу пути равноускоренного движения со знаком «минус» перед ускорением — и все решение. Что ж, давайте попробуем:
S_2 — ?	

$$S = v_0 t - \frac{at^2}{2} = 4 \cdot 10 - \frac{1 \cdot 10^2}{2}\ (\text{м}) = -10\ \text{м}.$$

Но позвольте, путь не бывает отрицательным. Путь это длина траектории, а длина может быть только положительной величиной. Значит, наше решение неверно.

Тогда давайте думать дальше. Точка двигалась равнозамедленно, а такое движение оканчивается остановкой. Интересно, сколько времени она двигалась до остановки. Это время t_1 несложно определить из формулы скорости равноускоренного движения, если конечную скорость v приравнять нулю, а перед ускорением a поставить минус. Тогда получим:

$$0 = v_0 - at_1, \quad \text{откуда} \quad t_1 = \frac{v_0}{a}.$$

Давайте вычислим, сколько времени точка двигалась до остановки:

$$t_1 = \frac{4}{1}\ \text{с} = 4\ \text{с}.$$

Вот оно что: из 10 с движения точка двигалась с замедлением всего $t_1 = 4$ с, после чего она еще $t_2 = 10$ с $- 4$ с $= 6$ с двигалась равноускоренно без начальной скорости и с прежним по модулю ускорением. Тогда весь путь S, проделанный точкой, можно представить как сумму пути S_1, пройденного равнозамедленно в течение времени t_1, в конце которого точка остановилась, и пути S_2, пройденного равноускоренно без начальной скорости в течение времени t_2:

$$S = S_1 + S_2 = \frac{at_1^2}{2} + \frac{at_2^2}{2} = \frac{a}{2}\left(t_1^2 + t_2^2\right).$$

Обратите внимание, что если при равнозамедленном движении тело в конце останавливается, то для определения его пути укороченная формула применима, несмотря на то, что начальная скорость здесь не равна нулю.

Мы решили задачу в общем виде. Подставим числа и вычислим:

$$S = \frac{1}{2}\left(4^2 + 6^2\right) \text{ м} = 26 \text{ м}.$$

Ответ: $S = 26$ м.

С2. Ракета стартовала с земли вертикально вверх, двигаясь равноускоренно с ускорением 6 м/с². Через 10 с двигатель ракеты заглох. Через сколько времени она упадет на землю? Сопротивлением воздуха пренебречь.

Обозначим v_0 — скорость ракеты на старте, a — ускорение при взлете, t_1 — время равноускоренного движения, g — ускорение свободного падения, v — скорость в высшей точке подъема, t — все время полета ракеты, $t_{взл}$ — время взлета до высшей точки, $t_{пад}$ — время свободного падения с высшей точки до земли, t_2 — время равнозамедленного движения вверх до высшей точки подъема после выключения двигателей, h — всю высоту, на которую взлетела ракета, h_1 — высоту равноускоренного подъема, h_2 — высоту равнозамедленного подъема.

Дано:
$v_0 = 0$
$a = 6$ м/с²
$t_1 = 10$ с
$g = 10$ м/с²
$v_0 = 0$

t — ?

Решение

Сразу понятно, что все время t от старта до падения ракеты на землю можно представить только как сумму двух разных времен: времени взлета $t_{взл}$ и времени падения $t_{пад}$:

$$t = t_{взл} + t_{пад}. \qquad (1)$$

Следует сообразить, что время взлета складывается из времени t_1, в течение которого ракета взлетала вверх с ускорением a, т.е. набирала скорость, пока у нее не заглох двигатель, и времени t_2, в течение которого она продолжала двигаться вверх уже замедленно, с отрицательным ускорением свободного падения. Эту часть подъема ракета проделала с начальной скоростью, которую она приобрела к моменту, когда двигатель заглох, пока не достигла высшей точки. Следовательно, все время взлета

$$t_{взл} = t_1 + t_2. \qquad (2)$$

Давайте сначала найдем скорость v_1, которую ракета набрала к моменту, когда у нее заглох двигатель. Эту скорость можно найти по формуле скорости равноускоренного движения при нулевой начальной скорости на старте. Тогда эта формула приобретет вид:

$$v_1 = at_1.$$

Эта скорость станет начальной скоростью для движения ракеты в течение времени t_2 с отрицательным ускорением свободного падения $-g$ до высшей точки подъема, где ее конечная скорость v станет равна нулю. Поэтому для нахождения времени t_2 можно применить ту же формулу скорости:

$$0 = v_1 - gt_2, \quad \text{откуда} \quad t_2 = \frac{v_1}{g} = \frac{at_1}{g}. \qquad (3)$$

Подставив (3) в (2), выразим время взлета через все известные величины:

$$t_{\text{взл}} = t_1 + \frac{at_1}{g} = t_1\left(1 + \frac{a}{g}\right). \qquad (4)$$

Теперь надо найти время падения ракеты с высшей точки ее подъема на землю. Проще всего это можно было бы сделать, если бы нам была известна вся высота подъема ракеты h. Время падения с этой высоты мы обозначили $t_{\text{пад}}$, поэтому формула высоты примет вид:

$$h = \frac{gt_{\text{пад}}^2}{2}, \text{ откуда } t_{\text{пад}} = \sqrt{\frac{2h}{g}}. \qquad (5)$$

Значит, надо определить всю высоту h подъема ракеты — от старта до высшей точки, где она остановилась, после чего стала падать. Готовой формулы для ее определения нет, ведь эта высота представляет собой сумму двух высот h_1 и h_2 с разными типами движения: при подъеме на высоту h_1 — равноускоренного с ускорением a и при подъеме на высоту h_2 — равнозамедленного с отрицательным ускорением свободного падения — g. Поэтому мы должны записать:

$$h = h_1 + h_2,$$

где

$$h_1 = \frac{at_1^2}{2} \; (6) \quad \text{и} \quad h_2 = \frac{gt_2^2}{2}$$

или с учетом равенства (3)

$$h_2 = \frac{ga^2t_1^2}{2g^2} = \frac{a^2t_1^2}{2g}. \qquad (7)$$

Тогда с учетом равенств (6) и (7) вся высота подъема ракеты будет равна:

$$h = \frac{at_1^2}{2} + \frac{a^2 t_1^2}{2g} = \frac{at_1^2}{2}\left(1 + \frac{a}{g}\right). \qquad (8)$$

Нам остается подставить правую часть этого равенства в формулу (5) и сложить времена взлета и падения. Приступим:

$$t_{\text{пад}} = \sqrt{\frac{2at_1^2}{2g}\left(1 + \frac{a}{g}\right)} = t_1\sqrt{\frac{a}{g}\left(1 + \frac{a}{g}\right)}. \qquad (9)$$

Теперь подставим правые части равенств (4) и (9) в формулу (1), и задача будет решена:

$$t = t_1\left(1 + \frac{a}{g}\right) + t_1\sqrt{\frac{a}{g}\left(1 + \frac{a}{g}\right)} = t_1\left(1 + \frac{a}{g} + \sqrt{\frac{a}{g}\left(1 + \frac{a}{g}\right)}\right).$$

Задача в общем виде решена. Подставим числа и вычислим:

$$t = 10\left(1 + \frac{6}{10} + \sqrt{\frac{6}{10}\left(1 + \frac{6}{10}\right)}\right) \text{с} = 25{,}8 \text{ с}.$$

Ответ: $t = 25{,}8$ с.

С3. Колонна солдат длиной 20 м движется по шоссе со скоростью 3,6 км/ч. Командир, находящийся в хвосте колонны, посылает солдата с вопросом к сержанту, шагающему во главе колонны. Солдат бежит туда и обратно со скоростью, превышающей скорость колонны на 20%. Через сколько времени солдат доставит командиру ответ сержанта, если он слушал его в течение 0,5 мин?

Обозначим S длину колонны, v_1 — скорость колонны, Δv — разность между скоростью солдата и скоростью колонны, t — время, в течение которого солдат слушал ответ сержанта, $t_{\text{общ}}$ — время, в течение которого солдат доставит командиру ответ сержанта, t_1 — время, в течение которого солдат бежал к голове колонны, t_2 — время, в течение которого солдат бежал обратно от головы колонны к командиру, v_2 — скорость солдата.

Дано:	**Решение**
$S = 20$ м $v_1 = 3{,}6$ км/ч $\Delta v = 0{,}2\ v_1$ $t = 0{,}5$ мин — $t_{общ}$ — ?	Очевидно, что время t_1, пока солдат бежал к голове колонны, не равно времени t_2, за которое он вернулся обратно, ведь, когда он бежал к голове, он обгонял колонну, а когда он бежал ей навстречу, она к нему приближалась, поэтому он пробежал ее длину быстрее.

Следовательно, искомое время $t_{общ}$ можно представить как сумму трех времен: времени t_1 пробега солдата к голове колонны, времени t, пока он разговаривал с сержантом, и времени t_2 его возвращения:

$$t_{общ} = t_1 + t + t_2\,. \tag{1}$$

Судя по условию задачи, движение как колонны, так и солдата, было равномерным. Поэтому время t_1, за которое солдат пробежал от хвоста колонны к ее голове, можно определить из формулы пути равномерного движения. Но при этом следует учесть, что скорость солдата относительно колонны в этом случае равна разности его скорости v_2 относительно дороги и скорости колонны v_1 относительно дороги. Поэтому время t_1 равно:

$$t_1 = \frac{S}{v_2 - v_1}\,,$$

где согласно условию $v_1 - v_2 = \Delta v = 0{,}2\ v_1$, поэтому

$$t_1 = \frac{S}{0{,}2v_1} = \frac{5S}{v_1}\,. \tag{2}$$

Когда солдат побежал обратно, его скорость относительно приближавшейся к нему колонны стала равна сумме скорости колонны относительно дороги и его собственной скорости относительно нее, поэтому время, за которое он пробежал колонну обратно, равно:

$$t_2 = \frac{S}{v_1 + v_2} = \frac{S}{v_1 + v_1 + \Delta v} = \frac{S}{2v_1 + 0{,}2v_1} = \frac{S}{2{,}2v_1} = \frac{5S}{11v_1}\,. \tag{3}$$

Подставив правые части выражений (2) и (3) в равенство (1), мы решим задачу в общем виде:

$$t_{общ} = \frac{5S}{v_1} + t + \frac{5S}{11v_1} = t + \frac{60S}{11v_1}\,.$$

Мы решили задачу в общем виде. Выразим все величины в единицах СИ: 3,6 км/ч = $3{,}6\frac{1000}{3600}$ м/с = 1 м/с,0,5 мин = 30 с.

Подставим числа и вычислим:

$$t_{\text{общ}} = 30 + \frac{60 \cdot 20}{11 \cdot 1}\,(\text{с}) = 139\ \text{с} = 2\ \text{мин}\ 19\ \text{с}.$$

Ответ: $t_{\text{общ}}$ = 2 мин 28 с.

С4. Камень бросили вниз с начальной скоростью 2 м/с. Время его падения на землю равно 3 с. Чему равна средняя скорость падения камня на оставшейся до земли третьей части всей высоты его падения? Сопротивлением воздуха пренебречь.

Обозначим v_0 начальную скорость камня, t — время его падения на землю, H — всю высоту падения, g — ускорение свободного падения, $v_{\text{ср}}$ — среднюю скорость падения камня на оставшейся до земли третьей части всей высоты, t_1 — время, в течение которого камень пролетит первые $\frac{2}{3}H$, t_2 — время, в течение которого камень пролетит оставшуюся треть пути.

Дано:
$v_0 = 2$ м/с
$t = 3$ с
$g = 10$ м/с^2

$v_{\text{ср}}$ — ?

Решение

Среднюю скорость на нижней трети всей высоты можно найти из формулы средней скорости, если разделить эту треть высоты на время ее прохождения — обозначим его t_2. Оно будет равно разности между всем временем падения t и временем t_1, за которое камень пролетит первые $\frac{2}{3}H$. Тогда получим:

$$v_{\text{ср}} = \frac{H}{3t_2} = \frac{H}{3(t - t_1)}, \quad \text{где} \quad H = v_0 t + \frac{gt^2}{2}. \qquad (1)$$

поэтому

$$v_{\text{ср}} = \frac{2v_0 t + gt^2}{6(t - t_1)} = \frac{t(2v_0 + gt)}{6(t - t_1)}. \qquad (2)$$

Таким образом, задача сводится к нахождению времени t_1, за которое камень пролетит первые 2/3 всей высоты H. Это время можно найти, если воспользоваться формулой высоты при свободном падении с начальной скоростью. Применительно к нашей задаче она примет вид:

$$\frac{2}{3}H = v_0 t_1 + \frac{gt_1^2}{2} \quad \text{или с учетом (1)} \quad \frac{2}{3}\left(v_0 t + \frac{gt^2}{2}\right) = v_0 t_1 + \frac{gt_1^2}{2}.$$

Мы получили квадратное уравнение относительно времени t_1. Найдем из него это время:

$$\frac{2}{3}v_0t+\frac{gt^2}{3}=v_0t_1+\frac{gt_1^2}{2}, \qquad 3gt_1^2+6v_0t_1-2\left(2v_0t+gt^2\right)=0,$$

$$t_1=\frac{-3v_0+\sqrt{9v_0^2+6g\left(2v_0t+gt^2\right)}}{3g}=\frac{\sqrt{3\left(3v_0^2+2gt\left(2v_0+gt\right)\right)}-3v_0}{3g}. \quad (3)$$

Нам осталось подставить правую часть этого выражения в равенство (2), и задача в общем виде будет решена.

$$v_{\text{ср}}=\frac{t\left(2v_0+gt\right)}{6\left(t-\dfrac{\sqrt{3\left(3v_0^2+2gt\left(2v_0+gt\right)\right)}-3v_0}{3g}\right)}=$$

$$=\frac{gt\left(2v_0+gt\right)}{2\left(3\left(v_0+gt\right)-\sqrt{3\left(3v_0^2+2gt\left(2v_0+gt\right)\right)}\right)}.$$

Задача в общем виде решена. Подставим числа и вычислим:

$$v_{\text{ср}}=\frac{10\cdot 3(2\cdot 2+10\cdot 3)}{2\left(3(2+10\cdot 3)-\sqrt{3\left(3\cdot 2^2+2\cdot 10\cdot 3(2\cdot 2+10\cdot 3)\right)}\right)}\text{ с}=28\text{ м/с}.$$

Ответ: $v_{\text{ср}}=28$ м/с.

С5. Маленький мячик бросили с земли под углом 60^0 к горизонту со скоростью 5 м/с в вертикальную стену, расположенную на расстоянии 1,5 м от места бросания. Под каким углом к горизонту отскочит мячик после абсолютно упругого удара о стену? Сопротивлением воздуха пренебречь.

Обозначим α угол между вектором начальной скорости мяча и горизонтом, v_0 — скорость бросания мяча, S — расстояние между местом бросания и стеной, g — ускорение свободного падения, α — угол, под которым отскочит мячик после абсолютно упругого удара о стену, S_1 — дальность полета мяча по горизонтали за время, пока он поднимался до высшей точки, v_{0y} — вертикальную составляющую скорости мяча в момент бросания, t — время его подъема до высшей точки, S_1 — расстояние, которое пролетел мячик по горизонтали за время t, v_x — горизонтальную составляющую скорости мяча в момент бросания, v_{y1} — вертикальную составляющую скорости мяча в момент удара о стенку, v — скорость мяча в момент удара о стенку, Δt — промежуток времени между моментом, когда мячик побывал в высшей точке, и моментом, когда он ударился о стену.

Дано:
$\alpha = 60^0$
$v_0 = 5$ м/с
$S = 1{,}5$ м
$g = 10$ м/с^2

β — ?

Решение

Из теории мы знаем, что мячик, брошенный под углом к горизонту, движется вверх равнозамедленно, пока не достигнет высшей точки подъема, после чего начинает падать. И одновременно смещается по горизонтали, в результате чего его траекторией является парабола.

В нашем случае мячик, двигаясь по параболе, ударяется о стену. Зададимся вопросом: он на взлете ударился о стену или уже при спуске — ведь от этого зависит чертеж, который нам предстоит изобразить. Потому что если в условии задачи хоть что-то сказано об углах, то без подробного чертежа такую задачу не решить.

Чтобы уяснить, где траектория мяча упирается в стену, давайте вычислим, чему равняется дальность полета мяча S_1 по горизонтали за время, пока он поднимался до высшей точки. А потом сравним ее с расстоянием от точки бросания мяча до стены. И если эта дальность полета окажется больше расстояния до стены, то мячик ударился на взлете, а если меньше, — то уже при спуске.

Поскольку вертикальная составляющая скорости мяча в высшей точке равна нулю и поднимался он вверх равнозамедленно, то время его подъема до высшей точки найдем из формулы

$$0 = v_{0y} - gt \text{, где } v_{0y} = v_0 \sin\alpha,$$

поэтому

$$t = \frac{v_0 \sin\alpha}{g}. \qquad (1)$$

За это время мячик пролетел по горизонтали, двигаясь равномерно со скоростью $v_x = v_0 \cos\alpha$ расстояние S_1. Поэтому

$$S_1 = v_0 t \cos\alpha = \frac{v_0^2}{g} \sin\alpha \cos\alpha.$$

Вычислим это расстояние и сравним его с расстоянием $S = 1{,}5$ м до стены:

$$S_1 = \frac{5^2}{10}\sin 60^0 \cos 60^0 \text{ м} = 1{,}06 \text{ м}.$$

Это расстояние меньше расстояния 1,5 м до стены, значит, мячик ударился о стену уже после того, как побывал в высшей точке траектории. Теперь выполним чертеж (рис. 46).

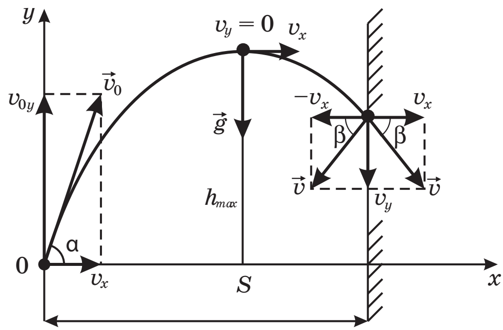


Рис. 46

Поскольку удар был абсолютно упругим, угол, под которым мячик отскочит от стены, равен углу β, под которым он ударился, — это угол между вектором скорости мяча $\vec{v}$ в тот момент и перпендикуляром к стенке, который совпадает с горизонтальной проекцией скорости v_x. Из прямоугольного треугольника с гипотенузой, равной модулю вектора $\vec{v}$, следует, что

$$\operatorname{tg}\beta = \frac{v_{y1}}{v_x} = \frac{v_{y1}}{v_0 \cos\alpha}. \qquad (2)$$

Таким образом, задача сводится к нахождению вертикальной составляющей скорости мяча v_{y1}. Если бы мы знали промежуток времени — обозначим его Δt — между моментом, когда мячик побывал в высшей точке, и моментом, когда он ударился о стену, то проекцию скорости v_{y1} мы нашли бы из формулы

$$v_{y1} = g\Delta t. \qquad (3)$$

Значит, теперь надо найти этот промежуток времени Δt. Его можно представить как разность времени полета мяча до удара о стену t_1, за которое он поднялся до высшей точки и успел опуститься перед ударом, и времени подъема до высшей точки t, которое мы уже определили по формуле (1):

$$\Delta t = t_1 - t. \tag{4}$$

Время полета до стены равно времени равномерного перемещения мяча по горизонтали на расстояние S со скоростью $v_0 \cos\alpha$, поэтому его можно найти так:

$$t_1 = \frac{S}{v_0 \cos\alpha}. \tag{5}$$

Теперь подставим правые части равенств (1) и (5) в выражение (4):

$$\Delta t = \frac{S}{v_0 \cos\alpha} - \frac{v_0 \sin\alpha}{g}. \tag{6}$$

Нам осталось подставить правую часть выражения (6) в равенство (3), а то, что получится, — в выражение (2), — и задача в общем виде будет решена. Приступим. Подставляем (6) в (3):

$$v_{y1} = g\left(\frac{S}{v_0 \cos\alpha} - \frac{v_0 \sin\alpha}{g}\right) = \frac{gS}{v_0 \cos\alpha} - v_0 \sin\alpha. \tag{7}$$

Теперь подставляем (7) в (2):

$$\operatorname{tg}\beta = \frac{\dfrac{gS}{v_0 \cos\alpha} - v_0 \sin\alpha}{v_0 \cos\alpha} = \frac{gS}{(v_0 \cos\alpha)^2} - \operatorname{tg}\alpha.$$

Задача в общем виде решена. Подставим числа и вычислим:

$$\operatorname{tg}\beta = \frac{10 \cdot 1{,}5}{(5\cos 60^0)^2} - \operatorname{tg} 60^0 = 0{,}7, \qquad \beta = 35^0.$$

Ответ: $\beta = 35^0$.

С6. Горизонтальная платформа равномерно вращается вокруг вертикальной оси, проходящей через ее центр. На расстоянии, равном трети радиуса платформы, отрывается от ее поверхности небольшое тело и скользит по ней без трения. Через сколько времени тело слетит с платформы, если до отрыва оно двигалось с ускорением 0,1 м/с^2? Радиус платформы 60 см.

Обозначим a ускорение тела, R — радиус платформы, t — время, через которое тело слетит с платформы с момента его отрыва, v — линейную скорость тела, S — путь, пройденный телом при скольжении.

Дано:
$a = 0{,}1$ м/с^2
$R = 60$ см
t — ?

Решение

Чтобы легче представить движение тела по платформе, выполним чертеж. Посмотрим на платформу сверху, и нарисуем круг, покажем его центр О и проведем горизонтальный радиус R. Затем на расстоянии, равном трети радиуса от края платформы, изобразим тело в точке M в момент отрыва (рис. 47). Значит, в этот момент от тела до центра платформы расстояние составило две трети радиуса.

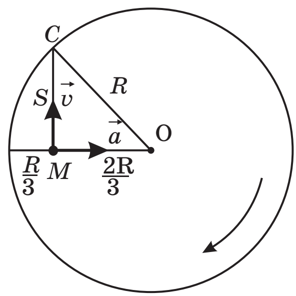


Рис. 47

Теперь давайте думать. Нам известно ускорение тела a перед отрывом от поверхности платформы. Но платформа вращается равномерно, значит, это его центростремительное ускорение. В момент отрыва линейная скорость тела v направлена по касательной к окружности, по которой оно двигалось до отрыва. Радиус этой окружности составлял $\frac{2}{3}R$. А мы знаем формулу, связывающую линейную скорость с центростремительным ускорением. Применительно к нашей задаче она будет выглядеть так:

$$a = \frac{v^2}{\frac{2}{3}R} = \frac{3v^2}{2R}. \qquad (1)$$

После отрыва тело станет двигаться к краю платформы без трения. Значит, это движение будет равномерным и прямолинейным со скоростью v. Тогда тело слетит с платформы в точке C, проделав путь S. Если этот путь разделить на линейную скорость тела, мы найдем искомое время t, через которое тело слетит с платформы:

$$t = \frac{S}{v}. \qquad (2)$$

Дальнейший ход решения ясен. Путь S находим из прямоугольного треугольника MCO по теореме Пифагора, а линейную скорость v — из выражения (1), и все это подставляем в равенство (2). Приступим. По теореме Пифагора

$$S = \sqrt{R^2 - \frac{4}{9}R^2} = \frac{R}{3}\sqrt{5}. \qquad (3)$$

Теперь из (1) находим линейную скорость v:

$$v = \sqrt{\frac{2}{3}aR}. \qquad (4)$$

Нам осталось подставить правые части равенств (3) и (4) в формулу (2), и задача в общем виде будет решена. Подставляем:

$$t = \frac{R\sqrt{5}}{3\sqrt{\frac{2}{3}aR}} = \sqrt{\frac{R^2 5}{9\frac{2}{3}aR}} = \sqrt{\frac{5R}{6a}}.$$

Задача в общем виде решена. Подставим числа и вычислим. 60 см = 0,6 м.

$$t = \sqrt{\frac{5 \cdot 0{,}6}{6 \cdot 0{,}1}}\ \text{с} = 2{,}2\ \text{с}.$$

Ответ: $t = 2{,}2$ с.

С7. Свободно падающее без начальной скорости тело за первую секунду проходит некоторый путь, а последний такой же путь оно проходит за 0,4 с. С какой высоты упало тело?

Обозначим v_0 начальную скорость тела, h — путь, пройденный телом за первую секунду падения, t_1 — время прохождения пути h, t_3 — время прохождения последнего отрезка h, g — ускорение свободного падения, H — высоту, с которой упадет тело, t_2 — время падения тела от точки 1 до точки 2, v_1 — конечную скорость тела на первом отрезке, v_{02} — начальную скорость тела на отрезке 1 – 2, v_2 — конечную скорость тела на отрезке 1 – 2.

Дано:
$v_0 = 0$
$h = 1$ м
$t_1 = 1$ с
$t_3 = 0{,}4$ с
$g = 10$ м/с^2

H — ?

Решение

Выполним чертеж (рис. 48). Высоту, с которой упадет тело, можно найти по формуле

$$H = \frac{gt_{\text{общ}}^2}{2},$$

где все время падения $t_{\text{общ}} = t_1 + t_2 + t_3$. Поскольку времена t_1 и t_3 нам известны, задача сводится к нахождению времени падения тела t_2 от точки 1 до точки 2. Мы вправе записать, что $v_1 = v_{02} = gt_1$ — это начальная скорость тела на отрезке 1–2. А его конечная скорость на этом отрезке

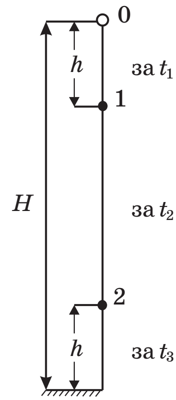


Рис. 48

$$v_2 = v_{02} + gt_2 = gt_1 + gt_2.$$

Эта конечная скорость $v_2 = v_{03}$, т.е. является начальной скоростью на последнем отрезке h, поэтому

$$h = v_{03}t_3 + \frac{gt_3^2}{2} = gt_1t_3 + gt_2t_3 + \frac{gt_3^2}{2} = g\left(t_1t_3 + t_2t_3 + \frac{t_3^2}{2}\right).$$

Но применительно к первому отрезку $h = \dfrac{gt_1^2}{2}$, поэтому мы можем записать: $$g\left(t_1t_3 + t_2t_3 + \frac{t_3^2}{2}\right) = \frac{gt_1^2}{2},$$

$$t_1t_3 + t_2t_3 + \frac{t_3^2}{2} = \frac{t_1^2}{2}, \quad \text{откуда} \quad t_2 = \frac{t_1^2 - t_3^2}{2t_3} - t_1.$$

С учетом этого,

$$t_{\text{общ}} = t_1 + \frac{t_1^2 - t_3^2}{2t_3} - t_1 + t_3 = \frac{t_1^2 - t_3^2}{2t_3} + t_3 = \frac{t_1^2 - t_3^2 + 2t_3^2}{2t_3} = \frac{t_1^2 + t_3^2}{2t_3}$$

и $$H = \frac{g}{2}\left(\frac{t_1^2 + t_2^2}{2t_3}\right)^2 = \frac{10}{2}\left(\frac{1^2 + 0{,}4^2}{2\cdot 0{,}4}\right)^2 \text{ м} = 10{,}5 \text{ м}.$$

Ответ: $H = 10{,}5$ м.

С8. Два автомобиля движутся со скоростями 36 км/ч и 54 км/ч под углом $\alpha = 60^0$ друг к другу. В некоторый момент времени один из них оказался в пункте M, а другой в тот же момент — в пункте N, расстояние между которыми $S = 10$ км.

Через какой промежуток времени t расстояние между автомобилями станет минимальным?

Обозначим v — скорость автомобиля слева на рис. 49, v_2 — скорость автомобиля справа, α — угол между направлениями скоростей автомобилей, S — расстояние между ними в начальный момент наблюдения, t — промежуток времени, через который расстояние между автомобилями станет минимальным, v — скорость автомобиля слева, если бы автомобиль справа был неподвижен, l — кратчайшее расстояние между обоими автомобилями, L — путь, пройденный левым автомобилем со скоростью v, β — один из острых углов треугольника Mmn, h — длину перпендикуляра, опущенного из конца вектора $\vec{v}$ на отрезок MN.

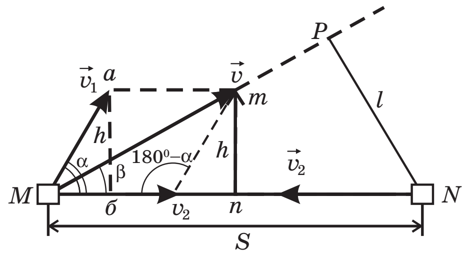


Рис. 49

Дано:
$v_1 = 36$ км/ч
$v_2 = 54$ км/ч
$\alpha = 60^0$
$S = 10$ км

t — ?

Решение

Как же определить момент времени, когда расстояние между автомобилями станет наименьшим? Они же все время едут, причем каждый со своей скоростью — попробуй поймать этот самый момент.

Сразу дадим совет: при решении подобных задач, когда два тела одновременно движутся относительно друг друга, примите одно из них, например, автомобиль справа, за неподвижное, тогда можно считать, что автомобиль слева, продолжая двигаться со своей скоростью v_1, станет приближаться к правому автомобилю в пункте N с его скоростью v_2, но вектор которой направлен противоположно, т.е. навстречу правому автомобилю. Теперь заменим эти две скорости левого автомобиля одной скоростью v, сложив их векторы. При этом модуль вектора $\vec{v}$ будет равен длине диагонали параллелограмма, построенного на векторах этих скоростей, как на сторонах. Прямая MP, вдоль которой направлен вектор скорости $\vec{v}$, и будет той траекторией, по которой будет двигаться левый автомобиль, если принять правый за неподвижный.

Если теперь из точки N, где находится правый неподвижный автомобиль, опустить перпендикуляр NP на эту траекторию, то длина этого перпендикуляра l и будет тем самым кратчайшим расстоянием между обоими автомобилями. Искомый промежуток времени t можно найти, если разделить путь L, пройденный левым автомобилем со скоростью v и равный длине отрезка MP, на эту скорость:

$$t = \frac{L}{v}. \tag{1}$$

Скорость v найти несложно. В тупоугольном треугольнике скоростей вектор этой скорости лежит против тупого угла, равного $180^0 - \alpha$, а две другие стороны этого треугольника равны по модулю скоростям v_1 и v_2, поэтому согласно теореме косинусов

$$v = \sqrt{v_1^2 + v_2^2 - 2v_1v_2\cos\left(180^0 - \alpha\right)} = \sqrt{v_1^2 + v_2^2 + 2v_1v_2\cos\alpha}. \tag{2}$$

Труднее определить длину отрезка $L = MP$. Этот отрезок является катетом в прямоугольном треугольнике MPN, где гипотенузой служит известное нам расстояние $S = MN$, а другим катетом — неизвестный отрезок l. Этот треугольник прямоугольный, но и от этого мало радости, ведь отрезок l взять неоткуда. Вот если бы в этом треугольнике нам был известен очень острый угол PMN, мы тогда могли найти катет L через прилежащий к этому катету угол PMN и гипотенузу S.

Но как определить этот острый угол? Обозначим его как-нибудь, например, β. Может, его можно определить через векторы скоростей, между которыми он заключен? Но как? Вот если б этот угол входил в еще какой-нибудь треугольник. А что если его построить? Давайте опустим из конца вектора v на отрезок MN перпендикуляр mn и обозначим его высоту h. Теперь у нас есть прямоугольный треугольник Mmn, в котором гипотенузой служит скорость v, а угол β является одним из острых углов этого треугольника. Но опять же нам не известен отрезок h. Похоже, мы в тупике.

Вот если бы как-нибудь найти этот h. Может, опустить из конца вектора скорости v_1 еще один перпендикуляр ab такой же высоты? А что? — это идея! Теперь мы можем выразить отрезок h из прямоугольного треугольника Mab через скорость

v_1 и противолежащий этому перпендикуляру известный нам угол α:

$$h = v_1 \sin\alpha. \tag{3}$$

Зная h, находим из прямоугольного треугольника Mmn $\sin\beta$:

$$\sin\beta = \frac{h}{v} = \frac{v_1 \sin\alpha}{v}. \tag{4}$$

Теперь уже просто. Из прямоугольного треугольника MPN выражаем катет L через известную нам гипотенузу S и найденный угол β:

$$L = S\cos\beta = S\sqrt{1-\sin^2\beta}$$

или с учетом (4)

$$L = S\sqrt{1-\left(\frac{v_1}{v}\sin\alpha\right)^2} = S\sqrt{\frac{v^2-(v_1\sin\alpha)^2}{v^2}} = \tag{5}$$

$$= \frac{S}{v}\sqrt{v^2-(v_1\sin\alpha)^2}.$$

Нам осталось подставить правые части равенств (2) и (5) в формулу (1), и непростая задача, потребовавшая от нас столько выдумки и сообразительности, будет решена. Подставляем:

$$t = \frac{S\sqrt{v_1^2+v_2^2+2v_1v_2\cos\alpha - v_1^2\sin^2\alpha}}{\sqrt{v_1^2+v_2^2+2v_1v_2\cos\alpha}\sqrt{v_1^2+v_2^2+2v_1v_2\cos\alpha}} =$$

$$= S\,\frac{\sqrt{v_1^2+v_2^2+2v_1v_2\cos\alpha - v_1^2\sin^2\alpha}}{v_1^2+v_2^2+2v_1v_2\cos\alpha}.$$

В общем-то задача решена, но хорошо бы полученную формулу упростить. Сделать это несложно. Достаточно сгруппировать под корнем первый и последний члены, вынести v_1^2 за скобки и вспомнить, что

$1 - \sin^2\alpha = \cos^2\alpha$:

$$t = \mathrm{S}\,\frac{\sqrt{v_1^2\left(1-\sin^2\alpha\right)+2v_1v_2\cos\alpha+v_2^2}}{v_1^2+2v_1v_2\cos\alpha+v_2^2} =$$

$$= S\,\frac{\sqrt{v_1^2\cos^2\alpha+2v_1v_2\cos\alpha+v_2^2}}{v_1^2+2v_1v_2\cos\alpha+v_2^2}.$$

Теперь мы видим, что под корнем стоит квадрат суммы величин $\upsilon_1 \cos\alpha + \upsilon_2$:

$$t = S\,\frac{\sqrt{\left(\upsilon_1 \cos\alpha + \upsilon_2\right)^2}}{\upsilon_1^2 + 2\upsilon_1\upsilon_2 \cos\alpha + \upsilon_2^2} = S\,\frac{\upsilon_1 \cos\alpha + \upsilon_2}{\upsilon_1^2 + 2\upsilon_1\upsilon_2 \cos\alpha + \upsilon_2^2}.$$

Выразим все величины в единицах СИ: 36 км/ч = 10 м/с, 54 км/ч = 15 м/с, 10 км = $1\cdot 10^4$ м.

Подставим числа и произведем вычисления:

$$t = 10^4\,\frac{10\cos 60^0 + 15}{100 + 2\cdot 10\cdot 15\cos 60^0 + 225}\ \text{с} = 421\ \text{с} = 7\ \text{мин},$$

Ответ: $t = 7$ мин.

С9. Мимо остановки по прямой улице проезжает грузовик, двигаясь равномерно со скоростью 10 м/с. Через 5 с от остановки ему вдогонку отъезжает мотоциклист с ускорением 3 м/с^2. На каком расстоянии от остановки мотоциклист догонит грузовик?

Обозначим υ скорость грузовика, Δt — промежуток времени между моментом проезда мимо остановки грузовика и моментом отъезда мотоциклиста, a — ускорение мотоциклиста, υ_0 — начальную скорость мотоциклиста, S — расстояние от остановки до места, где мотоциклист догонит грузовик, t — время движения мотоциклиста до момента, когда он догонит грузовик.

Дано:
$\upsilon = 10$ м/с
$\Delta t = 5$ с
$a = 3$ м/с^2
$\upsilon_0 = 0$

S — ?

Решение

Грузовик движется равномерно, поэтому уравнение его движения $S = \upsilon t$. Мотоциклист движется равноускоренно без начальной скорости, и время его движения до момента, когда он догонит грузовик, равно $t - \Delta t$. Поэтому уравнение движения мотоциклиста

$$S = \frac{a\left(t - \Delta t\right)^2}{2}.$$

Теперь можно из первого уравнения выразить время t и подставить в последнее. Тогда у нас останется одно уравнение с одним неизвестным S. Но дальнейшее решение будет слишком громоздким. Проще приравнять правые части первого и последнего уравнений и из полученного равенства выразить время t, а затем подставить его в последнее уравнение. Приравниваем правые части уравнений: $vt = \frac{a(t-\Delta t)^2}{2}$.

Теперь найдем отсюда время t:

$$2\frac{v}{a}t = t^2 - 2t\Delta t + \Delta t^2, \quad t^2 - 2t\Delta t - 2\frac{v}{a}t + \Delta t^2 = 0,$$

$$t^2 - 2\left(\Delta t + \frac{v}{a}\right)t + \Delta t^2 = 0,$$

$$t = \frac{v}{a} + \Delta t \pm \sqrt{\left(\frac{v}{a} + \Delta t\right)^2 - \Delta t^2} =$$

$$= \frac{v}{a} + \Delta t \pm \sqrt{\left(\frac{v}{a}\right)^2 + 2\frac{v}{a}\Delta t + \Delta t^2 - \Delta t^2} = \frac{v}{a} + \Delta t + \sqrt{\frac{v}{a}\left(\frac{v}{a} + \Delta t\right)}.$$

Давайте, чтобы не делать слишком громоздкой формулу пути, вычислим время t: $t = \frac{10}{3} + 5 + \sqrt{\frac{10}{3}\left(\frac{10}{3} + 5\right)}$ (с) = 14 с.

Теперь вычислим путь $S = \frac{3(14-5)^2}{2}$ м ≈ 122 м.

Ответ: $S \approx 122$ м.

С10. Сбегая по эскалатору с одной скоростью, мальчик насчитал N_1 ступенек, а когда он увеличил скорость в полтора раза, он насчитал на ΔN ступенек больше. Сколько ступенек N насчитает мальчик, спускаясь с первой скоростью по неподвижному эскалатору?

Обозначим N_1 число ступенек, которое насчитал мальчик, сбегая по эскалатору со скоростью v_1, ΔN — разница между числом ступенек, которое насчитает мальчик, сбегая со скоростью v_2, и числом ступенек, которое он насчитает, сбегая со скоростью v_1, N — число ступенек, которое насчитает мальчик, спускаясь по неподвижному эскалатору, h — ширину ступеньки эскалатора.

Дано:
N_1
ΔN
$v_2 = 1{,}5\, v_1$

N — ?

Решение

Пусть и ширина, и высота ступеньки эскалатора h. Тогда путь, пройденный мальчиком за некоторое время t со скоростью v_1 в системе отсчета, связанной с неподвижными объектами, например, с поручнями эскалатора, равен

hN. Ведь N это число ступенек, которое содержит вся лента эскалатора, и именно столько ступенек насчитает мальчик, спускаясь по неподвижному эскалатору.

Время спуска, при условии, что мальчик движется равномерно, равно:

$$t = \frac{hN}{v_1}. \tag{1}$$

В системе отсчета, связанной с движущейся лентой эскалатора, мальчик за это же время t пробежит путь, равный hN_1, спускаясь с собственной скоростью v_1 плюс скорость эскалатора v_0 (заметим, что чем быстрее он бежит в ту же сторону, что и эскалатор, тем больше ступенек успеет насчитать за время спуска. А если бы он не бежал, то насчитал бы всего одну ступеньку, ту, на которой стоял). С учетом этого

$$t = \frac{hN_1}{v_1 + v_0}. \tag{2}$$

Приравняв правые части равенств (1) и (2), мы «уйдем» от неизвестного времени t:

$$\frac{hN}{v_1} = \frac{hN_1}{v_1 + v_0}, \qquad \frac{N}{v_1} = \frac{N_1}{v_1 + v_0}. \tag{3}$$

Когда мальчик увеличил свою скорость в полтора раза, т.е. стал бежать со скоростью $1{,}5v_1$, то успел насчитать на ΔN ступенек больше, т.е. теперь он насчитал $N_1 + \Delta N$ ступенек. Рассуждая аналогично, мы можем сразу записать уравнение (4), подобное уравнению (3), заменив в нем v_1 на $1{,}5v_1$ и N_1 на $N_1 + \Delta N$:

$$\frac{N}{1{,}5v_1} = \frac{N_1 + \Delta N}{1{,}5v_1 + v_0}. \tag{4}$$

Нам осталось исключить неизвестные скорости v_1 и v_0 из уравнений (3) и (4). И хоть мы имеем всего два уравнения с тремя неизвестными величинами, мы попытаемся определить N. Для начала найдем из уравнения (3) $v_1 + v_0$, а из уравнения (4) $1{,}5v_1 + v_0$, воспользовавшись правилом пропорции:

$$v_1 + v_0 = v_1 \frac{N_1}{N}, \tag{5}$$

$$1{,}5v_1 + v_o = 1{,}5v_1 \frac{N_1 + \Delta N}{N}. \tag{6}$$

Если теперь из уравнения (6) вычесть уравнение (5), то «уйдет» скорость v_0 , а скорость v_1 в правой части будущего уравнения можно будет вынести за скобки и сократить с той v_1, что останется в левой части этого уравнения. Проделаем эти действия:

$$1,5v_1 + v_0 - v_1 - v_0 = 1,5v_1 \frac{N_1 + \Delta N}{N} - v_1 \frac{N_1}{N},$$

$$0,5v_1 = v_1 \left(1,5 \frac{N_1 + \Delta N}{N} - \frac{N_1}{N}\right), \quad 0,5 = \frac{1,5N_1 + 1,5\Delta N - N_1}{N},$$

$$N = \frac{0,5N_1 + 1,5\Delta N}{0,5}, \quad N = N_1 + 3\Delta N.$$

Ответ: $N = N_1 + 3\Delta N$.

Тема 2. ДИНАМИКА. СТАТИКА

А. Законы Ньютона

Основные формулы

Плотность тела

$$\rho = \frac{m}{V}$$

Здесь ρ — плотность (кг/м^3), m — масса (кг), V — объем (м^3).

Второй закон Ньютона

$$F = ma$$

Здесь F — сила (H), m — масса (кг), a — ускорение (м/с^2).

Сила трения

$$F_{\text{тр}} = \mu F_{\text{давл}}$$

Здесь $F_{\text{тр}}$ — сила трения (Н), μ — коэффициент трения (безразмерный), $F_{\text{давл}}$ — сила давления (H).

Закон Гука

$$F_{\text{упр}} = -kx$$

Здесь $F_{упр}$ — сила упругости (Н), k — жесткость (Н/м), x — деформация (м).

Закон всемирного тяготения

$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$$

Здесь F — сила тяготения (Н), $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ Н $\cdot$ м^2/кг^2 — гравитационная постоянная, m_1 и m_2 — массы притягивающихся друг к другу материальных точек (кг), r — расстояние между этими точками (м).

Вес тела в покое или движущегося равномерно вверх или вниз

$$P = mg$$

Здесь P — вес (Н), m — масса (кг), g — ускорение свободного падения (м/с^2).

Вес тела, опускающегося с ускорением или поднимающегося с замедлением

$$P = m(g - a)$$

Здесь a — ускорение тела (м/с^2). Остальные величины названы в предыдущей формуле.

Вес тела, поднимающегося с ускорением или опускающегося с замедлением

$$P = m(g + a)$$

Все величины названы в предыдущей формуле.

Перегрузка при подъеме с ускорением или спуске с замедлением

$$n = \frac{P}{mg}$$

Здесь n — перегрузка (безразмерная), P — вес (Н), m — масса (кг), g — ускорение свободного падения (м/с^2).

В динамике изучают движение тел с учетом причин, влияющих на состояние их движения.

Параметрами динамики являются: масса m, сила F, работа A, мощность N, импульс тела p, импульс силы $F\Delta t$, энергия E.

Масса m — это количественная мера инертных и гравитационных свойств тела. Чем больше масса тела, тем труднее изменить его скорость и тем сильнее оно притягивает другие тела. Масса — скалярная величина. Масса системы тел равна сумме масс тел, составляющих эту систему.

Отношение массы тела к его объему называется плотностью тела.

$$\rho = \frac{m}{V}.$$

Плотность — скалярная положительная величина. Плотность твердых и жидких тел зависит от вещества и температуры. В справочниках приведены плотности твердых и жидких веществ при 0 ^{0}С. Плотность газов зависит от параметров их состояния.

Сила F — это количественная мера взаимодействия тел, в результате которого они изменяют скорость или деформируются. Сила — векторная величина. Вектор силы $\vec{F}$ совпадает по направлению с вектором ускорения $\vec{a}$, полученного телом под действием этой силы.

Существует четыре вида сил различной природы: электромагнитные, гравитационные, ядерные и слабые взаимодействия.

Электромагнитные силы — это силы, действующие между телами вследствие того, что тела состоят из движущихся заряженных частиц, между которыми действуют электрические и магнитные силы. К электромагнитным силам относится сила трения $F_{тр}$ и сила упругости $F_{упр}$.

Сила трения $F_{тр}$ — это сила, возникающая вследствие неровностей поверхностей соприкасающихся тел. Сила трения не имеет точки приложения и всегда направлена в сторону, противоположную относительному перемещению тел. Сила трения прямо пропорциональна силе давления одного тела на другое.

$$F_{тр} = \mu F_{давл}.$$

Коэффициент трения μ в формуле силы трения не зависит от силы давления, а зависит от материала соприкасающихся тел и степени их обработки. Никакая зачистка поверхностей не сделает силу трения равной нулю.

Сила упругости $F_{упр}$ — это сила, возникающая в теле при упругой деформации. Ее величина определяется законом Гука:

сила упругости прямо пропорциональна деформации тела, взятой со знаком «минус»:

$$F_{упр} = -kx.$$

К электромагнитным силам относится также и вес тела P. Вес тела P — это сила, с которой тело действует на другие тела вследствие его притяжения к планете.

Гравитационные силы — это силы притяжения (тяготения) одних тел к другим вследствие наличия у них масс. К гравитационным силам относится сила тяготения $F_{тяг}$ и сила тяжести mg.

Сила тяжести mg — это сила, с которой планета действует на тело. Сила тяжести равна произведению массы тела и ускорения свободного падения.

Если тело относительно вертикали покоится или движется равномерно вверх или вниз, то его вес равен силе тяжести. Если тело движется вниз с ускорением или вверх с замедлением, то его вес меньше силы тяжести. Если тело свободно падает, его вес равен нулю. Это состояние называется невесомостью.

Если тело движется вверх с ускорением или опускается вниз с замедлением, то его вес больше силы тяжести. В этом случае отношение веса к силе тяжести называется перегрузкой.

Ядерные силы — это силы, действующие между частицами ядер атомов — протонами и нейтронами.

Слабые взаимодействия — это силы, удерживающие элементарные частицы от распада.

В механике ядерные и слабые взаимодействия не рассматриваются.

Механическое движение подчиняется основным законам механики — законам Ньютона. Законы Ньютона выполняются только в *инерциальных* системах отсчета.

Первый закон Ньютона — в инерциальных системах отсчета свободное тело сохраняет свою скорость. Такое тело движется по инерции. Инерция — это свойство тела сохранять скорость при отсутствии внешнего воздействия.

Только равномерное и прямолинейное движение является движением по инерции. Согласно первому закону Ньютона, когда силы, действующие на движущееся тело, уравновесят друг друга, оно станет двигаться равномерно и прямолинейно — по инерции. Или, если оно ранее покоилось, то и останется в покое.

Рассмотрим пример. На автомобиль, движущийся по горизонтальному шоссе, действуют сила тяжести mg, сила тяги $F_{тяги}$, сила сопротивления $F_{сопр}$ и сила реакции опоры со стороны шоссе F_N (рис. 50). Автомобиль станет двигаться равномерно и прямолинейно, если все силы окажутся уравновешенными другими силами, т.е. если модули противоположно направленных сил равны между собой:

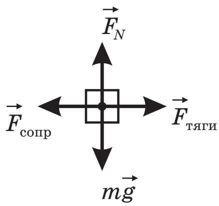


Рис. 50

$$F_{тяги} = F_{сопр} \quad \text{и} \quad mg = F_N .$$

Другой пример. Тело соскальзывает с наклонной плоскости с углом при основании α (рис. 51). Оно будет двигаться равномерно и прямолинейно, если станут выполняться равенства

$$mg \sin\alpha = F_{тр} \quad \text{и} \quad mg\cos\alpha = F_N$$

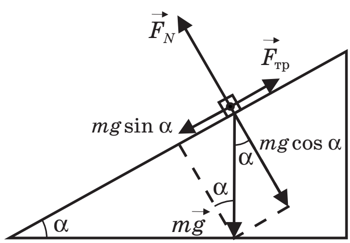


Рис. 51

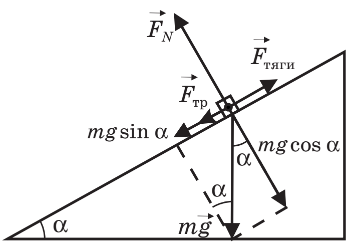


Рис. 52

Еще пример. Тело перемещается к вершине наклонной плоскости под действием силы тяги (рис. 52). В этом случае сила трения будет направлена к основанию наклонной плоскости. Движение тела будет равномерным и прямолинейным, если будут выполняться равенства:

$$F_{тяги} = mg\sin\alpha + F_{тр} \quad \text{и} \quad mg\cos\alpha = F_N .$$

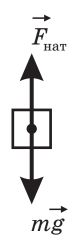


Рис. 53

Если тело движется равномерно и прямолинейно по вертикали — вверх или вниз — и на него действуют, например, сила тяжести mg и сила натяжения каната или веревки $F_{нат}$ (рис. 53), то должно выполняться равенство: $mg = F_{нат}$.

Если силы не уравновешивают друг друга, то тело будет двигаться с ускорением — в соответствии со вторым законом Ньютона.

Второй закон Ньютона: произведение массы тела на его ускорение равно векторной сумме всех приложенных к нему сил.

$$\vec{F} = m\vec{a}.$$

Векторная сумма всех действующих на тело сил называется их равнодействующей силой, а сами силы — составляющими силами.

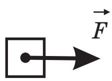


Рис. 54

Если на тело действует только одна сила, как на рис. 54, то оно всегда движется с ускорением. Произведение массы этого тела на его ускорение будет равно этой силе:

$$ma = F.$$

Если силы действуют на тело в одном направлении, как на рис. 55, то произведение массы тела на его ускорение равно их сумме:

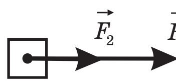


Рис. 55

$$ma = F_1 + F_2 .$$

Если силы направлены в противоположные стороны, как на рис. 56, то произведение массы тела на его ускорение равно разности между большей и меньшей силой:

$$ma = F_{\text{тяги}} - F_{\text{тр}}.$$

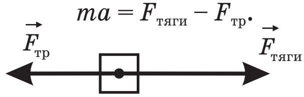


Рис. 56

Если тело движется равномерно по окружности под действием только одной силы, как на рис. 57, то она всегда направлена по радиусу к центру окружности и произведение массы тела на его центростремительное ускорение равно этой силе:

$$ma_{\text{ц}} = F.$$

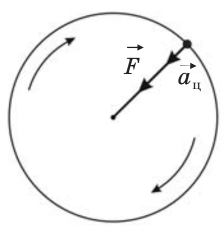


Рис. 57

Если конькобежец движется по кругу в отсутствие силы трения между коньками и льдом, то он вынужден наклониться под углом к поверхности льда (рис. 58), иначе его центростремительное ускорение станет равно нулю, и он поедет по касательной к окружности равномерно и прямолинейно в соответствии с первым законом Ньютона. Чтобы удержаться на круге, он наклоняется к его центру. В этом случае произведение массы конькобежца и его центростремительного ускорения равно векторной сумме сил тяжести и реакции опоры, а по модулю соотношение этих сил можно выразить из прямоугольных треугольников на рис 58:

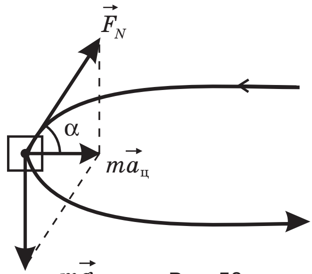


Рис. 58

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{mg}{ma_ц} \quad \text{или} \quad \sin\alpha = \frac{mg}{F_N},$$

или

$$F_N^2 = \left(ma_ц\right)^2 + \left(mg\right)^2.$$

Если тело удерживается силой трения на горизонтальном диске, вращающемся вокруг вертикальной оси, как на рис. 59, то произведение его массы и центростремительного ускорения равно этой силе, потому что силы тяжести и реакции опоры уравновешены:

$$ma_ц = F_{тр}.$$

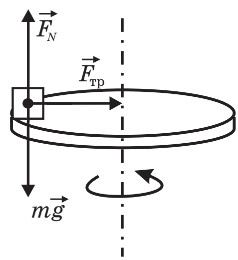


Рис. 59

Если автомобиль едет по вогнутому мосту, который является частью дуги окружности, как на рис. 60, то в нижней точке моста сила реакции опоры больше силы тяжести, поэтому вогнутый мост быстрее изнашивается, чем горизонтальный или выпуклый. В этом случае произведение массы автомобиля и его центростремительного ускорения равно разности между силой реакции моста F_N,

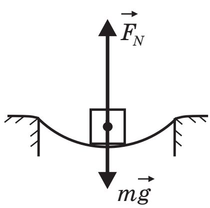


Рис.60

которая по модулю равна силе давления автомобиля на мост $F_{\text{давл}}$, и силой тяжести:

$$ma_{\text{ц}} = F_{\text{давл}} - mg.$$

А если мост выпуклый, как на рис. 61, то сила тяжести больше силы давления, и тогда

$$ma_{\text{ц}} = mg - F_{\text{давл}}.$$

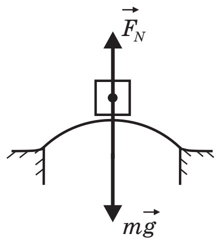


Рис. 61

Когда летчик в самолете делает мертвую петлю, то в высшей точке петли (рис. 62) сила тяжести и сила давления на него сверху кресла направлены вниз, поэтому произведение массы летчика и его центростремительного ускорения равно их сумме:

$$ma_{\text{ц}1} = F_{\text{давл}1} + mg\ .$$

В этом случае, чтобы летчик не провисал на ремнях, удерживающих его в кресле, при минимальной скорости самолета должно выполняться равенство:

$$ma_{\text{ц}} = mg \quad \text{при} \quad F_{\text{давл}} = 0.$$

Это же условие должно выполняться, чтобы мотоциклист не свалился в высшей точке траектории с вертикального трека или чтобы вода не выливалась при вращении ведерка с водой в вертикальной плоскости и т.п.

В нижней точке мертвой петли (рис. 62) сила давления кресла на летчика снизу больше силы тяжести. В этом случае произведение массы летчика и его центростремительного ускорения равно разности между силой давления и силой тяжести:

$$ma_{\text{ц}} = F_{\text{давл}2} - mg.$$

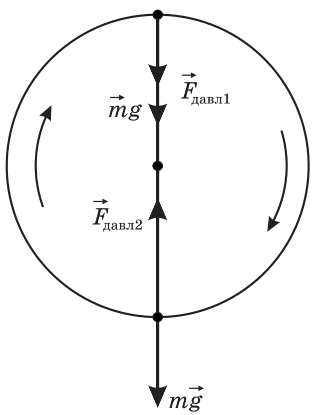


Рис. 62

Если тело на канате движется по образующей конуса (конический маятник), как на рис. 63, то произведение его массы на

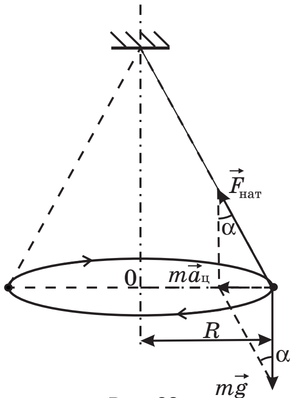


Рис. 63

центростремительное ускорение равно векторной сумме силы тяжести и силы натяжения каната, а по модулю соотношение между этими силами можно определить из прямоугольных треугольников:

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{ma_ц}{mg} \quad \text{или} \quad \sin\alpha = \frac{ma_ц}{F_{нат}},$$

или $$F_{нат}^2 = (mg)^2 + (ma_ц)^2.$$

Утверждение о том, что сила реакции, с которой опора действует на тело на ней, равна силе давления тела на опору, вытекает из третьего закона Ньютона.

Третий закон Ньютона: силы, с которыми два тела действуют друг на друга, равны по модулю и противоположны по направлению. Несмотря на то, что эти силы равны и противоположны, они друг друга не уравновешивают, т.к. приложены к разным телам. Уравновешивать друг друга могут только силы, приложенные к одному и тому же телу, если они равны по модулю и противоположны по направлению.

Четвертым законом Ньютона иногда называют открытый им закон всемирного тяготения.

Закон всемирного тяготения: две материальные точки притягиваются друг к другу с силой, прямо пропорциональной произведению их масс и обратно пропорциональной квадрату расстояния между ними.

$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}.$$

Из-за малости гравитационной постоянной действие сил тяготения заметно только в мегамире — мире небесных тел и огромных масс.

Основное свойство сил тяготения состоит в том, что от них нельзя загородиться никаким экраном, а также в том, что они всем телам независимо от их массы сообщают одинаковое ускорение.

Земной шар сплюснут у полюсов, поэтому на полюсе тело ближе всего к земному ядру и там сила его тяготения к земному шару наибольшая. На полюсе сила тяжести равна силе тяготения:

$$mg = F_{\text{тяг}} = G\frac{mM}{R^2}.$$

Здесь m — масса тела, M — масса земного шара, R — его радиус.

На экваторе сила тяжести меньше силы тяготения и может быть определена по формуле:

$$mg = F_{\text{тяг}} - m\omega^2 R,$$

где $\omega = \frac{2\pi}{T}$ — угловая скорость суточного вращения земного шара, $T = 24$ ч — период его вращения и R — радиус земного шара.

Если тело поднято на высоту H над землей, сравнимую с радиусом Земли (не менее 40 км), то там сила тяжести и сила тяготения меньше, чем на земной поверхности. В этом случае следует применять формулу

$$mg = F_{\text{тяг}} = G\frac{mM}{(R+H)^2}.$$

Б. Работа и мощность. Законы сохранения в механике

Основные формулы

Работа в механике

$$A = F\,S\cos\alpha \qquad A = \frac{kx^2}{2}$$

Здесь A — работа (Дж), F — модуль силы (Н), S — модуль перемещения (м), α — угол между векторами силы и перемещения (рад), k — жесткость (Н/м), x — деформация (м).

Мощность в механике

$$N = \frac{A}{t} \qquad N = Fv\cos\alpha$$

Здесь N — мощность (Вт), A — работа (Дж), t — время (с), F — сила (Н), v — скорость (м/с), α — угол между векторами силы и скорости (рад).

Кинетическая энергия

$$E_k = \frac{mv^2}{2}$$

Здесь E_k — кинетическая энергия (Дж), m — масса (кг), v — скорость (м/с).

Потенциальная энергия тела, поднятого на высоту

$$E_p = mgh$$

Здесь E_p — потенциальная энергия (Дж), m — масса (кг), g — ускорение свободного падения (м/с^2), h — высота (м).

Потенциальная энергия при упругой деформации

$$E_p = \frac{kx^2}{2}$$

Здесь k — жесткость (Н/м), x — деформация (м), E_p — потенциальная энергия (Дж).

Полная механическая энергия

$$E = E_p + E_k$$

Здесь E — полная механическая энергия (Дж), E_p — потенциальная энергия, E_k — кинетическая энергия.

Теорема об изменении кинетической энергии

$$A = \Delta E_k = E_{k2} - E_{k1}$$

Здесь A — работа (Дж), $\Delta E_k = E_{k2} - E_{k1}$ — изменение кинетической энергии тела, совершившего работу (Дж), E_{k1} — кинетическая энергия тела до ее изменения, E_{k2} — кинетическая энергия тела после ее изменения

Теорема об изменении потенциальной энергии

$$A = -\Delta E_p = -(E_{p2} - E_{p1})$$

Здесь A — работа (Дж), $\Delta E_p = E_{p2} - E_{p1}$ — изменение потенциальной энергии тела, совершившего работу (Дж), E_{p1} — потенциальная энергия тела до ее изменения, E_{p2} — потенциальная энергия тела после ее изменения

Импульс тела

$$p = mv$$

Здесь p — импульс тела (кг · м/с), m — его масса (кг), v — скорость тела (м/с).

Импульс силы

$$F\Delta t = \Delta p$$

Здесь $F\,\Delta t$ — импульс силы, действовавшей на тело в течение времени t (Н · с), Δp — изменение импульса тела (кг · м/с).

Момент силы

$$M = Fl$$

Здесь M — момент силы (Н · м), F — сила, вращающая тело (Н), l — плечо этой силы (м).

Работа A — скалярная физическая величина, измеряемая произведением модуля силы, действующей на тело, на модуль его перемещения под действием этой силы и на косинус угла между векторами силы и перемещения.

$$A = FS\cos\alpha.$$

На графике в осях координат F–S (рис. 64) работа силы численно равна площади фигуры, ограниченной графиком, осью перемещения и прямыми, параллельными оси силы.

Если на тело действует несколько сил, то в формуле работы сила F — это не равнодействующая *ma* всех этих сил, а именно та сила, которая и совершает работу. Если локомотив тянет вагоны, то этой силой является сила тяги, если на канате поднимают тело, то этой силой является сила натяжения каната. Это может быть и сила тяжести, и сила трения, если о работе именно этих сил идет речь в условии задачи.

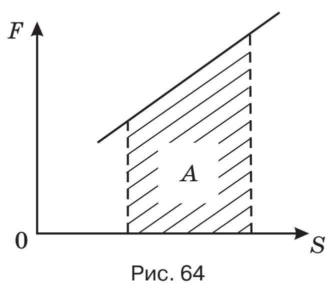


Рис. 64

Если в условии задачи идет речь о коэффициенте полезного действия (КПД) какого-либо механизма, надо подумать, какая работа, совершаемая им, полезная, а какая — затраченная.

Коэффициентом полезного действия механизма (КПД) η называют отношение полезной работы, совершенной механизмом, ко всей затраченной при этом работе.

$$\eta = \frac{A_{пол}}{A_{затр}} 100\% \cdot$$

Полезная работа — это та, которую нужно сделать, а затраченная — та, что приходится делать на самом деле. Например, тело массой m требуется поднять на высоту h, перемещая его по наклонной плоскости длиной l под действием силы тяги $F_{тяги}$. В этом случае полезная работа равна произведению силы тяжести на высоту подъема:

$$A_{пол} = mgh,$$

а затраченная работа будет равна произведению силы тяги на длину наклонной плоскости:

$$A_{затр} = F_{тяги} l \ .$$

Значит, КПД наклонной плоскости равен:

$$\eta = \frac{mgh}{F_{тяги}\, l} 100\% \ .$$

КПД любого механизма не может быть больше 100% — золотое правило механики.

Мощность N — это количественная мера быстроты совершения работы. Мощность равна отношению работы ко времени, за которое она совершена.

$$N = \frac{A}{t}.$$

Мощность — скалярная величина.

Если тело движется равномерно, то в формуле мощности $N = Fv\cos\alpha$ v — это скорость этого движения. Если же оно движется равноускоренно или равнозамедленно, то в этой формуле v — это мгновенная скорость в некоторый момент времени, а если говорится о мощности двигателя на всем пути, то v — это средняя скорость. О какой скорости идет речь, надо определить самостоятельно из условия задачи.

Импульс тела p — это количественная мера движения тела. Импульс тела равен произведению его массы и скорости.

$$p = mv.$$

Импульс тела — векторная величина. Вектор импульса $\vec{p}$ тела совпадает по направлению с вектором скорости тела. Импульс системы тел равен векторной сумме импульсов тел, составляющих систему. Если система тел *замкнутая*, то выполняется закон сохранения импульса.

Закон сохранения импульса: в замкнутой системе тел импульс системы сохраняется.

Замкнутой называют систему тел, на которую не действуют внешние силы. В такой системе импульсы отдельных тел могут изменяться, но общий импульс системы после их взаимодействия остается таким же, как и до взаимодействия. Внутренние силы системы, действующие между ее телами, не могут изменить импульс самой системы.

Решая подобные задачи, надо помнить, что импульс тела — векторная величина. Поэтому, если принять направление импульсов взаимодействующих тел за положительное, тогда перед импульсами тел, векторы которых направлены противоположно, надо поставить минусы.

Составляя уравнение закона сохранения импульса, в формулах импульсов тел старайтесь записывать их абсолютную скорость, т.е. скорость этих тел относительно неподвижной системы отсчета.

На законе сохранения импульса основано реактивное движение — движение, возникающее вследствие отделения от тела его части со скоростью относительно этого тела.

Если на тело действует нескомпенсированная сила, то его импульс изменяется. При этом изменение импульса тела равно импульсу подействовавшей на него силы. Импульс силы $F\Delta t$ — это количественная мера изменения импульса тела, на которое подействовала эта сила.

Импульс силы — векторная величина. Импульс силы равен изменению импульса тела.

$$F\Delta t = \Delta p.$$

Вектор импульса силы $\vec{F}\Delta t$ совпадает по направлению с вектором изменения импульса тела $\Delta\vec{p}$.

Все тела природы обладают энергией.

Энергия E (или W) — это количественная мера движения материи и взаимодействия ее видов. Виды материи: вещество и поле. Виды энергии: механическая, тепловая (внутренняя), химическая, электрическая, магнитная, световая, атомная.

Энергия — скалярная величина. Основное свойство энергии — взаимное превращение ее видов. Механическая энергия может превращаться в тепловую, электрическую и другие виды энергии и наоборот.

Различают два вида механической энергии: кинетическую E_k и потенциальную E_p.

Кинетическая энергия E_k — это энергия, которой обладает тело вследствие своего движения. Кинетическая энергия равна половине произведения массы тела и квадрата его скорости.

$$E_k = \frac{mv^2}{2}.$$

Всякое движущееся тело обладает кинетической энергией. Кинетическая энергия — всегда положительная величина. Если под действием силы тело совершило перемещение и вследствие этого его скорость изменилась, то работа силы равна изменению кинетической энергии тела.

$$A = \Delta E_k = E_{k2} - E_{k1}.$$

Потенциальная энергия E_p — это энергия, которой обладает тело вследствие того, что находится в силовом поле или вследствие взаимодействия с другими телами. Потенциальной энергией обладает тело, поднятое на высоту и упруго деформированное. Потенциальная энергия тела, поднятого над землей, прямо пропорциональна его массе и высоте.

$$E_p = mgh.$$

Потенциальная энергия при упругой деформации равна половине произведения жесткости тела и квадрата его деформации.

$$E_p = \frac{kx^2}{2}.$$

Если под действием силы тело изменило высоту или деформацию, то работа этой силы равна изменению потенциальной энергии тела, взятой со знаком «минус».

$$A = -\Delta E_p = -(E_{p2} - E_{p1}).$$

Сумма кинетической и потенциальной энергий называется полной механической энергией E.

$$E = E_p + E_k$$

В случае, когда система тел, о которых идет речь в задаче, замкнута, т.е. на нее не действуют внешние силы и не надо определять какие-либо внутренние силы взаимодействия тел, то для решения задачи удобно применить закон сохранения механической энергии или общий закон сохранения энергии.

Закон сохранения механической энергии: в замкнутой системе тел, где между телами действуют только силы тяготения (силы тяжести) или силы упругости, полная механическая энергия системы сохраняется.

При этом кинетическая энергия отдельных тел системы может переходить в их потенциальную энергию и наоборот, но механическая энергия системы тел будет оставаться неизменной.

Если между телами системы действуют, кроме сил тяготения и упругости, другие силы, например, силы трения, силы сопротивления, действие которых приводит к превращению механической энергии в тепловую (внутреннюю), то в такой системе тел закон сохранения механической энергии не выполняется. Но всегда выполняется общий закон сохранения и превращения энергии: энергия не возникает из ничего и не уничтожается, а лишь переходит из одного вида в другой в равных количествах.

При решении задач на соударение тел различают абсолютно упругий и неупругий удары. При абсолютно упругом ударе механическая энергия тел не превращается в тепловую (внутреннюю) энергию. При таком ударе выполняются оба закона сохранения: и закон сохранения импульса, и закон сохранения механической энергии.

Вследствие действия этих законов при абсолютно упругом нецентральном ударе двух шаров одинаковой массы они всегда разлетаются под прямым углом.

При абсолютно неупругом ударе механическая энергия тел — частично или полностью — превращается в их внутреннюю энергию. При этом выполняется только закон сохранения импульса. После такого удара тела движутся с одинаковой скоростью и в одном направлении.

В. Статика

В задачах статики рассматриваются условия равновесия тел. Равновесием тел называют состояние, при котором координаты всех точек тела не меняются.

Условия равновесия:

а) все силы, приложенные к телу, уравновешены;

б) сумма моментов сил, вращающих тело по часовой стрелке, равна сумме моментов сил, вращающих его против часовой стрелки.

Моментом силы M называется произведение силы, действующей на тело, имеющее ось вращения, и плеча этой силы.

$$M = Fl.$$

Плечом силы l называется кратчайшее расстояние от оси вращения до линии действия силы.

На рис. 65 изображен рычаг длиной L с осью вращения, проходящей через точку O перпендикулярно плоскости чертежа. На рычаг действует сила F вдоль линии действия mn. Плечом этой силы является длина перпендикуляра l, опущенного из оси вращения на линию действия силы. Момент этой силы

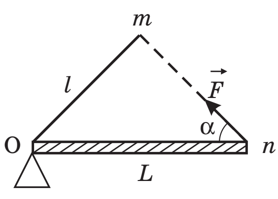


Рис. 65

$$M = Fl = FL\sin\alpha.$$

Рассмотрим пример на условие равновесия тела, имеющего ось вращения. На рис. 66 изображен рычаг массой m, к концам которого подвешены грузы массами m_1 и m_2, в результате чего на концы рычага действуют оба веса грузов P_1 и P_2, равные силам тяжести m_1g и m_2g. К

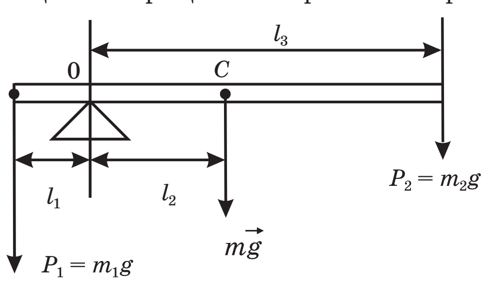


Рис. 66

центру масс рычага c приложена сила тяжести mg. Равновесие наступит, когда момент силы тяжести M_1, которая вращает рычаг вокруг оси вращения, проходящей через точку опоры О, против часовой стрелки, будет равен сумме моментов сил тяжести M и M_2, вращающих рычаг по часовой стрелке:

$$M_1 = M + M_2$$

или согласно определению момента силы

$$m_1gl_1 = mgl_2 + m_2gl_3.$$

Другой пример. На рис. 67 изображен рычаг массой m и длиной l, к правому концу которого человек приложил силу F под углом α к рычагу. Рычаг будет приподнят, если момент силы тяжести M_1 будет меньше момента силы M_2, приложенной человеком к концу рычага. В предельном случае

$$M_1 = M_2, \quad \text{где } M_1 = m_1g\frac{l}{2} \quad \text{и} \quad M_2 = Fl\sin\alpha,$$

поэтому

$$m_1g\frac{l}{2} = Fl\sin\alpha.$$

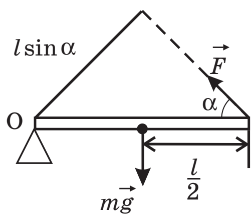


Рис. 67

Различают устойчивое, безразличное и неустойчивое равновесия.

Пусть на дне углубления находится шарик, на который действуют две силы: сила тяжести и сила реакции опоры. Эти силы уравновешивают друг друга, поэтому шарик находится в покое, т.е. в состоянии равновесия. При этом его центр тяжести занимает наиболее низкое из всех возможных положение, соответствующее минимальной потенциальной энергии шарика. Если шарик вывести из положения равновесия, вкатив его по горке на некоторую высоту, то его центр тяжести окажется выше, чем прежде, и при этом потенциальная энергия шарика увеличится. Если теперь шарик предоставить самому себе, то он покатится вниз, стремясь вернуться в состояние с минимальной потенциальной энергией. Таким образом, шарик на дне углубления находится в состоянии устойчивого равновесия.

Равновесие называется безразличным, когда при изменении положения тела положение его центра тяжести относительно опоры тела не изменяется, благодаря чему потенциальная энергия тела остается прежней.

Пусть шарик располагается на горизонтальной поверхности. Если его покатить по ней, то положение центра тяжести шарика относительно этой поверхности все время будет оставаться прежним. Высота центра тяжести шарика над поверхностью изменяться не будет, и, значит, потенциальная энергия шарика тоже будет оставаться неизменной.

Следовательно, на горизонтальной поверхности шарик находится в состоянии безразличного равновесия.

Равновесие называется неустойчивым, если при выводе тела из состояния равновесия оно уже не может вернуться самостоятельно в прежнее положение и занимает новое положение, соответствующее его минимуму потенциальной энергии. При выводе тела из неустойчивого равновесия его центр тяжести располагается ниже, чем в состоянии равновесия, вследствие чего потенциальная энергия уменьшается.

Пусть шарик находится на вершине горки. Если его вывести из этого состояния, то он уже не сможет самостоятельно вернуться в прежнее положение. При этом положение центра тяжести шарика понизится и, следовательно, его потенциальная энергия уменьшится. Шарик будет скатываться до тех пор, пока его центр тяжести не займет низшее положение и потенциальная энергия не станет минимальной.

Следовательно, равновесие тела, расположенного на вершине выпуклости, является неустойчивым.

Теперь рассмотрим условие равновесия тела, имеющего площадь опоры. Если такое тело отклонить от положения равновесия так, что линия действия силы тяжести этого тела будет пересекать площадь опоры внутри периметра, ограничивающего ее, то тело самостоятельно вернется в исходное положение. Равновесие тела, соответствующее такому отклонению, является устойчивым.

Если тело, имеющее площадь опоры, отклонить так сильно от положения равновесия, что линия действия силы тяжести выйдет за пределы, ограниченные периметром основания тела, то при этом центр тяжести тела расположится ниже, чем когда оно опиралось на всю площадь опоры, следовательно, потенциальная энергия тела уменьшится. Нескомпенсированная сила тяжести создаст вращающий момент сил, в результате чего тело опрокинется.

Например, человек, сидящий на стуле, не сможет подняться, не наклонив корпус вперед так, чтобы линия действия его силы тяжести прошла через периметр, ограничивающий площадь опоры подошв обуви. В противном случае сила тяжести создаст вращающий момент сил, который вернет человека в прежнее положение.

Для улучшения устойчивости различных зданий и сооружений увеличивают их площадь опоры и понижают положение центра тяжести,

Г. Гидромеханика

Основные формулы

Формула давления

$$p = \frac{F_{\text{давл}}}{S}$$

Здесь p — давление (Па), $F_{\text{давл}}$ — сила давления (Н), S — площадь опоры (м^2).

Давление столба жидкости

$$p = \rho g h$$

Здесь p — давление (Па), ρ — плотность жидкости (кг/м^3), g — ускорение свободного падения (м/с^2), h — высота столба жидкости (м).

Выталкивающая (архимедова) сила

$$F_{\text{выт}} = \rho_{\text{ж}} g V_{\text{т}}$$

Здесь $F_{\text{выт}}$ — выталкивающая сила (Н), $\rho_{\text{ж}}$ — плотность жидкости (кг/м^3), g — ускорение свободного падения (м/с^2), $V_{\text{т}}$ — объем тела, погруженного в жидкость (м^3).

Формула гидравлического пресса

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{S_1}{S_2}$$

Здесь F_1 и F_2 — силы, действующие на поршни пресса (Н), S_1 и S_2 — площади поршней (м^2).

Уравнение неразрывности струи (теорема Эйлера)

$$v_1 S_1 = v_2 S_2$$

Здесь v_1 — скорость жидкости (м/с) в сечении площадью S_1 (м^2), v_2 — скорость жидкости (м/с) в сечении площадью S_2 (м^2).

Уравнение Бернулли

$$\rho g h_1 + \frac{\rho v_1^2}{2} + p_1 = \rho g h_2 + \frac{\rho v_2^2}{2} + p_2$$

Здесь ρ — плотность жидкости (кг/м^3), g — ускорение свободного падения (м/с^2), h_1 и h_2 — высоты элемента жидкости над землей (м), v_1 и v_2 — скорости на этих высотах (м/с), p_1 и p_2 — давления в жидкости (Па).

В основе гидродинамики лежат законы Ньютона, следствием которых являются все основные законы гидродинамики. Особенность здесь состоит в том, что эти законы применяют не к твердым телам, сохраняющим в процессе перемещения свою форму, а к жидкостям, не сохраняющим формы в процессе движения. Кроме того, если давление силы, приложенной к твердому телу, передается только в направлении ее действия, то давление, производимое на жидкость или газ, передается по всем направлениям одинаково. В этом состоит закон Паскаля — один из основных законов гидродинамики. Поэтому и силы давления распространяются по всей поверхности жидкости.

Давлением p называется отношение силы давления $F_{давл}$ к площади опоры тела S.

$$p = \frac{F_{давл}}{S}.$$

Силой давления $F_{давл}$ называют силу, действующую на тело перпендикулярно его площади опоры. Следует знать, что, хоть сила давления — величина векторная, но давление p — величина скалярная, оно не имеет направления.

С увеличением глубины жидкости давление в ней возрастает, т.к. увеличивается высота столба жидкости над уровнем, на котором определяется давление. Если жидкость налита в сосуд, то с увеличением ее глубины давление растет линейно с высотой столба жидкости, поэтому среднее давление жидкости на стенку сосуда равно половине ее давления на дно:

Если сверху на данный уровень давит несколько жидкостей, то давление на данном уровне равно сумме давлений каждой жидкости в отдельности.

В поле сил тяжести и в условиях земной атмосферы давление жидкости p на глубине h складывается из давления атмосферы $p_{\text{атм}}$ на поверхность жидкости и давления самой жидкости $p_{\text{ж}} = \rho g h$ на глубине h:

Следствием закона Паскаля является закон сообщающихся сосудов: в неподвижных и открытых сообщающихся сосудах любой формы давление жидкости на любом горизонтальном уровне одинаково.

Из закона сообщающихся сосудов вытекают два следствия.

Следствие 1: в неподвижных и открытых сообщающихся сосудах высоты столбов жидкостей, отсчитываемые от уровня mn, ниже которого жидкость однородна, обратно пропорциональны плотностям этих жидкостей (рис. 68):

$$\frac{h_1}{h_2} = \frac{\rho_2}{\rho_1}.$$

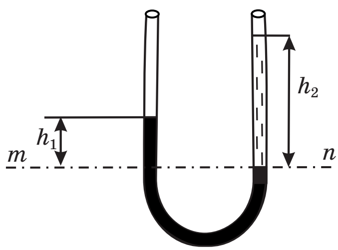


Рис. 68

Следствие 2: в неподвижных и открытых сообщающихся сосудах однородная жидкость всегда устанавливается на одинаковом уровне независимо от формы сосудов (рис. 69):

$$h_1 = h_2.$$

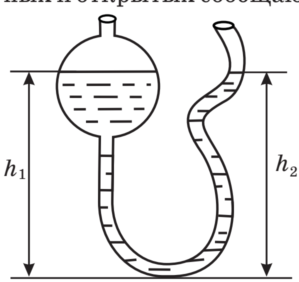


Рис. 69

На законе Паскаля основано действие гидравлического пресса (рис. 70). — устройства, позволяющего получить выигрыш в силе во столько раз, во сколько площадь большего поршня больше площади меньшего поршня. Формула гидравлического пресса:

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{S_2}{S_1}.$$

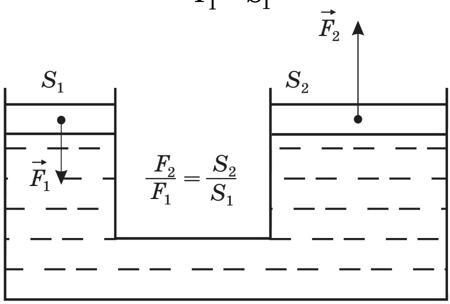


Рис. 70

Согласно золотому правилу механики выигрыша в работе гидравлический пресс не дает, так как во сколько раз мы выигрываем на большом поршне в силе, во столько раз он проходит меньшее расстояние по сравнению с малым поршнем.

Другим законом гидродинамики, определяющим действие жидкостей и газов на погруженные в них тела, является закон Архимеда: на тело, погруженное в жидкость или газ, действует выталкивающая сила, направленная вверх и равная весу жидкости или газа, вытесненных телом.

Выталкивающая сила прямо пропорциональна плотности жидкости и объему погруженного в нее тела.

$$F_{\text{выт}} = \rho_{\text{ж}} g V_{\text{т}}.$$

Выталкивающая (архимедова) сила не всегда направлена вверх. Как и всякая сила давления жидкости, она всегда направлена перпендикулярно поверхности жидкости. Если сосуд с жидкостью движется с ускорением горизонтально, то ее поверхность располагается под углом к горизонту, тем большим, чем больше ускорение. Поэтому выталкивающая сила, которая всегда перпендикулярна поверхности жидкости, уже не будет направлена вертикально.

Благодаря действию выталкивающей силы тела плавают в жидкости или газе. Условие плавания тел: тело плавает в жидкости, когда выталкивающая сила равна весу тела.

Когда плотность тела значительно меньше плотности жидкости, то равновесия может не наступить, если вес тела при всплытии все время будет меньше выталкивающей силы. При этом тело будет находиться на поверхности жидкости, совсем не погружаясь в нее, как это делает надувной шарик, брошенный в воду. Если плотность тела равна плотности жидкости, в которую оно полностью погружено, то тело будет плавать в жидкости во взвешенном состоянии, т.е. не поднимаясь и не опускаясь, поскольку при этом вес тела будет равен выталкивающей силе.

Если вес тела окажется больше выталкивающей силы, то оно утонет.

Нашу Землю окружает атмосфера, простирающаяся на высоту в несколько тысяч километров. Вследствие земного тяготения на атмосферный воздух действует сила тяжести, в результате чего верхние слои атмосферы давят на нижние. Атмосферное давление на тело обусловлено весом воздушных слоев, расположенных над ним.

На уровне моря величина атмосферного давления в среднем составляет 760 мм рт. ст. или 10^5 Па. С увеличением высоты над уровнем моря атмосферное давление убывает вместе с весом воздушных слоев из-за ослабления земного тяготения, уменьшаясь через каждые сто метров примерно на 10 мм рт. ст. = 1330 Па.

Одним из первых измерил атмосферное давление итальянский ученый Торричелли. Это случилось три столетия назад. Торричелли взял тонкую стеклянную трубку длиной около метра, запаянную с одного конца, и наполнил ее доверху ртутью. Затем, закрыв открытый конец трубки, перевернул ее и опустил этим концом в открытую чашу с ртутью, после чего открыл трубку. Сначала под действием силы тяжести ртуть стала выливаться из трубки в чашу, а затем перестала. Это случилось в тот момент, когда давление ртути в трубке на уровне открытой поверхности ртути в чаше стало равно атмосферному давлению на открытую поверхность ртути в чаше. Так был создан первый в мире ртутный барометр.

Над ртутью в трубке образовалось замкнутое пространство, заполненное парами ртути, давление которых мало по сравнению с атмосферным, поэтому им пренебрегают. Это пространство было названо торричеллиевой пустотой.

Когда атмосферное давление увеличивалось, т.е. атмосфера сильнее давила на открытую поверхность ртути в чаше, уровень ртути в трубке повышался, а когда оно уменьшалось, то понижался. Присоединив к трубке шкалу, проградуированную в единицах давления, стали измерять давление атмосферы с высокой степенью точности.

Нормальным атмосферным давлением называется давление атмосферы, численно равное давлению столбика ртути высотой 760 мм. Это давление называют также физической атмосферой, сокращенно атм.

$$1 \text{ атм} = 760 \text{ мм рт. ст.} = 13{,}6 \cdot 10^3 \cdot 9{,}8 \cdot 0{,}76 \text{ м} = 1{,}013 \cdot 10^5 \text{ Па}.$$

Таким образом, нормальное атмосферное давление порядка 10^5 Па.

Барометры — это приборы, применяемые для измерения атмосферного давления.

Первым ртутным барометром была трубка Торричелли. Ртутные барометры — очень точные приборы, поэтому их применяют там, где необходима высокая точность измерений, например, при научных экспериментах. Но у них есть ряд недостатков: они некомпактны, ртуть дорога, ее пары ядовиты, она может разлиться, стекло — разбиться и т. д. Поэтому в быту и технике широко применяют другие барометры — *анероиды*.

Большинство жидкостей, в том числе и вода, практически несжимаемы. Их плотность везде одинакова и с течением времени не меняется.

Теорема о неразрывности струи или теорема Эйлера: произведение скорости течения жидкости по трубе переменного сечения и площади поперечного сечения трубы в любом месте одинаково:

$$v_1 S_1 = v_2 S_2.$$

Теорема о неразрывности струи является выражением закона сохранения массы движущейся жидкости. Ее можно применять к реальным жидкостям, сжимаемостью которых можно пренебречь.

Другим важнейшим уравнением гидродинамики является уравнение Бернулли, представляющее собой закон сохранения механической энергии, примененный к течению жидкости:

$$\rho g h_1 + \frac{\rho v_1^2}{2} + p_1 = \rho g h_2 + \frac{\rho v_2^2}{2} + p_2.$$

Из этого уравнения следует, что если скорость в потоке жидкости возрастает, то давление в ней падает, и наоборот, там, где скорость меньше, давление больше. Например, если лодку, оставленную на ночь у берега, забыть привязать, то утром ее можно обнаружить уплывшей далеко по течению. Это произойдет вследствие того, что из-за большего давления воды, медленно текущей вблизи берега, лодку вытеснит на середину, туда, где течение имеет большую скорость и, следовательно, меньшее давление.

Сформулированная выше зависимость давления от скорости течения среды справедлива и применительно к газам, когда их скорость невелика, так как при этом можно пренебречь сжимаемостью газов. Все должны знать, что вблизи мчащегося поезда стоять опасно, потому что воздух вблизи стенок вагонов увлекается поездом и движется с большей скоростью перед стоящим человеком, чем позади него. В результате, давление воздуха за спиной человека будет больше, чем между ним и поездом, и человека может толкнуть прямо под колеса.

Следствием уравнения Бернулли является возникновение подъемной силы крыла самолета. Подъемная сила крыла самолета обусловлена особым профилем крыла — профилем Жуковского, названным так в честь замечательного русского ученого-механика Н.Е. Жуковского, основоположника отечественной авиации.

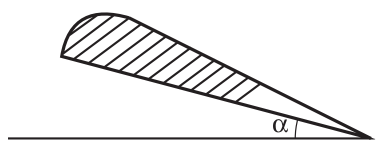


Рис. 71

Крыло самолета имеет особую несимметричную форму. Его профиль образует с линией горизонта угол атаки α — угол между вектором скорости набегающего на крыло горизонтального потока воздуха и нижней плоскостью крыла (рис. 71). Благодаря несимметричности формы крыла и наличию угла атаки α воздушные массы за одно и то же время проходят над верхней поверхностью крыла больший путь, чем под нижней. В результате, давление p_2, соответственно, меньше давления p_1. Наличие разности давлений над и под крылом приводит к появлению подъемной силы, направленной снизу вверх, — оттуда, где давление больше, туда, где оно меньше. Величина подъемной силы в значительной степени зависит от угла атаки и при некотором критическом угле атаки достигает максимальной величины, после чего начинает убывать с дальнейшим ростом угла атаки. Расчет критического угла атаки является одной из важных задач самолетостроения.

Тема «Механические колебания и волны» отнесена в раздел «Колебания и волны».

ПРОБНЫЙ ЭКЗАМЕН по теме 2. ДИНАМИКА. СТАТИКА

Внимание: сначала попытайтесь ответить на вопросы и решить задачи самостоятельно, а потом проверьте свои ответы.

Указание: ускорение свободного падения принимать равным 10 м/с^2.

Часть 1

А1. Автомобиль движется по прямолинейному шоссе. В некоторый момент сила сопротивления движению стала равна силе тяги. При этом

1) автомобиль станет двигаться с замедлением
2) автомобиль остановится
3) автомобиль увеличит скорость
4) автомобиль станет двигаться равномерно и прямолинейно

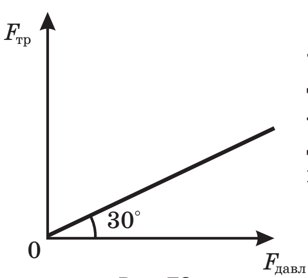


Рис. 72

А2. На рис. 72 изображен график зависимости силы трения от силы давления тела на опору. Цена деления на осях силы трения и силы давления 1 Н. Коэффициент трения примерно равен

1) 1, 5
2) 1,7
3) 0,58
4) 0,87

А3. Инертные свойства тела характеризует

1) масса 2) сила 3) работа 4) мощность

А4. Брусок массой 200 г покоится на наклонной плоскости с углом наклона к горизонту 30^0 (рис. 73). Сила трения равна

1) 0,5 Н 2) 1 Н
3) 1,7 Н 4) 2 Н

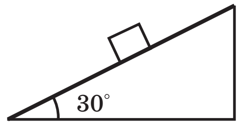


Рис. 73

А5. Поезд, двигаясь с ускорением, тянет вагоны, прикладывая к сцепке силу F_1, направленную вперед. Сравнить с ней силу F_2, направленную назад, которую прикладывают при этом вагоны к той же сцепке.

1) $F_1 > F_2$
2) $F_1 = F_2$
3) $F_1 < F_2$
4) F_1 больше или меньше F_2 в зависимости от массы всех вагонов

А6. Если Земля — инерциальная система отсчета, то можно считать движущимся по инерции

1) автомобиль, движущийся с ускорением
2) пассажира, наклонившегося вперед при резком торможении автобуса
3) воздушный шар, поднимающийся с постоянной скоростью
4) велосипедиста на треке, представляющем собой дугу окружности

А7. На рис. 74 изображен график координаты тела. Равнодействующая всех приложенных к телу сил будет равна нулю на промежутке времени

1) $0 — t_1$ 2) $t_1 — t_2$ 3) $t_2 — t_3$ 4) $t_3 — t_4$

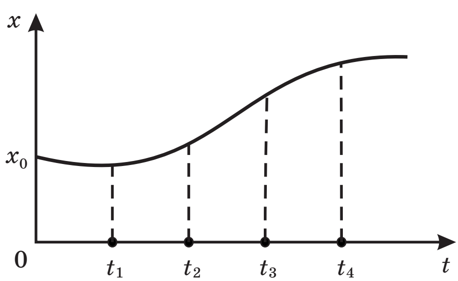


Рис. 74

А8. Пуля пробила мишень и полетела дальше. При этом
1) сила удара пули по модулю больше силы удара по ней мишени
2) сила удара мишени по пуле по модулю больше силы удара по ней пули
3) сила удара пули может быть больше или меньше модуля силы удара по ней мишени в зависимости от материала мишени
4) сила удара пули по мишени по модулю равна силе удара мишени по пуле

А9. Тело массой 5 кг движется по горизонтальной поверхности. Коэффициент трения тела о поверхность 0,8. Сила трения между телом и поверхностью равна

1) 4 Н	2) 32 Н
3) 40 Н	4) 80 Н

А10. Брусок массой 400 г прижат к вертикальной стене силой 4 Н. Коэффициент трения скольжения бруска по стене равен 0,5. Чтобы брусок перемещался вверх равномерно, к нему нужно приложить направленную вверх силу

1) 2 Н	2) 4 Н
3) 6 Н	4) 8 Н

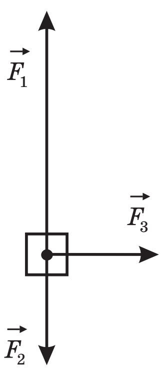


Рис. 75

А11. На тело действуют три силы $F_1 = 7$ Н, $F_2 = 3$ Н и $F_3 = 3$ Н, направления которых показаны на рис. 75. Чему равна равнодействующая этих сил?

1) 10 Н	2) 13 Н
3) 7 Н	4) 5 Н

А12. На рис. 76 вверху приведен график скорости тела при прямолинейном движении в инерциальной системе отсчета. Какой из графиков, расположенных ниже, выражает зависимость модуля равнодействующей сил, действующих на это тело, от времени движения?

1) а)	2) б)
3) в)	4) г)

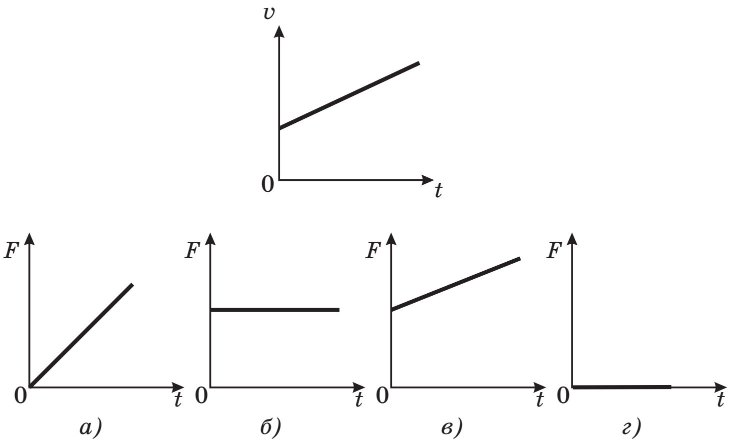


Рис. 76

А13. Система отсчета связана с вагоном. Эту систему можно считать инерциальной, когда вагон

1) движется с ускорением
2) движется с замедлением
3) движется равномерно и прямолинейно
4) движется равномерно по дуге окружности

А14. При движении по горизонтальной поверхности на тело действует сила трения скольжения 50 Н. Какой станет сила трения скольжения, если массу тела уменьшить в 5 раз? Коэффициент трения останется прежним.

1) 10 Н 2) 2 Н 3) 4 Н 4) 8 Н

А15. Если расстояние между двумя материальными точками уменьшить в 3 раза, то при этом сила тяготения их друг к другу

1) уменьшится в 3 раза; 2) увеличится в 9 раза
3) увеличится в 3 раза 4) уменьшится в 9 раза

А16. Две материальные точки находятся на расстоянии r друг от друга и притягиваются друг к другу с силой F. С какой силой притягиваются друг к другу две другие материальные точки с вдвое большей массой у каждой и с расстоянием $2r$ между ними?

1) F 2) $2F$ 3) $0{,}25F$ 4) $0{,}5F$

А17. Радиус планеты вдвое меньше радиуса Земли, а ускорение свободного падения на ней равно 9,8 м/с^2. Отношение массы планеты к массе Земли равно

1) 0,25 2) 0,5 3) 1 4) 2

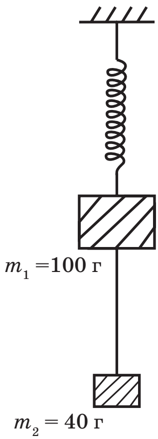


Рис. 77

А18. На рис. 77 изображены два груза массами 100 г и 40 г, связанные невесомой нитью. Верхний груз массой 100 г подвешен на абсолютно упругой пружине. Куда и с каким ускорением станет двигаться верхний груз, если нить пережечь?

1) вниз с ускорением 5 м/с^2
2) вверх с ускорением 4 м/с^2
3) вверх с ускорением 6 м/с^2
4) останется на месте

А19. Под действием груза цилиндрической формы, подвешенного к легкой проволоке, деформация проволоки равна x. Какова будет деформация этой проволоки, если диаметр груза увеличить в 1,5 раза?

1) $1{,}5x$ 2) $3x$ 3) $0{,}7x$ 4) $2{,}25x$

А20. На рис. 78 изображен график скорости тела массой 5 кг, движущегося вниз. Вес этого тела равен

1) 75 Н 2) 55 Н
3) 60 Н 4) 100 Н

А21. Человек тянет за крючок динамометра с силой 50 Н. Что показывает динамометр?

1) 0 Н 2) 100 Н
3) 50 Н 4) 25 Н

А22. С каким по модулю ускорением тормозит автомобиль при коэффициенте трения о горизонтальную поверхность шоссе, равном 0,5?

1) 2,5 м/с^2 2) 10 м/с^2
3) 8,5 м/с^2 4) 5 м/с^2

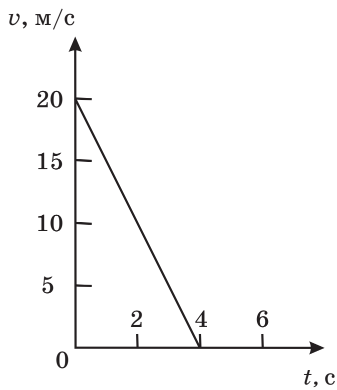


Рис. 78

А23. Уравнение движения тела массой 2 кг имеет вид: $x = 2 + 3t$. Все величины выражены в единицах СИ. Импульс тела равен

1) 2 кг · м/с 2) 4 кг · м/с
3) 6 кг · м/с 4) 10 кг · м/с

А24. Тело массой 20 кг поднимается вверх равноускоренно. На графике зависимости скорости от времени угол наклона графика к оси времени равен 60^0. Все величины измерены в единицах СИ, цена деления равна единице на осях координат. Вес тела примерно равен

1) 160 Н 2) 340 Н 3) 234 Н 4) 484 Н

А25. Жесткость стального провода 10 кН/м. Если к концу троса, сплетенного из 10 таких проводов одинаковой длины, подвесить груз массой 200 кг, то трос удлинится на

1) 2,5 см 2) 2 см 3) 1,5 см 4) 1 см

А26. Под действием груза массой 100 г вертикальная пружина растянулась на 5 см. Жесткость пружины равна

1) 40 Н/м 2) 20 Н/м 3) 13 Н/м 4) 0,05 Н/м

А27. Поезд массой 1800 т отходит от станции равноускоренно. Сопротивлением движению пренебречь. Работа силы тяги локомотива на пути 1 км за первые 100 с движения равна

1) 12,6 кДж 2) 360 кДж 3) 882 кДж 4) 360 МДж

А28. Какую работу надо совершить, чтобы однородный стержень длиной 1,5 м и массой 2 кг, лежащий горизонтально, поставить вертикально, медленно поднимая его за один конец?

1) 6 Дж 2) 60 Дж 3) 30 Дж 4) 15 Дж

А29. Какую мощность развивает двигатель подъемного крана, если он равномерно поднимает груз 600 кг на высоту 4 м за 3 с?

1) 72 кВт 2) 8 кВт 3) 7,2 кВт 4) 800 Вт

А30. Лифт массой 1,5 т равномерно поднимается со скоростью 2 м/с. При этом мотор лифта развивает мощность

1) 187,5 Вт 2) 300 Вт 3) 600 Вт 4) 30 кВт

А31. Сила тяги двигателя по горизонтальной дороге 50 кН, его скорость 72 км/ч. Мощность двигателя равна

1) 100 кВт 2) 500 кВт 3) 1 МВт 4) 50 МВт

А32. Снаряд, выпущенный вверх, разорвался в высшей точке траектории на три осколка равной массы (рис. 79). Осколки 1 и 2 полетели в направлении, указанном стрелками 1 и 2 на рис. 79, а. В каком направлении полетит третий осколок?

1) б 2) в 3) г 4) д

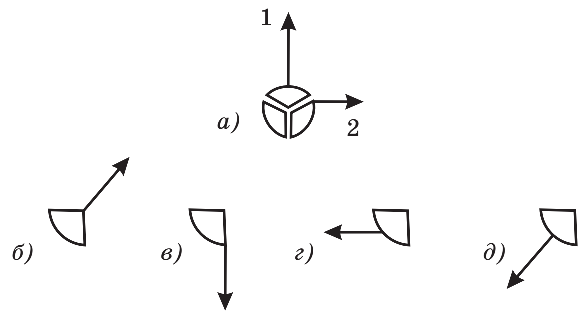


Рис. 79

А33. На вагонетку, двигавшуюся со скоростью 5 м/с, упал сверху груз, масса которого вчетверо меньше массы вагонетки. При этом скорость вагонетки стала равна

1) 1,25 м/с 2) 2,5 м/с 3) 3 м/с 4) 4 м/с

А34. Школьник массой 40 кг, стоя на коньках, бросил под углом 60^0 к горизонту груз массой 4 кг со скоростью 2 м/с. Какую по модулю скорость приобрел в этот момент школьник?

1) 0,1 м/с 2) 0,4 м/с 3) 1 м/с 4) 2 м/с

А35. Пуля массой 200 г ударилась о стальную преграду под углом 30^0 к ее поверхности со скоростью 50 м/с (рис. 80) и отскочила от нее. Удар абсолютно упругий. Импульс силы, полученный стенкой при ударе о нее пули, равен

1) 1 Н · с
2) 2 Н · с
3) 5 Н · с
4) 10 Н · с

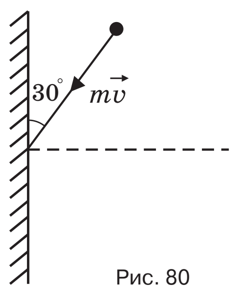


Рис. 80

А36. Импульс тела — это

1) скалярная величина и измеряется в ньютонах

2) векторная величина и измеряется в кг · м/с^2
3) скалярная величина и измеряется в джоулях
4) векторная величина и измеряется в кг · м/с

А37. Груз массой $m_1 = 10$ кг падает со скоростью $v_1 = 1$ м/с сверху на тележку массой $m_2 = 20$ кг под углом $\alpha = 30^0$ к вертикали, проведенной к поверхности тележки (рис. 81). Тележка до падения груза двигалась горизонтально со скоростью $v_2 = 4$ м/с. Какой станет скорость тележки после падения на нее груза?

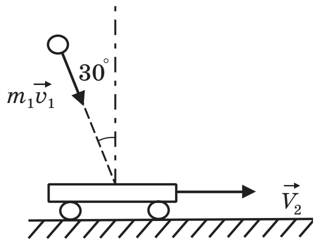


Рис. 81

1) 2,8 м/с 2) 3,2 м/с 3) 16 м/с 4) 6,4 м/с

А38. На рис. 82 а) изображены два одинаковых шара, движущиеся во взаимно перпендикулярных направлениях с одинаковыми по модулю скоростями. Каким будет направление импульса этих шаров после их абсолютно неупругого столкновения (рис. 82, б)?

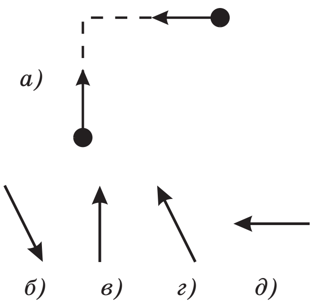


Рис. 82

1) б 2) в 3) г 4) д

А39. Две одинаковые тележки движутся в одну сторону. Скорость одной тележки 2 м/с, а скорость второй вдвое меньше. Скорость тележек после их неупругого столкновения станет равна

1) 2 м/с 2) 3 м/с
3) 1,5 м/с 4) 1 м/с

А40. Снаряд массой 5 кг вылетел из дула орудия под углом 60^0 к горизонту со скоростью 400 м/с. Его кинетическая энергия в высшей точке траектории равна

1) 50 кДж 2) 100 кДж 3) 200 кДж 4) 400 кДж

А41. Тело массой 800 г, двигаясь равномерно, прошло за 2 мин путь 60 м. Его кинетическая энергия равна

1) 0,1 Дж 2) 1,2 Дж 3) 160 Дж 3) 1600 Дж

А42. Кинетическая энергия тела массой 2 кг равна 9 Дж. Импульс этого тела равен

1) 3 кг · м/с 2) 2 кг · м/с
3) 4 кг · м/с 4) 6 кг · м/с

А43. Пуля массой 50 г, летевшая со скоростью 200 м/с, пробив мишень, полетела в прежнем направлении со скоростью 100 м/с. Работа, совершенная при пробивании мишени, равна

1) –50 Дж 2) 75 Дж
3) –750 Дж 4) 1,5 кДж

А44. Скорость мяча перед ударом о стенку была вдвое больше его скорости сразу после удара. При ударе выделилось 15 Дж теплоты. Кинетическая энергия мяча перед ударом была равна

1) 5 Дж 2) 15 Дж 3) 20 Дж 4) 30 Дж

А45. Через 2 с после броска потенциальная энергия тела массой 0,2 кг, брошенного свободно вверх с начальной скоростью 30 м/с, станет равна

1) 40 Дж 2) 80 Дж 3) 100 Дж 4) 160 Дж

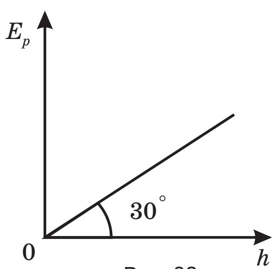


Рис. 83

А46. На рис. 83 изображена графически зависимость потенциальной энергии E_p тела от высоты h над землей, много меньшей радиуса земного шара. Цена деления на осях координат 1 Дж и 1 м. Масса тела примерно равна

1) 58 г 2) 114 г
3) 577 г 4) 228 г

А47. Тело брошено свободно вверх. Сопротивление не учитывать. Зависимость какой величины от времени изображает парабола на рис. 84?

1) силы тяжести
2) потенциальной энергии
3) импульса тела
4) кинетической энергии

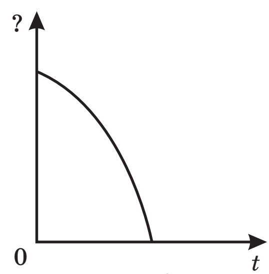


Рис. 84

А48. Зависимость потенциальной энергии тела от высоты на рис. 85 показывает график

1) 1 2) 2 3) 3 4) 4

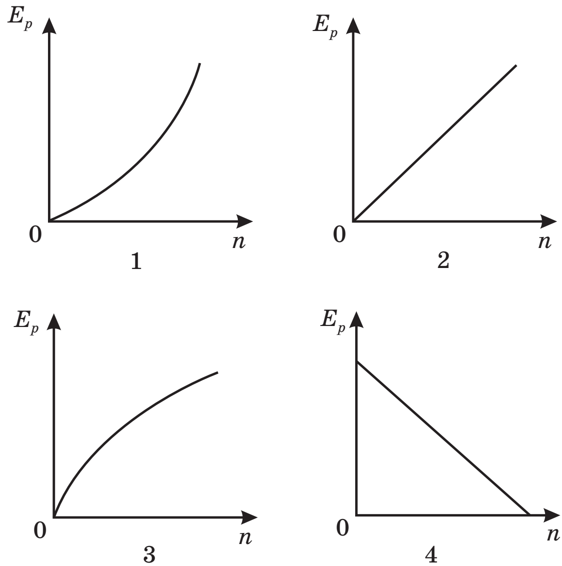


Рис. 85

А49. Под действием силы 1 Н упругая пружина растянулась на 50 см. Найти потенциальную энергию этой пружины при ее растяжении на 80 см.

1) 1,6 Дж 2) 0,32 Дж 3) 0,64 Дж 4) 1, 28 Дж

А50. Чтобы увеличить потенциальную энергию упруго деформированной пружины в 2 раза, ее деформацию надо увеличить в

1) 2 раза 2) 1,4 раза 3) 4 раза 4) 2,8 раз

А51. Тело массой 4 кг упало с высоты 2 м с начальной скоростью 4 м/с. Сопротивление не учитывать. Его кинетическая энергия при приземлении равна

1) 24 Дж 2) 48 Дж 3) 96 Дж 4) 112 Дж

А52. На вершине наклонной плоскости длиной l потенциальная энергия бруска, соскользнувшего с нее, была E_p, а у основания наклонной плоскости она стала равна E_k. При соскальзывании на брусок действовала сила трения, равная

1) $l\dfrac{E_p}{E_k}$ 2) $\dfrac{E_k - E_p}{l}$ 3) $l\left(E_k + E_p\right)$ 4) $\dfrac{E_k + E_p}{l}$

А53. На рис. 86 изображен график изменения кинетической энергии тела E_k, брошенного вертикально вверх, в зависимости от высоты его подъема h над точкой бросания. Чему равна потенциальная энергия тела на высоте 2,5 м? Сопротивлением пренебречь.

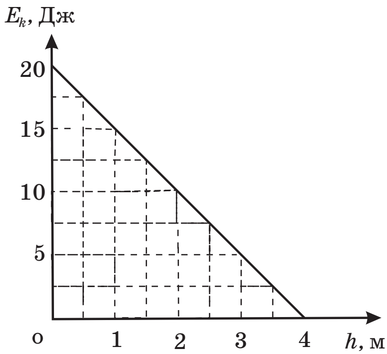


Рис. 86

1) 7,5 Дж
2) 10,5 Дж
3) 12,5 Дж
4) 15 Дж

А54. Конькобежец, разогнавшись, въезжает на ледяную гору, наклоненную под углом 30^0 к горизонту, и проезжает по ней до полной остановки 10 м. Трением пренебречь. Его скорость у основания горки перед въездом была равна

1) 5 м/с 2) 10 м/с 3) 20 м/с 4) 40 м/с

А55. Брусок массой 200 г скатывается с наклонной плоскости без начальной скорости. Длина наклонной плоскости 1 м, угол при ее основании 30^0. Скорость бруска у основания наклонной плоскости 2 м/с. Работа силы трения на всей длине равна

1) –0,2 Дж 2) 0,1 Дж
3) –0,6 Дж 4) –0,4 Дж

А56. Тело массой 800 г, упавшее с высоты 3 м, у земли имело скорость 4 м/с. Работа сил сопротивления падению по модулю равна

1) 12,8 Дж 2) 9,6 Дж 3) 8,2 Дж 4) 17,6 Дж

А57. Колесо радиусом 50 см вращается под действием момента силы 4 Н · м. Чтобы колесо не вращалось, к нему надо приложить минимальную касательную силу

1) 0,8 Н 2) 20 Н 3) 8 Н 4) 200 Н

А58. Груз массой m = 500 г колеблется на нити длиной L = 80 см. Чему равен момент силы тяжести относительно оси, проходящей через точку О перпендикулярно плоскости чертежа, в момент, показанный на рис. 87? Угол $\alpha = 30^0$.

1) 1 Н · м 2) 2 Н · м
3) 4 Н · м 4) 1,6 Н · м

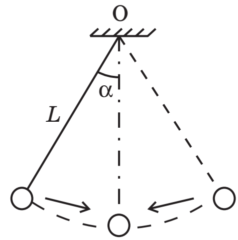


Рис. 87

А59. К концу тонкого стержня длиной L = 80 см приложена сила 2 Н, направленная под углом 30^0 к стержню (рис. 88). Стержень может вращаться вокруг оси *аб*, проходящей через его середину перпендикулярно стержню. Момент этой силы равен

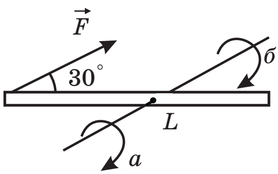


Рис. 88

1) 0,8 Н · м 2) 0,2 Н · м
3) 0,4 Н · м 4) 1 Н · м

А60. На рычаг действуют две силы, плечи которых равны 20 см и 30 см (рис. 89). Сила, действующая на короткое плечо, равна 6 Н. Чему должна быть равна сила, действующая на длинное плечо, чтобы рычаг был в равновесии?

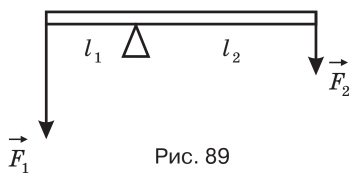


Рис. 89

1) 5 Н 2) 18 Н 3) 12 Н 4) 4 Н

А61. Плотность тела 4000 кг/м^3, его объем 50 см^3. Вес тела в жидкости плотностью 1000 кг/м^3 равен

1) 2 Н 2) 1,5 Н 3) 4 Н 4) 20 Н

А62. В цилиндрический сосуд налита вода до высоты 40 см. Плотность воды 1000 кг/м^3. Давление воды на стенки сосуда в среднем равно

1) 2 кПа 2) 4 кПа 3) 8 кПа 4) 20 кПа

А63. Верным является утверждение, что гидравлический пресс дает выигрыш

1) в работе, и его действие основано на законе Паскаля

2) в силе, и его действие основано на законе Архимеда
3) в силе, и его действие основано на законе Паскаля
4) в мощности, и его действие основано на законе Архимеда

А64. На рис. 90 изображены сообщающиеся сосуды, в которые налиты две разнородные жидкости: ртуть и вода. Плотность ртути 13600 кг/м^3, плотность воды 1000 кг/м^3. Найти высоту столбика воды в левом колене.

1) 13,6 см 2) 27 см 3) 54 см 4) 68 см

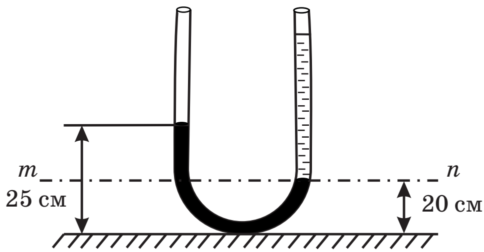


Рис. 90

А65. Тело плавает в масле плотностью 900 кг/м^3 так, что 2/3 объема тела выступают над поверхностью масла. Плотность тела равна

1) 200 кг/м^3 2) 300 кг/м^3
3) 400 кг/м^3 4) 600 кг/м^3

А66. Стальной кубик с длиной ребра 8 см лежит на столе. Плотность стали 7800 кг/м^3. Давление кубика на стол равно

1) 5,32 кПа 2) 6,24 кПа
3) 875 Па 4) 3,12 кПа

А67. Шарик массой 50 г и радиусом 3 см погружен в жидкость плотностью 800 кг/м^3 на некоторую глубину. При этом шарик будет

1) тонуть 2) всплывать равномерно
3) всплывать с ускорением 4) останется в покое

А68. С какой силой надо действовать на малый поршень гидравлического пресса, чтобы большой поршень мог поднять груз массой 100 кг, если площадь большого поршня в 5 раз больше площади малого?

1) 20 Н 2) 100 Н 3) 200 Н 4) 500 Н

А69. Куб с длиной ребра 20 см плавает в воде наполовину погруженным в нее. Плотность воды 1000 кг/м^3. На куб действует выталкивающая сила

1) 40 Н 2) 160 Н 3) 80 Н 4) 100 Н

А70. Давление — это

1) векторная величина и измеряется в ньютонах
2) векторная величина и измеряется в паскалях
3) скалярная величина и измеряется в джоулях
4) скалярная величина и измеряется в паскалях

А71. Малый поршень гидравлического пресса за один ход опускается на 25 см, а большой при этом поднимается на 5 мм. К малому поршню приложена сила 200 Н. При этом на большой поршень действует сила

1) 1 кН 2) 10 кН 3) 50 кН 4) 100 кН

А72. Архимедова сила, действующая на тело в жидкости на космической станции,

1) меньше, чем на земле, но не равна нулю
2) больше, чем на земле
3) такая же, как на земле
4) равна нулю

Часть 2

В1. На рис. 91 изображена наклонная плоскость высотой $h = 60$ см с невесомым блоком на ее вершине. Через блок перекинута невесомая и нерастяжимая нить, к концам которой прикреплены грузы с массами $m_1 = 0,5$ кг и $m_2 = 0,6$ кг. Найти ускорение грузов, если длина наклонной плоскости $l = 1$ м и коэффициент трения груза массой m_1 о плоскость $\mu = 0,25$. Ответ округлить до десятых долей м/с^2.

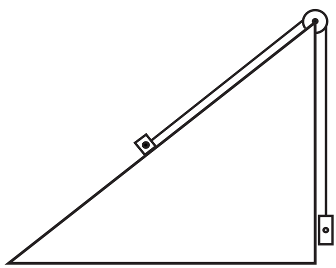


Рис. 91

В2. На какой высоте H ускорение свободного падения вчетверо меньше, чем на земной поверхности? Радиус Земли 6400 км.

В3. Движение материальной точки задано уравнением $x = 8 + 5t + 2t^2$. Определить импульс этой точки через 5 с, считая от момента начала отсчета времени движения, если ее масса 100 г.

В4. 4 одинаковых бруска толщиной 2 см каждый, положенные один на другой, плавают в воде. Насколько изменится глубина погружения брусков, если снять один брусок?

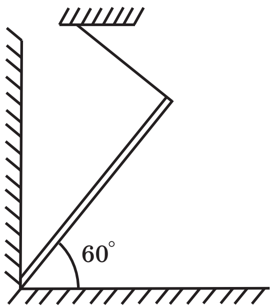


Рис. 92

В5. Тонкая однородная доска массой 2 кг упирается одним концом в угол между стенкой и полом, а к другому концу доски привязан канат (рис. 92). Определить силу натяжения каната, если угол между доской и канатом прямой, а между доской и полом он равен 60^0.

В6. Шар, на треть объема погруженный в воду, лежит на дне сосуда и давит на дно с силой, равной половине веса шара. Плотность воды 1000 кг/м^3. Найти плотность шара. Ответ округлить с точностью до целого числа.

В7. Вес тела в воде $P_1 = 120$ Н, а в масле $P_2 = 100$ Н. Плотность воды $\rho_1 = 1000$ кг/м^3, а плотность масла $\rho_2 = 900$ кг/м^3. Найти плотность тела.

В8. Начальная скорость тела 8 м/с. При его движении на тело действует сила сопротивления, модуль которой пропорционален скорости тела согласно закону $F = kv$, где коэффициент пропорциональности $k = 0{,}2$ кг/с. Масса тела 2 кг. Какой путь пройдет тело до остановки?

В9. Два груза массами 800 г и 200 г связаны невесомой и нерастяжимой нитью, перекинутой через невесомый блок (рис. 93). Блок вращается без трения. С какой скоростью левый груз, двигаясь без начальной скорости, достигнет пола, если вначале он располагался на высоте 1 м над ним? Сопротивлением пренебречь.

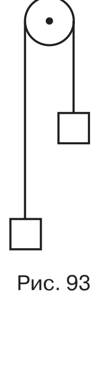


Рис. 93

В10. Четвертая часть горизонтального стержня изготовлена из меди. Ее масса 2 кг. Масса остальной — стальной части стержня 4 кг. Длина всего стержня 1 м. Найти положение центра тяжести стержня относительно его медного конца.

В11. Спутник переходит на более удаленную от Земли круговую орбиту. Как при этом изменяются линейная скорость спутника на орбите, период его обращения, кинетическая энергия, потенциальная энергия? Полная механическая энергия спутника остается постоянной.

Для каждой из этих физических величин выберите характер изменения: А) увеличилась Б) уменьшилась В) не изменилась

Запишите в таблицу выбранные буквы для каждой физической величины в соответствии с ее изменением.

Скорость	Период	Кинетическая энергия	Потенциальная энергия

Часть 3

С1. К концам однородного стержня длиной $l = 1{,}8$ м приложены силы $F_1 = 20$ Н и $F_2 = 4$ Н (рис. 94). Найти силу натяжения стержня на расстоянии четверть длины от его левого конца.

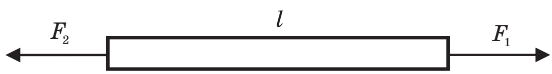


Рис. 94

С2. На краю горизонтального стержня, вращающегося вокруг вертикальной оси, проходящей через его центр, укреплена нить с подвешенным к ней маленьким тяжелым шариком. Длина нити 20 см, частота вращения стержня 1 об/с. При вращении нить отклоняется от вертикали на угол 30^0 (рис. 95). Найти длину стержня. Ответ округлить до сотых долей метра.

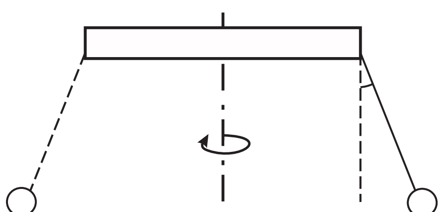


Рис. 95

С3. Два шарика с массами m_1 и m_2 подвешены на нитях одинаковой длины, касаясь друг друга. Шарик массой m_1 отклоняют от вертикали на угол α и отпускают. На какую высоту поднимутся шарики после абсолютно неупругого удара?

С4. Лыжник массой 80 кг спустился с горы высотой 30 м и после спуска проехал еще по горизонтальной поверхности до остановки 150 м. Найти силу сопротивления на горизонтальном участке, если на горе она была равна нулю.

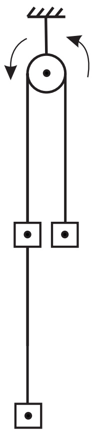


Рис. 96

С5. Гиря, положенная сверху на вертикальную пружину, сжимает ее на 1 мм. Если эту гирю бросить на пружину со скоростью 0,2 м/с с высоты 10 см, то какова теперь будет деформация пружины?

С6. Через невесомый блок перекинута нить, к концам которой прикреплены грузы $m_1 = 2$ кг и $m_2 = 1$ кг. К грузу массой m_1 подвесили на нити груз массой $m_3 = 3$ кг (рис. 96). Найти силу натяжения нити между грузами m_1 и m_3.

С7. На дне ящика находится шар, удерживаемый нитью в равновесии (рис. 97). На какой максимальный угол можно отклонить ящик от горизонтальной поверхности *аб*, чтобы шар остался в равновесии, если коэффициент трения шара о дно ящика равен 0,5? Весом нити пренебречь.

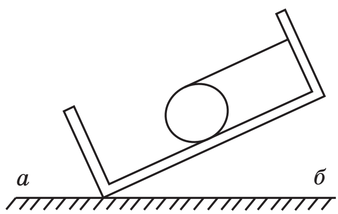


Рис. 97

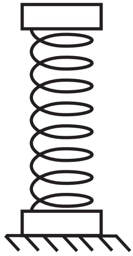


Рис. 98

С8. Шарик из материала, плотность которого в n раз меньше плотности воды, падает в воду с высоты H. На какую максимальную глубину погрузится шарик?

С9. Два одинаковых бруска массами по 20 г каждый соединены упругой вертикальной пружиной с жесткостью 300 Н/м (рис. 98). Нажатием на верхний брусок пружину сжали так, что ее деформация стала 5 см. Какова будет скорость центра масс этой системы тел в момент отрыва нижнего бруска от стола? Сопротивление не учитывать.

С10. Брусок массой M лежит на горизонтальном столе. Его пробивает пуля, летевшая параллельно поверхности стола со скоростью v. Пробив брусок, пуля вылетает в том же направлении с вдвое меньшей скоростью. При этом брусок передвигается по столу на расстояние S. Чему равен коэффициент трения бруска о поверхность стола?

С11. На дне полого шара диаметром D находится маленький кубик. Шар вращается с частотой ν вокруг вертикальной оси, проходящей через его центр. На какую высоту поднимется кубик, перемещаясь по поверхности шара в процессе его вращения? Трением пренебречь.

С12. Геостационарный спутник находится на высоте H над одной и той же точкой планеты массой M, вращающейся вокруг своей оси с угловой скоростью ω. Найти среднюю плотность вещества планеты ρ.

С13. Маленький шарик массой m, подвешенный на невесомой нити длиной l, движется по окружности (рис. 63). Угол отклонения нити от вертикали α. За какое время шарик сделает полный оборот?

С14. По желобу *аб* скатывается маленький кубик массой m (рис. 99). На конце желоба *б* кубик отрывается под углом α к горизонту и пролетает отрезок *бс* в течение времени t. Найти работу сил трения при движении бруска по желобу. Сопротивлением воздуха пренебречь.

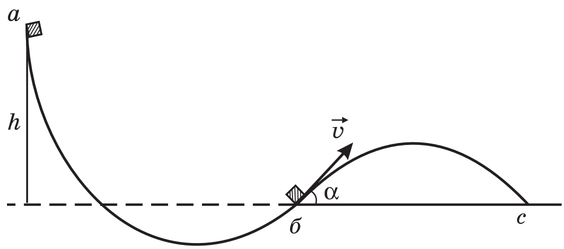


Рис. 99

С15. Два шара массами $m_1 = 2$ кг и $m_2 = 3$ кг движутся горизонтально и поступательно навстречу друг другу со скоростями $v_1 = 8$ м/с и $v_2 = 4$ м/с и неупруго сталкиваются. Найти изменение механической энергии шариков ΔE.

С16. Шарик массой m, летящий горизонтально со скоростью v_0, абсолютно упруго ударяется о неподвижный шар массой M, висящий на нити длиной l. Удар центральный. На какой угол отклонится шар массой M после удара?

С17. Ядро атома, имевшее кинетическую энергию E_{k0}, распалось на два осколка равной массы, которые разлетелись со скоростями v_1 и v_2. Под каким углом друг к другу разлетелись осколки, если их общая кинетическая энергия после распада стала равна E_k?

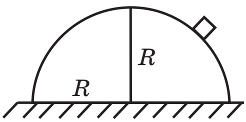


Рис. 100

С18. Небольшое тело соскальзывает с вершины полусферы радиусом R (рис. 100). На какой высоте тело сорвется с поверхности полусферы и полетит вниз? Трение не учитывать.

С19. К концам двух вертикальных пружин одинаковой длины с жесткостями 10 Н/м и 30 Н/м подвешен горизонтальный стержень массой 3 кг длиной 2 м. На каком расстоянии от конца стержня, к которому прикреплена пружина с жесткостью 10 Н/м, надо подвесить груз, чтобы стержень остался в горизонтальном положении и при этом пружины удлинились на 20 см?

С20. С края полусферы радиусом R, вершина которой лежит на горизонтальной плоскости, по внутренней поверхности полусферы скатывается без трения маленький кубик массой m и ударяется о другой маленький кубик вдвое большей массы, лежащий в самом низу полусферы. Какое количество теплоты выделится в результате этого неупругого удара?

ОТВЕТЫ НА ЗАДАНИЯ ПРОБНОГО ЭКЗАМЕНА по теме 2. ДИНАМИКА. СТАТИКА

Часть 1

А1. Когда сила тяги будет уравновешена силой сопротивления, автомобиль станет двигаться равномерно и прямолинейно — по инерции, согласно первому закону Ньютона.

Правильный ответ 4).

А2. Сила трения $F_{тр} = k\, F_{давл}$, где k — коэффициент трения, а $F_{давл}$ — сила давления тела на опору. Из этой формулы

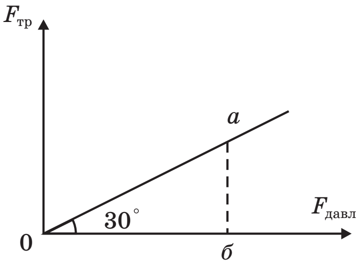


Рис. 101

$$k = \frac{F_{тр}}{F_{давл}}.$$

Из прямоугольного треугольника $0аб$ на рис. 101 следует, что отношение $\frac{F_{тр}}{F_{давл}}$ равно тангенсу угла наклона графика к оси силы давления. Таким образом,

$$k = \operatorname{tg} 30^0 = \frac{\sqrt{3}}{3} \approx 0{,}58.$$

Правильный ответ 3).

А3. Масса — мера инертных и гравитационных свойств тела.

Правильный ответ 1).

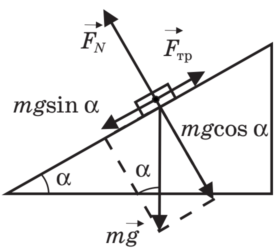


Рис. 102

А4. Так как брусок покоится, значит, сила трения $F_{тр}$ уравновешена составляющей силы тяжести $mg\sin\alpha$ (рис. 102):

$$F_{тр} = mg\sin\alpha = 0{,}2 \cdot 10 \sin 30^0 = 1\ \text{Н}.$$

Правильный ответ 2).

А5. По третьему закону Ньютона эти силы по модулю равны друг другу.

Правильный ответ 2).

А6. По инерции движется тело, скорость которого постоянна.

Правильный ответ 3).

А7. Когда равнодействующая сила равна нулю, скорость тела постоянна. А скорость на графике координаты (рис. 74) численно равна тангенсу угла наклона графика к оси времени. Если угол не меняется, значит, скорость постоянна, — этому соответствует прямолинейный отрезок графика на промежутке времени $t_2 - t_3$.

Правильный ответ 3).

А8. По третьему закону Ньютона силы взаимодействия двух любых тел по модулю равны друг другу.

Правильный ответ 4).

А9. Сила трения равна произведению коэффициента трения и силы давления, которой здесь является вес тела, равный силе тяжести. Поэтому

$$F_{\text{тр}} = \mu mg = 0{,}8 \cdot 5 \cdot 10\ \text{Н} = 40\ \text{Н}.$$

Правильный ответ 3).

А10. На брусок, перемещающийся по стенке равномерно вверх, действуют пять сил: сила F, двигающая его вверх, силы тяжести mg и трения $F_{\text{тр}}$, направленные вниз, сила $F_{\text{давл}}$, прижимающая тело к стене, и сила реакции стены F_N (рис. 103). Поскольку сила, прижимающая брусок к стене, уравновешена силой реакции стены, а сила, перемещающая его вверх, уравновешена направленными вниз силами тяжести и трения, то можно записать

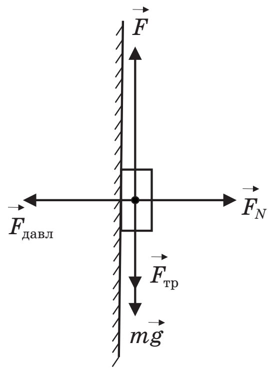


Рис. 103

$$F = mg + F_{\text{тр}} = mg + kF_{\text{давл}} = 0{,}4 \cdot 10 + 0{,}5 \cdot 4\ (\text{Н}) = 6\ \text{Н}.$$

Правильный ответ 3).

А11. Модуль равнодействующей сил F_1 и F_2, направленных противоположно друг другу, равен их разности (рис. 104):

$$F_{\text{р}1} = F_1 - F_2 = 7\ \text{Н} - 3\ \text{Н} = 4\ \text{Н}.$$

Векторы сил $F_{\text{р}1}$ и F_3 направлены под прямым углом друг другу. Модуль их равнодействующей по теореме Пифагора

$$\sqrt{F_{p1}^2 + F_3^2} = \sqrt{4^2 + 3^2}\ \text{Н} = 5\ \text{Н}.$$

Правильный ответ 4).

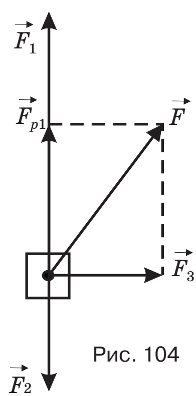


Рис. 104

А12. Согласно графику скорости движение тела равноускоренное (рис. 76). При равноускоренном движении на тело действует постоянная по модулю сила.

Правильный ответ 2).

А13. Инерциальной является система отсчета, связанная с вагоном, когда он движется равномерно и прямолинейно.

Правильный ответ 3).

А14. Сила трения равна произведению коэффициента трения и силы давления тела на опору. Здесь силой давления является сила тяжести. В первом случае

$$F_{p1} = \mu mg.$$

При уменьшении массы тела в 5 раз

$$F_{p2} = \mu \frac{mg}{5} = \frac{F_{\text{тр}1}}{5} = \frac{50}{5}\ \text{Н} = 10\ \text{Н}.$$

Правильный ответ 1).

А15. Согласно закону всемирного тяготения $F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$ сила тяготения двух материальных точек обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними. Значит, если расстояние между точками уменьшить в 3 раза, то сила тяготения увеличится в 9 раз.

Правильный ответ 2).

А16. Согласно закону всемирного тяготения силы притяжения двух точек друг к другу в первом и втором случаях равны:

$$F_1 = G\frac{m_1 m_2}{r^2} \quad \text{и} \quad F_2 = G\frac{2m_1 \cdot 2m_2}{(2r)^2} = G\,\frac{4m_1 m_2}{4r^2} = G\,\frac{m_1 m_2}{r^2}.$$

Значит, $$F_1 = F_2 = F.$$

Правильный ответ 1).

А17. Ускорение свободного падения на Земле определяет формула

$$g_1 = G\frac{M_1}{R_1^2},$$

а ускорение свободного падения на планете определяет формула

$$g_2 = G\frac{M_2}{R_2^2}.$$

Поскольку ускорение свободного падения на Земле тоже равно 9,8 м/с^2, приравняем правые части этих формул:

$$G\frac{M_1}{R_1^2} = G\frac{M_2}{R_2^2}, \quad \text{откуда}$$

$$\frac{M_2}{M_1} = \frac{R_2^2}{R_1^2} = \left(\frac{R_2}{R_1}\right)^2 = \left(\frac{R_1}{2R_1}\right)^2 = \frac{1}{4} = 0{,}25.$$

Правильный ответ 1).

А18. До пережигания нити на верхний груз будет действовать сила, равна силе упругости пружины $F_{упр}$(рис. 77). А сила упругости пружины по третьему закону Ньютона равна сумме сил тяжести, приложенных к обоим грузам:

$$F_{упр} = (m_1 + m_2)g.$$

Сразу после пережигания нити верхний груз приобретет ускорение, направленное вверх. Теперь на него будет действовать сила упругости, направленная вверх, и сила тяжести m_1g, направленная вниз. По второму закону Ньютона

$$m_1a = F_{упр} - m_1g$$

или с учетом первого равенства

$$m_1a = (m_1 + m_2)g - m_1g = m_2g,$$

откуда $$a = \frac{m_2}{m_1}g = \frac{40}{100}10 \text{ м/с}^2 = 4 \text{ м/с}^2.$$

Правильный ответ 2).

А19. По третьему закону Ньютона сила упругости $F_{уцр}$ проволоки равна весу груза:

$$P = mg, \quad \text{поэтому} \quad F_{упр} = mg.$$

По закону Гука модуль силы упругости $F_{упр} = kx$, где k — жесткость проволоки, а x — ее деформация. С учетом этого

$$kx = mg, \quad \text{откуда} \quad x = m\frac{g}{k}.$$

Теперь выразим массу груза через его диаметр:

$$m = \rho V = \rho hS = \rho h\frac{\pi d^2}{4}.$$

Здесь ρ — плотность груза, V — его объем, h — высота цилиндра, S — площадь основания, d — диаметр.

Подставим правую часть последнего равенства вместо массы в предыдущую формулу. Получим:

$$x = \rho h\frac{\pi d^2}{4}\cdot\frac{g}{k}.$$

Таким образом, деформация проволоки x пропорциональна квадрату диаметра цилиндра. Значит, при увеличении диаметра в 1,5 раза деформация проволоки увеличится в $1{,}5^2 = 2{,}25$ раза и будет $2{,}25x$.

Правильный ответ 4).

А20. Согласно графику на рис. 78 тело движется вниз равнозамедленно, поэтому его вес P можно определить по формуле

$$P = m(g + a).$$

Ускорение a определим из графика как тангенс угла наклона графика к оси времени. Из прямоугольного треугольника на рис. 78 следует, что

$$a = \operatorname{tg} \alpha = \frac{20}{4}\ \text{м/с}^2 = 5\ \text{м/с}^2.$$

С учетом значения ускорения вес $P = 5\,(10 + 5)$ Н $= 75$ Н.

Правильный ответ 1).

А21. По третьему закону Ньютона, с какой силой человек тянет крючок, с такой же по модулю силой и крючок тянет человека. И такая же по модулю сила упругости возникает в пружине динамометра, поэтому динамометр показывает 50 Н.

Правильный ответ 3).

А22. Согласно формуле силы трения, она равна произведению коэффициента трения и силы давления тела на опору. Здесь силой давления является вес тела, равный силе тяжести, поэтому

$$F_{\text{тр}} = \mu m g.$$

По второму закону Ньютона именно эта сила и создает отрицательное ускорение при торможении, т.к. остальные силы уравновешены. Следовательно,

$$F_{\text{тр}} = ma, \quad \text{поэтому} \quad ma = \mu m g$$

и

$$a = \mu g = 0{,}5 \cdot 10\ \text{м/с}^2 = 5\ \text{м/с}^2.$$

Правильный ответ 4).

А23. Из сопоставления уравнения координаты равномерного движения $x = x_0 + v_x t$ и уравнения координаты $x = 2 + 3t$ из условия задания следует, что проекция скорости тела $v_x = 3$ м/с. По формуле импульса

$$p = mv_x = 2 \cdot 3\ \text{кг} \cdot \text{м/с} = 6\ \text{кг} \cdot \text{м/с}.$$

Правильный ответ 3).

А24. Вес тела, движущегося вверх с ускорением, определяет формула $P = m(g + a)$. Ускорение тела на графике скорости численно равно тангенсу угла наклона графика к оси времени (рис. 105). Следовательно,

$$a = \text{tg}\, 60^0 = 1{,}7\ \text{м/с}^2.$$

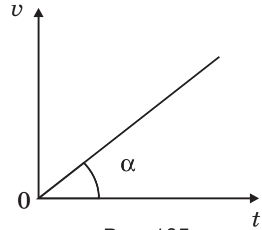


Рис. 105

С учетом этого вес

$$P = m(g + a) = 20(10 + 1{,}7)\ \text{Н} = 234\ \text{Н}.$$

Правильный ответ 3).

А25. На каждый из 10 проводов троса будет действовать деформирующая сила $\frac{mg}{10}$. По закону Гука эта сила пропорциональна деформации провода: $\frac{mg}{10} = kx$, откуда деформация

$$x = \frac{mg}{10k} = \frac{200 \cdot 10}{10 \cdot 10000}\ \text{м} = 0{,}02\ \text{м} = 2\ \text{см}.$$

Правильный ответ 2).

А26. Силой, деформирующей пружину, будет сила тяжести mg. Согласно закону Гука она по модулю равна силе упругости:

$$mg = kx, \quad \text{откуда} \quad k = \frac{mg}{x} = \frac{0{,}1 \cdot 10}{0{,}05}\ \text{м} = 20\ \text{Н/м}.$$

Правильный ответ 2).

А27. Работа силы тяги равна произведению модуля силы тяги и пути, пройденного поездом за это время: $A = F_{\text{тяги}}S$. По второму закону Ньютона $F_{\text{тяги}} = ma$, где ускорение поезда можно найти из формулы $S = \frac{at^2}{2}$, откуда $a = \frac{2S}{t^2}$. Подставив правую часть этого равенства в формулу силы тяги, получим: $F_{\text{тяги}} = m\frac{2S}{t^2}$. Тогда работа $A = m\frac{2S^2}{t^2} = 2m\left(\frac{S}{t}\right)^2$,

$$A = 2 \cdot 1800 \cdot 10^3 \left(\frac{1000}{100}\right)^2\ \text{Дж} = 3{,}6 \cdot 10^8\ \text{Дж} = 360\ \text{МДж}.$$

Правильный ответ 2).

А28. Работа будет равна произведению силы тяжести, приложенной к стержню, и высоты перемещения его центра масс, расположенного посередине стержня:

$$A = mg\frac{l}{2} = 2 \cdot 10 \cdot \frac{1,5}{2}\ \text{Дж} = 15\ \text{Дж}.$$

Правильный ответ 4).

А29. Мощность двигателя подъемного крана при равномерном подъеме груза равна произведению веса груза и скорости подъема. А вес груза в этом случае равен силе тяжести. Поэтому мощность двигателя $N = mgv$. Скорость равномерного подъема равна отношению высоты ко времени подъема: $v = \frac{H}{t}$. С учетом этого равенства мощность двигателя

$$N = mg\frac{H}{t} = 600 \cdot 10\frac{4}{3}\ \text{Вт} = 8000\ \text{Вт} = 8\ \text{кВт}.$$

Правильный ответ 2).

А30. Мощность N, развиваемая двигателем, при равномерном движении равна произведению силы натяжения троса и скорости лифта. А сила натяжения, в свою очередь, равна силе тяжести. Поэтому $N = mgv$.

1,5 т = 1500 кг. $N = 1500 \cdot 10 \cdot 2$ Вт = 30 000 Вт = 30 кВт.

Правильный ответ 4).

А31. Мощность двигателя можно найти по формуле $N = Fv\cos\alpha$. Поскольку векторы силы тяги и скорости совпадают по направлению, то в этой формуле угол $\alpha = 0^0$ и $\cos\alpha = 1$. С учетом того, что 50 кН $= 5 \cdot 10^4$ Н и 72 км/ч = 20 м/с, мощность двигателя равна

$$N = Fv = 5 \cdot 10^4 \cdot 20\ \text{Вт} = 1 \cdot 10^6\ \text{Вт} = 1\ \text{МВт}.$$

Правильный ответ 2).

А32. В высшей точке взлета снаряд остановился, значит, суммарный импульс его осколков до взрыва был равен нулю. По закону сохранения импульса он должен остаться равным нулю и после взрыва. Суммарный импульс $\vec{p}$ осколков 1 и 2 $\vec{p}_1 + \vec{p}_2$ показан на рис 106. Чтобы суммарный импульс всех осколков остался равным нулю, третий осколок приобретет импульс $\vec{p}_3$ и полетит в направлении, показанном на рис. 79 стрелкой *д*).

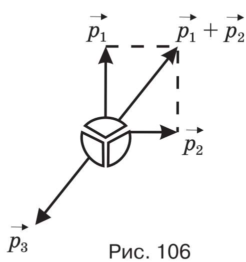


Рис. 106

Правильный ответ 4).

А33. Если масса вагонетки m, то масса упавшего на нее груза $\frac{m}{4} = 0{,}25m$. Импульс вагонетки до падения на нее груза был mv_1, где $v_1 = 5$ м/с — скорость вагонетки до падения груза. После падения груза импульс вагонетки с грузом стал $(m + 0{,}25m)v_2 = 1{,}25mv_2$, где v_2 — скорость вагонетки с грузом. По закону сохранения импульса

$$mv_1 = 1{,}25mv_2, \quad \text{откуда} \quad v_2 = \frac{v_1}{1{,}25} = \frac{5}{1{,}25}\ \text{м/с} = 4\ \text{м/с}.$$

Правильный ответ 4).

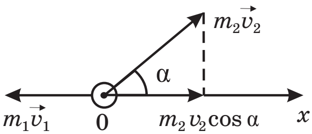


Рис. 107

А34. Обратимся к рис. 107. По закону сохранения импульса импульс школьника m_1v_1, полученного им при бросании камня, равен по модулю проекции импульса камня на ось ОХ $m_2v_2\cos\alpha$:

$$m_1v_1 = m_2v_2\cos\alpha,$$

откуда $$v_1 = \frac{m_2}{m_1}v_2\cos\alpha = \frac{4}{40}2\cos 60^0\ \text{м/с} = 0{,}1\ \text{м/с}.$$

Правильный ответ 1).

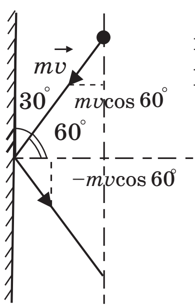


рис.108

А35. Согласно основному закону динамики импульс силы $F\Delta t$, полученный преградой, равен изменению импульса пули $\Delta(mv)$:

$$F\Delta t = \Delta(mv).$$

Из рис. 108 следует, что

$$\Delta(mv) = mv\cos 60^0 - (-mv\cos 60^0) = \\ = 2mv\cos 60^0.$$

Следовательно,

$$F\Delta t = 2mv\cos 60^0 = \\ = 2\cdot 0{,}2\cdot 50\cdot\cos 60^0\ \text{Н}\cdot\text{с} = 10\ \text{Н}\cdot\text{с}.$$

Правильный ответ 4).

А36. Импульс тела $\vec{p} = m\vec{v}$ — это векторная величина и измеряется в кг · м/с.

Правильный ответ 4).

А37. По закону сохранения импульса сумма импульса тележки до падения груза m_2v_2 и проекции импульса груза на направление движения тележки $m_1v_1 \sin \alpha$ (рис. 109) равна импульсу тележки с грузом после падения его на тележку $(m_1 + m_2)v$:

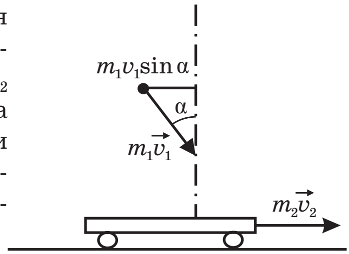


Рис. 109

$$m_2v_2 + m_1v_1 \sin \alpha = (m_1 + m_2)v,$$

откуда

$$v = \frac{m_2v_2 + m_1v_1 \sin\alpha}{m_1 + m_2} = \frac{20\cdot 4 + 10\cdot 1\cdot \sin 30^0}{10+20} \text{ м/с} = 2{,}8 \text{ м/с}.$$

Правильный ответ 1).

А38. Импульс шаров после столкновения по закону сохранения импульса равен векторной сумме импульсов шаров до столкновения. Направление импульса шаров после столкновения на рис. 110 показано стрелкой 1, которая является диагональю квадрата.

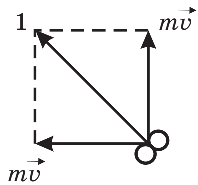


Рис. 110

Правильный ответ 3).

А39. После неупругого столкновения тележки станут двигаться с одинаковой скоростью и в одном направлении. По закону сохранения импульса сумма импульсов тележек до столкновения равна их общему импульсу после столкновения:

$$mv_1 + m\frac{v_1}{2} = 2mv, \qquad \frac{3}{2}mv_1 = 2\,mv,$$

откуда

$$v = 0{,}75v_1 = 0{,}75\cdot 2 \text{ м/с} = 1{,}5 \text{ м/с}.$$

Правильный ответ 3).

А40. Кинетическая энергия снаряда в высшей точке траектории (рис. 111).

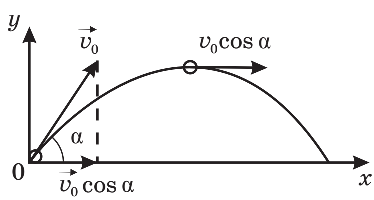


Рис. 111

$$E_k = \frac{m\left(v_0 \cos\alpha\right)^2}{2} = \frac{5\left(400\cos 60^0\right)^2}{2}\text{Дж} = 100\,000\text{ Дж}$$

$$= 100\text{ кДж}.$$

Правильный ответ 2).

А41. Скорость, входящую в формулу кинетической энергии, найдем, разделив путь на время его прохождения:

$$v = \frac{S}{t}.$$

С учетом этого $E_k = \dfrac{mv^2}{2} = \dfrac{m}{2}\left(\dfrac{S}{t}\right)^2.$

Поскольку 800 г = 0,8 кг и 2 мин = 120 с, то

$$E_k = \frac{0{,}8}{2}\left(\frac{60}{120}\right)^2\text{Дж} = 0{,}1\text{ Дж}.$$

Правильный ответ 1).

А42. Запишем формулы кинетической энергии и импульса тела:

$$E_k = \frac{mv^2}{2} \quad \text{и} \quad p = mv.$$

Из формулы кинетической энергии $v = \sqrt{\dfrac{2E_k}{m}}$, поэтому

$$p = m\sqrt{\frac{2E_k}{m}} = \sqrt{m^2\frac{2E_k}{m}} = \sqrt{2mE_k} = \sqrt{2\cdot 2\cdot 9}\text{ кг}\cdot\text{м/с} = 6\text{ кг}\cdot\text{м/с}.$$

Правильный ответ 4).

А43. Работа A равна изменению кинетической энергии пули. Перед мишенью кинетическая энергия пули $E_{k1} = \dfrac{mv_1^2}{2}$, а после пробивания $E_{k2} = \dfrac{mv_2^2}{2}$. Следовательно,

$$A = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2} = \frac{m}{2}(v_2{}^2 - v_1{}^2) = \frac{0{,}05}{2}(100^2 - 200^2)\text{ Дж} = -750\text{ Дж}.$$

Правильный ответ 3).

А44. По закону сохранения энергии количество выделившейся теплоты равно разности кинетических энергий пули до и после удара:

$$Q = E_{k1} - E_{k2},\ \text{где}\ E_{k1} = \frac{mv^2}{2},\ \text{а}\ E_{k2} = \frac{m\left(\frac{v}{2}\right)^2}{2} = \frac{1}{4}\frac{mv^2}{2} = \frac{1}{4}E_{k1}.$$

С учетом этого $Q = E_{k1} - \frac{1}{4}E_{k1} = \frac{3}{4}E_{k1}$, откуда

$$E_{k1} = \frac{4}{3}Q = \frac{4}{3}15\ \text{Дж} = 20\ \text{Дж}.$$

Правильный ответ 3).

А45. Потенциальная энергия тела, брошенного вверх со скоростью $v_0 = 30$ м/с, через время $t = 2$ с определяется формулой $E_\text{р} = mgh$, где $h = v_0t - \frac{gt^2}{2}$ — высота, на которую поднимется тело. Следовательно,

$$E_\text{р} = mg\left(v_0t - \frac{gt^2}{2}\right) = 0{,}2 \cdot 10\left(30 \cdot 2 - \frac{10 \cdot 2^2}{2}\right)\text{Дж} = 80\ \text{Дж}.$$

Правильный ответ 2).

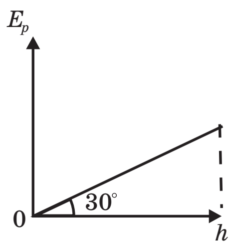


Рис. 112

А46. Потенциальная энергия тела на высоте h определяется формулой $E_\text{р} = mgh$. Из графика на рис. 112 следует, что

$$mg = \frac{E_p}{h} = \text{tg}\ 30^0 = \frac{\sqrt{3}}{3} = 0{,}58.$$

Следовательно,

$$m = \frac{0{,}58}{g} = \frac{0{,}58}{10}\ \text{кг} = 0{,}058\ \text{кг} = 58\ \text{г}.$$

Правильный ответ 1).

А47. У тела, брошенного свободно вверх, с течением времени линейно убывает скорость, а пропорционально квадрату скорости в соответствии с формулой $E_k = \frac{mv^2}{2}$ по параболе уменьшается его кинетическая энергия (рис 113), пока тело не достигнет высшей точки, где его скорость и кинетическая энергия станут равны 0.

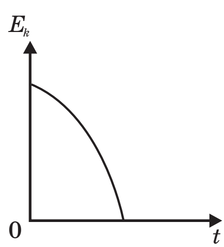


Рис. 113

Правильный ответ 4).

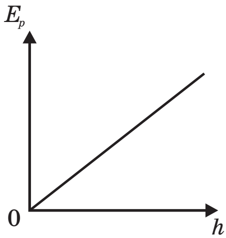


Рис. 114

А48. Согласно формуле $E_p = mgh$ потенциальная энергия прямо пропорциональна высоте тела над землей, а графиком прямо пропорциональной зависимости является прямая, проходящая через начало координат под углом к осям координат (рис. 114).

Правильный ответ 2).

А49. Выразим сначала деформации пружины в единицах СИ: $x_1 = 5$ см $= 0{,}5$ м, $x_2 = 80$ см $= 0{,}8$ м. Потенциальная энергия пружины при деформации x_2

$$E_р = \frac{kx_2^2}{2}.$$

Жесткость k найдем из закона Гука: $F = kx_1$, откуда $k = \dfrac{F}{x_1}$.

С учетом этого

$$E_р = \frac{Fx_2^2}{2x_1} = \frac{1 \cdot 0{,}8^2}{2 \cdot 0{,}5}\ \text{Дж} = 0{,}64\ \text{Дж}.$$

Правильный ответ 3).

А50. До увеличения деформации потенциальная энергия пружины

$$E_{p1} = \frac{kx_1^2}{2}.$$

После увеличения деформации потенциальная энергия пружины стала $2E_{p1} = \dfrac{kx_2^2}{2}$, следовательно, $2\dfrac{kx_1^2}{2} = \dfrac{kx_2^2}{2}$, откуда

$$x_2^2 = 2x_1^2 \quad \text{и} \quad x_2 = 1{,}4x_1.$$

Правильный ответ 3).

А51. На высоте тело обладало потенциальной энергией E_{p0}, а также имело начальную скорость и, значит, кинетическую энергию E_{k0}. У земли тело имело только кинетическую энергию E_k. Поскольку сопротивление отсутствует, по закону сохранения механической энергии

$$E_k = E_{p0} + E_{k0} = mgh + \frac{mv^2}{2} = m\left(gh + \frac{v^2}{2}\right) = 4\left(10 \cdot 2 + \frac{4^2}{2}\right)\text{Дж} = 112\ \text{Дж}.$$

Правильный ответ 4).

А52. Работа силы трения будет равна разности между кинетической энергией бруска у основания наклонной плоскости и его потенциальной энергией на ее вершине:

$$A = E_k - E_p, \quad \text{где работа силы трения} \quad A = F_{\text{тр}} l,$$

откуда

$$F = \frac{A}{l} = \frac{E_k - E_p}{l}.$$

Правильный ответ 2).

А53. Потенциальная энергия тела на высоте 2,5 м согласно закону сохранения механической энергии равна разности кинетической энергии в начале броска, равной 20 Дж, и кинетической энергии на высоте 2,5 м, равной согласно графику (рис. 86) 7,5 Дж:

$$E_{\text{р}} = 20 \text{ Дж} - 7{,}5 \text{ Дж} = 12{,}5 \text{ Дж}.$$

Правильный ответ 3).

А54. По закону сохранения механической энергии кинетическая энергия конькобежца у основания горы равна его потенциальной энергии в высшей точке подъема на высоту h:

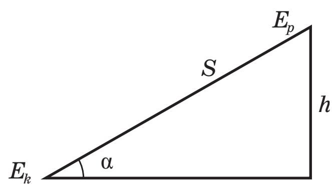


Рис. 115

$$E_k = E_p \quad \text{или} \quad \frac{mv^2}{2} = mgh, \text{ откуда}$$

$v = \sqrt{2gh}$. Из рис. 115 следует, что $h = S \sin \alpha$. Следовательно, $v = \sqrt{2gS \sin \alpha} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 10 \sin 30^0}$ м/с $= 10$ м/с.

Правильный ответ 2).

А55. Работа силы трения равна разности кинетической энергии бруска у основания наклонной плоскости и его потенциальной энергии на ее вершине:

$$A = E_{\text{k}} - E_p = \frac{mv^2}{2} - mgh = m\left(\frac{v^2}{2} - gh\right).$$

Высоту наклонной плоскости найдем из прямоугольного треугольника (рис. 116):

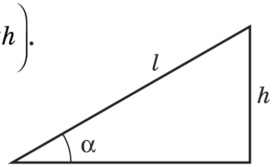


Рис. 116

$$h = l \sin \alpha.$$

С учетом этого

$$A = m\left(\frac{v^2}{2} - gl\sin\alpha\right) = 0,2\left(\frac{2^2}{2} - 10\cdot 1\cdot \sin 30^0\right)\text{Дж} = -\,0,6\ \text{Дж}.$$

Правильный ответ 3).

А56. Работа сил сопротивления по модулю равна разности потенциальной энергии тела на высоте и кинетической энергии у земли:

$$A = E_p - E_k = mgh - \frac{mv^2}{2} = m\left(gh - \frac{v^2}{2}\right) = 0,8\left(10\cdot 3 - \frac{4^2}{2}\right)\text{Дж} = 17,6\ \text{Дж}.$$

Правильный ответ 4).

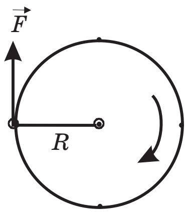


Рис. 117

А57. Момент силы равен произведению силы и ее плеча. Плечом касательной силы, приложенной к ободу колеса (рис. 117), является радиус колеса. Поэтому

$$M = FR, \quad \text{откуда} \quad F = \frac{M}{R} = \frac{4}{0,5}\ \text{Н} = 8\ \text{Н}.$$

Правильный ответ 3).

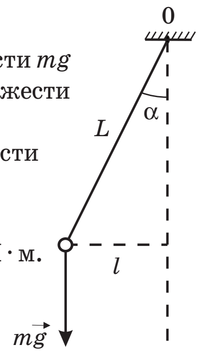


Рис. 118

А58. Момент силы тяжести mg равен произведению силы тяжести и ее плеча l:

$$M = mgl.$$

Из рис. 118 следует, что плечо силы тяжести

$$l = L\sin\alpha.$$

Поэтому

$$M = mgL\sin\alpha = 0,5\cdot 10\cdot 0,8\sin 30^0\ \text{Н}\cdot\text{м} = 2\ \text{Н}\cdot\text{м}.$$

Правильный ответ 2).

А59. Момент силы определяет формула $M = Fl$, где, как это следует из рис. 119, плечо силы равно произведению половины длины стержня на синус противолежащего угла. Поэтому

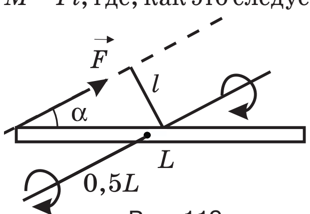


Рис. 119

$$M = Fl = 0,5FL\sin\alpha.$$

Поскольку 80 см = 0,8 м, $\sin 30^0 = 0,5$, то

$$M = 0,5\cdot 2\cdot 0,8\cdot 0,5\ \text{Н}\cdot\text{м} = 0,4\ \text{Н}\cdot\text{м}.$$

Правильный ответ 3).

А60. Согласно условию равновесия тела, имеющего ось вращения, рычаг будет в равновесии, если момент силы $M_1 = F_1 l_1$, вращающей его, например, против часовой стрелки, будет равен моменту силы $M_2 = F_2 l_2$, вращающему его по часовой стрелке:

$$M_1 = M_2 \quad \text{или} \quad F_1 l_1 = F_2 l_2, \quad \text{откуда}$$

$$F_2 = F_1 \frac{l_1}{l_2} = 6\frac{20}{30}\ \text{Н} = 4\ \text{Н}.$$

Правильный ответ 4).

А61. Вес тела в жидкости равен его весу в воздухе минус выталкивающая (архимедова) сила: $P_2 = P_1 - F_{\text{выт}}$. Здесь $P_1 = mg$, $m = \rho_{\text{тела}} V$ и $F_{\text{выт}} = \rho_{\text{жидк}} gV$. С учетом этого вес тела в жидкости

$$P_2 = \rho_{\text{тела}} Vg - \rho_{\text{жидк}} gV = gV(\rho_{\text{тела}} - \rho_{\text{жидк}}) =$$
$$= 10 \cdot 50 \cdot 10^{-6}(4000 - 1000)\ \text{Н} = 1{,}5\ \text{Н}.$$

Правильный ответ 2).

А62. Давление p на стенки сосуда в среднем равно половине его давления на дно. А давление на дно равно произведению плотности воды ρ, ускорения свободного падения g и высоты воды $h = 40$ см $= 0{,}4$ м. Поэтому

$$p = \frac{1}{2}\rho gh = \frac{1}{2} \cdot 1000 \cdot 10 \cdot 0{,}4\ \text{Па} = 2000\ \text{Па} = 2\ \text{кПа}.$$

Правильный ответ 1).

А63. Гидравлический пресс дает выигрыш в силе, и его действие основано на законе Паскаля.

Правильный ответ 3).

А64. Высоты столбиков воды h_1 и ртути h_2 над уровнем mn обратно пропорциональны плотностям воды ρ_1 и ртути ρ_2. Как следует из рис. 90, высота столбика ртути над уровнем mn $h_2 = 25$ см $- 20$ см $= 5$ см. Согласно сказанному

$$\frac{h_1}{h_2} = \frac{\rho_2}{\rho_1}, \quad \text{откуда} \quad h_2 = h_1 \frac{\rho_1}{\rho_2} = 5\frac{13\,600}{1000}\ \text{см} = 68\ \text{см}.$$

Правильный ответ 4).

А65. Согласно условию плавания тело плавает, когда его вес $P = mg$ равен выталкивающей силе $F_{\text{выт}}$, которая, в свою очередь, равна произведению плотности масла $\rho_{\text{м}}$, ускорения свободного падения g и объема погруженной части тела, который составляет треть всего объема тела V, поскольку, согласно условию, две трети его объема находятся над поверхностью масла. Таким образом,

$$mg = \rho_м g \frac{V}{3}.$$

Масса тела m равна произведению его плотности $\rho_т$ и объема V:

$$m = \rho_т V.$$

С учетом сказанного, $\rho_т V g = \rho_м g \frac{V}{3}$, откуда

$$\rho_т = \frac{1}{3}\rho_м = \frac{1}{3}\, 900 \text{ кг/м}^3 = 300 \text{ кг/м}^3.$$

Правильный ответ 2).

А66. Давление кубика p на стол равно отношению веса кубика $P = mg$ к площади его опоры $S = l^2$, где $l = 8$ см $=$ $= 0{,}08$ м — длина ребра кубика. Таким образом,

$$p = \frac{mg}{S} = \frac{mg}{l^2}.$$

Теперь выразим массу кубика m через его плотность ρ и объем $V = l^3$:

$$m = \rho V = \rho l^3.$$

С учетом предыдущего равенства, давление кубика

$$p = \frac{\rho l^3 g}{l^2} = \rho l g = 7800 \cdot 0{,}08 \cdot 10 \text{ Па} = 6240 \text{ Па} = 6{,}24 \text{ кПа}.$$

Правильный ответ 2).

А67. Сравним вес шарика с выталкивающей силой. Если вес будет больше выталкивающей силы, то шарик утонет, если наоборот, то он будет всплывать. Если вес окажется равным выталкивающей силе, то шарик останется в покое.

Вес шарика $P = mg = 0{,}05 \cdot 10$ Н $= 0{,}5$ Н.

Выталкивающая сила $F_{выт} = \rho g V$, где объем шарика $V = \frac{4}{3}\pi R^3$. Здесь $R = 3$ см $= 0{,}03$ м — радиус шарика. С учетом этого

$$F_{выт} = \rho g \frac{4}{3}\pi R^3 = 800 \cdot 10 \cdot \frac{4}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}03^3 \text{ Н} = 0{,}9 \text{ Н}.$$

Мы видим, что выталкивающая сила больше веса шарика, значит, он будет всплывать с ускорением.

Правильный ответ 3).

А68. Сила F_1, приложенная к малому поршню, во столько раз меньше силы $F_2 = mg$, приложенной к большому поршню, на котором лежит груз массой m, во сколько раз площадь малого поршня S_1 меньше площади большого поршня:

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{S_1}{S_2} \quad \text{или} \quad \frac{F_1}{mg} = \frac{S_1}{5S_1}, \text{ откуда}$$

$$F_1 = \frac{mg}{5} = \frac{100 \cdot 10}{5}\ \text{Н} = 200\ \text{Н}.$$

Правильный ответ 3).

А69. Выталкивающая сила, действующая на куб, равна произведению плотности воды, ускорения свободного падения и объема погруженной части куба, которая составляет половину его объема. Поэтому

$$F_{\text{выт}} = \rho_{\text{воды}} g \frac{V}{2},$$

где объем куба $V = l^3$. С учетом этого

$$F_{\text{выт}} = \rho_{\text{воды}} g \frac{l^3}{2} = 1000 \cdot 10 \frac{0,2^3}{2}\ \text{Н} = 40\ \text{Н}.$$

Правильный ответ 1).

А70. Давление — скалярная величина и в СИ измеряется в паскалях.

Правильный ответ 4).

А71. Поскольку выигрыша в работе ни один механизм не дает, значит, $A_1 = A_2$, где работа силы на малом поршне $A_1 = F_1h_1$, а работа силы на большом поршне $A_2 = F_2h_2$. Следовательно, $F_1h_1 = F_2h_2$,откуда

$$F_2 = F_1 \frac{h_1}{h_2}\ \text{Н}\ 200 \cdot \frac{25}{0,5}\ \text{Н} = 10\,000\ \text{Н} = 10\ \text{кН}.$$

Правильный ответ 2).

А72. В космосе вес равен нулю. А архимедова сила равна весу жидкости, вытесненной телом, поэтому она тоже равна нулю.

Правильный ответ 4).

Часть 2

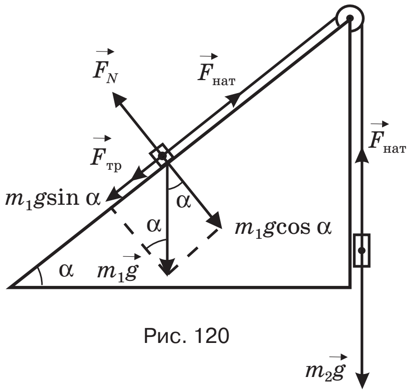


Рис. 120

В1. На рис. 120 изображена наклонная плоскость высотой $h = 60$ см с невесомым блоком на ее вершине. Через блок перекинута невесомая и нерастяжимая нить, к концам которой прикреплены грузы с массами $m_1 = 0{,}5$ кг и $m_2 = 0{,}6$ кг. Найти ускорение грузов, если длина наклонной плоскости $l = 1$ м и коэффициент трения груза массой m_1 о плоскость $\mu = 0{,}25$. Ответ округлить до десятых долей м/с^2.

Обозначим a ускорение грузов, g — ускорение свободного падения, α — угол при основании наклонной плоскости, $F_{нат}$ — силу натяжения нити, $F_{тр}$ — силу трения.

Дано:
$h = 60$ см
$m_1 = 0{,}5$ кг
$m_2 = 0{,}6$ кг
$l = 1$ м
$\mu = 0{,}25$

a — ?

Решение

Разложим силу тяжести $m_1\vec{g}$ на составляющую $m_1g\cos\alpha$, прижимающую груз к наклонной плоскости, и составляющую $m_1g\sin\alpha$, скатывающую его с нее. На груз массой m_1 вдоль траектории его движения к блоку действует сила натяжения $F_{нат}$, а ей противодействуют сила трения $F_{тр}$ и $m_1g\sin\alpha$. По второму закону Ньютона

$$m_1a = F_{нат} - F_{тр} - m_1g\sin\alpha.$$

На груз массой m_2 действует направленная вниз сила тяжести m_2g, а ей противодействует сила натяжения $F_{нат}$. По второму закону Ньютона

$$m_2a = m_2g - F_{нат}.$$

Сложим левые и правые части этих равенств и, выполнив приведение подобных членов, определим искомое ускорение a:

$m_1a + m_2a = F_{нат} - F_{тр} - m_1g\sin\alpha + m_2g - F_{нат.}$, откуда

$$a = \frac{g\left(m_2 - m_1\sin\alpha\right) - F_{тр}}{m_1 + m_2}.$$

Здесь $\sin\alpha = \dfrac{h}{l}$, $F_{тр} = \mu mg\cos\alpha$, где $\cos\alpha = \dfrac{\sqrt{l^2 - h^2}}{l}$.

С учетом этих формул получим:

$$a = \frac{g\left(m_2 - m_1\dfrac{h}{l} - \mu m_1\dfrac{\sqrt{l^2 - h^2}}{l}\right)}{m_1 + m_2} = \frac{g}{m_1 + m_2}\left(m_2 - \frac{m_1}{l}\left(h + \mu\sqrt{l^2 - h^2}\right)\right),$$

$$a = \frac{10}{0,5 + 0,6}\left(0,6 - \frac{0,5}{1}\left(0,6 + 0,25\sqrt{1^2 - 0,6^2}\right)\right) \text{м/с}^2 = 1,8 \text{ м/с}^2.$$

Ответ: $a = 1,8$ м/с^2.

В2. На какой высоте H ускорение свободного падения вчетверо меньше, чем на земной поверхности? Радиус Земли 6400 км.

Решение

На земной поверхности ускорение свободного падения $g_1 = 10$ м/с^2 можно определить по формуле $g_1 = G\dfrac{M}{R^2}$, а на высоте H

$$g_2 = G\frac{M}{(R + H)^2}.$$

Разделим левые и правые части этих равенств друг на друга. Получим:

$$\frac{g_1}{g_2} = \frac{GM(R + H)^2}{GMR^2} = \left(\frac{R + H}{R}\right)^2.$$

По условию задачи $\dfrac{g_1}{g_2} = 4$, поэтому $\left(\dfrac{R + H}{R}\right)^2 = 4$, откуда

$$\frac{R + H}{R} = 2, \quad R + H = 2R, \quad H = R = 6400 \text{ км}.$$

Ответ: $H = 6400$ км.

В3. Движение материальной точки задано уравнением $x = 8 + 5t + 2t^2$. Определить импульс этой точки через 5 с, считая от момента начала отсчета времени движения, если ее масса 100 г.

Обозначим x координату точки, x_0 — начальную координату, t — время движения, t_1 — время, за которое импульс точки станет равен p, m — массу точки, v — скорость точки, v_0 — ее начальную скорость, a — ускорение точки.

Дано:	***Решение***
$x = 8 + 5t + 2t^2$ $t_1 = 5$ с $m = 100$ г	Импульс точки массой $m = 100$ г $= 0{,}1$ кг найдем по формуле $$p = mv,$$
p — ?	здесь скорость $v = v_0 + at_1$, где время $t_1 = 5$ с.

Из сравнения уравнений координаты в общем виде $x = x_0 + v_0 t + \dfrac{at^2}{2}$ и данного нам в условии задачи $x = 8 + 5t + 2t^2$ следует, что начальная скорость точки $v_0 =$ 5 м/с, а половина ее ускорения $\dfrac{a}{2} = 2$ м/с^2, откуда ускорение $a = 4$ м/с^2. С учетом этих величин искомый импульс

$$p = m(v_0 + at_1) = 0{,}1(5 + 4 \cdot 5) \text{ кг} \cdot \text{м/с} = 2{,}5 \text{ кг} \cdot \text{м/с}.$$

Ответ: $p = 2{,}5$ кг · м/с.

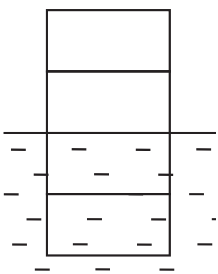


Рис. 121

В4. 4 одинаковых бруска толщиной 2 см каждый плавают в воде (рис. 121). Насколько изменится глубина погружения брусков, если снять один брусок?

Обозначим h толщину каждого бруска, Δh — изменение глубины их погружения, $F_{\text{выт}1}$ — выталкивающую силу до снятия бруска, ρ — плотность воды, g — ускорение свободного падения, V_1 — объем погруженных брусков, h_1 — глубину погружения до снятия бруска, h_2 — глубину погружения после снятия бруска, S — площадь основания бруска, P_1 — вес одного бруска.

Дано:	***Решение***
$h = 2$ см	Когда плавали все 4 бруска, то согласно условию плавания тел выталкивающая сила
t — ?	

$$F_{\text{выт}1} = 4P_1.$$

Здесь $F_{\text{выт}1} = \rho g V_1 = \rho g h_1 S$, где $V_1 = h_1 S$.

Таким образом,

$$\rho g h_1 S = 4P_1.$$

Аналогично, когда сняли один брусок, $\rho g h_2 S = 3P_1$.
Здесь h_2 — новая глубина погружения теперь уже 3 брусков.

Разделим эти равенства друг на друга:

$$\frac{\rho g h_1 S}{\rho g h_2 S} = \frac{4P_1}{3P_1}, \qquad \frac{h_1}{h_2} = \frac{4}{3},$$

откуда новая глубина погружения брусков $h_2 = \frac{3}{4} h_1$.

Следовательно, глубина погружения брусков изменится на

$$\Delta h = h_1 - \frac{3}{4} h_1 = \frac{h_1}{4}, \quad \text{где } h_1 = 2h = 2 \cdot 2 \text{ см} = 4 \text{ см},$$

поэтому $$\Delta h = \frac{4}{4} \text{ см} = 1 \text{ см}.$$

Ответ: $\Delta h = 1$ см.

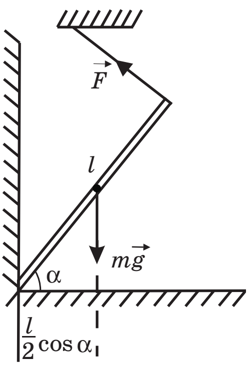


Рис. 122

В5. Тонкая однородная доска массой 2 кг упирается одним концом в угол между стенкой и полом, а к другому концу доски привязан канат (рис. 122). Определить силу натяжения каната, если угол между доской и канатом прямой, а между доской и полом он равен 60^0.

Обозначим m массу доски, l — ее длину, α — угол между доской и полом, g — ускорение свободного падения, M_1 — момент силы тяжести, M_2 — момент силы натяжения, $F_{нат}$ — силу натяжения.

Дано:	***Решение***
$m = 2$ кг $\alpha = 60^0$ $F_{нат}$ — ?	Согласно условию равновесия момент силы тяжести M_1, вращающей доску по часовой стрелке, равен моменту силы натяжения M_2, вращающей ее против часовой стрелки, $M_1 = M_2$.

Момент силы тяжести

$$M_1 = mg\frac{l}{2}\cos\alpha,$$

где $\frac{l}{2}\cos\alpha$ — плечо силы тяжести.

Момент силы натяжения $M_2 = F_{нат} l$. Здесь плечом силы натяжения является длина доски.

Следовательно, согласно первому равенству

$$mg\frac{l}{2}\cos\alpha = F_{\text{нат}}l,$$

откуда $$F_{\text{нат}} = \frac{1}{2}mg\cos\alpha = \frac{1}{2}2\cdot 10\cos 60^0\ \text{Н} = 5\ \text{Н}.$$

Ответ: $F_{\text{нат}} = 5$ Н.

B6. Шар, на треть объема погруженный в воду, лежит на дне сосуда и давит на дно с силой, равной половине веса шара. Плотность воды 1000 кг/м^3. Найти плотность шара. Ответ округлить с точностью до целого числа.

Обозначим $\rho_{\text{ш}}$ плотность шара, V — его объем, $\rho_{\text{в}}$ — плотность воды, P — вес шара, m — массу шара, $F_{\text{давл}}$ — силу давления, $F_{\text{выт}}$ — выталкивающую силу, g — ускорение свободного падения.

Дано:

$\rho_{\text{в}} = 1000$ кг/м^3

$\rho_{\text{ш}}$ — ?

Решение

При равновесии шара его вес $P = mg$ равен сумме силы давления дна на шар, равной по третьему закону Ньютона силе давления шара на дно $F_{\text{давл}}$, и архимедовой выталкивающей силе $F_{\text{выт}}$:

$$P = F_{\text{давл}} + F_{\text{выт}},$$

где по условию задачи $F_{\text{давл}} = \dfrac{P}{2}$, поэтому

$$P = \frac{P}{2} + F_{\text{выт}} \quad \text{и} \quad \frac{P}{2} = F_{\text{выт}} \quad \text{или} \quad \frac{mg}{2} = F_{\text{выт}}.$$

Здесь $$m = \rho_{\text{ш}}V, \qquad F_{\text{выт}} = \rho_{\text{в}}g\frac{V}{3}.$$

Следовательно, $$\frac{\rho_{\text{ш}}gV}{2} = \rho_{\text{в}}g\frac{V}{3},$$

откуда

$$\rho_{\text{ш}} = \frac{2}{3}\rho_{\text{в}} = \frac{2}{3}1000\ \text{кг/м}^3 = 667\ \text{кг/м}^3.$$

Ответ: $\rho_{\text{ш}} = 667$ кг/м^3.

B7. Вес тела в воде $P_1 = 120$ Н, а в масле $P_2 = 100$ Н. Плотность воды $\rho_{\text{в}} = 1000$ кг/м^3, а плотность масла $\rho_{\text{м}} = 900$ кг/м^3. Найти плотность тела.

Обозначим $\rho_т$ плотность тела, $F_{выт1}$ — выталкивающую силу в воде, P — вес тела в воздухе, m — массу тела, g — ускорение свободного падения, V — объем тела.

Дано:
$P_1 = 120$ Н
$P_2 = 100$ Н
$\rho_1 = 1000$ кг/м^3
$\rho_2 = 900$ кг/м^3

$\rho_т$ — ?

Решение

В воде $F_{выт1} = P - P_1$. Здесь $F_{выт1} = \rho_в gV$, $P = mg = \rho_т V g$. С учетом этого запишем:

$$\rho_в gV = \rho_т V g - P_1.$$

Аналогично, в масле $\rho_м gV = \rho_т V g - P_2$.

Запишем эти выражения так:

$$P_1 = \rho_т V g - \rho_в gV \quad \text{или} \quad P_1 = V g(\rho_т - \rho_в).$$

Аналогично, применительно к маслу $P_2 = V g(\rho_т - \rho_м)$.

Теперь разделим два последних равенства друг на друга:

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{Vg(\rho_т - \rho_в)}{Vg(\rho_т - \rho_м)}, \qquad \rho_т P_1 - \rho_м P_1 = \rho_т P_2 - \rho_в P_2,$$

$$\rho_т P_1 - \rho_т P_2 = \rho_м P_1 - \rho_в P_2,$$

$$\rho_т = \frac{\rho_м P_1 - \rho_в P_2}{P_1 - P_2} = \frac{900 \cdot 120 - 1000 \cdot 100}{120 - 100} \text{ кг/м}^3 = 400 \text{ кг/м}^3.$$

Ответ: $\rho_т = 400$ кг/м^3.

В8. Начальная скорость тела 8 м/с. При его движении на тело действует сила сопротивления, модуль которой пропорционален скорости тела согласно закону $F = kv$, где коэффициент пропорциональности $k = 0{,}2$ кг/с. Масса тела 2 кг. Какой путь пройдет тело до остановки?

Обозначим v_0 начальную скорость тела, F — силу сопротивления, v — скорость тела, $v_{ср}$ — среднюю скорость тела, m — его массу, $F_{ср}$ — среднюю силу сопротивления, t — время движения, $a_{ср}$ — среднее ускорение, S — пройденный путь.

Дано:
$v_0 = 8$ м/с
$F = -kv$
$k = 0{,}2$ кг/с
$v = 0$
$m = 2$ кг

S — ?

Решение

Пройденный путь при переменном движении можно найти по формуле

$$S = v_{ср}t, \text{ где } v_{ср} = -\frac{F_{ср}}{k}.$$

По второму закону Ньютона $F_{ср} = ma_{ср}$, где

$$a_{\text{ср}} = \frac{v - v_0}{t} = -\frac{v_0}{t} \text{ при } v = 0.$$

С учетом этого, $$F_{\text{ср}} = m\left(-\frac{v_0}{t}\right)$$

и $$v_{\text{ср}} = -\frac{m}{k}\left(-\frac{v_0}{t}\right) = \frac{mv_0}{kt}.$$

Подставив правую часть этого выражения в первую формулу, получим:

$$S = \frac{mv_0}{kt}t = \frac{m}{k}v_0 = \frac{2}{0,2}8 \text{ м} = 80 \text{ м}.$$

Ответ: $S = 80$ м.

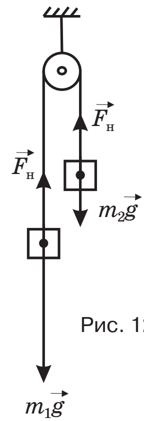


Рис. 123

В9. Два груза массами 800 г и 200 г связаны невесомой и нерастяжимой нитью, перекинутой через блок (рис. 123). Блок вращается без трения. С какой скоростью левый груз, двигаясь без начальной скорости, достигнет пола, если вначале он располагался на высоте 1 м над ним? Сопротивлением пренебречь.

Обозначим m_1 массу левого груза, m_2 — массу правого груза, v_0 — начальную скорость грузов, h — высоту левого груза над полом, g — ускорение свободного падения, v — скорость груза m_1 у пола, $F_{\text{Н}}$ — силу натяжения нити, a — ускорение грузов.

Дано:
$m_1 = 800$ г
$m_2 = 200$ г
$v_0 = 0$
$h = 1$ м
$g = 10$ м/с^2

v — ?

Решение

Поскольку на грузы будут действовать постоянные и неуравновешенные силы, грузы будут двигаться равноускоренно.

На левый груз будут действовать направленная вниз сила тяжести m_1g и направленная вверх сила натяжения нити $F_{\text{Н}}$, на правый — направленная вверх и такая же по модулю сила натяжения нити $F_{\text{Н}}$, а вниз — сила тяжести m_2g. По второму закону Ньютона равнодействующая сил тяжести и натяжения, приложенных к левому, более тяжелому грузу, движущемуся с ускорением вниз, равна:

$$m_1a = m_1g - F_{\text{Н}}. \tag{1}$$

Равнодействующая сил натяжения и тяжести, приложенных к правому, более легкому грузу, движущемуся с ускорением вверх, равна:

$$m_1 a = F_H - m_1 g. \tag{2}$$

Мы записали эти уравнения, чтобы из них найти одинаковое для обоих грузов ускорение a. Потому что, если мы будем его знать, то, воспользовавшись формулой $v^2 - v_0^2 = 2aS$, сможем найти и искомую скорость, с которой левый груз ударится о пол, пройдя расстояние $S = h$.

Как же из этих уравнений найти ускорение a? Из математики вы знаете, что при решении системы уравнений их левые и правые части можно складывать, вычитать, делить или перемножать, — от этого равенство не нарушится. Какое же действие нам выполнить здесь? Нам надо, чтобы «ушла» неизвестная нам и ненужная для решения сила натяжения (она нам не дана и не спрашивается). Подумав, можно сообразить, что оба уравнения надо сложить — левую часть уравнения (1) с левой частью уравнения (2), а правую — с правой. Тогда вследствие приведения подобных членов силы натяжения в оставшемся уравнении уже не будет, и мы сможем найти нужное нам ускорение. Значит, складываем уравнения (1) и (2):

$$m_1 a + m_2 a = m_1 g - F_H + F_H - m_2 g,$$

$$a(m_1 + m_2) = g(m_1 - m_2), \text{ откуда}$$

$$a = \frac{g(m_1 - m_2)}{m_1 + m_2}. \tag{3}$$

Здесь все величины нам известны. Теперь учтем, что $v_0 = 0$. Тогда

$$v^2 = 2ah, \quad \text{откуда} \quad v = \sqrt{2ah}$$

или с учетом (3)

$$v = \sqrt{2gh\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}}.$$

Мы решили задачу в общем виде. Подставим числа и вычислим. Но сначала выразим все величины в единицах СИ:

800 г = 0,8 кг, 200 г = 0,2 кг.

$$v = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 1\frac{0{,}8 - 0{,}2}{0{,}8 + 0{,}2}}\ \text{м/с} = 3{,}5\ \text{м/с}.$$

Ответ: $v = 3{,}5$ м/с.

В10. Четвертая часть горизонтального стержня изготовлена из меди. Ее масса 2 кг. Масса остальной — стальной части стержня 4 кг. Длина всего стержня 1 м. Найти положение центра тяжести стержня относительно его медного конца.

Обозначим m_1 массу медной части стержня, m_2 — массу стальной части, l — длину стержня, x — расстояние от центра тяжести стержня O до его левого конца, g — ускорение свободного падения, M_1 — момент силы, вращающей стержень по часовой стрелке, M_2 — момент силы, вращающей стержень против часовой стрелки, l_1 — плечо силы тяжести m_1g, l_2 — плечо силы тяжести m_2g.

Дано:
$m_1 = 2$ кг
$m_2 = 4$ кг
$l = 1$ м

x — ?

Решение

Чтобы лучше разобраться с условием задачи и наметить пути ее решения, выполним подробный чертеж (рис. 124). Нарисуем стержень длиной l.

Обозначим его концы, например, буквами a и d. Медную часть стержня, составляющую четверть его длины, отделим от стальной части, составляющей три четверти его длины, точкой b.

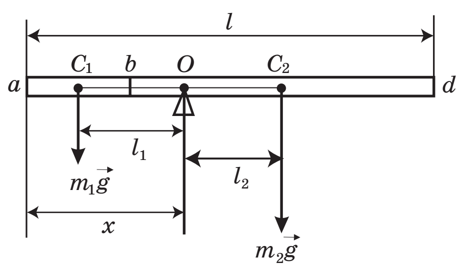


рис.124

К центру масс медной части C_1, расположенному посередине ее, приложим силу тяжести m_1g, а к центру C_2 стальной части, тоже расположенному посередине этой части, приложим силу тяжести m_2g, вектор которой должен быть длиннее, потому что стальная часть стержня тяжелее медной. И соединим эти центры тяжести горизонтальным отрезком C_1C_2. Так мы получим рычаг, на концы которого C_1 и C_2 будут действовать две силы: сила тяжести m_1g, стремящаяся повернуть рычаг против часовой стрелки, и сила тяжести m_2g, которая стремиться повернуть его по часовой стрелке вокруг центра тяжести стержня O.

Теперь подумаем: где будет располагаться центр тяжести всего стержня. Это должна быть такая точка, в которой, если стержень подпереть, он останется в равновесии. Очевидно, эта точка расположена где-то между точками C_1 и C_2 ближе к точке C_2. Обозначим ее буквой O и подрисуем снизу малый треугольник, обозначающий опору. Нам требуется определить расстояние x от этого центра тяжести O до левого конца стержня, т.е. до точки a.

Согласно условию равновесия тела, имеющего ось вращения, на которое действуют две силы, момент силы, вращающей тело по часовой стрелке, должен быть равен моменту силы, вращающей его против часовой стрелки. При выполнении этого условия тело не будет вращаться вокруг этой оси. У нас вращает тело по часовой стрелке вокруг точки O сила тяжести m_2g, а против — сила тяжести m_1g. Значит, чтобы стержень оставался в равновесии, моменты M_1 и M_2 этих сил должны быть равны друг другу:

$$M_1 = M_2.$$

Согласно формуле момента силы момент силы M_1 равен произведению силы тяжести m_1g и ее плеча l_1, а момент силы M_2 равен произведению силы тяжести m_2g и ее плеча l_2:

$$M_1 = m_1gl_1 \quad \text{и} \quad M_2 = m_2gl_2,$$

поэтому

$$m_1gl_1 = m_2gl_2 \quad \text{или} \quad m_1l_1 = m_2l_2\,. \tag{1}$$

Теперь осталось самое трудное: найти плечи этих сил тяжести. Напомним, что плечом силы называется кратчайшее расстояние от оси вращения до линии действия этой силы. Поэтому плечом l_1 силы тяжести m_1g будет отрезок C_1O. Как же его найти?

Если внимательно посмотреть на рис. 124 и хорошенько подумать, то можно сообразить, что плечо l_1 равно разности длин отрезков $aO = x$ и aC_1, причем отрезок aC_1 составляет половину медной части стержня, ведь точка C_1 делит медную часть пополам. А медная часть согласно условию задачи составляет четверть длины стержня l, поэтому отрезок aC_1 составляет восьмую часть его длины. Значит,

$$l_1 = x - \frac{l}{8}\,. \tag{2}$$

Теперь подумаем, чему равно плечо l_2 — это будет отрезок OC_2. Посмотрев внимательно на рис. 124, можно сообразить, что отрезок OC_2 равен разности отрезков aC_2 и $a\text{O} = x$. Отрезок aC_2 равен сумме отрезка ab, составляющего четверть длины стержня, и отрезка bC_2, который равен половине длины стальной части стержня, равной трем четвертям длины всего стержня, поэтому

$$l_2 = \frac{l}{4} + \frac{3l}{4 \cdot 2} - x = \frac{5l}{8} - x. \qquad (3)$$

Нам осталось подставить правые части равенств (2) и (3) в уравнение (1) и, выполнив алгебраические преобразования, найти x. Проделаем эти действия:

$$m_1\left(x - \frac{l}{8}\right) = m_2\left(\frac{5l}{8} - x\right), \qquad m_1 x - m_1\frac{l}{8} = m_2\frac{5l}{8} - m_2 x,$$

$$x\left(m_1 + m_2\right) = \frac{l}{8}\left(m_1 + 5m_2\right),$$

откуда

$$x = \frac{l\left(m_1 + 5m_2\right)}{8\left(m_1 + m_2\right)}.$$

Задача в общем виде решена. Произведем вычисления:

$$x = \frac{1(2 + 5 \cdot 4)}{8(2 + 4)}\ \text{м} = 0{,}46\ \text{м} = 46\ \text{см}.$$

Ответ: $x = 46$ см.

В11. Спутник переходит на более удаленную от Земли круговую орбиту. Как при этом изменяются линейная скорость спутника на орбите, период его обращения, кинетическая энергия, потенциальная энергия? Полная механическая энергия спутника остается постоянной.

Для каждой из этих физических величин выберите характер изменения: а) увеличилась б) уменьшилась в) не изменилась.

Решение

Когда спутник переходит на более удаленную орбиту, ее радиус R увеличивается. Ускорение спутника на орбите, которое является там ускорением свободного падения и одновременно центростремительным ускорением спутника, связано с радиусом орбиты формулой

$$g = a_ц = G\frac{M}{R^2}.$$

В свою очередь, центростремительное ускорение связано с линейной скоростью и радиусом орбиты формулой

$$a_ц = \frac{v^2}{R}.$$

Приравняем правые части этих равенств:

$$\frac{v^2}{R} = G\frac{M}{R^2}, \text{ откуда } v^2 = G\frac{M}{R}.$$

Поскольку гравитационная постоянная G и масса Земли M не меняются, значит, с увеличением радиуса орбиты R линейная скорость спутника уменьшается.

Линейная скорость связана с периодом спутника формулой

$$v = \frac{2\pi R}{T}.$$

Подставив правую часть этого выражения в предыдущую формулу, получим:

$$\frac{4\pi^2 R^2}{T^2} = G\frac{M}{R}, \text{ откуда } T^2 = \frac{4\pi^2 R^3}{GM}.$$

Следовательно, при неизменных G и M с увеличением радиуса орбиты R период спутника увеличивается.

Кинетическая энергия спутника на орбите определяется формулой

$$E_k = \frac{mv^2}{2}.$$

Значит, при уменьшении линейной скорости v и неизменной массе спутника m кинетическая энергия спутника уменьшается. А поскольку его полная механическая энергия, равная сумме кинетической энергии E_k и потенциальной энергии E_p не меняется, значит, с уменьшением кинетической энергии потенциальная энергия спутника увеличивается.

Ответ:

Скорость	Период	Кинетическая энергия	Потенциальная энергия
Б	А	Б	А

Часть 3

С1. К концам однородного стержня длиной $l = 1{,}8$ м приложены силы $F_1 = 20$ Н и $F_2 = 4$ Н (рис. 125). Найти силу натяжения стержня на расстоянии четверти длины от его левого конца.

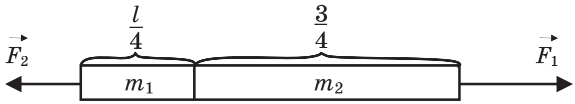


Рис. 125

Обозначим l длину стержня, F_1 — силу, приложенную к его правому концу, F_2 — силу, приложенную к его левому концу, l_1 — четверть длины стержня, m_1 — массу четвертой части стержня, a — его ускорение, $F_{нат}$ — силу натяжения стержня на расстоянии четверти длины от его левого конца, m_2 — массу остальной части стержня, V_1 — объем большей части стержня, V_2 — объем остальной части стержня, S — площадь поперечного сечения стержня.

Дано:
$F_1 = 20$ Н
$F_2 = 4$ Н
$l_1 = \frac{1}{4} l$

$F_{нат}$ — ?

Решение

По второму закону Ньютона

$$m_1 a = F_1 - F_{нат}.$$

Здесь m_1 — масса части стержня, составляющей $\frac{3}{4}$ его длины.

Аналогично, применительно другой части стержня, составляющей четверть его длины,

$$m_2 a = F_{нат} - F_{2.}.$$

Выразим массы частей стрежня m_1 и m_2 через их длины:

$$m_1 = \rho V_1 = \rho \frac{3}{4} lS \quad \text{и} \quad m_2 = \rho V_2 = \rho \frac{1}{4} lS.$$

С учетом этих равенств два первых уравнения примут вид:

$$\rho \frac{3}{4} lSa = F_1 - F_{нат} \quad \text{и} \quad \rho \frac{1}{4} lSa = F_{нат} - F_{2.}.$$

Теперь разделим два последних равенства друг на друга. и после сокращений из полученного выражения найдем силу натяжения:

$$\frac{3\rho lSa \cdot 4}{4 \cdot \rho lSa} = \frac{F_1 - F_{нат}}{F_{нат} - F_2}, \quad F_1 - F_{нат} = 3F_{нат} - 3F_2, \quad 4F_{нат} = F_1 + 3F_2,$$

$$F_{\text{нат}} = \frac{F_1 + 3F_2}{4} = \frac{20 + 3 \cdot 4}{4}\text{ Н} = 8\text{ Н}.$$

Ответ: $F_{\text{нат}} = 8$Н.

С2. На краю горизонтальной доски, вращающейся вокруг вертикальной оси, проходящей через ее центр, укреплена нить с подвешенным к ней маленьким тяжелым шариком. Длина нити 20 см, частота вращения доски 1 об/с. При вращении доски нить отклоняется от вертикали на угол 30^0 (рис. 126). Найти длину доски. Ответ округлить до сотых долей метра.

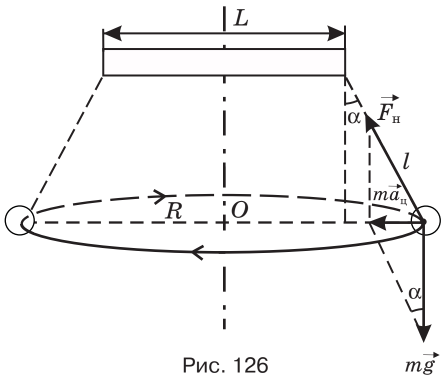


Рис. 126

Обозначим l длину нити, ν — частоту вращения стержня, α — угол отклонения нити от вертикали, g — ускорение свободного падения, L — длину стержня, m — массу шарика, $a_ц$ — центростремительное ускорение шарика, ω — угловую скорость вращения стержня, R — радиус окружности, по которой движется шарик.

Дано:
$l = 20$ см
$\nu = 1$ об/с
$\alpha = 30^0$
$g = 10$ м/с^2

L — ?

Решение

На шарик действуют две силы: сила тяжести $m\vec{g}$ и сила натяжения нити $\vec{F}_Н$. Их равнодействующая $m\vec{a}_ц$ направлена по радиусу к центру окружности О, по которой движется шарик. Ее модуль можно найти по формуле

$$ma_ц = mg \operatorname{tg} \alpha,$$

откуда

$$a_ц = g \operatorname{tg} \alpha.$$

Ускорение шарика $a_ц = \omega^2 R$, где угловая скорость шарика $\omega = 2\pi\nu$, а радиус окружности $R = \frac{L}{2} + l\sin\alpha$.

С учетом этого $(2\pi\nu)^2\left(\frac{L}{2} + l\sin\alpha\right) = g\,\mathrm{tg}\,\alpha$,

откуда

$$\frac{L}{2} + l\sin\alpha = \frac{g\,\mathrm{tg}\,\alpha}{(2\pi\nu)^2}, \quad L = 2\left(\frac{g\,\mathrm{tg}\,\alpha}{(2\pi\nu)^2} - l\sin\alpha\right),$$

$$L = 2\left(\frac{10\cdot\mathrm{tg}\,30^0}{(2\cdot 3{,}14\cdot 1)^2} - 0{,}2\sin 30^0\right)\text{м} = 0{,}09\text{ м}.$$

Ответ: $L = 0{,}09$ м.

С3. Два шарика с массами m_1 и m_2 подвешены на нитях одинаковой длины, касаясь друг друга. Шарик массой m_1 отклоняют от вертикали на угол α и отпускают. На какую высоту поднимутся шарики после абсолютно неупругого удара?

Обозначим h_2 высоту, на которую поднимутся шарики, g — ускорение свободного падения, v — скорость обоих шаров сразу после соударения, v_0 — скорость шарика 1 непосредственно перед ударом

Дано:
m_1
m_2
g

h_2 — ?

Решение

Выполним чертеж (рис. 127). Искомую высоту h_2 можно найти из закона сохранения механической энергии обоих шариков после абсолютно неупругого соударения: кинетическая энергия шариков сразу после соударения $\frac{(m_1 + m_2)v^2}{2}$ превращается в их потенциальную энергию $(m_1 + m_2)gh_2$:

$$\frac{(m_1 + m_2)v^2}{2} = (m_1 + m_2)gh_2,$$

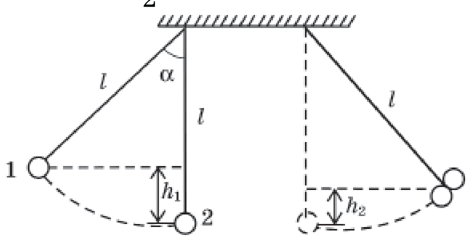


Рис. 127

откуда $$h_2 = \frac{v^2}{2g}.$$

Скорость обоих шариков сразу после соударения найдем из закона сохранения импульса, согласно которому импульс шарика 1 непосредственно перед ударом m_1v_0 равен импульсу обоих шариков $(m_1 + m_2)v$ сразу после удара:

$$m_1v_0 = (m_1 + m_2)\,v, \quad \text{откуда} \quad v = \frac{m_1v_0}{m_1 + m_2}.$$

С учетом этого, $h_2 = \dfrac{1}{2g}\left(\dfrac{m_1v_0}{m_1 + m_2}\right)^2 = \dfrac{m_1^2}{2g\,(m_1 + m_2)^2}\,v_0{}^2.$

Скорость шарика 1 перед ударом найдем по закону сохранения его механической энергии, согласно которому потенциальная энергия шарика 1 на высоте h_1, равная m_1gh_1 равна его кинетической энергии $\dfrac{m_1v_0^2}{2}$ непосредственно перед ударом:

$$m_1gh_1 = \frac{m_1v_0^2}{2}, \quad \text{откуда} \quad v_0{}^2 = 2gh_1.$$

С учетом этого $h_2 = \dfrac{m_1^2}{2g\,(m_1 + m_2)^2}2gh_1 = h_1\left(\dfrac{m_1}{m_1 + m_2}\right)^2.$

Высота $$h_1 = l - l\cos\alpha = l\,(1 - \cos\alpha).$$

Подставив правую часть этого выражения в предыдущую формулу, получим окончательно:

$$h_2 = l\,(1 - \cos\alpha)\left(\frac{m_1}{m_1 + m_2}\right)^2.$$

Ответ: $h_2 = l\,(1 - \cos\alpha)\left(\dfrac{m_1}{m_1 + m_2}\right)^2.$

С4. Лыжник массой 80 кг спустился с горы высотой 30 м и после спуска проехал еще по горизонтальной поверхности до остановки 150 м (рис. 128). Найти силу сопротивления на горизонтальном участке, если на горе она была равна нулю.

Обозначим m массу лыжника, h — высоту горы, v_0 — начальную скорость лыжника на вершине горы, S — путь на горизонтальной поверхности, g — ускорение свободного падения,

v — скорость в конце пути S, $F_{сопр}$ — силу сопротивления на горизонтальном участке, a — ускорение на пути S, v_{01} — начальную скорость на горизонтальном участке.

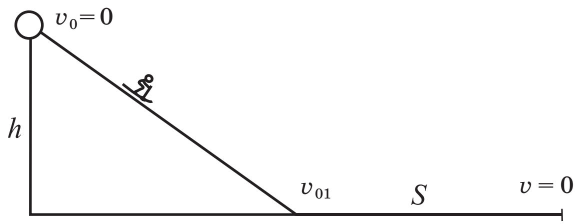


Рис. 128

Дано:	
$m = 80$ кг	
$h = 30$ м	
$v_0 = 0$	
$S = 150$ м	
$g = 10$ м/с^2	
$v = 0$	
$F_{сопр}$ — ?	

Решение

Силу сопротивления можно найти по второму закону Ньютона:

$$F_{сопр} = ma.$$

На пути S лыжник движется с замедлением, и его конечная скорость $v = 0$. Поэтому здесь пригодится формула кинематики

$$0 - {v_{01}}^2 = -2aS,$$

откуда

$$a = \frac{v_{01}^2}{2S}.$$

С учетом этого

$$F_{сопр} = m\frac{v_{01}^2}{2S}. \qquad (1)$$

Здесь v_{01} — скорость в конце спуска с горы, равная начальной скорости лыжника на горизонтальном участке. Ее можно найти, применив закон сохранения механической энергии к движению лыжника на спуске. Согласно этому закону его потенциальная энергия mgh на вершине горы равна кинетической энергии $\frac{v_{01}^2}{2}$ у ее основания:

$$mgh = \frac{mv_{01}^2}{2},$$

откуда

$${v_{01}}^2 = 2gh. \qquad (2)$$

Подставив правую часть равенства (2) в формулу (1), получим:

$$F_{\text{сопр}} = m\frac{2gh}{2S} = mg\frac{h}{S}, \qquad F_{\text{сопр}} = 80 \cdot 10\frac{30}{150}\text{Н} = 160\ \text{Н}.$$

Ответ: $F_{\text{сопр}} = 160$ Н.

С5. Гиря, положенная сверху на вертикальную пружину, сжимает ее на 1 мм. Если эту гирю бросить на пружину со скоростью 0,2 м/с с высоты 10 см, то какова теперь будет деформация пружины?

Обозначим x_1 деформацию пружины, когда на нее положили гирю, v_0 — начальную скорость гири, h — высоту, с которой ее бросили, g — ускорение свободного падения, x_2 — деформацию пружины, когда на нее бросили гирю, m — массу гири, k — жесткость пружины, $F_{\text{упр}}$ — силу упругости пружины.

Дано:
$x_1 = 1$ мм $= 0{,}001$ м
$v_0 = 0{,}2$ м/с
$h = 10$ см $= 0{,}1$ м
$g = 10$ м/с^2

x_2 — ?

Решение

Применим для решения этой задачи закон сохранения механической энергии, согласно которому сумма кинетической энергии гири $\frac{mv_0^2}{2}$ и ее потенциальной энергии на высоте mgh равна потенциальной энергии сжатой пружины $\frac{kx_2^2}{2}$:

$$\frac{mv_0^2}{2} + mgh = \frac{kx_2^2}{2}.$$

Отсюда
$$x_2 = \sqrt{\frac{2}{k}m\left(\frac{v_0^2}{2} + gh\right)}. \qquad (1)$$

Жесткость пружины k найдем, приравняв согласно третьему закону Ньютона силу тяжести, действующую на гирю, силе упругости пружины:

$$mg = F_{\text{упр}}, \quad \text{где по закону Гука} \quad F_{\text{упр}} = kx_1,$$

поэтому
$$mg = kx_1,$$

откуда
$$k = \frac{mg}{x_1}. \qquad (2)$$

Подставив правую часть равенства (2) в формулу (1), получим окончательно:

$$x_2 = \sqrt{\frac{2x_1}{mg} m\left(\frac{v_0^2}{2} + gh\right)} = \sqrt{\frac{2x_1}{g}\left(\frac{v_0^2}{2} + gh\right)},$$

$$x_2 = \sqrt{\frac{2 \cdot 0,001}{10}\left(\frac{0,2^2}{2} + 10 \cdot 0,1\right)} \text{ м} = 0,014 \text{ м} = 1,4 \text{ см}$$

Ответ: $x_2 = 1{,}4$ см.

С6. Через невесомый блок перекинута нить, к концам которой прикреплены грузы $m_1 = 2$ кг и $m_2 = 1$ кг. К грузу массой m_1 подвесили на нити груз массой $m_3 = 3$ кг (рис. 129). Найти силу натяжения нити между грузами m_1 и m_3.

Обозначим $F_{н1}$ силу натяжения нити между грузами m_1 и m_3, g — ускорение свободного падения, $F_{н2}$ — силу натяжения нити между грузами m_1 и m_2, a — ускорение грузов.

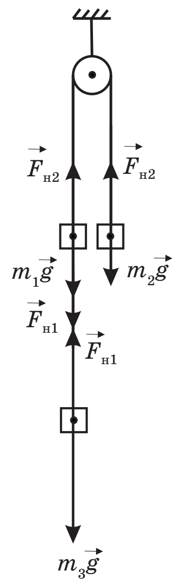


Рис. 129

Дано:
$m_1 = 2$ кг
$m_2 = 1$ кг
$m_3 = 3$ кг
$g = 10$ м/с^2

$F_{н1}$ — ?

Решение

Запишем второй закон Ньютона применительно к движению каждого груза в отдельности:

$$m_3 a = m_3 g - F_{н1}, \qquad (1)$$

$$m_1 a = m_1 g + F_{н1} - F_{н2},$$

$$m_2 a = F_{н2} - m_2 g.$$

Теперь сложим левые и правые части этих трех уравнений. Правда, при этом искомая сила натяжения $F_{н1}$ «уйдет», но мы сможем найти ускорение грузов a. А зная его, найдем затем из первой формулы и силу натяжения $F_{н1}$.

$$m_3 a + m_1 a + m_2 a = m_3 g - F_{н1} + m_1 g + F_{н1} - F_{н2} + F_{н2} - m_2 g,$$

$$a(m_3 + m_1 + m_2) = g(m_3 + m_1 - m_2),$$

откуда
$$a = g\frac{m_1 + m_3 - m_2}{m_1 + m_2 + m_3}. \qquad (2)$$

Теперь найдем из равенства (1) силу натяжения $F_{н1}$:

$$F_{н1} = m_3 g - m_3 a = m_3(g - a).$$

С учетом (2) получим окончательно

$$F_{\text{н}1} = m_3\left(g - g\frac{m_1 + m_3 - m_2}{m_1 + m_2 + m_3}\right) = m_3 g\left(1 - \frac{m_1 + m_3 - m_2}{m_1 + m_2 + m_3}\right) =$$

$$= m_3 g\frac{m_1 + m_2 + m_3 - m_1 - m_3 + m_2}{m_1 + m_2 + m_3} = \frac{2\,m_2 m_3 g}{m_1 + m_2 + m_3},$$

$$F_{\text{н}1} = \frac{2\cdot 1\cdot 3\cdot 10}{2+1+3}\,\text{Н} = 10\ \text{Н}.$$

Ответ: $F_{\text{н}1} = 10$ Н.

С7. На дне ящика находится шар, удерживаемый нитью в равновесии (рис. 130). На какой максимальный угол можно отклонить ящик от горизонтальной поверхности, чтобы шар остался в равновесии, если коэффициент трения шара о дно ящика равен 0,5? Весом нити пренебречь.

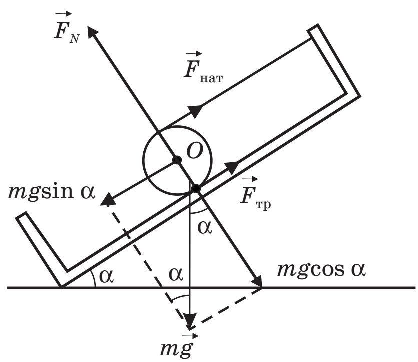


Рис. 130

Обозначим μ коэффициент трения, α — максимальный угол, на который можно отклонить ящик, m — массу шара, g — ускорение свободного падения, $F_{\text{нат}}$ — силу натяжения нити, $F_{\text{тр}}$ — силу трения, F_N — силу реакции опоры, R — радиус шара, g — ускорение свободного падения.

Дано:	
$\mu = 0{,}5$	
α — ?	

Решение

Выполним чертеж, на котором покажем все силы, приложенные к шару. На него действуют: сила тяжести mg, сила трения $F_{\text{тр}}$, сила реакции опоры F_N и сила натяжения нити $F_{\text{нат}}$. Разложим силу тяжести на скатывающую $mg \sin \alpha$ и прижимающую к дну ящика $mg \cos \alpha$. При равновесии шара $mg \sin \alpha = F_{нат} + F_{тр}$, а также согласно равенству моментов сил трения и натяжения относительно оси вращения, проходящей через точку O,

$$F_{нат} R = F_{тр} R,$$

откуда $$F_{нат} = F_{тр}.$$

Здесь R — радиус шара, который является плечом сил трения и натяжения.

С учетом этого, $mg \sin \alpha = 2F_{тр}$, где $F_{тр} = \mu mg \cos \alpha$,

поэтому $$mg \sin \alpha = 2 \mu mg \cos \alpha,$$

откуда $$\operatorname{tg} \alpha = 2 \mu = 2 \cdot 0{,}5 = 1 \quad \text{и} \quad \alpha = 45^0.$$

Ответ: $\alpha = 45^0$.

С8. Шарик из материала, плотность которого в n раз меньше плотности воды, падает в воду с высоты H. На какую максимальную глубину h погрузится шарик?

Обозначим m массу шарика, A — работу архимедовой выталкивающей силы, $F_{выт}$ — выталкивающую силу, $\rho_в$ — плотность воды, $\rho_ш$ — плотность шарика, V — объем шарика, g — ускорение свободного падения.

Дано:

$n = \dfrac{\rho_в}{\rho_ш}$

H

h — ?

Решение

Потенциальная энергия шарика $mg(H + h)$ на высоте $H + h$ относительно нижней точки погружения равна по модулю работе архимедовой выталкивающей силы $A = F_{выт} h$:

$$mg(H + h) = F_{выт} h. \tag{1}$$

Выразим массу шарика через его плотность $\rho_ш$ и объем V:

$$m = \rho_ш V. \tag{2}$$

Теперь запишем формулу выталкивающей силы:

$$F_{выт} = \rho_в g V. \tag{3}$$

Подставим правые части равенств (2) и (3) в формулу (1):

$$\rho_ш V g(H + h) = \rho_в g V h.$$

Отсюда

$$\rho_ш H + \rho_ш h = \rho_в h, \qquad h = \frac{\rho_ш H}{\rho_в - \rho_ш}.$$

По условию задачи $\frac{\rho_в}{\rho_ш} = n$, откуда $\rho_в = n\rho_ш$.

С учетом этого $h = \frac{\rho_ш H}{n\rho_ш - \rho_ш} = \frac{\rho_ш H}{\rho_ш (n-1)} = \frac{H}{n-1}$.

Ответ: $h = \frac{H}{n-1}$.

С9. Два одинаковых бруска массами по 20 г каждый соединены упругой вертикальной пружиной с жесткостью 300 Н/м (рис. 131, *а*). Нажатием на верхний брусок пружину сжали так, что ее деформация стала 5 см (рис. 140, *б*). Какова будет скорость центра масс этой системы тел в момент отрыва нижнего бруска от стола? Сопротивление не учитывать.

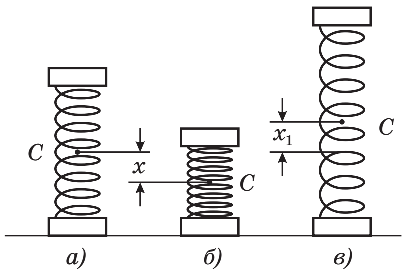


Рис. 131

Обозначим m массу каждого бруска, k — жесткость пружины, x — деформацию пружины при сжатии, v_C — скорость центра масс, g — ускорение свободного падения, E_{p1} — потенциальную энергию сжатой пружины, E_{p2} — потенциальную энергию центра масс относительно первоначального положения при сжатой пружине, E_{p3} — потенциальную энергию растянутой пружины, E_{p4} — потенциальную энергию центра масс относительно первоначального положения при растянутой пружине, E_k — кинетическую энергию верхнего бруска.

Дано:
$m = 20$ г
$x = 5$ см
$g = 10$ м/с^2
$k = 300$ Н/м

v_C — ?

Решение

Давайте вспомним, что такое центр масс. Это такая материальная точка с массой, равной массе всего тела, которая движется под действием приложенных к ней сил так же, как и само тело.

В нашем случае, поскольку система бруски — пружина симметрична, ее центр масс C располагается в геометрическом центре системы, т. е. посередине пружины.

Теперь обратимся к рисунку. Сначала пружина была недеформированной (рис. 131, *а*). Когда ее сжали, центр масс опустился на расстояние x относительно первоначального положения (рис. 131, *b*). Значит, пружина приобрела потенциальную энергию E_{p1}, которую можно определить по формуле

$$E_{p1} = \frac{kx^2}{2}.$$

Кроме того, поскольку центр тяжести опустился на расстояние x, то относительно прежнего уровня центр масс приобрел отрицательную потенциальную энергию. Напомним, что потенциальная энергия может быть и положительной, и отрицательной, поскольку она относительна. Относительно стола потенциальная энергия центра масс положительна, поскольку он выше стола, а относительно прежнего положения — отрицательна, поскольку теперь центр масс ниже прежнего уровня. Эту потенциальную энергию E_{p2} можно определить по формуле

$$E_{p2} = -mgx.$$

Попробуем решить эту задачу, применив закон сохранения механической энергии. Этот замечательный закон выручит вас при решении почти любых задач динамики — особенно когда не требуется учитывать все силы, действующие в системе. Согласно этому закону суммарная механическая энергия брусков со сжатой пружиной равна их суммарной механической энергии в момент, когда нижний брусок еще лежит на столе, но пружина уже растянулась, ее деформация стала x_1, центр тяжести поднялся на высоту x_1 над первоначальным положением и верхний брусок приобрел скорость v (рис. 131, *в*). При этом потенциальная энергия пружины

$$E_{p3} = \frac{kx_1^2}{2},$$

а потенциальная энергия центра масс E_{p3} относительно первоначального положения стала положительной и равной:

$$E_{p4} = mgx_1.$$

Кроме того, верхний брусок приобрел скорость v и, значит, кинетическую энергию E_k, которая определяется по формуле

$$E_k = \frac{mv^2}{2}.$$

Теперь давайте запишем закон сохранения механической энергии, а затем подумаем, какие величины нам еще надо определить, чтобы найти искомую жесткость:

$$E_{p1} + E_{p2} = E_{p3} + E_{p4} + E_k$$

или

$$\frac{kx^2}{2} - mgx = \frac{kx_1^2}{2} + mgx_1 + \frac{mv^2}{2}. \qquad (1)$$

Здесь нам не известны деформация x_1 и скорость верхнего бруска. По закону Гука произведение жесткости пружины на ее деформацию равно деформирующей силе, которая в момент отрыва нижнего бруска от стола равна весу этого бруска $P = mg$, поэтому мы можем записать:

$$kx_1 = mg, \quad \text{откуда} \quad x_1 = \frac{mg}{k}. \qquad (2)$$

Здесь все величины в правой части нам даны. Теперь подумаем, как выразить неизвестную скорость верхнего бруска через высоту поднятия центра тяжести, которая нам известна. Попробуем связать эту скорость со скоростью центра масс v_C в этот момент. Будем рассуждать так. Нижний брусок еще покоится, его скорость равна нулю, а верхний уже получил скорость v. Значит, по мере подъема от витка к витку их скорость линейно нарастает, поэтому скорость центра масс, лежащего посередине пружины, будет равна половине скорости верхнего бруска:

$$v_C = \frac{v}{2}, \qquad (3)$$

Теперь, давайте подставим правую часть равенства (2) в формулу (1) и из полученного выражения найдем скорость верхнего бруска v, а затем — и скорость центра масс v_C:

$$\frac{kx^2}{2} - mgx = \frac{k(mg)^2}{2k^2} + mg\frac{mg}{k} + \frac{mv^2}{2},$$

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{kx^2}{2} - mgx - \frac{3(mg)^2}{2k}.$$

Отсюда

$$v^2 = \frac{2kx^2}{2m} - \frac{2mgx}{m} - \frac{2\cdot 3(mg)}{m\cdot 2k} = \frac{kx^2}{m} - 2gx - \frac{3mg^2}{k},$$

$$v = \sqrt{x\left(\frac{kx}{m} - 2g\right) - \frac{3mg^2}{k}}.$$

Тогда окончательно

$$v_C = \frac{1}{2}\sqrt{x\left(\frac{kx}{m} - 2g\right) - \frac{3mg^2}{k}}.$$

Мы решили задачу в общем виде. Выразим все величины в единицах СИ:

$$20 \text{ г} = 0{,}02 \text{ кг}, \; 5 \text{ см} = 0{,}05 \text{ м}.$$

Подставим числа и вычислим:

$$v_C = \frac{1}{2}\sqrt{0{,}05\left(\frac{300 \cdot 0{,}05}{0{,}02} - 2 \cdot 10\right) - \frac{3 \cdot 0{,}02 \cdot 10^2}{300}} \text{ м/с} = 3 \text{ м/с}.$$

Ответ: $v_C = 3$ м/с.

С10. Брусок массой M лежит на горизонтальном столе. Его пробивает пуля, летевшая параллельно поверхности стола со скоростью v. Пробив брусок, пуля вылетает в том же направлении с вдвое меньшей скоростью. При этом брусок передвигается по столу на расстояние S. Чему равен коэффициент трения бруска о поверхность стола?

Обозначим g ускорение свободного падения, μ — коэффициент трения, v_0 — начальную скорость бруска, $F_{\text{тр}}$ — силу трения между бруском и поверхностью стола, a — ускорение бруска, v_K — конечную скорость бруска.

Дано:
M
m
v
S
g
$v_K = 0$

μ — ?

Решение

Будем рассуждать так: пуля, пробив брусок, сообщила ему некоторую начальную скорость v_0, с которой он стал передвигаться равнозамедленно под действием силы трения.

По второму закону Ньютона сила трения между бруском и поверхностью стола равна произведению массы бруска и его ускорения:

$$F_{\text{тр}} = Ma.$$

С другой стороны, сила трения равна произведению коэффициента трения и силы нормального давления бруска на поверхность стола, которая здесь равна силе тяжести, поэтому

$$F_{тр} = \mu Mg.$$

Приравняв правые части этих формул, получим:

$$Ma = \mu Mg,\ a = \mu g,$$

откуда

$$\mu = \frac{a}{g}. \qquad (1)$$

Таким образом, задача сводится к нахождению ускорения бруска (точнее, его замедления), когда он тормозил на пути S. В конце этого пути его скорость v_K стала равна нулю, брусок остановился. Если бы мы знали его скорость v_0 сразу после того, как пуля пробила брусок, мы могли найти нужное нам ускорение, записав так:

$$v_K^2 - v_0^2 = -2aS,$$

откуда при $v_K = 0$

$$a = \frac{v_0^2}{2S}. \qquad (2)$$

Теперь бы найти начальную скорость бруска сразу после пробивания его пулей. Для ее нахождения закон сохранения механической энергии применять нельзя, т.к. часть кинетической энергии пули прошла на пробивание бруска и превратилась в его внутреннюю энергию, да и пуля тоже могла нагреться. А вот закон сохранения импульса применить можно. Согласно этому закону импульс пули перед попаданием в брусок mv равен сумме импульса пули $m\frac{v}{2}$ после того, как она вылетела из него, и импульса бруска Mv_0, полученного вследствие пробивания:

$$mv = m\frac{v}{2} + Mv_0,$$

откуда

$$v_0 = \frac{mv}{2M}. \qquad (3)$$

Подставим правую часть равенства (3) в формулу (2) вместо v_0. Так мы выразим нужное нам для формулы (1) ускорение a через известные величины:

$$a = \frac{(mv)^2}{2 \cdot 4M^2S} = \frac{1}{2S}\left(\frac{mv}{2M}\right)^2.$$

Нам осталось подставить правую часть этого равенства в формулу (1), и задача будет решена:

$$\mu = \frac{1}{2gS}\left(\frac{mv}{2M}\right)^2.$$

Задача решена.

Ответ: $\mu = \frac{1}{2gS}\left(\frac{mv}{2M}\right)^2$.

С11. Внутри полого шара диаметром D находится маленький кубик. Шар вращается с частотой ν вокруг оси O_1O_2, проходящей через его центр. На какую высоту h поднимется кубик, перемещаясь по поверхности шара в процессе его вращения? Трением пренебречь.

Обозначим g ускорение свободного падения, h — высоту, на которую поднимется кубик, m — массу кубика, $\vec{F}_N$ — силу реакции шара, R — радиус шара, $a_ц$ — центростремительное ускорение кубика, ω — угловую скорость шара, r — радиус окружности, по которой движется кубик.

Дано:	Решение
D ν g	На кубик, вращающийся вместе с шаром, действуют при отсутствии трения две силы: сила тяжести $m\vec{g}$ и сила реакции поверхности шара $\vec{F}_N$ (рис. 132). По второму закону Ньютона в векторной записи
h — ?	

$$m\vec{a}_ц = m\vec{g} + \vec{F}_N.$$

Нам надо определить высоту h, на которую поднимется кубик вследствие вращения шара. Если внимательно рассмотреть рис. 132, то можно увидеть два подобных прямоугольных треугольника. У одного из них, который поменьше, гипотенузой служит вектор $\vec{F}_N$, а катетами — вектор $m\vec{a}_ц$ и штриховой отрезок, равный модулю силы тяжести mg. Во втором треугольнике гипотенузой является

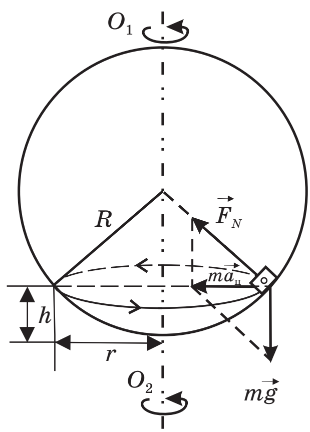


Рис. 132

радиус шара $R = \dfrac{D}{2}$, а катетами — отрезок $R - h$ и отрезок r. Поскольку в подобных треугольниках стороны, лежащие против равных углов, пропорциональны, то

$$\frac{R-h}{r} = \frac{mg}{ma_ц} \quad \text{или} \quad \frac{R-h}{r} = \frac{g}{a_ц}. \qquad (1)$$

Выразим центростремительное ускорение $a_ц$ через частоту вращения шара ν и радиус окружности r, по которой движется кубик:

$$a_ц = \omega^2 r, \qquad \text{где} \qquad \omega = 2\pi\nu,$$

поэтому

$$a_ц = (2\pi\nu)^2 r. \qquad (2)$$

Подставим (2) в (1):

$$\frac{R-h}{r} = \frac{g}{(2\pi\nu)^2 r}, \quad \text{откуда} \quad R - h = \frac{g}{(2\pi\nu)^2},$$

$$h = R - \frac{g}{(2\pi\nu)^2}$$

или, поскольку $R = \dfrac{D}{2}$, то $h = \dfrac{D}{2} - \dfrac{g}{(2\pi\nu)^2}$.

Проанализируем полученный результат. Высота h, на которую поднимется кубик, будет возрастать с увеличением частоты вращения ν. Когда частота вращения станет бесконечно велика ($\nu = \infty$), дробь $\dfrac{g}{(2\pi\nu)^2} = \dfrac{g}{\infty}$ обратится в нуль, и тогда высота h будет равна радиусу $R = \dfrac{D}{2}$. Следовательно, кубик не сможет подняться на высоту, большую радиуса шара при любой частоте вращения.

Ответ: $h = \dfrac{D}{2} - \dfrac{g}{(2\pi\nu)^2}$.

С12. Геостационарный спутник находится на высоте H над одной и той же точкой планеты массой M, вращающейся вокруг своей оси с угловой скоростью ω. Найти среднюю плотность вещества планеты ρ.

Обозначим $F_{тяг}$ силу тяготения спутника к планете, m — массу спутника, G — гравитационную постоянную, R — радиус планеты, $a_ц$ — центростремительное ускорение спутника, V — объем планеты.

Дано:	**_Решение_**
H	
M	
ω	
ρ — ?	

Тот факт, что спутник является геостационарным, т.е. висит над одной и той же точкой планеты, говорит о том, что период его обращения вокруг планеты равен периоду вращения самой планеты. А значит, одинаковы и угловые скорости спутника и планеты.

На спутник массой m со стороны планеты действует сила тяготения, равная по закону всемирного тяготения

$$F_{\text{тяг}} = G\frac{mM}{(R+H)^2}.$$

Эта сила, согласно второму закону Ньютона, равна произведению массы спутника и его центростремительного ускорения:

$$F_{\text{тяг}} = ma_{Ц}.$$

Приравняв правые части этих равенств, получим:

$$ma_{\text{ц}} = G\frac{mM}{(R+H)^2}, \qquad a_{\text{ц}} = G\frac{M}{(R+H)^2}. \tag{1}$$

Теперь свяжем центростремительное ускорение спутника с известной нам из условия задачи угловой скоростью планеты, не забывая при этом, что здесь радиусом орбиты спутника является сумма радиуса планеты и его высоты над ней:

$$a_{\text{ц}} = \omega^2(R+H). \tag{2}$$

Приравняем правые части равенств (1) и (2):

$$G\frac{M}{(R+H)^2} = \omega^2(R+H). \tag{3}$$

Пока что мы еще не ввели нужную нам плотность в наши формулы. Но смотрите: из последнего выражения нетрудно найти радиус планеты R, а через него выразить ее объем. Зная же объем планеты и ее массу, уже легко найти плотность планеты по формуле

$$\rho = \frac{M}{V}, \quad \text{где} \quad V = \frac{4}{3}\pi R^3,$$

поэтому

$$\rho = \frac{3M}{4\pi R^3}. \tag{4}$$

Нам осталось из равенства (3) выразить радиус планеты и подставить его в правую часть выражения (4). Проделаем эти действия:

$$(R+H)^3 = \frac{GM}{\omega^2}, \qquad R = \sqrt[3]{\frac{GM}{\omega^2}} - H.$$

Теперь подставим правую часть последнего равенства в знаменатель формулы (4):

$$\rho = \frac{3M}{4\pi\left(\sqrt[3]{\frac{GM}{\omega^2}} - H\right)^3}.$$

Ответ: $\rho = \dfrac{3M}{4\pi\left(\sqrt[3]{\frac{GM}{\omega^2}} - H\right)^3}$.

С13. Маленький шарик массой m, подвешенный на невесомой нити длиной l, движется по окружности (рис. 63). Угол отклонения нити от вертикали α. За какое время шарик сделает полный оборот?

Обозначим T время полного оборота, т.е. период, $a_ц$ — центростремительное ускорение, ω — угловую скорость шарика, g — ускорение свободного падения, R — радиус окружности, по которой движется шарик, F_N — силу натяжения нити.

Дано:	***Решение***
m l α	На шарик действуют две силы: сила тяжести $m\vec{g}$ и сила натяжения нити $\vec{F}_н$. Их равнодействующая $ma_ц$ направлена по радиусу к центру окружности. Из прямоугольного треугольника с
T — ?	катетами mg и $ma_ц$ следует равенство

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{ma_ц}{mg} = \frac{a_ц}{g}.$$

Выразим центростремительное ускорение шарика через его угловую скорость, а ее, в свою очередь, через период:

$$a_ц = \omega^2 R, \quad \text{где } \omega = \frac{2\pi}{T} \quad \text{и} \quad R = l\sin\alpha.$$

С учетом этих равенств

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{(2\pi)^2 l\sin\alpha}{T^2 g}, \qquad \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{(2\pi)^2 l\sin\alpha}{T^2 g},$$

откуда

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}\cos\alpha}.$$

Ответ: $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}\cos\alpha}$.

С14. По желобу *ав* с высоты h скатывается маленький кубик массой m (рис. 133). На конце желоба кубик отрывается под углом α к горизонту и пролетает отрезок *вс* в течение времени t. Найти работу сил трения при движении бруска по желобу. Сопротивлением воздуха пренебречь.

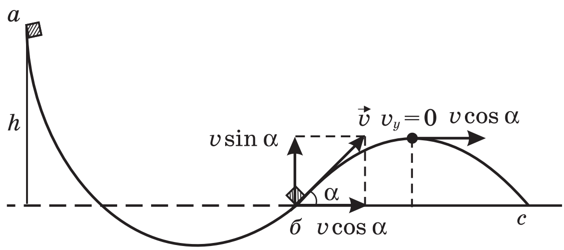


Рис. 133

Обозначим $A_{тр}$ работу сил трения, g — ускорение свободного падения, v — скорость кубика в момент отрыва от желоба.

Дано:	*Решение*
h, m, α, t, g, $v_y = 0$	
$A_{тр}$ — ?	

Работа сил трения кубика о желоб по модулю равна разности между его потенциальной энергией mgh на высоте h и кинетической энергией $\frac{mv^2}{2}$ в момент отрыва от желоба:

$$A_{тр} = mgh - \frac{mv^2}{2} = m\left(gh - \frac{v^2}{2}\right).$$

В момент отрыва проекция начальной скорости кубика на вертикальное направление равна $v\sin\alpha$, а конечная проекция $v_y = 0$. Из кинематики

$$v\sin\alpha = g\frac{t}{2}, \quad \text{откуда} \quad v = \frac{gt}{2\sin\alpha}.$$

С учетом этого равенства

$$A_{тр} = m\left(gh - \frac{(gt)^2}{8\sin^2\alpha}\right) = mg\left(h - \frac{g}{8}\left(\frac{t}{\sin\alpha}\right)^2\right).$$

Ответ: $A_{\text{тр}} = mg\left(h - \frac{g}{8}\left(\frac{t}{\sin\alpha}\right)^2\right)$.

С15. Два шара массами $m_1 = 2$ кг и $m_2 = 3$ кг движутся горизонтально и поступательно навстречу друг другу со скоростями $v_1 = 8$ м/с и $v_2 = 4$ м/с и неупруго сталкиваются. Найти изменение механической энергии шаров ΔE.

Обозначим v скорость шаров после столкновения.

Дано:
$m_1 = 2$ кг
$m_2 = 3$ кг
$v_1 = 8$ м/с
$v_2 = 4$ м/с

ΔE — ?

Решение

До столкновения суммарная кинетическая энергия шаров была равна

$$\frac{m_1v_1^2}{2} + \frac{m_2v_2^2}{2}.$$

После столкновения, поскольку удар неупругий, шары стали двигаться в одном направлении и с одинаковой скоростью v, как одно тело, поэтому их общая кинетическая энергия стала равна:

$$\frac{(m_1 + m_2)v^2}{2}.$$

Изменение механической энергии системы шаров будет равно изменению их общей кинетической энергии:

$$\Delta E = \frac{(m_1 + m_2)v^2}{2} - \frac{m_1v_1^2}{2} - \frac{m_2v_2^2}{2}. \qquad (1)$$

В этом уравнении не известна скорость v шаров после столкновения. Поскольку удар неупругий, на шары, кроме консервативных сил тяжести, действуют и неконсервативные силы, поэтому закон сохранения механической энергии для определения неизвестной скорости v здесь применить нельзя, а вот закон сохранения импульса — можно, поскольку этот закон применим к любым замкнутым системам. Будем считать проекции внешних сил тяжести на направление движения шаров равными нулю, тогда по закону сохранения импульса сумма импульсов первого шара $m_1\vec{v}_1$ и второго шара $m_2\vec{v}_2$ до столкновения должна быть равна суммарному импульсу шаров $(m_1 + m_2)\vec{v}$ после столкновения. Однако поскольку импульс — величина векторная, а шары двигались до столкновения навстречу друг другу, то при записи этого закона в скалярном виде перед импульсом второго шара в левой части равенства мы поставим «минус». Тогда получим:

$$m_1 v_1 - m_2 v_2 = (m_1 + m_2)v.$$

Отсюда скорость шаров после столкновения станет равна:

$$v = \frac{m_1 v_1 - m_2 v_2}{m_1 + m_2}. \qquad (2)$$

Подставив (2) в (1) и выполнив необходимые упрощения, мы решим задачу:

$$\Delta E = \frac{(m_1 + m_2)(m_1 v_1 - m_2 v_2)^2}{2(m_1 + m_2)^2} - \frac{m_1 v_1^2}{2} - \frac{m_2 v_2^2}{2} =$$

$$= -\frac{(m_1 v_1 - m_2 v_2)^2}{2(m_1 + m_2)} - \frac{m_1 v_1^2}{2} - \frac{m_2 v_2^2}{2} =$$

$$\frac{m_1^2 v_1^2 - 2m_1 v_1 m_2 v_2 + m_2^2 v_2^2 - m_1^2 v_1^2 - m_1 m_2 v_1^2 - m_1 m_2 v_2^2 - m_2^2 v_2^2}{2(m_1 + m_2)} =$$

$$= -\frac{m_1 m_2 \left(v_1^2 + 2v_1 v_2 + v_2^2\right)}{2(m_1 + m_2)} = -\frac{m_1 m_2 (v_1 + v_2)^2}{2(m_1 + m_2)}$$

Знак «минус» означает, что механическая энергия шариков уменьшилась.

Подставим числа и произведем вычисления:

$$\Delta E = -\frac{2 \cdot 3(8 + 4)^2}{2(2 + 3)} \text{ Дж} = -86{,}4 \text{ Дж}.$$

Ответ: $\Delta E = -86{,}4$ Дж.

С16. Шарик массой m, летящий горизонтально со скоростью v_0, абсолютно упруго ударяется о неподвижный шар массой M, висящий на нити длиной l. Удар центральный. На какой угол отклонится шар массой M после удара (рис. 134)?

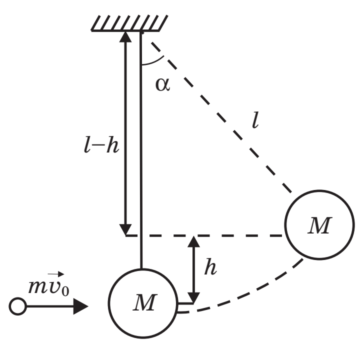


Рис. 134

Обозначим h высоту, на которую поднимется шар массой M в результате удара, E_k —

кинетическую энергию, которую приобретет шар массой M сразу после удара, E_p — потенциальную энергию шара массой M на высоте h, g — ускорение свободного падения, v_2 — скорость, которую приобретет шар массой M сразу после удара, E_{k0} — кинетическую энергию шарика массой m перед ударом, v_1 — скорость шарика массой m после удара.

Дано:
m
v_0
M
l

μ — ?

Решение

В результате удара шар массой M поднимется на некоторую высоту h. Эту высоту несложно связать с углом отклонения шара, который мы ищем, и длиной нити, на которой висит шар.

Действительно, искомый угол α является углом при вершине прямоугольного треугольника с гипотенузой l и катетом $l - h$, прилежащим к этому углу, поэтому

$$\cos\alpha = \frac{l-h}{l} = 1 - \frac{h}{l}.$$

Теперь задача сводится к нахождению высоты h. Для ее определения удобно воспользоваться законом сохранения механической энергии. Его мы имеем право здесь применить, поскольку в системе упруго соударяющихся шаров действуют только консервативные силы тяжести и силы упругости. Кинетическая энергия E_k, которую приобретет шар массой M сразу после удара, полностью превратится в его потенциальную энергию E_p на высоте h:

$$E_k = E_p, \quad \text{где} \quad E_k = \frac{Mv_2^2}{2} \quad \text{и} \quad E_p = Mgh.$$

Поэтому $$\frac{Mv_2^2}{2} = Mgh, \qquad \frac{v_2^2}{2} = gh.$$

Отсюда $$h = \frac{v_2^2}{2g} \quad \text{и} \quad \cos\alpha = 1 - \frac{v_2^2}{2gl}. \tag{1}$$

Для определения v_2 снова можно воспользоваться законом сохранения механической энергии, примененным к обоим шарам, согласно которому кинетическая энергия E_{k0} шарика массой m перед ударом превращается в сумму кинетических энергий обоих шаров сразу после удара:

$$E_{k0} = \frac{mv_0^2}{2} \quad \text{и тогда} \quad \frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv_1^2}{2} + \frac{Mv_2^2}{2}. \tag{2}$$

Очевидно, что решить это уравнение, т.е. однозначно найти скорость v_2 шара массой M после удара мы не можем, так как это уравнение содержит две неизвестных величины v_1 и v_2. Поэтому нам необходимо записать еще одно уравнение, в которое вошли бы эти же величины, и тогда решить два уравнения с двумя неизвестными мы смогли бы. Такое уравнение нам дает закон сохранения импульса, согласно которому импульс mv_0 шарика массой m до удара равен сумме импульса этого же шарика mv_1 и импульса Mv_2 шара массой M после удара. По закону сохранения импульса:

$$mv_0 = mv_1 + Mv_2. \tag{3}$$

Теперь нам предстоит решить систему уравнений (2) и (3) с двумя неизвестными v_1 и v_2. С первого взгляда кажется, что ничего сложного в этом решении нет, достаточно выразить ненужную нам неизвестную скорость v_1 из уравнения (3) и подставить ее в уравнение (2). Тогда в нем останется только одна неизвестная скорость v_2, которую мы и найдем. Но на самом деле этот путь приведет к громоздкому решению, поэтому мы пойдем другим путем. Действия, которые мы проделаем, стоит запомнить, чтобы потом решать подобные задачи, не испытывая особых затруднений.

Перенесем слагаемые $m{v_1}^2$ и mv_1 в обоих уравнениях влево (сократив в уравнении (2) двойки в знаменателях):

$$m{v_0}^2 - m{v_1}^2 = M{v_2}^2, \qquad m({v_0}^2 - {v_1}^2) = M{v_2}^2, \tag{4}$$

$$mv_0 - mv_1 = Mv_2, \tag{5}$$

$$m(v_0 - v_1) = Mv_2. \tag{6}$$

Теперь разделим левые и правые части уравнений (4) и (6) друг на друга:

$$\frac{m\left(v_0^2 - v_1^2\right)}{m\left(v_0 - v_1\right)} = \frac{Mv_2^2}{Mv_2}, \qquad \frac{v_0^2 - v_1^2}{v_0 - v_1} = \frac{v_2^2}{v_2}.$$

Поскольку ${v_0}^2 - {v_1}^2 = (v_0 - v_1)(v_0 + v_1)$, то, выполнив сокращения, получим:

$$v_0 + v_1 = v_2.$$

Умножим каждый член этого уравнения на m, а затем сложим полученное выражение с уравнением (5). При этом член, содержащий mv_1, «уйдет» и мы легко найдем нужную нам скорость v_2:

$$\begin{array}{r} mv_0 + mv_1 = mv_2 \\ + \\ mv_0 - mv_1 = Mv_2 \\ \hline 2mv_0 = v_2(m + M) \end{array}$$

откуда

$$v_2 = \frac{2mv_0}{m + M}.$$

Нам осталось подставить полученное выражение в уравнение (1), и задача будет решена:

$$\cos\alpha = 1 - \frac{1}{2gl}\left(\frac{2mv_0}{m + M}\right)^2 = 1 - \frac{4}{2gl}\left(\frac{mv_0}{m + M}\right)^2,$$

$$\cos\alpha = 1 - \frac{2}{gl}\left(\frac{mv_0}{m + M}\right)^2.$$

Ответ: $\alpha = \arccos\left(1 - \frac{2}{gl}\left(\frac{mv_0}{m + M}\right)^2\right)$.

C17. Ядро атома, имевшее кинетическую энергию E_{k0}, распалось на два осколка равной массы, которые разлетелись со скоростями v_1 и v_2. Под каким углом α друг к другу разлетелись осколки, если их общая кинетическая энергия после распада стала равна E_k?

Дано:
E_{k0}
v_1
v_2
E_k

α — ?

Решение

Ядерные реакции, к которым относится и распад ядра, сопровождаются излучением или поглощением энергии. Поэтому здесь закон сохранения механической (точнее, кинетической) энергии не выполняется, т.е. кинетическая энергия ядра до распада E_{k0} не равна сумме кинетических энергий его осколков после распада.

Но всегда выполняется другой закон сохранения — закон сохранения импульса, согласно которому импульс ядра $\vec{p}_0$ до распада равен сумме импульсов $\vec{p}_1$ и $\vec{p}_2$ его осколков после распада. Поскольку импульс — величина векторная, то этот закон в векторной записи примет вид:

$$\vec{p}_0 = \vec{p}_1 + \vec{p}_2.$$

Чтобы записать его в скалярном виде, рассмотрим параллелограмм со сторонами $\vec{p}_1$ и $\vec{p}_2$ (рис. 135). Диагональ этого параллелограмма $\vec{p}_0$ по правилу векторного сложения является векторной суммой векторов $\vec{p}_1$ и $\vec{p}_2$.

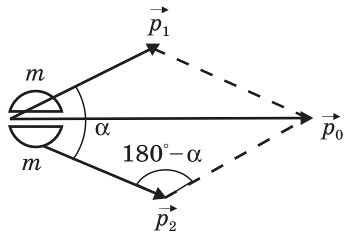


Рис. 135

По теореме косинусов

$$p_0{}^2 = p_1{}^2 + p_2{}^2 - 2p_1p_2\cos(180^\circ - \alpha) =$$
$$= p_1{}^2 + p_2{}^2 + 2p_1p_2\cos\alpha.$$

По определению импульса как произведения массы тела и его скорости имеем:

$$p_0 = 2mv_0, \quad p_1 = mv_1, \quad p_2 = mv_2.$$

С учетом этого

$$4m^2v_0{}^2 = m^2v_1{}^2 + m^2v_2{}^2 + 2mv_1mv_2\cos\alpha,$$

откуда, сократив m^2, получим:

$$4v_0{}^2 = v_1{}^2 + v_2{}^2 + 2v_1v_2\cos\alpha. \quad (1)$$

Здесь v_0 — скорость ядра атома до разрыва нам не известна, но зато нам известна кинетическая энергия E_{k0} ядра до распада. По формуле кинетической энергии

$$E_{k0} = \frac{2mv_0^2}{2} = mv_0^2, \quad \text{откуда} \quad v_0^2 = \frac{E_{\text{к}0}}{m}.$$

Правда, здесь есть не известная нам величина — масса осколка m. Но ее мы можем легко найти, зная общую кинетическую энергию осколков E_k после распада ядра и то, что эта общая кинетическая энергия равна сумме кинетических энергий осколков

$$E_{k1} = \frac{mv_1^2}{2} \quad \text{и} \quad E_{k2} = \frac{mv_2^2}{2}.$$

Таким образом,

$$E_k = \frac{mv_1^2}{2} + \frac{mv_2^2}{2} = \frac{m}{2}\left(v_1^2 + v_2^2\right), \quad \text{откуда} \quad m = \frac{2E_k}{v_1^2 + v_2^2}.$$

Тогда

$$v_0^2 = \frac{E_{k0}}{2E_k}\left(v_1^2 + v_2^2\right). \qquad (2)$$

Подставив (2) в (1), мы сможем найти искомый угол:

$$4\frac{E_{k0}}{2E_k}\left(v_1^2 + v_2^2\right) = v_1^2 + v_2^2 + 2v_1v_2\cos\alpha,$$

$$2v_1v_2\cos\alpha = 2\frac{E_{k0}}{E_k}\left(v_1^2 + v_2^2\right) - \left(v_1^2 + v_2^2\right),$$

$$2v_1v_2\cos\alpha = \left(v_1^2 + v_2^2\right)\left(2\frac{E_{k0}}{E} - 1\right),$$

$$\cos\alpha = \frac{v_1^2 + v_2^2}{2v_1v_2}\left(2\frac{E_{k0}}{E_k} - 1\right),$$

$$\alpha = \left(arc\cos\frac{v_1^2 + v_2^2}{2v_1v_2}\left(2\frac{E_{k0}}{E_k} - 1\right)\right)$$

Задача решена.

Ответ: $\alpha = \left(arc\cos\frac{v_1^2 + v_2^2}{2v_1v_2}\left(2\frac{E_{k0}}{E_k} - 1\right)\right)$.

С18. Небольшое тело соскальзывает с вершины полусферы радиусом R (рис. 136). На какой высоте h тело сорвется с поверхности полусферы и полетит вниз? Трение не учитывать.

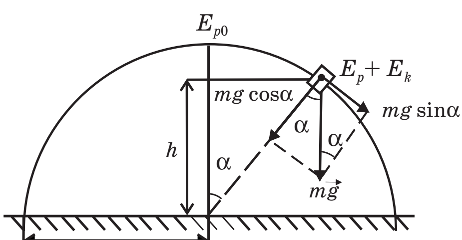


Рис. 136

Обозначим g ускорение свободного падения, v_0 – начальную скорость тела на вершине полусферы, E_{p0} — потенциальную энергию тела на вершине полусферы, E_p — потенциальную энергию тела на высоте h, E_k — кинетическую энергию тела на высоте h, v – линейную скорость тела в момент отрыва от поверхности, m — массу тела, α — угол между радиусом, соединяющим тело с центром полусферы, и вертикалью, $a_ц$ — центростремительное ускорение тела.

Дано:
R
g
$v_0 = 0$
h — ?
α — ?

Решение

По закону сохранения механической энергии потенциальная энергия тела E_{p0} на вершине полусферы, т.е. на высоте, равной радиусу полусферы R, равна сумме его потенциальной E_p и кинетической E_k энергий в любой другой точке, и значит, и в момент отрыва тела на высоте h:

$$E_{p0} = E_p + E_k.$$

Здесь $E_{p0} = mgR$, $E_p = mgh$ и $E_k = \dfrac{mv^2}{2}$.

Тогда

$$mgR = mgh + \frac{mv^2}{2}, \quad gR = gh + \frac{v^2}{2}. \qquad (1)$$

Для нахождения высоты h нам требуется определить линейную скорость тела v. Для этого воспользуемся вторым законом Ньютона. В момент отрыва тела от поверхности полусферы на него действует только сила тяжести $m\vec{g}$, а сила реакции опоры становится равной нулю. Тело еще движется по окружности, поэтому центростремительное ускорение в каждой точке направлено по радиусу к центру полусферы. Спроецируем силу тяжести на радиус, соединяющий тело с центром полусферы в момент отрыва. Проекция $mg\cos\alpha$ по второму закону Ньютона равна:

$$ma_ц = mg\cos\alpha, \qquad a_ц = g\cos\alpha.$$

Поскольку

$$a_ц = \frac{v^2}{R}, \quad \text{то} \quad \frac{v^2}{R} = g\cos\alpha, \quad \text{откуда} \quad v^2 = gR\cos\alpha.$$

Но угол α нам тоже не известен. Однако, если внимательно посмотреть на чертеж, то можно заметить такой же угол между вектором силы тяжести $m\vec{g}$ и радиусом, проведенным к телу в момент отрыва. Эти углы равны как накрест лежащие при параллельных и секущей. Из линейного прямоугольного треугольника с гипотенузой R и прилежащим к углу α катетом h следует, что

$$\cos\alpha = \frac{h}{R}\cdot$$

Тогда

$$v^2 = gR\frac{h}{R} = gh. \qquad (2)$$

Подставив (2) в (1), получим:

$$gR = gh + \frac{gh}{2}, \qquad gR = \frac{3}{2}gh,$$

откуда

$$h = \frac{2}{3}R\cdot$$

Ответ: $h = \frac{2}{3}R$.

С19. К концам двух вертикальных пружин одинаковой длины с жесткостями 10 Н/м и 30 Н/м подвешен стержень массой 3 кг длиной 2 м (рис. 137). На каком расстоянии от конца стержня, к которому прикреплена пружина с жесткостью 10 Н/м, надо подвесить груз, чтобы стержень остался в горизонтальном положении и при этом пружины удлинились на 20 см?

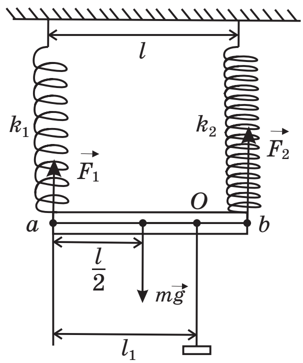


Рис. 137

Обозначим k_1 жесткость левой пружины, k_2 — жесткость правой пружины, m — массу стержня, x — деформацию пружин, l — длину стержня, l_1 — расстояние от левого конца стержня до точки подвеса груза, F_1 — силу, вращающую стержень против часовой стрелки, F_2 — силу, вращающую стержень по часовой стрелке, g — ускорение свободного падения, M — момент силы тяжести, M_1 — момент силы F_1, M_2 — момент силы F_2.

Дано:	*Решение*
$k_1 = 10$ Н/м $k_2 = 30$ Н/м $m = 3$ кг $l = 2$ м $x = 20$ см ——— l_1 — ?	Пусть слева будет пружина с меньшей жесткостью, а справа — с большей. К пружинам снизу прикреплен горизонтальный стержень, к центру которого приложена сила тяжести mg, и подвешен груз на расстоянии l_1 от левого конца. Чтобы стержень принял горизонтальное положение, надо к нему подвесить груз. Равно-

весие наступит, когда сумма моментов, вращающих стержень вокруг точки подвеса O груза по часовой стрелке, будет равна сумме моментов сил, вращающих его вокруг этой же точки против часовой стрелки. Против часовой стрелки вращают стержень вокруг точки O сила тяжести и сила F_2, равная по модулю силе упругости, возникающей в правой пружине при ее деформации. А по часовой стрелке вращает стержень сила F_1, тоже равная силе упругости в левой пружине. Согласно правилу моментов сил момент M силы тяжести mg плюс момент M_2 силы F_2 равен моменту M_1 силы F_1:

$$M + M_2 = M_1. \qquad (1)$$

Момент силы равен произведению этой силы и ее плеча. Плечом силы тяжести mg является расстояние от точки ее приложения к стержню C до точки О, т.е. длина отрезка CО, равная, как это следует из чертежа, $l_1 - \frac{l}{2}$, поэтому момент силы тяжести

$$M = mg\left(l_1 - \frac{l}{2}\right). \qquad (2)$$

Момент силы F_2, которая, согласно закону Гука, равна по модулю k_2x, где x — одинаковое удлинение обеих пружин (ведь стержень остался горизонтальным), равен произведению этой силы и ее плеча. А плечом силы F_2 является отрезок Ob, равный $l - l_1$. Поэтому момент силы F_2

$$M_2 = F_2\left(l - l_1\right) = k_2x\left(l - l_2\right). \qquad (3)$$

Момент силы F_1, которая по модулю равна k_1x, равен произведению этой силы и ее плеча. А плечом силы F_1 является отрезок $aO = l_1$. Поэтому момент силы F_1

$$M_1 = F_1l_1 = k_1xl_1. \qquad (4)$$

Подставим правые части равенств (2), (3) и (4) в правило моментов (1), после чего, раскрыв скобки, найдем искомое расстояние l_1:

$$mg\left(l_1 - \frac{l}{2}\right) + k_2x\left(l - l_1\right) = k_1xl_1.$$

Раскрываем скобки и находим l_1:

$$mgl_1 - mg\frac{l}{2} + k_2xl - k_2xl_1 = k_1xl_1,$$

$$mgl_1 - xl_1(k_1 + k_2) = mg\frac{l}{2} - k_2xl,$$

откуда $$l_1 = \frac{l(mg - 2k_2x)}{2(mg - x(k_1 + k_2))}.$$

Задача в общем виде решена. Произведем вычисления.

20 см = 0,2 м.

$$l_1 = \frac{2(3 \cdot 10 - 2 \cdot 30 \cdot 0{,}2)}{2(3 \cdot 10 - 0{,}2(10 + 30))} \text{ м} = 0{,}8 \text{ м}.$$

Ответ: $l_1 = 0{,}8$ м.

С20. С края полусферы радиусом R, вершина которой лежит на горизонтальной плоскости, по внутренней поверхности полусферы скатывается без трения маленький кубик массой m и ударяется о другой маленький кубик вдвое большей массы, лежащий в самом низу полусферы. Какое количество теплоты выделится в результате неупругого удара?

Обозначим E_p — потенциальную энергию кубика массой m на краю полусферы, E_k — кинетическую энергию этого кубика в нижней точке полусферы перед ударом, $E_{k\text{ общ}}$ — общую кинетическую энергию кубиков сразу после удара, Q — количество теплоты, выделившееся в результате удара, g — ускорение свободного падения, v — скорость скатившегося кубика непосредственно перед ударом, $v_{\text{общ}}$ — общую скорость кубиков сразу после удара.

Дано:	***Решение***
R m $2m$ g	По закону сохранения энергии количество теплоты, выделившейся в результате неупругого соударения кубиков, равно разности их общей кинетической энергии сразу после удара и потенциальной энергии кубика на краю полусферы:
Q — ?	

$$Q = E_{k\text{ общ}} - E_p.$$

Общую кинетическую энергию и потенциальную энергию определим по формулам

$$E_{k\text{ общ}} = \frac{(m + 2m)v_{\text{общ}}^2}{2} = \frac{3mv_{\text{общ}}^2}{2} = 1{,}5\,mv_{\text{общ}}^2 \quad \text{и} \quad E_p = mgR.$$

С учетом этих равенств

$$Q = 1{,}5\,mv_{\text{общ}}^2 - mgR = m(1{,}5\,v_{\text{общ}}^2 - gR). \qquad (1)$$

Общую скорость кубиков сразу после удара найдем по закону сохранения импульса. Согласно этому закону импульс скатившегося кубика непосредственно перед ударом равен суммарному импульсу обоих кубиков сразу после удара:

$$mv = (m + 2m)v_{\text{общ}}, \quad \text{откуда } v_{\text{общ}} = \frac{v}{3}. \qquad (2)$$

Скорость скатившегося кубика перед ударом найдем по закону сохранения механической энергии, согласно которому потенциальная энергия кубика на краю полусферы равна его кинетической энергии перед ударом:

$$E_k = E_p \quad \text{или} \quad \frac{mv^2}{2} = mgR, \quad \text{откуда } v = \sqrt{2gR}.$$

Подставим правую часть этого равенства в выражение (2):

$$v_{\text{общ}} = \frac{\sqrt{2gR}}{3}. \qquad (3)$$

Нам осталось подставить правую часть равенства (3) в формулу (1).

$$Q = m\left(1{,}5\frac{2gR}{9} - gR\right) = mgR\left(\frac{1}{3} - 1\right) = -\frac{2}{3}\,mgR.$$

Знак «минус» свидетельствует о том, что механическая энергия кубиков уменьшилась.

Ответ: $Q = \frac{2}{3}\,mgR.$

Раздел II
МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА И ТЕРМОДИНАМИКА

Формулы молекулярной физики

Формула концентрации молекул

$$n = \frac{N}{V}$$

Здесь n — концентрация (м$^{-3}$), N — количество молекул (безразмерное), V — объем (м^3).

Формула плотности

$$\rho = \frac{m}{V}$$

Здесь ρ — плотность вещества (кг/м^3), m — масса вещества (кг), V – объем (м^3).

Формула относительной молекулярной массы

$$M_r = \frac{m_o}{\frac{1}{12} m_C}$$

Здесь M_r — относительная молекулярная масса (безразмерная), m_o — масса одной молекулы (кг), m_C — масса атома углерода (кг).

Формула количества вещества (количества молей)

$$\nu = \frac{m}{M}$$

Здесь ν — количество вещества (количество молей) (моль), m — масса вещества (кг), M — молярная масса (кг/моль).

Формулы массы одной молекулы

$$m_0 = \frac{m}{N} \qquad m_0 = \frac{M}{N_A} \qquad m_0 = \frac{\rho}{n}$$

Здесь m_0 — масса одной молекулы (кг), m — масса вещества (кг), N — количество молекул (безразмерное), M — молярная масса (кг/моль), $N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$ — число Авогадро, ρ — плотность вещества (кг/м^3), n — концентрация молекул (м$^{-3}$).

Формулы количества молекул

$$N = nV \qquad N = \nu N_A \qquad N = \frac{m}{m_o}$$

Здесь N — количество молекул (безразмерное), n — концентрация молекул (м$^{-3}$), V — объем (м^3), ν — количество вещества (количество молей) (моль), N_A — число Авогадро (моль$^{-1}$), m — масса вещества (кг), $m_о$ — масса одной молекулы.

Формулы средней квадратичной скорости молекул

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{3RT}{M}} \qquad \bar{v} = \sqrt{\frac{3kT}{m_o}}, \quad \text{где} \qquad k = \frac{R}{N_A}$$

Здесь $\bar{v}$ — средняя квадратичная скорость молекул (м/с), $R = 8{,}31$ Дж/(моль · К) — молярная газовая постоянная, T — абсолютная температура (К), M — молярная масса (кг/моль), $k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К — постоянная Больцмана, $m_о$ — масса одной молекулы (кг).

Основное уравнение кинетической теории идеального газа

$$p = \frac{1}{3} m_o n \bar{v}^2 \qquad p = \frac{2}{3} n \bar{E}_k$$

Здесь p — давление газа (Па), $m_о$ — масса одной молекулы (кг), n — концентрация молекул (м$^{-3}$), $\bar{v}$ — средняя квадратичная скорость молекул (м/с), $\bar{E}_k$ — средняя кинетическая энергия молекул (Дж).

Формула средней кинетической энергии молекул

$$\bar{E}_k = \frac{m_o \bar{v}^2}{2}$$

Здесь $\bar{E}_k$ — средняя кинетическая энергия молекул (Дж), $m_о$ — масса одной молекулы (кг), $\bar{v}$ — средняя квадратичная скорость молекул (м/с).

Связь шкал Цельсия и Кельвина

$$T = t + 273\ ^0\text{C}$$

Здесь T — абсолютная температура (К), t — температура по шкале Цельсия.

Связь средней кинетической энергии молекул идеального газа с абсолютной температурой

$$\bar{E}_k = \frac{3}{2}kT$$

Здесь $\bar{E}_k$ — средняя кинетическая энергия молекул (Дж), k — постоянная Больцмана (Дж/К), T — абсолютная температура (К).

Уравнение состояния идеального газа — уравнение Клапейрона — Менделеева

$$pV = \frac{m}{M}RT \qquad pV = \nu RT \qquad pV_{\text{моль}} = RT$$

Здесь p — давление газа (Па), V — объем (м^3), m — масса газа (кг), M — молярная масса (кг/моль), R — молярная газовая постоянная (Дж/(моль · К), T — абсолютная температура (К), ν — количество вещества (количество молей) (моль), $V_{\text{моль}}$ — объем моля (м^3/моль).

Объединенный газовый закон — уравнение Клапейрона

при $m = const$ $$\frac{p_1V_1}{T_1} = \frac{p_2V_2}{T_2}$$

Здесь p_1, V_1, T_1 — давление (Па), объем (м^3) и абсолютная температура (К) газа в первом состоянии, p_2, V_2, T_2 — давление (Па), объем (м^3) и абсолютная температура (К) газа во втором состоянии.

Закон Бойля — Мариотта (изотермический процесс)

при $T = const$ и $m = const$

$$p_1V_1 = p_2V_2$$

Здесь T — абсолютная температура газа (К), m — масса газа (кг), p_1 и V_1 — давление (Па) и объем газа (м^3) в первом состоянии, p_2 и V_2 — давление (Па) и объем (м^3) газа во втором состоянии.

Закон Гей-Люссака (изобарный процесс)

при $p = const$ и $m = const$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2}$$

Здесь p — давление газа (Па), m — масса газа (кг), V_1 и T_1 — объем (м^3) и абсолютная температура (К) газа в первом состоянии, V_1 и T_1 — объем (м^3) и абсолютная температура (К) газа во втором состоянии.

Закон Шарля

при $V = const$ и $m = const$

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{T_1}{T_2}$$

Здесь V — объем газа (м^3), m — масса газа (кг), p_1 и T_1 — давление (Па) и абсолютная температура (К) газа в первом состоянии, p_2 и T_2— давление (Па) и абсолютная температура (К) газа во втором состоянии.

Связь давления идеального газа с концентрацией его молекул и температурой

$$p = knT$$

Здесь p — давление газа (Па), k — постоянная Больцмана (Дж/К), n — концентрация молекул газа (м$^{-3}$), абсолютная температура T (К).

Формулы относительной влажности

$$\varphi = \frac{\rho}{\rho_{нас}} 100\ \% \qquad \varphi = \frac{p}{p_{нас}} 100\ \%$$

Здесь φ — относительная влажность (безразмерная или в %), ρ — плотность водяного пара в воздухе при данной температуре (кг/м^3), $\rho_{нас}$ — плотность насыщенного водяного пара при той же температуре (кг/м^3), p — давление водяного пара в воздухе при данной температуре (Па), $p_{нас}$ — давление насыщенного водяного пара в воздухе при той же температуре (Па).

Работа при изобарном изменении объема газа

$$A = p\Delta V = p(V_2 - V_1)$$

Здесь A — работа (Дж), p — давление газа (Па), ΔV — изменение объема газа (м^3), V_1 и V_2 — соответственно начальный и конечный объемы газа (м^3).

Внутренняя энергия идеального одноатомного газа

$$U = \frac{3}{2}\frac{m}{M}RT \qquad U = \frac{3}{2}\nu RT$$

$$\Delta U = \frac{3}{2}\frac{m}{M}R\Delta T = \frac{3}{2}\nu R\Delta T$$

Здесь U — внутренняя энергия газа (Дж), m — масса газа (кг), M — молярная масса газа (кг/моль), R — молярная газовая постоянная (Дж/(моль · К), T — абсолютная температура (К), ν — количество вещества или число молей (моль), ΔU — изменение внутренней энергии (Дж), ΔT — изменение температуры (К).

Первый закон термодинамики

$$Q = \Delta U + A$$

Здесь Q — количество теплоты, переданное термодинамической системе (Дж), ΔU — изменение внутренней энергии системы (Дж), A — работа против внешних сил (Дж)

Применение первого закона термодинамики к термодинамическим процессам

к изотермическому: при $T = \text{const}$

$$\Delta U = 0 \qquad \text{и} \qquad Q = A$$

к изохорному: при $V = \text{const}$

$$A = 0 \qquad \text{и} \qquad Q = \Delta U$$

к изобарному: при $p = \text{const}$

$$Q = \Delta U + A$$

к адиабатному: при $Q = 0$

$$\Delta U = -A$$

Здесь T — абсолютная температура (К), ΔU — изменение внутренней энергии (Дж), Q — количество теплоты (Дж), A — работа (Дж), V — объем (м^3), p — давление (Па).

Формулы количества теплоты при нагревании или охлаждении тел

$$Q = cm\,\Delta t = cm(t_2 - t_1) \qquad Q = cm\,\Delta t = cm(T_2 - T_1)$$

$$Q = C\Delta t = C(t_2 - t_1) \qquad Q = C\Delta t = C(T_2 - T_1)$$

Здесь Q — количество теплоты, переданное телу при нагревании или отданное им при охлаждении (Дж), c — удельная теплоемкость вещества (Дж/(кг · К), m — масса тела (кг), Δt — изменение температуры тела по шкале Цельсия, t_1 и t_2 — температуры тела в начале и в конце процесса передачи теплоты по шкале Цельсия, ΔT — изменение абсолютной температуры тела (К), T_1 и T_2 — абсолютные температуры тела в начале и в конце процесса передачи теплоты (К), $C = cm$ — теплоемкость тела (Дж/К).

Формула количества теплоты при плавлении или кристаллизации

$$Q = m\lambda$$

Здесь Q — количество теплоты (Дж), m — масса тела (кг), λ — удельная теплота плавления вещества (Дж/кг).

Формула количества теплоты при парообразовании или конденсации

$$Q = mr$$

Здесь Q — количество теплоты (Дж), m — масса тела (кг), r — удельная теплота парообразования (Дж/кг).

Формула количества теплоты при сгорании топлива

$$Q = mq$$

Здесь Q — количество выделившейся теплоты, m — масса топлива (кг), q — удельная теплота сгорания (Дж/кг).

Коэффициент полезного действия теплового двигателя

$$\eta = \frac{A}{Q_1} 100\ \% \qquad \eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} 100\ \%$$

Здесь η — коэффициент полезного действия (безразмерный или в %), $A = Q_1 - Q_2$ — работа, совершенная двигателем (Дж), Q_1 — количество теплоты, полученное рабочим веществом от нагревателя (Дж), Q_2 — количество теплоты, отданное рабочим веществом холодильнику (Дж).

Коэффициент полезного действия идеального теплового двигателя

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} 100\ \%$$

Здесь η — коэффициент полезного действия идеального теплового двигателя (безразмерный или в %), T_1 — абсолютная температура нагревателя (К), T_2 — абсолютная температура холодильника (К)

Тема 1. МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА

В молекулярной физике рассматривается движение огромного количества мельчайших частиц вещества — атомов и молекул — которое подчиняется статистическим законам, когда рассматривают не движение отдельной частицы, а их всех в совокупности.

Молекулярно-кинетической теорией называют учение о том, что все вещества состоят из молекул и атомов, которые находятся в вечном хаотическом движении.

Атомом называется наименьшая частица химического элемента.

Молекулой называется наименьшая электрически нейтральная частица вещества, сохраняющая его химические свойства.

Основные положения молекулярной физики:

- все вещества состоят из молекул и атомов;
- молекулы и атомы всех веществ находятся в вечном хаотическом движении;
- между молекулами и атомами всех веществ действуют силы притяжения и отталкивания, имеющие электромагнитное происхождение.

Доказательствами основных положений этой теории служат броуновское движение и диффузия веществ.

Броуновское движение — это движение малых частиц в жидкости под ударами ее молекул.

Диффузия — это проникновение молекул одного вещества между молекулами другого вещества.

Диффузия наблюдается у всех веществ: твердых, жидких и газообразных. Скорость диффузии зависит от агрегатного состояния вещества, от самого вещества и от температуры.

Первое экспериментальное определение скорости молекул было сделано в 1920 г. немецким физиком О. Штерном.

Между молекулами всех веществ действуют силы притяжения и отталкивания, имеющие электромагнитное происхождение. Это связано с тем, что в атомах веществ, из которых состоят молекулы, имеются заряды обоих знаков, которые по-разному взаимодействуют друг с другом. Одноименно заряженные частицы атомов отталкиваются друг от друга и одновременно разноименно заряженные частицы притягиваются друг к другу. Однако это взаимодействие всегда убывает с увеличением расстояния между молекулами и возрастает с его уменьшением.

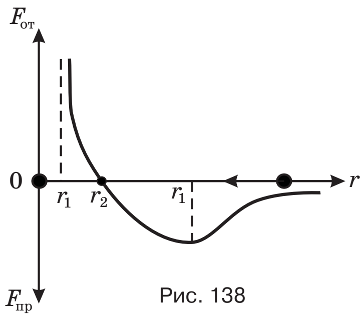


Рис. 138

Рассмотрим график зависимости сил притяжения $F_{пр}$ и отталкивания $F_{от}$ двух молекул от расстояния r между ними (рис. 138). Поместим одну молекулу в начало координат — точку О, а другую будем приближать к первой вдоль оси Оr, уменьшая расстояние r между ними. Расчеты показывают, что сила притяжения обратно пропорциональна 7-й степени расстояния r, а сила отталкивания — 14-й степени этого расстояния, поэтому на больших расстояниях между молекулами преобладают силы притяжения, а на меньших — силы отталкивания.

С уменьшением расстояния r возрастают обе силы, как притяжения, так и отталкивания. Однако на разных расстояниях скорость их увеличения различна. Когда расстояние r между молекулами велико, т.е. во много раз больше их размеров, сила притяжения с уменьшением расстояния r растет быстрее силы отталкивания, поэтому равнодействующая этих сил, изображенная на рисунке сплошной кривой, растет вначале в сторону силы притяжения и достигает максимума на расстоянии r_1 между молекулами. На этом расстоянии ускорение, с которым молекулы устремляются друг к другу, максимально.

При дальнейшем сближении молекул равнодействующая их сил притяжения и отталкивания быстро убывает и обращается в нуль на расстоянии r_2, примерно равном двум-трем диаметрам молекул. На этом расстоянии сила отталкивания равна силе притяжения.

Если молекулы сближать дальше, сила отталкивания возрастает значительно быстрее силы притяжения, поэтому равнодействующая этих сил растет теперь в сторону силы отталкивания, стремясь к бесконечности при стремлении расстояния r между молекулами к нулю.

Если вверх от оси $0r$ отложить потенциальную энергию взаимодействия молекул, точнее, их отталкивания, а вниз – кинетическую энергию их сближения, то график изменения кинетической и потенциальной энергий взаимодействия двух молекул будет подобен графику, изображенному на рис. 138. На расстоянии r_2 энергия межмолекулярного взаимодействия равна максимальной кинетической энергии притяжения молекул, а на расстояниях r_3 максимальна потенциальная энергия их отталкивания. На расстояниях r, превосходящих $2r_2$, энергия взаимодействия молекул практически равна нулю, что соответствует газообразному состоянию вещества.

Молекулярная физика, описывая состояние вещества, оперирует макро- и микропараметрами. К макропараметрам состояния вещества относят его массу, давление, объем и температуру. К микропараметрам — массу отдельной молекулы, ее скорость, размеры, импульс, энергию.

Относительная молекулярная масса M_r — это отношение массы молекулы m_0 к одной двенадцатой массы атома углерода m_c:

$$M_r = \frac{m_o}{\frac{1}{12} m_C}.$$

Относительная молекулярная масса — безразмерная величина.

Моль — это количество вещества, в котором содержится столько же молекул, сколько их в 12 г углерода. Единица количества вещества в СИ — моль. Моль — основная единица СИ. Объем одного моля равен отношению массы моля (молярной массы) к плотности вещества:

$$V_{\text{моль}} = \frac{M}{\rho}.$$

Молярной массой M называется масса одного моля. Молярная масса равна отношению массы тела к количеству вещества (количеству молей) в нем:

$$M = \frac{m}{\nu}.$$

Единица молярной массы в СИ — кг · моль$^{-1}$.

Число Авогадро $N_А = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$ показывает, что в одном моле любого вещества содержится $6{,}02 \cdot 10^{23}$ молекул.

Закон Авогадро: в равных объемах различных газов при одинаковых условиях всегда содержится одинаковое число молекул.

Для определения массы молекулы m_0 можно массу одного моля какого-нибудь вещества, т.е. его молярную массу M, разделить на число молекул в одном моле, т.е. на число Авогадро N_A:

$$m_0 = \frac{M}{N_A}.$$

Массу одной молекулы m_0 можно определить и другими способами, например, разделив всю массу вещества m на число молекул N в нем:

$$m_0 = \frac{m}{N}.$$

Кроме того, массу одной молекулы m_0 можно определить, разделив плотность вещества ρ, т.е. массу единицы объема этого вещества, на концентрацию его молекул n, т.е. на их число в единице объема:

$$m_0 = \frac{\rho}{n}.$$

Число молекул N в данной массе вещества или в данном объеме равно произведению числа молекул в одном моле, т.е. числа Авогадро N_A, на число молей ν в веществе:

$$N = N_A \nu.$$

Число молекул N равно отношению массы вещества m к массе одной молекулы m_0:

$$N = \frac{m}{m_o}.$$

Число молекул N равно произведению числа молекул в единице объема вещества, т.е. их концентрации n, на объем вещества V:

$$N = nV$$

Температура — это мера средней кинетической энергии теплового движения молекул.

В международной системе единиц СИ за единицу температуры принят кельвин (К). Это одна из основных единиц СИ.

Один кельвин — это цена деления температурной шкалы, в которой за начало отсчета принят абсолютный нуль или 0 К.

Абсолютный нуль — это температура, при которой прекращается тепловое движение молекул.

Абсолютный нуль — это нижний температурный предел. Верхнего температурного предела не существует.

Английский ученый Кельвин предложил температурную шкалу, на которой за начало отсчета принят абсолютный нуль. Эта шкала была названа абсолютной шкалой температур, или шкалой Кельвина, а температура, измеренная по этой шкале, получила название абсолютной температуры и обозначается буквой T. Шкала Кельвина не имеет отрицательных температур, потому что температуры ниже 0 К не существует, она не имеет физического смысла.

В быту для измерения температуры пользуются *шкалой Цельсия*. На этой шкале за начало отсчета принят 0 ^{0}С — температура, при которой тает лед. Температуру, измеренную по шкале Цельсия, обозначают t ^{0}С.

Шкала Цельсия имеет как положительные, так и отрицательные значения температуры.

Между шкалами Цельсия и Кельвина существует следующая связь:

$$T \text{ К} = t\ ^0\text{С} + 273.$$

Из этого равенства следует, что

$$0 \text{ К} = -273\ ^0\text{С и } 0\ ^0\text{С} = 273 \text{ К}.$$

Цена деления на шкале Кельвина такая же, как и цена деления на шкале Цельсия.

Изменение температуры на обеих шкалах одинаково:

$$\Delta T = \Delta t\ ^0\text{С}.$$

Большинство законов молекулярно-кинетической теории описывает процессы в идеальном газе.

Идеальный газ — это абстрактный газ, молекулы которого являются материальными точками и не взаимодействуют на расстоянии.

Близким к идеальному является газ под низким давлением и при высокой температуре. Воздух при нормальных условиях ($p = 10^5$ Па и $T = 273$ К) можно считать идеальным газом.

Главным уравнением молекулярно-кинетической теории является основное уравнение кинетической теории идеального газа

$$p = \frac{1}{3} m_o n\bar{v}^2 \qquad \text{или} \qquad p = \frac{2}{3} n\bar{E}_k.$$

Если в сосуде имеется смесь газов, то по закону Дальтона давление смеси газов равно сумме давлений каждого газа в отдельности:

$$p_{\text{общ}} = p_1 + p_2 + p_3 + \ldots + p_N.$$

При этом каждый газ смеси занимает объем, равный объему сосуда, и при тепловом равновесии температура всех газов смеси одинакова. Общая масса газа равна сумме масс каждого газа в отдельности и общее число молей $\nu_{\text{общ}}$ тоже равно сумме числа молей каждого газа, а также общее число молекул равно сумме числа молекул каждого газа. Но общую молярную массу $M_{\text{общ}}$ находить, просто складывая молярные массы каждого газа, нельзя, ее можно найти из одного из уравнений Менделеева — Клапейрона, записанного для смеси газов.

Физический смысл абсолютной температуры раскрывает формула

$$\bar{E}_k = \frac{3}{2} kT,$$

согласно которой средняя кинетическая энергия молекул идеального газа прямо пропорциональна его абсолютной температуре. Здесь $k = \dfrac{R}{N_A}$ — постоянная Больцмана, R — молярная (универсальная) газовая постоянная.

$$k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}\ \text{Дж/К}, \qquad R = 8{,}31\ \text{Дж/(моль} \cdot \text{К)}.$$

Давление идеального газа p прямо пропорционально концентрации этого газа n и его абсолютной температуре T:

$$p = knT.$$

Процесс, происходящий в газе, при котором один из параметров состояния газа остается неизменным, называется изопроцессом. К изопроцессам относятся изотермический, изобарный и изохорный процессы.

Изотермическим называют процесс, протекающий при постоянной температуре. Такой процесс подчиняется закону Бойля — Мариотта.

Закон Бойля — Мариотта: при постоянной температуре произведение давления данной массы идеального газа и его объема есть величина постоянная:

при $T = const$ и $m = const$

$$p_1V_1 = p_2V_2.$$

Ниже приведены графики изотермического процесса в разных координатных осях (рис. 139).

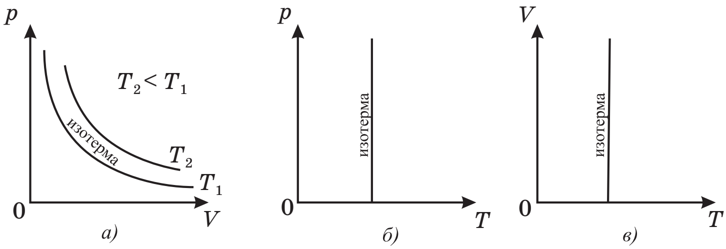


Рис. 139

На рис. 139, *а*) изотерма, соответствующая меньшей температуре T_1, лежит ниже и ближе к осям координат, чем изотерма, соответствующая большей температуре T_2. Это связано с тем, что при одинаковом объеме большей температуре соответствует большее давление. Поскольку при этом процессе температура не меняется, то в координатах p–T (рис. 139, б) и p–T (рис. 139, *в*) изотермы представляют собой прямые линии, параллельные оси ординат.

Реальный процесс в реальном газе можно считать изотермическим, если он протекает очень медленно, столь медленно, что изменением температуры газа за некоторый малый промежуток времени можно пренебречь.

Изобарным процессом называют процесс, протекающий под постоянным давлением.

Изобарный процесс подчиняется закону Гей-Люссака.

Закон Гей-Люссака: при постоянном давлении объем данной массы идеального газа прямо пропорционален его абсолютной температуре:

при $p = const$ и $m = const$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2}.$$

Ниже приведены графики изобарного процесса в разных координатных осях (рис. 140).

Изобарным является процесс, протекающий в газе так, что газ может свободно расширяться. Поэтому если сказано, что газ свободно изменял свой объем и при этом внешние силы, оказывающие на него давление, остались прежними, значит, в нем протекал изобарный процесс.

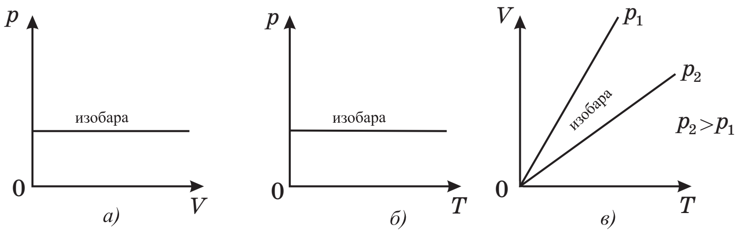


Рис. 140

Изобары, соответствующие разным давлениям одной и той же массы идеального газа на одном графике в координатах $V–T$ выходят из одной и той же точки — начала координат, поэтому они не могут быть параллельными друг другу. На рис. 140, *в*) изобара, соответствующая более высокому давлению p_2, лежит ниже изобары, соответствующей меньшему давлению p_1, так как при неизменной температуре большему давлению соответствует меньший объем газа.

Изохорным называют процесс, протекающий при постоянном объеме. Изохорным является процесс нагревания или охлаждения газа, находящегося в закрытом сосуде.

Изохорный процесс подчиняется закону Шарля.

Закон Шарля: при постоянном объеме давление данной массы идеального газа прямо пропорционально его абсолютной температуре:

при $V = const$ и $m = const$

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{T_1}{T_2}.$$

Ниже приведены графики изохорного процесса в разных координатных осях (рис. 141).

На рис. 141, б) изохоры, соответствующие разным объемам, выходят из начала координат — точки 0, поэтому они не могут быть параллельными друг другу. При абсолютном нуле, согласно закону Шарля, объем газа тоже должен стать равным нулю, что невозможно, ибо тогда молекулы расположатся вплотную друг к другу и не смогут двигаться. Но их движение вечно и неуничтожимо. Кроме того, изохора, соответствующая большему объему V_2, лежит ниже изохоры, соответствующей меньшему объему V_1, так как при неизменной температуре большему давлению соответствует меньший объем газа согласно закону Бойля–Мариотта.

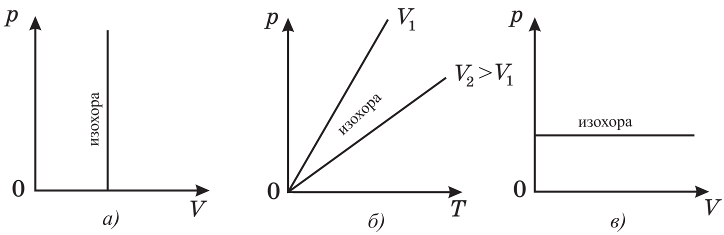


Рис. 141

Если изменяются все три параметра состояния газа — и давление, и объем, и температура, но масса остается неизменной, можно применить уравнение состояния идеального газа или уравнение Клапейрона: произведение давления данной массы идеального газа и его объема, деленное на абсолютную температуру, есть величина постоянная:

при $m = const$ $$\frac{p_1V_1}{T_1} = \frac{p_2V_2}{T_2}$$

Наиболее общим уравнением состояния идеального газа является уравнение Менделеева — Клапейрона. Ниже оно записано применительно к массе газа m, числу молей ν и одного моля:

$$pV = \frac{m}{M}RT, \qquad pV = \nu RT, \qquad pV_{\text{моль}} = RT.$$

К конденсированным состояниям относят парообразное, жидкое и твердое состояния вещества.

Парообразованием называют процесс перехода вещества из жидкого состояния в газообразное. Обратный процесс называют конденсацией. Парообразование делят на испарение и кипение.

Испарение — это процесс парообразования, происходящий с открытой поверхности жидкости и при любой температуре.

Скорость испарения зависит от самой жидкости и увеличивается с увеличением ее температуры, площади открытой поверхности и скорости движения жидкости относительно внешней среды.

Над открытой поверхностью любой жидкости всегда имеются ее пары. Различают ненасыщенный и насыщенный пары. Ненасыщенный пар — это пар, в котором число молекул, вылетевших из жидкости, больше числа молекул, вернувшихся в нее. Ненасыщенный пар подчиняется законам идеального газа.

Давление ненасыщенного пара зависит от его объема и температуры. С ростом температуры давление ненасыщенного пара увеличивается. Оно также увеличивается при уменьшении объема ненасыщенного пара. При невысоких давлениях к ненасыщенному пару приближенно применимы газовые законы, справедливые для идеального газа.

При сжатии или охлаждении ненасыщенный пар становится насыщенным.

Насыщенный пар — это пар, в котором поддерживается динамическое равновесие между числом молекул, вылетевших из жидкости, и числом молекул, вернувшихся в нее.

Давление и плотность насыщенного пара, а также концентрация его молекул максимальны при данной температуре и не зависят от его объема. При попытке уменьшить объем насыщенного пара «лишние» молекулы пара уйдут в жидкость, т.е. часть пара сконденсируется, а давление, плотность и концентрация оставшегося насыщенного пара не изменятся. Следовательно, законы идеального газа к насыщенному пару неприменимы.

Изменить давление насыщенного пара можно, изменив его температуру. При нагревании увеличится кинетическая энергия молекул пара, усилятся их удары о стенки сосуда, что приведет к повышению давления. При этом нарушится динамическое равновесие между жидкостью и паром, так как благодаря возросшей кинетической энергии число молекул, покидающих жидкость, превысит число молекул, возвращающихся в нее из пара. Следовательно, при нагревании насыщенный пар становится ненасыщенным. И, наоборот, при охлаждении ненасыщенный пар становится насыщенным, так как при этом кинетическая энергия молекул пара уменьшается, скорость падает и легче происходит их переход в жидкость.

Скорость испарения зависит от рода жидкости, площади открытой поверхности, температуры и относительной скорости движения жидкости и среды.

Кипение — это процесс парообразования, происходящий не только с открытой поверхности, но и внутри жидкости, при строго определенной для данной жидкости температуре.

Каждая жидкость кипит при определенной температуре, которая называется температурой (или точкой) кипения. При кипении выполняются следующие законы:

а) температура кипения данной жидкости равна температуре ее конденсации;

б) энергия, поглощенная данной массой жидкости, нагретой до точки кипения, при полном превращении ее в пар, равна энергии, выделяемой этой же массой жидкости при конденсации;

в) время кипения данной массы жидкости равно времени ее конденсации.

Температура кипения зависит от рода жидкости и давления внешней среды. При повышении давления температура кипения увеличивается — и наоборот.

Плотность водяного пара в воздухе называется его абсолютной влажностью. Отношение абсолютной влажности воздуха при данной температуре ρ к плотности насыщенного пара при той же температуре $\rho_{нас}$ называется его относительной влажностью φ:

$$\varphi = \frac{\rho}{\rho_{нас}} 100\ \% .$$

Относительной влажностью также называют отношение давления ненасыщенного пара в воздухе p при некоторой температуре к давлению насыщенного пара $p_{нас}$ при той же температуре:

$$\varphi = \frac{p}{p_{нас}} 100\ \% .$$

Относительную влажность обычно измеряют в процентах.

Влажность воздуха не может быть выше 100%.

Если температуру воздуха, в котором содержится насыщенный водяной пар, понизить, то плотность насыщенного пара в нем станет меньше вследствие конденсации насыщенного пара.

Если воздух, в котором содержится насыщенный водяной пар, нагреть, то пар перестанет быть насыщенным, хотя плотность водяного пара в нем не изменится. При этом относительная влажность воздуха уменьшится, т.е. воздух станет суше. Для человека считается нормальной относительная влажность $50–60\ \%$.

Температуру, при которой водяной пар становится насыщенным, называют точкой росы, потому что если водяной пар охладить до температуры ниже точки росы, то выпадет роса.

Если ненасыщенный пар находится в закрытом сосуде, то при его нагревании абсолютная влажность не меняется, а относительная уменьшается, — и наоборот. А если его охлаждать, то она сначала превратится в насыщенный пар, а затем сконденсируется.

Приборы для измерения влажности воздуха называются гигрометрами или психрометрами.

Рассмотрим принцип работы психрометра Августа, изображенного на рис. 142. Он состоит из двух термометров, укрепленных на вертикальном штативе. Один термометр сухой, а другой влажный, потому что его конец обернут ватой или марлей, нижний конец которой опущен в открытый сосуд с жидкостью (водой или спиртом).

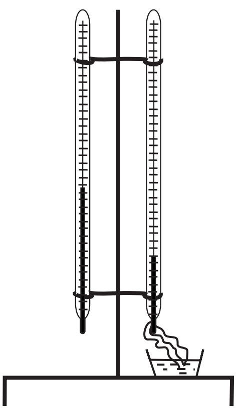


Рис. 142

Когда воздух сухой, вода испаряется с марли, вследствие чего ее внутренняя энергия уменьшается, ведь воду покидают молекулы с наибольшей кинетической энергией — самые «быстрые». С уменьшением внутренней энергии марли ее температура понижается, поэтому влажный термометр показывает более низкую температуру, чем сухой.

Чем суше воздух, тем интенсивнее происходит процесс испарения воды с марли и тем больше разность в показаниях сухого и влажного термометров, которую называют психрометрической разностью температур. И наоборот, чем воздух влажнее, тем эта разность меньше, так как процесс испарения влаги с марли протекает менее интенсивно.

Таким образом, по психрометрической разности температур можно судить о влажности воздуха.

Твердые тела делят на кристаллические и аморфные.

Кристаллическими называют вещества, у которых атомы или молекулы расположены в определенном порядке, образуя кристаллическую решетку, где наблюдается повторяемость в их расположении. Основное свойство кристаллических веществ — анизотропия, т.е. различие их физических свойств в разных направлениях. К кристаллическим веществам относятся металлы, глина, кремний, поваренная соль, лед и другие вещества.

Аморфными называют тела, в которых отсутствует упорядоченность в расположении атомов и молекул. Их основное свойство — изотропия, т.е. одинаковость физических свойств в разных направлениях. К аморфным веществам относятся сахар, стекло, каучук, пластмассы и другие вещества.

Процессы плавления и отвердевания у кристаллических и аморфных веществ происходят различно.

Плавлением называют процесс перехода твердого вещества в жидкое состояние. Обратный процесс у кристаллических веществ называется кристаллизацией, а у аморфных — отвердеванием.

Рассмотрим процесс изменения температуры T с течением времени t при переходе твердого кристаллического вещества через жидкую фазу в газообразную и наоборот (рис. 143). При нагревании твердое тело получает тепловую энергию от нагревателя. При этом увеличиваются средняя кинетическая и средняя потенциальная энергии его молекул (участок 1–2 графика) и происходит повышение температуры. Участок 1–2 соответствует только твердому состоянию.

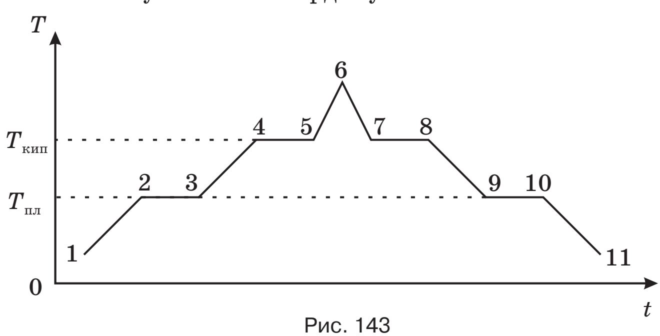


Рис. 143

При достижении температуры плавления $T_{пл}$ (точка 2 графика) начинается процесс разрушения кристаллических решеток, т.е. плавление (участок 2–3). В процессе плавления увеличивается только средняя потенциальная энергия молекул, а их средняя кинетическая энергия и связанная с ней температура остаются неизменными. Участок 2–3 соответствует и твердому, и жидкому состояниям. Точка 3 соответствует окончанию процесса перехода твердого вещества в жидкое, т.е. в этот момент времени все вещество становится жидким.

При дальнейшей передаче тепла происходит нагревание жидкости (участок 3–4). При этом увеличиваются средние кинетическая и потенциальная энергии молекул и температура жидкости растет. Участок 3–4 соответствует только жидкому состоянию. Точка 4 соответствует началу процесса кипения, т.е. достижению температуры кипения $T_{кип}$. При дальнейшей передаче тепла происходит процесс кипения (участок 4–5). В этом процессе увеличивается только средняя потенциальная энергия молекул, а их средняя кинетическая энергия не меняется и связанная с ней температура тоже остается постоянной. Участок 4–5 соответствует и жидкому, и газообразному состояниям. Точка 5 соответствует полному переходу всей жидкости в пар.

При дальнейшей передаче тепла происходит нагревание пара (участок 5–6). Здесь снова увеличиваются средние кинетическая и потенциальная энергии молекул, и температура пара растет. Участок 5–6 соответствует только газообразному состоянию.

Теперь рассмотрим обратный процесс перехода из газообразного в твердое кристаллическое вещество. Если в момент, соответствующий точке 6, убрать источник тепловой энергии, то начнется процесс охлаждения пара, при котором средние кинетическая и потенциальная энергии его молекул станут уменьшаться и температура пара — понижаться (участок 6–7). При этом выделится тепловая энергия, поглощенная в процессе нагревания пара. Участку 6–7 соответствует только пар (газ). Точка 7 соответствует началу процесса конденсации пара, т.е. перехода его в жидкость.

Участок 7–8 соответствует процессу конденсации пара. когда уменьшается только средняя потенциальная энергия молекул, а их средняя кинетическая энергия и температура вещества остаются постоянными. При этом выделяется тепловая энергия, поглощенная при кипении. Здесь имеют место и жидкая, и газообразная фазы. Точка 8 соответствует полному переходу пара в жидкость.

Участок 8–9 соответствует охлаждению жидкости, когда уменьшаются средние кинетическая и потенциальная энергии молекул и температура жидкости понижается. При этом выделяется тепловая энергия, полученная при нагревании жидкости. Точка 9 соответствует началу кристаллизации.

Участок 9–10 соответствует кристаллизации, т.е. процессу восстановления кристаллических решеток. При этом уменьшается только средняя потенциальная энергия молекул, а их средняя кинетическая энергия и температура вещества остаются постоянными. Здесь выделяется тепло, поглощенное при плавлении. Здесь и жидкое, и твердое состояния. Точка 10 соответствует полному восстановлению кристаллических решеток, т.е. превращению жидкого вещества в твердое.

Участок 10–11 соответствует процессу охлаждения только твердого вещества, когда уменьшаются средние потенциальная и кинетическая энергии молекул и температура понижается. При этом выделяется тепло, поглощенное при нагревании твердого вещества.

Аморфные вещества не имеют точек плавления и кристаллизации и на соответствующем графике горизонтальные участки 2–3 и 9–10 у них отсутствуют (рис. 144).

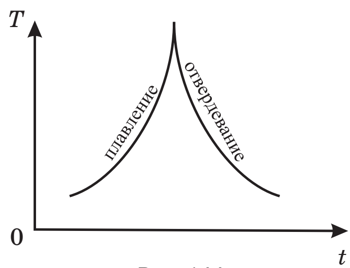


Рис. 144

В процессе передачи тепла аморфному веществу оно становится все мягче и мягче, пока совсем не превратится в жидкость. При отдаче тепла аморфное вещество тоже постепенно твердеет, пока совсем не станет твердым, поэтому аморфные вещества иногда называют застывшими жидкостями.

Тема 2. ТЕРМОДИНАМИКА

В термодинамике рассматривают процессы перехода тепловой энергии от одних тел к другим. Каждое тело обладает своей внутренней энергией.

Внутренней энергией называется сумма кинетических и потенциальных энергий всех молекул тела.

Так как у молекул идеального газа нет потенциальной энергии взаимодействия, то внутренней энергией идеального газа называется сумма только кинетических энергий его молекул.

Внутренняя энергия идеального одноатомного газа определяется формулой

$$U = \frac{3}{2}\frac{m}{M}RT \quad \text{или} \quad U = \frac{3}{2}\nu RT.$$

Изменить внутреннюю энергию можно двумя путями: путем совершения работы и путем теплопередачи.

Теплопередачей называют передачу тепла от одного тела другому без совершения механической работы или без превращения тепловой энергии в иные виды.

Теплопередачу делят на теплопроводность, конвекцию и излучение.

Теплопроводность — это передача тепла от горячего тела холодному при их соприкосновении.

Конвекция — это передача тепла путем взаимного перемещения теплых и холодных слоев жидкости и газа.

Излучение — это передача тепла с помощью электромагнитных волн.

При теплопередаче тела передают друг другу количество теплоты.

Количество теплоты Q — это мера изменения внутренней энергии тела, происшедшего без совершения механической работы.

Количество теплоты — скалярная величина. Единица измерения ее в СИ — джоуль (Дж).

При нагревании, плавлении и парообразовании тело получает извне количество теплоты, а при охлаждении, кристаллизации и конденсации выделяет его во внешнюю среду. Для характеристики способности вещества поглощать теплоту при нагревании, плавлении или парообразовании и выделять ее при охлаждении, кристаллизации и конденсации, а также при сгорании, введены понятия удельной теплоемкости c, удельной теплоты плавления λ, удельной теплоты парообразования r (или L) и удельной теплоты сгорания q.

Удельная теплоемкость c — это величина, равная отношению количества теплоты, полученного при нагревании тела или выделенного при его охлаждении, к массе этого тела и изменению его температуры:

$$c = \frac{Q}{m\Delta T}.$$

Удельная теплоемкость — скалярная величина. Ее единица в СИ — Дж/(кг · К). Удельная теплоемкость разных твердых и жидких веществ приведена в справочной литературе.

Иногда в условии задачи речь идет не об удельной теплоемкости вещества, а о теплоемкости тела C. Это другая величина.

Теплоемкость тела — это величина, равная отношению количества теплоты Q, поглощенной телом при нагревании, к изменению его температуры ΔT:

$$C = \frac{Q}{\Delta T}.$$

Единица теплоемкости тела в СИ — Дж/К.

Теплоемкость тела равна произведению удельной теплоемкости на массу тела:

$$C = cm.$$

Зная удельную теплоемкость или теплоемкость тела, можно определить количество теплоты, которое поглотится при нагревании или выделится при охлаждении данной массы тела на известную разность температур по формулам:

$$Q = cm\,\Delta t = cm(t_2 - t_1) \qquad Q = cm\,\Delta T = cm(T_2 - T_1)$$

$$Q = C\,\Delta t = C(t_2 - t_1) \qquad Q = C\,\Delta T = C(T_2 - T_1).$$

Удельная теплота плавления λ — это величина, равная отношению количества теплоты, полученного при плавлении тела или выделенного при его кристаллизации, к массе тела:

$$\lambda = \frac{Q}{m}.$$

Удельная теплота плавления кристаллического вещества — скалярная положительная величина. Ее единица в СИ — Дж/кг.

Удельная теплота плавления данного вещества равна удельной теплоте его кристаллизации. Определив по справочнику удельную теплоту плавления данного кристаллического вещества, можно вычислить количество теплоты, требуемое для того, чтобы расплавить некоторую массу этого вещества при температуре его плавления по формуле:

$$Q = m\lambda.$$

Следует знать, что вода и лед могут находиться в тепловом равновесии, когда лед не тает, а вода не замерзает, при 0 ^{0}С.

Пока лед не нагреется до 0 ^{0}С, он таять не начнет. Так и вода, пока не охладится до 0 ^{0}С, не начнет превращаться в лед.

Удельная теплота парообразования r (или L) — это величина, равная отношению количества теплоты, полученной при парообразовании или выделенной при конденсации, к массе вещества:

$$r = \frac{Q}{m}.$$

Удельная теплота парообразования — скалярная величина. Единица удельной теплоты парообразования в СИ — Дж/кг.

Удельная теплота парообразования данной жидкости равна ее удельной теплоте конденсации. Ее величину можно найти для каждой жидкости в справочной литературе. Зная удельную теплоту парообразования данной жидкости и ее массу, можно определить количество теплоты, которое поглотит эта жидкость при полном превращении ее в пар в процессе кипения, по формуле

$$Q = mr.$$

Температура кипения воды при нормальном атмосферном давлении 100 ^{0}С — и при этих условиях до более высокой температуры воду нагреть нельзя.

Удельная теплота сгорания q — это величина, равная отношению количества теплоты, выделившегося при сгорании вещества, к его массе:

$$q = \frac{Q}{m}.$$

Удельная теплота сгорания — скалярная величина. Ее единица в СИ — Дж/кг. Удельную теплоту сгорания данного топлива можно найти в справочной литературе.

Зная удельную теплоту сгорания топлива и его массу, можно определить количество теплоты, которое выделится при его полном сгорании, по формуле:

$$Q = mq.$$

Работа A при изобарном изменении объема газа равна произведению давления газа p на изменение его объема ΔV:

$$A = p\Delta V = p(V_2 - V_1).$$

Графически в координатных осях p–V (рис. 145, а) работа A изобарного расширения газа от объема V_1 до объема V_2 равна площади прямоугольника, одной стороной которого служит отрезок *аб*, численно равный давлению газа p, а другой — отрезок *бс*, численно равный изменению объема газа $V_2 - V_1$. При круговом процессе, когда термодинамическая система возвращается в исходное состояние, работа численно равна площади замкнутой фигуры, ограниченной графиком (рис. 145, б).

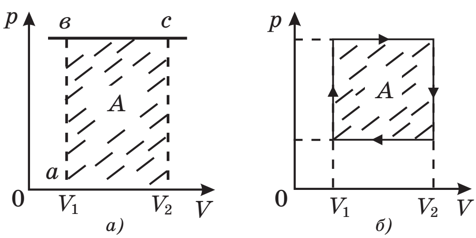


Рис. 145

При расширении газа силы давления совершают положительную работу, увеличивая объем газа. При сжатии газа внешние силы совершают отрицательную работу, поскольку изменение объема газа в этом случае меньше нуля, ведь при сжатии конечный объем V_2 меньше начального объема V_1.

Если газ содержится в закрытом сосуде, т.е. его объем постоянный, то процесс, происходящий с ним, изохорный. При этом изменение объема газа равно нулю и, значит, работа изменения его объема тоже равна нулю:

при $V = const$ $\qquad A = 0.$

Таким образом, при изохорном процессе газ работу не совершает.

В термодинамике любую группу тел или частиц называют термодинамической системой. Если термодинамической системе извне передается некоторое количество теплоты Q, то оно расходуется на изменение внутренней энергии системы ΔU и на совершение системой работы против внешних сил A:

$$Q = \Delta U + A.$$

Полученное выражение получило название первого закона термодинамики (первого начала термодинамики).

Если система получает извне количество теплоты, то в этой формуле перед Q ставится плюс, если отдает его во внешнюю среду, то — минус. Если температура системы повышается, т.е. ее внутренняя энергия увеличивается, то в этой формуле перед ΔU ставится плюс, если она уменьшается, то — минус. Если система расширяется, совершая работу против внешних сил, то в этой формуле перед A ставится плюс, если внешние силы сжимают систему, то — минус.

Применение первого закона термодинамики к изотермическим процессам:

– к изотермическому: при $T = \text{const}$

$$\Delta U = 0 \text{ и } Q = A$$

– к изохорному: при $V = \text{const}$

$$A = 0 \text{ и } Q = \Delta U$$

– к изобарному: при $p = \text{const}$

$$Q = \Delta U + A$$

Здесь T — абсолютная температура, ΔU — изменение внутренней энергии, Q — количество теплоты, A — работа, V — объем, p — давление.

Адиабатным называется процесс, протекающий в термодинамической системе без теплообмена с внешней средой.

Поскольку при адиабатном процессе термодинамическая система не получает и не отдает тепло, то количество теплоты в формуле первого закона термодинамики равно нулю, поэтому применительно к адиабатному процессу первый закон термодинамики примет вид:

при $Q = 0$ $\qquad\qquad \Delta U = -A.$

При адиабатном процессе изменение внутренней энергии термодинамической системы равно работе системы, взятой со знаком «минус».

При адиабатном сжатии газа его внутренняя энергия увеличивается и, согласно формуле,

$$\Delta U = \frac{3}{2}\frac{m}{M}R\Delta T$$

температура газа повышается, т.е. он нагревается. И наоборот, при адиабатном расширении газа его внутренняя энергия уменьшается и, согласно той же формуле, температура понижается, т.е. газ охлаждается.

На графике в координатах p–V адиабата изображается кривой, которая идет круче гиперболы — изотермы (рис. 146).

Процесс в реальном газе можно считать адиабатным, если он протекает столь быстро, что газ не успевает обменяться теплом с внешней средой. Примером такого процесса может служить процесс истечения отработанного газа из сопла ракеты, который резко расширяется и при этом сильно охлаждается.

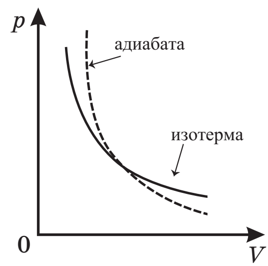


Рис. 146

Некоторые формулировки второго закона термодинамики:

а) любые самопроизвольные процессы в термодинамической системе, состоящей из статистически огромного числа частиц, всегда переводят эту систему из менее вероятного состояния в более вероятное и никогда наоборот;

б) невозможен самопроизвольный процесс передачи тепла от тел, менее нагретых, телам, более нагретым;

в) невозможно изготовить вечный двигатель второго рода — устройство, в котором бы все тепло, полученное от нагревателя, полностью превращалось бы в механическую работу.

Тепловые двигатели — это устройства, в которых тепловая энергия превращается в механическую.

Основными частями любого теплового двигателя являются: нагреватель, рабочее тело и холодильник. На рис. 147 изо-

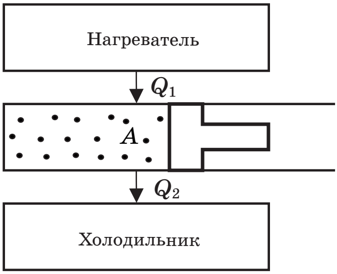


Рис. 147

бражена условная схема любого теплового двигателя.

Нагреватель (паровой котел, горючая смесь, различные виды топлива) выделяет тепловую энергию, нагревая рабочее тело, которое находится в рабочей камере двигателя. Рабочим телом может быть пар или газ. Получив количество теплоты Q_1, газ расширяется, поскольку его давление p_1 больше внешнего давления (например, атмосферного), и перемещает поршень, совершая положительную работу.

Работа A, совершенная двигателем, равна разности количества теплоты Q_1, полученной от нагревателя, и количества теплоты Q_2, отданной холодильнику:

$$A = Q_1 - Q_2.$$

Работоспособность разных двигателей при одинаковых затратах тепловой энергии характеризуется их коэффициентом полезного действия (КПД η).

Коэффициентом полезного действия теплового двигателя называется отношение работы, совершенной этим двигателем, к количеству теплоты, полученному от нагревателя:

$$\eta = \frac{A}{Q_1} 100\ \% \quad \text{или} \quad \eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} 100\ \%.$$

Французский инженер Сади Карно в 1824 г. вывел формулу максимального КПД идеального теплового двигателя, в котором рабочим телом являлся идеальный газ и цикл которого состоял из двух изотерм и двух адиабат — цикла Карно.

Формула КПД цикла Карно, т.е. максимального КПД теплового двигателя, имеет вид:

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} 100\ \% \cdot$$

Здесь T_1 — абсолютная температура нагревателя, T_2 — абсолютная температура холодильника.

КПД любого реального теплового двигателя всегда меньше КПД цикла Карно такой же конструкции. Анализ формулы максимального КПД позволяет наметить пути повышения КПД реальных тепловых двигателей. Для этого нужно увеличить числитель этой формулы, т.е. разность температур нагревателя и холодильника (внешней среды) $T_1 - T_2$. Поскольку изменить температуру внешней среды невозможно, нужно повысить температуру нагревателя, выбирая соответствующие виды топлива. Очевидно, что КПД данного теплового двигателя при одинаковой температуре нагревателя зимой выше, чем летом, так как зимой температура внешней среды ниже. Кроме того, для повышения КПД тепловых двигателей необходимо искать пути уменьшения тепловых потерь, улучшая теплоизоляцию, уменьшая трение в узлах двигателя и потери энергии из-за неполного сгорания топлива, улучшая конструкцию двигателей, и т. п. Повышение КПД тепловых двигателей — важная техническая задача.

ПРОБНЫЙ ЭКЗАМЕН по разделу II. МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА и ТЕРМОДИНАМИКА

Часть 1

А1. Идеи о том, что все тела состоят из атомов, разделенных пустыми промежутками, высказаны

1) Ньютоном   2) Планком
3) Максвеллом   4) Демокритом

А2. Какую площадь может занять капля оливкового масла объемом 0,02 $см^3$ при расплывании ее на поверхности воды? Диаметр молекулы оливкового масла $1{,}7 \cdot 10^{-9}$ м.

1) 40 $см^2$ 2) 100 $см^2$
3) 8 $м^2$ 4) 12 $м^2$

А3. Моль вещества это

1) масса молекулы
2) отношение массы молекулы к 1/12 массы атома углерода
3) молярная масса
4) количество вещества, в котором столько молекул, сколько в 12 г углерода

А4. Число Авогадро показывает

1) число молекул в 1 см^3 воздуха при нормальных условиях
2) число молекул в одном моле
3) число молекул в единице объема вещества
4) число молекул в единице массы вещества

А5. Во сколько раз число атомов в 12 кг углерода превышает число молекул в 16 кг кислорода?

1) в 2 раза 2) в 4 раза
3) в 8 раз 4) в 16

А6. По мере сжатия газа

1) увеличиваются силы отталкивания между молекулами, а силы их взаимного притяжения уменьшаются
2) увеличиваются и силы отталкивания, и силы притяжения молекул друг к другу
3) увеличиваются силы притяжения молекул друг к другу, а силы их взаимного отталкивания уменьшаются
4) уменьшаются силы взаимного притяжения молекул, а силы их взаимного отталкивания остаются неизменными

А7. Плотность некоторого газообразного вещества равна 2,5 кг/м^3 при температуре 10 ^{0}С и нормальном атмосферном давлении. Найдите молярную массу этого вещества.

1) 24 г/моль 2) 59 г/моль
3) 64 г/моль 4) 88 г/моль

А8. Молярная масса азота равна 0,028 кг/моль. Чему равна масса молекулы азота?

1) $5{,}68 \cdot 10^{-23}$ кг 2) $8{,}23 \cdot 10^{-25}$ кг
3) $4{,}65 \cdot 10^{-26}$ кг 4) $6{,}82 \cdot 10^{-24}$ кг

А9. Графиком зависимости концентрации молекул n от объема газа V при неизменном числе молекул N являются

1) прямая, проходящая через начало координат
2) прямая, параллельная оси объемов
3) парабола
4) гипербола

А10. В баллон объемом 3 л впустили 2 л водорода, 5 л кислорода и 4 л азота. Объем смеси газов стал равен

1) 5 л 2) 2 л 3) 3 л 4) 11 л

А11. Определить число атомов в 1 м^3 меди. Молярная масса меди $M = 0{,}0635$ кг/моль, ее плотность $\rho = 900$ кг/м^3.

1) $3{,}3 \cdot 10^{25}$ 2) $8{,}5 \cdot 10^{27}$
3) $5{,}7 \cdot 10^{27}$ 4) $4{,}2 \cdot 10^{29}$

А12. Плотность алмаза 3500 кг/м^3. Какой объем займут 10^{22} атомов этого вещества?

1) $5{,}7 \cdot 10^{-8}$ м^3 2) $7{,}3 \cdot 10^{-6}$ м^3
3) $9{,}1 \cdot 10^{-7}$ м^3 4) $2{,}8 \cdot 10^{-5}$ м^3

А13. Как изменится давление газа, если концентрация его молекул увеличится в 3 раза, а средняя квадратичная скорость молекул уменьшится в 3 раза ?

1) уменьшится в 3 раза 2) увеличится в 9 раз
3) уменьшится в 9 раз 4) увеличится в 3 раза

А14. Под каким давлением находится газ в сосуде, если средний квадрат скорости его молекул $\overline{v}^2 = 10^6$ м^2/с^2, концентрация молекул $n = 3 \cdot 10^{26}$ м$^{-3}$, масса каждой молекулы $m_0 = 5 \cdot 10^{-26}$ кг?

1) $4 \cdot 10^6$ Па 2) $5 \cdot 10^5$ Па
3) $8 \cdot 10^4$ Па 4) $3 \cdot 10^7$ Па

А15. Средняя квадратичная скорость молекул идеального газа, находящегося при температуре 100 ^{0}С, равна 540 м/с. Определить массу молекулы.

1) $2{,}8 \cdot 10^{-26}$ кг 2) $8{,}2 \cdot 10^{-26}$ кг
3) $5{,}3 \cdot 10^{-26}$ кг 4) $9{,}9 \cdot 10^{-26}$ кг

А16. Чему равен объем одного моля идеального газа при нормальных условиях?

1) 443,8 л 2) 32,5 л 3) 16,5 л 4) 22,4 л

А17. В баллоне вместимостью 0,03 м^3 находится газ под давлением $1{,}35 \cdot 10^6$ Па при температуре 455 ^{0}С. Какой объем занимал бы этот газ при нормальных условиях?

1) 0,24 м^3 2) 0,82 м^3
3) 0,55 м^3 4) 0,15 м^3

А18. На рис. 148 вверху дан график изменения состояния идеального газа в координатах V–T. Какой из графиков в координатах p-V соответствует этому графику?

1) *а* 2) *б* 3) *в* 4) *г*

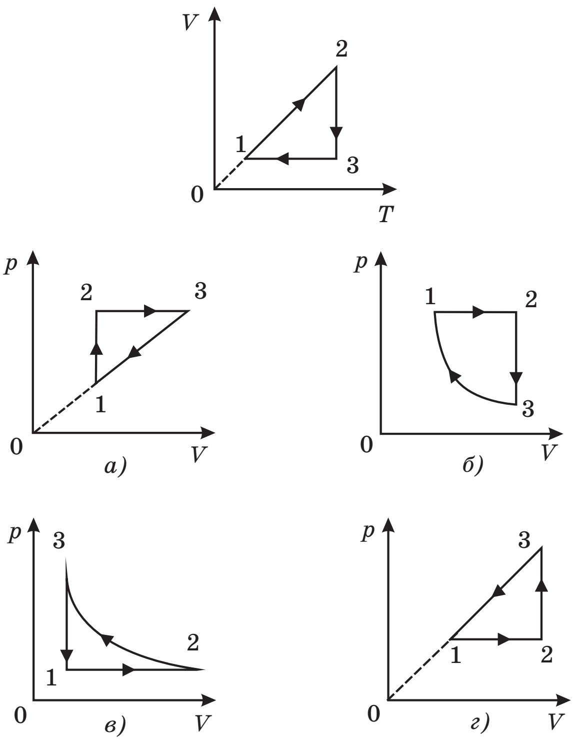


Рис. 148

А19. При температуре 27 ^{0}С средняя кинетическая энергия молекул газа примерно равна

1) $4{,}5 \cdot 10^{-21}$ Дж 2) $6{,}2 \cdot 10^{-21}$ Дж
3) $2{,}4 \cdot 10^{-23}$ Дж 4) $5{,}3 \cdot 10^{-23}$ Дж

А20. В закрытом сосуде находится газ под давлением 200 кПа. Каким станет давление газа, если температуру повысить на 30% ?

1) 170 кПа 2) 260 кПа 3) 320 кПа 4) 400 кПа

А21. Количество молекул в 50 молях вещества равно

1) $3 \cdot 10^{25}$ 2) $2{,}5 \cdot 10^{25}$ 3) $1{,}5 \cdot 10^{23}$ 4) $5 \cdot 10^{22}$

А22. Имеется 1 моль кислорода и 1 моль водорода. Объем молекулы кислорода больше объема молекулы водорода. В 1 моле

1) молекул кислорода больше, чем молекул водорода

2) молекул кислорода меньше, чем молекул водорода
3) молекул кислорода столько же, что и молекул водорода
4) молекул кислорода больше или меньше, чем молекул водорода, в зависимости от массы этих веществ

А23. При нормальном атмосферном давлении и 0 ^{0}C концентрация молекул идеального газа примерно равна

1) $1{,}2 \cdot 10^{25}$ м$^{-3}$ 2) $3{,}6 \cdot 10^{25}$ м$^{-3}$
3) $2{,}7 \cdot 10^{25}$ м$^{-3}$ 4) $8{,}2 \cdot 10^{25}$ м$^{-3}$

А24. На рис. 149 изохорному процессу в идеальном газе соответствует график

1) 1 2) 2
3) 3 4) 4

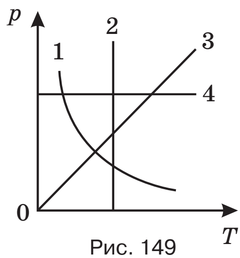


Рис. 149

А25. Температуру идеального газа увеличили в 4 раза. При этом средняя квадратичная скорость его молекул

1) увеличилась в 4 раза 2)уменьшилась в 2 раза
3 увеличилась в 2 раза 4) уменьшилась в 4 раза

А26. При неизменной концентрации молекул газа средняя кинетическая энергия теплового движения его молекул уменьшилась в 3 раза. При этом давление газа

1) уменьшилось в 9 раз
2) уменьшилось в 3 раза
3) увеличилось в 3 раза
4) не изменилось

А27. Давление идеального газа 0,1 МПа, масса его молекулы $3 \cdot 10^{-26}$ кг при концентрации молекул 10^{25} м^3. Средняя квадратичная скорость молекул равна

1) 1 мм/с 2) 1 см/с 3) 300 м/с 4) 1 км/с

А28. При неизменной концентрации молекул абсолютная температура идеального газа увеличилась в 4 раза. Давление газа при этом

1) увеличилось в 4 раза
2) увеличилось в 2 раза
3) уменьшилось в 4 раза
4) не изменилось

А29. При понижении абсолютной температуры идеального газа в 1,5 раза средняя кинетическая энергия теплового движения его молекул

1) увеличится в 1,5 раза 2) уменьшится в 1,5 раза
3) уменьшится в 2,25 раза 4) не изменится

А30. Как изменилось давление данной массы идеального газа, если средняя квадратичная скорость молекул увеличилась вдвое, а концентрация молекул осталась прежней?

1) уменьшилась в 2 раза 2) уменьшилась в 4 раза
3) увеличилась в 2 раза 4) увеличилась в 4 раза?

А31. В стеклянном баллоне содержалась смесь двух идеальных газов по 1 моль каждого. Вначале из сосуда выпустили половину всех молекул, а затем впустили в сосуд 1 моль первого газа. Как изменились давления первого и второго газов и их общее давление, если процесс был изотермический?

1) парциальное давление первого газа увеличилось, второго уменьшилось, а общее давление не изменилось
2) парциальное давление первого газа уменьшилось, второго увеличилось и общее давление увеличилось
3) парциальное давление обоих газов и их общее давление увеличилось
4) парциальное давление первого газа не изменилось, второго уменьшилось, а общее давление не изменилось.

А32. График на рис. 150 показывает, как менялась плотность идеального газа с течением времени. Как соотносятся давления газов при максимальной плотности и при минимальной?

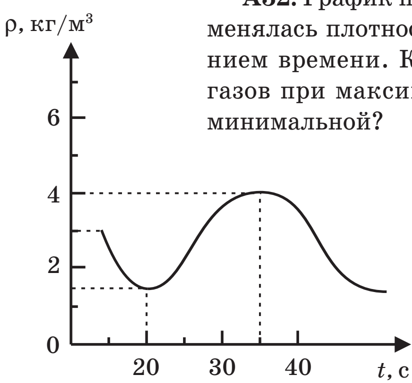


рис.150

1) $p_1 = 8p_2$
2) $p_1 = 4p_2$
3) $p_1 = 2{,}7p_2$
4) $p_1 = 1{,}6p_2$

А33. Как изменяется давление данной массы идеального газа при переходе из состояния 1 в состояние 2 (рис. 151)?

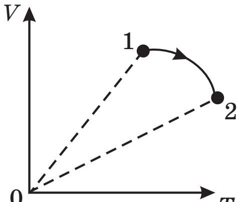


Рис. 151

1) не изменяется
2) увеличивается
3) уменьшается
4) недостаточно данных

А34. Как изменяется объем данной массы идеального газа при переходе из состояния 1 в состояние 2 (рис. 152)?

1) не изменяется
2) увеличивается
3) уменьшается
4) недостаточно данных

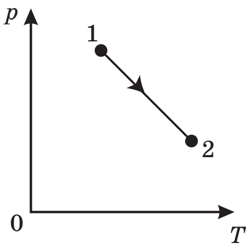


Рис. 152

А35. Как изменится температура идеального газа при увеличении его объема в 2 раза, если состояние газа изменяется по закону $pV^2 = \text{const}$?

1) увеличится в 4 раза
2) уменьшится в 2 раза
3) уменьшится в 4 раза
4) увеличится в 2 раза

А36. Под поршнем массой 2 кг с площадью основания 5 см^2 находится газ. Поршень в покое. Атмосферное давление 10^5 Па. Давление газа под поршнем равно

1) 200 кПа 2) 80 кПа 3) 100 кПа 4) 140 кПа

А37. Газ объемом 5 л находится при давлении 0,6 МПа. Каким станет давление газа, если, не меняя его температуру, увеличить объем на 20% ?

1) 0,2 МПа 2) 0,3 МПа 3) 0,5 МПа 4) 0,12 МПа

А38. Абсолютная температура и объем данной массы идеального газа увеличились в 3 раза. При этом его давление

1) увеличилось в 3 раза
2) увеличилось в 9 раз
3) уменьшилось в 3 раза
4) не изменилось

А39. Плотность идеального газа можно определить по формуле

1) pV/RT 2) pM/RT 3) pT/R 4) pVM/T

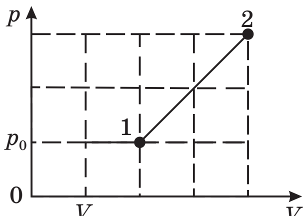


Рис. 153

А40. Газ переходит из состояния 1 в состояние 2 (рис. 153). Как изменяется его температура? Масса газа неизменна.

1) $T_2 = 1{,}5T_1$ 2) $T_2 = 6T_1$
3) $T_2 = 0{,}5T_1$ 4) $T_2 = 3T_1$

А41. На рис. 154 вверху изображен круговой процесс в идеальном газе в координатах p–T. Какой график в координатах p–V соответствует этому процессу?

1) *а* 2) *б* 3) *в* 4) *г*

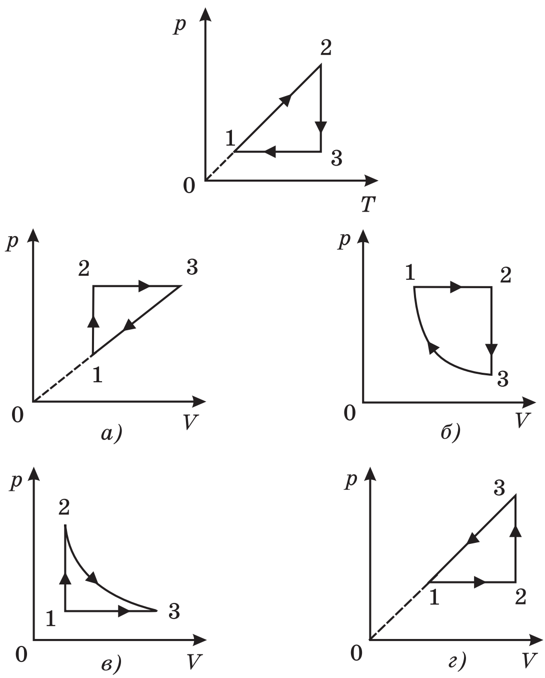


рис.154

А42. В баллоне объемом 1,66 м^3 находится молекулярный кислород под давлением 0,1 МПа и при температуре 47 ^{0}С. Молярная масса кислорода 0,032 кг/моль. Масса кислорода примерно равна

1) 1 кг 2) 6,8 г 3) 2 кг 4) 13,6 г

А43. 3 моль водорода находятся в сосуде при температуре T. Какова температура 3 моль кислорода в сосуде такого же объема и под таким же давлением? Молярная масса водорода 0,002 кг/моль, кислорода 0,032 кг/моль

1) 32 T 2) 16 T 3) 2 T 4) T

А44. Объем данной массы идеального газа увеличился в 2 раза, а его температура уменьшилась в 2 раза. При этом давление газа

1) увеличилось в 2 раза 2) уменьшилось в 4 раза
3) увеличилось в 4 раза 4) не изменилось

А45. На рис. 155 приведены графики зависимости объема идеального газа от его температуры. Какой из графиков соответствует изобарному процессу?

1) *а* 2) *б* 3) *в* 4) *г*

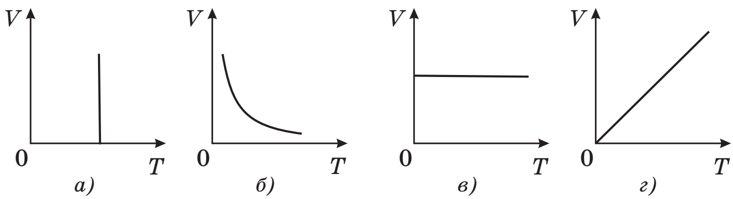


Рис. 155

А46. Какому процессу соответствует быстрое расширение газа, вытекающего из сопла ракеты?

1) изотермическому 2) изобарному
3) изохорному 4) адиабатному

А47. Объем данной массы идеального газа изотермически уменьшился в пять раз. При этом

1) давление уменьшилось в 5 раз
2) давление осталось неизменным
3) давление увеличилось в 5 раз
4) нельзя ответить однозначно — не хватает данных

А48. Давление газа $2 \cdot 10^5$ Па, концентрация молекул $1{,}5 \cdot 10^{25}$ м$^{-3}$. Средняя кинетическая энергия молекул газа равна

1) $3 \cdot 10^{-19}$ Дж 2) $2 \cdot 10^{-20}$ Дж
3) $5 \cdot 10^{-22}$ Дж 4) $4 \cdot 10^{-15}$ Дж

А49. При температуре 240 К и давлении $1,66 \cdot 10^5$ Па плотность газа равна 2 кг/м^3. Найти молярную массу этого газа.

1) $3,6 \cdot 10^{-3}$ кг/моль　　2) 230 кг/моль
3) $24 \cdot 10^{-3}$ кг/моль　　4) $0,24 \cdot 10^5$ кг/моль

А50. Во сколько раз и как изменится объем идеального газа, если его давление изотермически увеличить на 40% ?

1) уменьшится в 4 раза
2) увеличится в 2,5 раза
3) уменьшится в 1,4 раза
4) увеличится в 5 раз

А51. На рис. 156 изобарному процессу соответствует график

1) а　　2) б　　3) в　　4) г

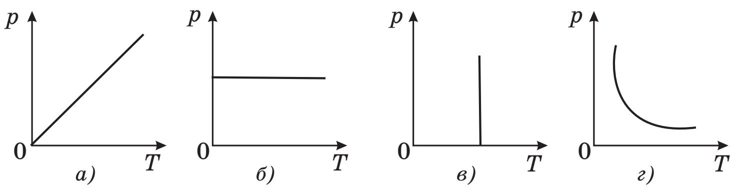


Рис. 156

А52. На рис. 157 изохорному процессу соответствует график

1) а　　2) б　　3) в　　4) г

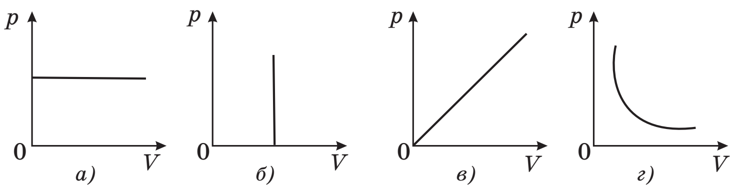


Рис. 157

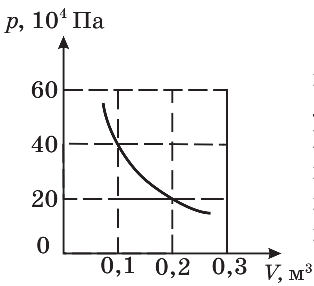


Рис.158

А53. На рис. 158 показана зависимость давления 200 г молекулярного кислорода от его объема. Молярная масса кислорода 0,032 кг/моль. Определить его абсолютную температуру с точностью до целого числа.

1) 530 К　　2) 255 К
3) 587 К　　4) 770 К

А54. Относительная влажность воздуха 60%. Какой станет относительная влажность, если объем воздуха изотермически увеличить в полтора раза?

1) 100% 2) 60% 3) 30% 4) 40%

А55. Относительная влажность воздуха 60%, давление насыщенного пара в нем при некоторой температуре равно 2,2 кПа. Чему равно парциальное давление пара при этой же температуре?

1) 0,9 кПа 2) 0,7 кПа 3) 1,8 кПа 4) 1,3 кПа

А56. Теплообмен путем конвекции может осуществляться

1) в газах, жидкостях и твердых телах
2) только в газах
3) в газах и жидкостях
4) только в жидкостях

А57. Температура кипения воды зависит от

1) мощности нагревателя
2) начальной температуры воды
3) атмосферного давления
4) объема воды

А58. Внутренняя энергия термодинамической системы уменьшилась на 40 кДж, и при этом система совершила работу против внешних сил 35 кДж. При этом система

1) получила 75 кДж теплоты
2) отдала 5 кДж теплоты
3) отдала 40 кДж теплоты
4) получила 15 кДж теплоты

А59. Внутренняя энергия идеального одноатомного газа уменьшилась на 20%. При этом температура газа

1) повысилась в 1,5 раза 2) понизилась в 1,25 раза
3) не изменилась 4) повысилась в 2,5 раза

А60. Газ изобарно перешел из первого состояния с давлением 10^5 Па и объемом 0,1 $м^3$ во второе состояние с объемом 0,2 $м^3$, а затем он из второго состояния изохорно перешел в третье состояние с давлением $3 \cdot 10^5$ Па. Найти всю совершенную работу при переходе газа из первого состояния в третье.

1) 10 кДж 2) 20 кДж 3) 30 кДж 4) 40 кДж

А61. Внутреннюю энергию тела можно уменьшить, если
1) его нагреть
2) поднять над землей
3) сообщить большую скорость
4) положить в холодильник

А62. Идеальный одноатомный газ находится в сосуде объемом 0,6 $м^3$ под давлением 2 кПа. Его внутренняя энергия равна
1) 1,2 кДж 2) 1,8 кДж 3) 0,3 кДж 4) 2,6 кДж

А63. КПД идеального теплового двигателя 60%, температура холодильника 27 ^{0}С. Чему равна температура нагревателя? Ответ округлить до целых.
1) 180 К 2) 500 К 3) 750 К 4) 1080 К

А64. Какое количество теплоты надо изобарно передать 1 молю одноатомного идеального газа, чтобы увеличить его температуру на ΔT?
1) $1{,}5R\Delta T$ 2) $3R\Delta T$ 3) $2{,}5R\Delta T$ 4) $5R\Delta T$

А65. Удельная теплоемкость воды 4200 Дж/(кг · К), ее масса 1 кг. В процессе нагревания температура воды поднялась до 80 ^{0}С при передаче воде 84 кДж теплоты. Найти начальную температуру воды.
1) 42 ^{0}С 2) 60 ^{0}С 3) 20 ^{0}С 4) 16 ^{0}С

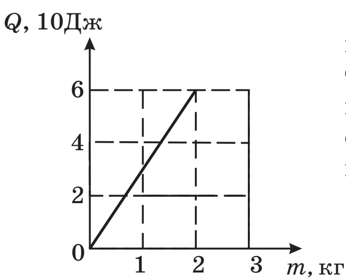


Рис. 159

А66. На рис. 159 показан график зависимости количества теплоты, необходимого для нагревания на 10 ^{0}С некоторого вещества, от его массы. Удельная теплоемкость этого вещества равна
1) 600 Дж/(кг · К)
2) 1200 Дж/(кг · К)
3) 3000 Дж/(кг · К)
4) 4200 Дж/(кг · К)

А67. На рис. 160 изображен график зависимости давления газа от его температуры. Газ получает от нагревателя количество теплоты 300 Дж. При этом
1) изменение его внутренней энергии равно нулю, а совершенная газом работа равна 300 Дж

2) изменение его внутренней энергии равно 300 Дж, а работы газ не совершает
3) внутренняя энергия газа уменьшается на 300 Дж, и газ совершает работу 300 Дж
4) внутренняя энергия газа увеличивается на 150 Дж и газ совершает работу 150 Дж

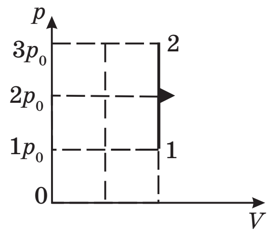


Рис. 160

А68. На рис. 161 изображен график изменения температуры жидкости массой 1 кг в зависимости от переданного ей количества теплоты. Удельная теплота парообразования этой жидкости равна

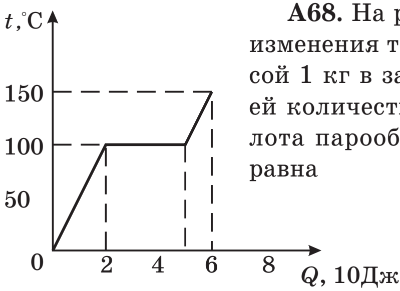


Рис. 161

1) $5 \cdot 10^6$ Дж/кг
2) $7 \cdot 10^6$ Дж/кг
3) $2 \cdot 10^6$ Дж/кг
4) $3 \cdot 10^6$ Дж/кг

А69. Газ сжали, совершив 300 Дж работы, и он выделил во внешнюю среду 500 Дж теплоты. При этом его внутренняя энергия

1) увеличилась на 800 Дж
2) уменьшалась на 200 Дж
3) уменьшилась на 100 Дж
4) увеличилась на 400 Дж

А70. Под давлением 100 кПа данная масса газа изобарно расширилась, увеличив объем с 3 л до 9 л. При этом внутренняя энергия газа

1) увеличилась на 1800 Дж
2) увеличилась на 900 Дж
3) уменьшилась на 600 Дж
4) уменьшилась на 300 Дж

А71. Тело массой 5 кг упало с высоты 4 м. При этом 40% его механической энергии пошло на нагревание. Количество теплоты, полученное телом при нагревании, равно

1) 200 Дж 2) 100 Дж 3) 60 Дж 4) 80 Дж

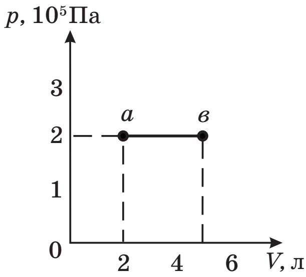


Рис. 162

А72. На рис. 162 изображен график изобарного расширения газа в координатах p–V, вследствие передачи ему извне 900 Дж теплоты. При этом внутренняя энергия газа

1) увеличилась на 300 Дж
2) увеличилась на 500 Дж
3) уменьшилась на 400 Дж
4) уменьшилась на 100 Дж

А73. При изотермическом сжатии идеального газа его внутренняя энергия

1) увеличивается
2) не изменяется
3) уменьшается
4) может увеличиваться или уменьшаться в зависимости от скорости сжатия

А74. Двигатель внутреннего сгорания автомобиля имеет наибольший КПД

1) летом 2) осенью 3) зимой 4) весной

А75. У вещества в жидком состоянии медленно понижается температура. Ниже приведена таблица температуры вещества в отдельные моменты времени:

время, мин	0	5	10	15	20	25	30	35
температура, ^{0}С	98	82	66	66	66	66	60	55

Через 15 мин после начала наблюдения вещество было

1) в жидком состоянии
2) в жидком и твердом состояниях
3) в твердом состоянии
4) в жидком и газообразном состояниях

А76. На рис. 143 изображен график зависимости температуры вещества от времени наблюдения при передаче веществу некоторого количества теплоты. В состоянии 1 вещество было твердым. Какому процессу соответствует отрезок 7–8 графика?

1) нагреванию 2) конденсации
3) кипению 4) плавлению

А77. Как изменяется энергия молекул вещества в процессе 4–5 графика на рис. 143?

1) кинетическая увеличивается, а потенциальная уменьшается
2) кинетическая не изменяется, а потенциальная увеличивается
3) не изменяются ни кинетическая, ни потенциальная энергии
4) кинетическая уменьшается, а потенциальная увеличивается

А78. На графике (рис. 163) показан термодинамический процесс в идеальном одноатомном газе. Газ получает из внешней среды 60 кДж теплоты. При этом работа внешних сил равна

1) 60 кДж 2) 80 кДж
3) 120 кДж 4) 160 кДж

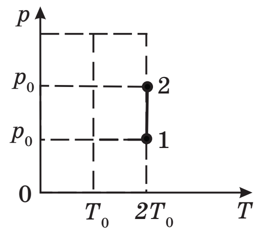


Рис. 163

А79. На рис. 164 изображен круговой процесс в термодинамической системе. Работа, совершенная в этом процессе, равна

1) 400 кДж
2) 600 кДж
3) 150 кДж
4) 1600 Дж

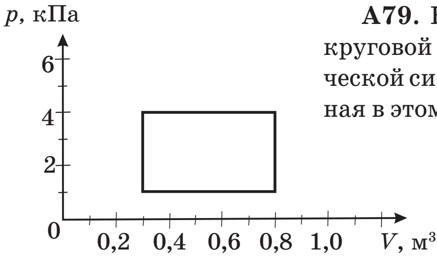


Рис. 164

Часть 2

В1. В колбе объемом 1,5 л содержится $3 \cdot 10^{22}$ атомов гелия. Какова средняя кинетическая энергия каждого атома? Давление газа в колбе 10^5 Па.

В2. Вычислить среднюю квадратичную скорость молекул газа, если его масса $m = 6$ кг, объем $V = 4,9$ м^3 и давление $p = 200$ кПа.

В3. На сколько процентов увеличивается средняя квадратичная скорость молекул воды в нашей крови при повышении температуры от 37 до 40 ^{0}C?

B4. Газ сжат изотермически от объема $V_1 = 8$ л до объема $V_2 = 6$ л. Давление при этом возросло на $\Delta p = 4$ кПа. Каким было начальное давление p_1?

B5. Определить температуру газа, находящегося в закрытом сосуде, если давление газа увеличивается на 0,4 % первоначального давления при нагревании на 1 К.

B6. Современные вакуумные насосы позволяют понижать давление до $1{,}3 \cdot 10^{-10}$ Па (10^{-12} мм рт. ст.). Сколько молекул газа содержится в 1 см^3 при указанном давлении и температуре 27 ^{0}C?

B7. Где больше молекул: в комнате объемом 50 м^3 при нормальном атмосферном давлении и температуре 20 ^{0}C или в стакане воды объемом 200 см^3?

B8. Чему равна средняя квадратичная скорость молекул газа, если его масса $m = 6$ кг, объем $V = 4{,}9$ м^3 и давление $p = 200$ кПа.

B9. Три сферы радиусами 4 см, 8 см и 10 см заполнены газом и соединены тонкими трубками, перекрытыми кранами (рис. 165). Давление газа в левой сфере 0,2 МПа, давление газа в средней сфере 0,4 МПа, давление газа в правой сфере 0,8 МПа. Каким станет давление газа, если оба крана открыть?

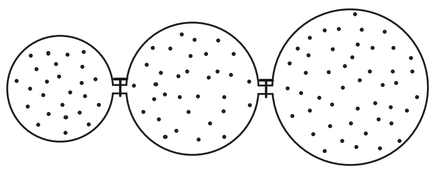


Рис. 165

B10. В баллоне находится газ при температуре 15 ^{0}C. Во сколько раз уменьшится давление газа, если 40 % его выйдет из баллона, а температура при этом понизится на 8 ^{0}C?

B11. В баллоне с газом имелась щель, через которую газ просачивался. При нагревании этого газа его температура повысилась в 3 раза, а давление увеличилось в 1,5 раза. Во сколько раз изменилась масса газа в баллоне?

B12. Ампула объемом 1 см^3 содержит воздух при нормальных условиях. Ампула оставлена в космосе, в ней пробито отверстие. Через сколько времени давление в ампуле станет равно нулю, если из нее каждую секунду вылетает 100 миллионов молекул?

B13. В аудитории объемом 90 м^3 температура воздуха повысилась с 20 ^{0}C до 28 ^{0}C. Атмосферное давление нормальное, молярная масса воздуха 0,029 кг/моль, Какая масса воздуха вышла из комнаты?

B14. При переходе определенной массы газа из одного состояния в другое его давление уменьшается, а температура увеличивается. Как при этом меняется его объем?

B15. В 3 л воды при 40 ^{0}C бросили 50 г льда при –4 ^{0}C. Какая установилась температура после того, как весь лед растаял? Удельная теплоемкость воды $4{,}2 \cdot 10^3$ Дж/(кг · К), удельная теплоемкость льда $2{,}1 \cdot 10^3$ Дж/)кг · К), удельная теплота плавления льда $3{,}3 \cdot 10^5$ Дж/кг.

B16. В герметически закрытом сосуде находятся 5 моль идеального одноатомного газа при 27 ^{0}C. Какое количество теплоты надо передать этому газу, чтобы его давление увеличилось в 3 раза?

B17. Какое количество теплоты нужно передать 2 моль идеального одноатомного газа, чтобы изобарно увеличить его объем в 3 раза, если начальная температура 300 К?

B18. На рис. 166 изображен график зависимости температуры куба со стороной 10 см от выделенного им количества теплоты. Плотность вещества 7000 кг/м^3. Определить удельную теплоемкость вещества. Ответ округлить до целого числа.

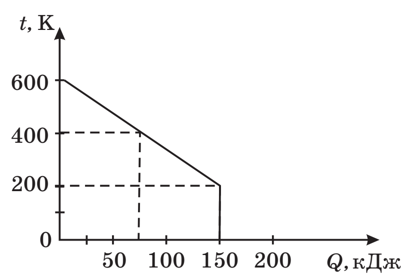


Рис. 166

B19. С какой скоростью v должна вылететь из ружья свинцовая дробинка при выстреле, сделанном вертикально вниз с высоты $h = 50$ м, чтобы при ударе о камень она полностью расплавилась? Начальная температура дробинки $T_1 = 400$ К, температура плавления свинца $T_2 = 600$ К. Удельная теплоемкость свинца $c = 0{,}13$ кДж/(кг · К), удельная теплота плавления свинца $\lambda = 25$ кДж/кг.

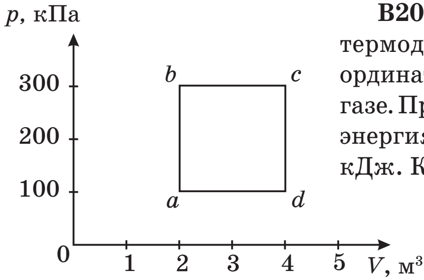


Рис. 167

В20. На рис. 167 изображен термодинамический цикл в координатах p—V, происходящий в газе. При этом цикле внутренняя энергия газа увеличилась на 500 кДж. Какое количество теплоты было передано газу?

В21. Температуру холодильника идеального теплового двигателя уменьшили, а температуру нагревателя оставили прежней. При этом количество теплоты, полученное газом от нагревателя, тоже не изменилось. Как изменялись работа газа за цикл, количество теплоты, отданное холодильнику и КПД двигателя?

Для каждой величины определите, как она изменилась: а) уменьшилась; б) увеличилась; в) не изменилась.

Запишите выбранные для каждой величины буквы в таблицу.

Работа	Количество теплоты, отданное холодильнику	КПД

Часть 3

С1. В горизонтально расположенной трубке, запаянной с одного конца, находится столбик ртути длиной l, запирающий столбик воздуха. Трубку поворачивают вертикально открытым концом вверх и нагревают воздух в ней на ΔT. При этом объем воздуха в трубке не изменяется. Давление наружного воздуха в комнате p_0. Найти температуру воздуха в комнате.

С2. В цилиндре под поршнем находится газ. Масса поршня m, площадь его основания S. С какой силой надо давить на поршень, чтобы объем воздуха под ним уменьшился вдвое и при этом воздух будет нагрет на ΔT? Трением пренебречь.

С3. Воздушный шар имеет объем 200 м^3. Температура воздуха снаружи 17 ^{0}С, температура воздуха внутри шара 127 ^{0}С.

Давление атмосферы нормальное, в шаре имеется отверстие. Шар движется вверх равномерно. Сопротивлением пренебречь. Найти массу нерастяжимой оболочки шара.

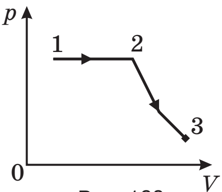


Рис. 168

C4. Идеальный одноатомный газ расширяется (рис. 168) сначала изобарно (участок 1–2), а потом адиабатно (участок 2–3). При адиабатном расширении газ совершил работу 27 кДж. Температура газа в состоянии 1 равна температуре в состоянии 3. Найти работу расширения газа в процессе 1–2–3.

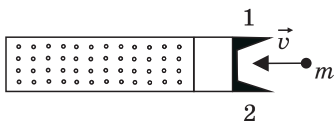


Рис. 169

C5. Идеальный одноатомный газ, находящийся в теплоизолированном сосуде объемом V под давлением p, заперт поршнем массой M (рис. 169). Справа поршень удерживают упоры 1 и 2, не давая газу расширяться. В поршень попадает пуля массой m, летящая горизонтально со скоростью v, и застревает в нем. Считая, что всю механическую энергию поршень передаст газу, определить, во сколько раз повысится температура газа. Процесс в газе изобарный.

C6. В вертикальном цилиндре под двумя одинаковыми горизонтальными и тонкими поршнями находится сжатый идеальный газ. Расстояния от дна цилиндра до нижнего поршня и от нижнего поршня до верхнего одинаковы и равны h. Давление воздуха под верхним поршнем вдвое больше атмосферного. Вся система находится в равновесии. На верхний поршень надавливают так, что он опускается на место нижнего, сжимая газ. Каким станет расстояние x от нижнего поршня до дна сосуда? Атмосферное давление постоянно.

C7. Агрегат мощностью 50 кВт охлаждается проточной водой, текущей со скоростью 4 м/с по охватывающей агрегат трубке радиусом 5 мм. Начальная температура воды 10 ^{0}C. До какой температуры нагревается вода, если половина тепловой мощности агрегата идет на ее нагревание? Удельная теплоемкость воды 4200 Дж/(кг · К).

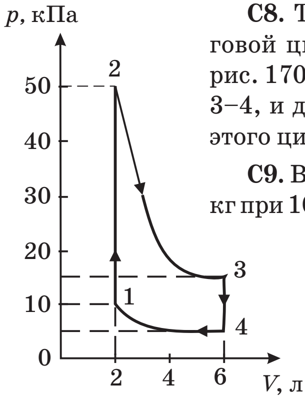


Рис. 170

С8. Тепловой двигатель совершает круговой цикл, соответствующий графику на рис. 170. Цикл состоит из двух изохор 1–2 и 3–4, и двух адиабат 2–3 и 4–1. Найти КПД этого цикла.

С9. В калориметр налита вода массой 0,4 кг при 10 ^{0}С. В воду положили 0,6 кг льда при –40 ^{0}С. Определить температуру после установления теплового равновесия. Удельная теплоемкость воды 4200 Дж/(кг · К), удельная теплоемкость льда 2100 Дж/(кг · К), удельная теплота плавления льда 3,3 · 10^5 Дж/кг.

С10. В калориметр налита вода массой 0,25 кг при температуре 25 ^{0}С. В эту воду впустили стоградусный пар массой 10 г. Теплоемкость калориметра 1000 Дж/К, удельная теплоемкость воды 4200 Дж/(кг · К), удельная теплота парообразования 2,3 · 10^6 Дж/К. Найти температуру при тепловом равновесии этих тел.

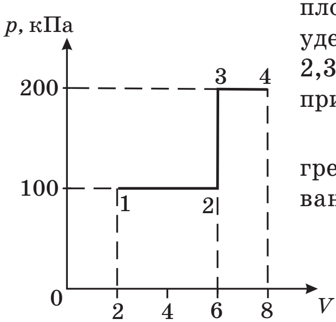


Рис. 171

С11. 10 молей идеального газа нагрели на 100 К. В процессе нагревания давление газа росло прямо пропорционально его объему. Какое количество теплоты было сообщено газу?

С12. В идеальном газе происходит процесс, изображенный на рис. 171. Какое количество теплоты подведено к газу на протяжении всего процесса, начиная от состояния 1 и кончая состоянием 4?

С13. Идеальный одноатомный газ данной массы сначала изобарно переводят из состояния 1 в состояние 2, а затем его переводят снова из состояния 1 в состояние 3 (рис. 172). Конечный объем газа в обоих процессах V_2. Отношение количества тепло-

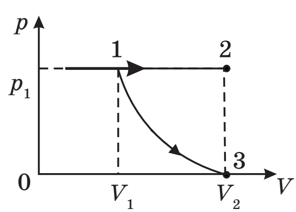


Рис. 172

ты, полученной газом при изобарном процессе, к модулю работы при адиабатном процессе равно 4. Во сколько раз работа при изобарном процессе больше работы при адиабатном процессе?

С14. Два теплоизолированных сосуда соединены узкой трубкой с закрытым краном. В первом сосуде содержится ν_1 молей идеального газа со средней квадратичной скоростью молекул v_1, а во втором содержится ν_2 молекул этого газа со средней квадратичной скоростью молекул v_2. Все молекулы одинаковы. Какова будет их средняя квадратичная скорость молекул v, если кран открыть?

С15. В горизонтально расположенном цилиндрическом сосуде находится идеальный газ массой m_1, закрытый поршнем массой m_2. Вследствие изобарного расширения газа при его нагревании поршень приобретает скорость v, двигаясь из состояния покоя. Внутренняя энергия газа U прямо пропорциональна его абсолютной температуре T: $U = kT$, где k — коэффициент пропорциональности. Молярная масса газа M. Какое количество теплоты Q передано газу при этом? Теплоемкостями сосуда и поршня можно пренебречь.

С16. В цилиндрическом сосуде под поршнем находится 2 л водяного пара при 100 ^{0}C и нормальном атмосферном давлении. Поршень опускают, и объем пара изобарно уменьшается вдвое. Какое количество теплоты Q отдает этот пар, если при этом его температура не изменяется? Удельная теплота парообразования $r = 2{,}3 \cdot 10^6$ Дж/кг, молярная масса водяного пара $M = 0{,}018$ кг/моль.

С17. Посередине теплоизолированного и закрытого горизонтального цилиндрического сосуда длиной l с площадью основания S располагается поршень, толщиной которого можно пренебречь. Справа от поршня в сосуде находится газ под давлением p_1 и при температуре T_1, а слева вакуум. Поршень соединен с левым основанием цилиндра сжатой упругой пружиной жесткостью k. Длина пружины в недеформированном состоянии равна длине цилиндра. Поршень удерживается в неподвижном состоянии внешним воздействием. Какая установится температура газа T_2, если поршень отпустить? Известно, что внутренняя энергия этого газа пропорциональна его температуре: $U = CT$, где C — известный коэффициент пропорциональности. Трением и теплоемкостями цилиндра с поршнем можно пренебречь.

С18. Тонкостенный резиновый шар массой $m_1 = 40$ г наполнен кислородом и погружен в пруд на глубину $h = 20$ м. Найти массу кислорода в шаре m_2, если он находится в равновесии. Давление атмосферы нормальное, температура на глубине $t = 3\ ^0$С. Растяжением и объемом оболочки шара пренебречь. Молярная масса кислорода $M = 0{,}032$ кг/моль, плотность воды $\rho = 1000$ кг/м^3.

ОТВЕТЫ НА ЗАДАНИЯ ПРОБНОГО ЭКЗАМЕНА по разделу II. МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА и ТЕРМОДИНАМИКА

Часть 1

А1. Идея о том, что все вещества состоят из атомов, разделенных промежутками, принадлежит Демокриту.

Правильный ответ 4).

А2. Капля оливкового масла, растекаясь по воде, образует мономолекулярную пленку, т.е. пленку, толщина которой примерно равна диаметру молекулы. Будем считать что эта пленка имеет форму круга. А из математики мы знаем, что объем V тоненького цилиндрика, в основаниях которого лежит этот круг, а высота равна толщине пленки, равен произведению его высоты d и площади круга S:

$$V = dS, \quad \text{откуда} \quad S = \frac{V}{d}$$

$$S = \frac{0{,}02}{1{,}7 \cdot 10^{-7}} \approx 1{,}2 \cdot 10^5 \text{см}^2 \approx 12 \text{ м}^2.$$

Правильный ответ 4).

А3. Моль — это количество вещества, в котором содержится столько же молекул, сколько в 12 г углерода.

Правильный ответ 4.

А4. Число Авогадро показывает, сколько молекул любого вещества содержится одном моле.

Правильный ответ 2).

А5. Число молекул углерода N_1 можно найти, умножив число молей углерода ν_1 на число молекул в каждом моле, т.е. на число Авогадро N_A:

$$N_1 = \nu_1 N_{\text{A}}. \tag{1}$$

Число молей углерода ν_1 найдем, разделив массу углерода m_1, т.е. массу всех его молей, на массу каждого моля M_1, т.е. на молярную массу углерода:

$$\nu_1 = \frac{m_1}{M_1}. \tag{2}$$

Подставив правую часть равенства (2) вместо ν_1 в правую часть формулы (1), мы найдем искомое число молекул углерода в общем виде:

$$N_1 = \frac{m_1}{M_1} N_A. \tag{3}$$

Аналогично определим число молекул кислорода N_2:

$$N_2 = \frac{m_2}{M_2} N_A. \tag{4}$$

Нам осталось разделить (3) на (4), и задача в общем виде будет решена:

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{m_1 N_A M_2}{M_1 m_2 N_A} = \frac{m_1 M_2}{m_2 M_1}.$$

Произведем вычисления:

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{12 \cdot 0{,}032}{16 \cdot 0{,}012} = 2.$$

Таким образом, число молекул углерода вдвое больше числа молекул кислорода.

Правильный ответ 1).

А6. По мере сжатия газа увеличиваются и силы отталкивания молекул друг от друга, и силы притяжения их друг к другу. Это вызвано тем, что в атомах веществ есть положительно и отрицательно заряженные частицы, которые по-разному взаимодействуют друг с другом.

Правильный ответ 2).

А7. Для решения воспользуемся уравнением Менделеева—Клапейрона, где затем массу газа выразим через плотность и объем:

$$pV = \frac{m}{M} RT, \quad \text{где масса газа} \quad m = \rho V,$$

поэтому

$$pV = \frac{\rho V}{M} RT, \qquad p = \frac{\rho}{M} RT,$$

откуда

$$M = \frac{\rho RT}{p}$$

Выразим размерность температуры в единицах СИ: 10 ^{0}C = = 283 К.

Произведем вычисления:

$$M = \frac{2,5 \cdot 8,31 \cdot 283}{10^5} \text{ кг/моль} = 59 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль} = 59 \text{ г/моль}.$$

Правильный ответ 2).

А8. Массу одной молекулы азота можно найти, разделив массу всех молекул азота в одном моле, т.е. его молярную массу M, на число молекул в одном моле, т.е. на число Авогадро N_A:

$$m_0 = \frac{M}{N_A}$$

Произведем вычисления:

$$m_0 = \frac{0,028}{6,02 \cdot 10^{23}} \text{ кг} = 4,65 \cdot 10^{-26} \text{ кг}.$$

Правильный ответ 3).

А9. Согласно формуле концентрации $n = \dfrac{N}{V}$ при одинаковом числе молекул N их концентрация n обратно пропорциональна объему V. Графиком обратно пропорциональной зависимости между двумя величинами является гипербола.

Правильный ответ 4).

А10. Газы не сохраняют ни объема, ни формы. Поэтому, сколько бы газов ни впустили в сосуд, каждый газ займет объем, равный объему сосуда, независимо от наличия в нем других газов.

Правильный ответ 3).

А11. Число атомов N в объеме V можно найти, умножив концентрацию атомов n, т.е. число атомов в единице объема, на объем V:

$$N = nV. \qquad (1)$$

Концентрацию атомов n найдем, разделив плотность меди ρ, т.е. массу единицы объема меди, на массу каждого атома меди m_0:

$$n = \frac{\rho}{m_0}. \tag{2}$$

Массу каждого атома меди определим, разделив массу атомов в одном моле, т.е. ее атомную массу M, на число атомов в одном моле, т.е. на число Авогадро N_A:

$$m_0 = \frac{M}{N_A}. \tag{3}$$

Подставим (3) в (2). Так мы «уйдем» от неизвестной массы атома меди:

$$n = \frac{\rho N_A}{M}. \tag{4}$$

Теперь подставим правую часть равенства (4) вместо концентрации n в формулу (1). Так мы решим задачу в общем виде:

$$N = \frac{\rho N_A}{M} V.$$

Произведем вычисления:

$$N = \frac{900 \cdot 6,02 \cdot 10^{23}}{0,0635} \approx 8,5 \cdot 10^{27}.$$

Правильный ответ 2).

А12. Алмаз состоит из атомов углерода, поэтому его молярная масса $M = 0,012$ кг/моль. Объем алмаза V найдем, разделив его массу m на массу каждой единицы объема, т.е. на плотность ρ:

$$V = \frac{m}{\rho}. \tag{1}$$

Массу алмаза можно найти, умножив число молей в этой массе ν на массу каждого моля, т.е. на молярную массу алмаза M:

$$m = \nu M. \tag{2}$$

Число молей ν определим, разделив все число молекул N на число молекул в каждом моле, т.е. на число Авогадро N_A:

$$\nu = \frac{N}{N_A}. \tag{3}$$

Нам осталось подставить правую часть равенства (3) вместо ν в (2), а то, что получится после подстановки, подставить вместо массы m в формулу (1). Проделаем эти действия:

$$m = \frac{N}{N_A}M \qquad \text{и} \qquad V = \frac{NM}{N_A\rho}$$

Произведем вычисления:

$$V = \frac{10^{22} \cdot 0,012}{6,02 \cdot 10^{23} \cdot 3500} \text{ м}^3 = 5,7 \cdot 10^{-8} \text{ м}^3.$$

Правильный ответ 1).

А13. Когда спрашивают, как изменится величина, то имеют в виду: на сколько или во сколько раз она изменится. Если спрашивают, на сколько изменится величина, то надо из ее конечного значения вычесть начальное, а если спрашивают, во сколько раз она изменится, то надо конечное значение разделить на начальное. Но в данной задаче мы не сможем найти, на сколько изменится давление газа, слишком мало данных. Значит, найдем, во сколько раз оно изменится, т.е. отношение конечного давления к начальному.

Все названные в условии величины входят в основное уравнение кинетической теории идеального газа, поэтому с него мы и начнем. Запишем это уравнение для первого и второго состояний газа:

$$p = \frac{1}{3}m_0 n\bar{v}_1^2 \qquad \text{и} \qquad p = \frac{1}{3}m_0 n\bar{v}^2.$$

Теперь разделим левые и правые части этих уравнений друг на друга. От этого равенство не нарушится, а неизвестная нам масса молекулы сократится, и мы сможем найти искомое отношение давлений. Будем делить второе уравнение на первое, нам ведь надо найти отношение p_2/p_1:

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{\frac{1}{3}m_0 n_2 \bar{v}_2^2}{\frac{1}{3}m_0 n_1 \bar{v}_1^2} = \frac{n_2}{n_1} \cdot \left(\frac{\bar{v}_2}{\bar{v}_1}\right)^2 \quad \text{или} \quad \frac{p_2}{p_1} = \frac{\frac{n_2}{n_1}}{\left(\frac{\bar{v}_1}{\bar{v}_2}\right)^2} = \frac{3}{(3)^2} = \frac{1}{3}.$$

Мы получили, что конечное давление втрое меньше начального, значит, оно уменьшится в 3 раза.

Правильный ответ 1)

А14. Применим основное уравнение кинетической теории идеального газа, поскольку все величины, стоящие в правой части этого уравнения, нам известны:

$$p = \frac{1}{3} m_0 n \overline{v}^2.$$

Произведем вычисления:

$$p = \frac{1}{3} 5 \cdot 10^{-26} \cdot 3 \cdot 10^{25} \cdot 10^6 \text{ Па} = 5 \cdot 10^5 \text{ Па}.$$

Правильный ответ 2).

А15. Массу молекулы газа m_0 найдем из формулы средней средней квадратичной скорости молекул:

$$\overline{v} = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}}, \quad \text{откуда} \quad \overline{v}^2 = \frac{3kT}{m_0}$$

и

$$m_0 = \frac{3kT}{\overline{v}^2}.$$

Выразим температуру в единицах СИ, т.е. в кельвинах: 100 ^{0}С = 373 К.

Произведем вычисления:

$$m_0 = \frac{3 \cdot 1{,}38 \cdot 10^{-23} \cdot 373}{540^2} \text{ кг} = 5{,}3 \cdot 10^{-26} \text{ кг}.$$

Правильный ответ 3).

А16. Если в условии задачи сказано, что газ находится при нормальных условиях, это означает, что у него нормальное атмосферное давление, равное $1{,}013 \cdot 10^5$ Па в СИ, и что его температура равна 273 К.

Для решения задачи применим уравнение Менделеева—Клапейрона, поскольку большинство величин, о которых сказано в условии задачи, входит в это уравнение:

$$pV = \frac{m}{M} RT.$$

Отношение массы газа m к молярной массе M, т.е. массе каждого моля, равно числу молей ν, которое нам известно:

$$\nu = \frac{m}{M},$$

поэтому $pV = \nu RT$, откуда $V = \dfrac{\nu RT}{p}$.

Произведем вычисления:

$$V = \frac{1 \cdot 8{,}31 \cdot 273}{10^5}\ \text{м}^3 = 0{,}0224\ \text{м}^3 = 22{,}4\ \text{л}.$$

Правильный ответ 4).

А17. Эту задачу легко решить, применив уравнение Клапейрона (объединенный газовый закон):

$$\frac{pV}{T} = \frac{p_0V_0}{T_0},$$

откуда

$$V_0 = \frac{pVT_0}{p_0T}.$$

Выразим температуру в единицах СИ: 455 ^{0}С = 728 К.

Произведем вычисления:

$$V_0 = \frac{1{,}35 \cdot 10^6 \cdot 0{,}03 \cdot 273}{1{,}013 \cdot 10^5 \cdot 728}\ \text{м}^3 \approx 0{,}15\ \text{м}^3.$$

Правильный ответ 4).

А18. Рассмотрим каждый участок процесса, изображенного на рис. 148 вверху.

Участок 1–2 (рис. 173 *а*). На этом участке объем газа увеличивался прямо пропорционально его абсолютной температуре, значит, это изобарное нагревание и расширение.

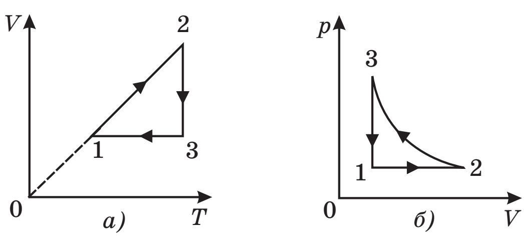


Рис. 173

Участок 2–3. Здесь температура газа не менялась, а его объем уменьшался. Значит, это изотермическое сжатие, при котором давление газа увеличивается.

Участок 3–1. На этом участке постоянным оставался объем газа, а температура уменьшалась, следовательно, происходило изохорное охлаждение газа, при котором уменьшается его давление.

Построим график этого же кругового процесса в координатных осях p–V. Проведем оси координат, обозначим их, поставим точку 1 и подумаем, как надо построить изобару 1–2, чтобы имело место расширение газа. Очевидно, она «пойдет» параллельно оси объемов направо. Ограничим ее точкой 2.

Участок 2–3 соответствует изотермическому сжатию газа с увеличением давления. В координатах p–V изотерма изображается гиперболой, которая «пойдет» справа налево и вверх. Ограничим ее точкой 3, которая должна располагаться строго над точкой 1, ведь последний участок нашего графика представляет собой изохору, которая «пойдет» параллельно оси давлений сверху вниз. Проведем эту изохору от точки 3 до точки 1, замкнув график.

Правильный ответ 3).

А19. Среднюю кинетическую энергию молекул можно определить по формуле

$$E_k = \frac{3}{2}kT = \frac{3}{2}1{,}38 \cdot 10^{-23}\,(27 + 273)\text{ Дж} = 6{,}2 \cdot 10^{-21}\text{ Дж}.$$

Правильный ответ 2).

А20. Поскольку сосуд закрыт, процесс нагревания является изохорным и подчиняется закону Шарля

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{T_1}{T_2},$$

где $$T_2 = T_1 + \Delta T = T_1 + 0{,}3T_1 = 1{,}3\,T_1.$$

С учетом этого $$\frac{p_1}{p_2} = \frac{T_1}{1{,}3T_1} = \frac{1}{1{,}3},$$

откуда $$p_2 = 1{,}3\,p_1 = 1{,}3 \cdot 200\text{ кПа} = 260\text{ кПа}.$$

Правильный ответ 2).

А21. Количество молекул равно произведению количества молей и числа молекул в одном моле — числа Авогадро:

$$N = \nu N_{\text{А}} = 50 \cdot 6{,}02 \cdot 10^{23} = 3 \cdot 10^{25}.$$

Правильный ответ 1).

А22. В одном моле любого газа содержится одинаковое число молекул.

Правильный ответ 3).

А23. Концентрацию молекул можно выразить из формулы давления идеального газа $p = knT$, откуда

$$n = \frac{p}{kT} = \frac{1{,}013 \cdot 10^5}{1{,}38 \cdot 10^{-23} \cdot 273} \text{ м}^{-3} = 2{,}7 \cdot 10^{25} \text{ м}^{-3}.$$

Правильный ответ 3).

24. При изохорном процессе объем газа постоянный, а давление изменяется прямо пропорционально абсолютной температуре. Прямо пропорциональная зависимость на графике $p = p(T)$ изображается прямой, проходящей через начало координат (рис. 174).

Правильный ответ 3).

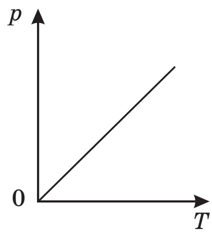


Рис. 174

А25. До повышения температуры средняя квадратичная скорость молекул была $\bar{v}_1 = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$, а после повышения температуры стала равна

$$\bar{v}_2 = \sqrt{\frac{3R \cdot 4T}{M}} = 2\sqrt{\frac{3RT}{M}} = 2\bar{v}_1 ,$$

т.е. увеличилась в 2 раза.

Правильный ответ 3).

А26. Давление данной массы идеального газа связано со средней кинетической энергией его молекул формулой $p = \frac{2}{3} nE_k$. Если средняя кинетическая энергия уменьшится в три раза при неизменной концентрации молекул, то согласно этой формуле давление газа тоже уменьшится в 3 раза.

Правильный ответ 2).

А27. Согласно основному уравнению кинетической теории идеального газа его давление $p = \frac{1}{3} m_0 n \bar{v}^2$, откуда

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{3p}{m_0 n}} = \sqrt{\frac{3 \cdot 10^5}{3 \cdot 10^{-26} \cdot 10^{25}}} \text{ м/с} = 1000 \text{ м/с} = 1 \text{ км/с}.$$

Правильный ответ 4).

А28. Давление идеального газа $p = knT$. Согласно этой формуле, если при неизменной концентрации молекул n температуру газа T увеличить в 4 раза, то и давление газа увеличится в 4 раза.

Правильный ответ 1).

А29. Средняя кинетическая энергия молекул идеального газа связана с его абсолютной температурой формулой $\bar{E}_k = \frac{3}{2}kT$. Согласно этой формуле при понижении температуры газа в 1,5 раза средняя кинетическая энергия его молекул тоже уменьшится в 1,5 раза.

Правильный ответ 2).

А30. Согласно основному уравнению кинетической теории идеального газа его давление $p = \frac{1}{3}m_0 n\bar{v}^2$. Отсюда следует, что если средняя квадратичная скорость молекул увеличится вдвое, то квадрат этой скорости увеличится в 4 раза, поэтому при неизменной концентрации молекул давление газа тоже увеличится в 4 раза.

Правильный ответ 4).

А31. После того как выпустили половину всех молекул газа, т.е. 0,5 моля первого газа и 0,5 моля второго газа, количество вещества в сосуде уменьшилось на 1 моль и при этом уменьшились парциальные давления как первого, так и второго газов, поэтому общее давление в сосуде уменьшилось. А затем туда впустили 1 моль только первого газа, поэтому его парциальное давление увеличилось по сравнению с первоначальным. Тогда как парциальное давление второго газа осталось меньше первоначального. И при этом общее давление в сосуде стало равно первоначальному.

Правильный ответ 1).

А32. Из рис. 150 следует, что максимальная плотность газа $\rho_1 = 4$ кг/м^3, а минимальная $\rho_1 = 1,5$ кг/м^3. Из уравнения Менделеева — Клапейрона

$$\rho_1 = \frac{m}{V} = \frac{p_1 M}{RT} \quad \text{и} \quad \rho_2 = \frac{m}{V} = \frac{p_2 M}{RT}.$$

Отсюда $\frac{p_1}{p_2} = \frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{4}{1,5} = 2,7, \quad p_1 = 2,7p_2.$

Правильный ответ 3).

А33. При одинаковой температуре большему объему соответствует меньшее давление. Следовательно, изобара, проходящая через точку 2, соответствует большему давлению (рис. 151). Значит, давление увеличилось.

Правильный ответ 2).

А34. Соединим точки 1 и 2 с началом координат 0 (рис. 175). Эти штриховые линии представляют собой две изохоры 0–1 и 0–2. Теперь опустим перпендикуляр из точки 1 на ось температур $0T$. При одинаковой температуре точка 3, лежащая на изохоре 0–2, соответствует состоянию газа с меньшим давлением, чем точка 1, лежащая на изохоре 0–1. А согласно закону Бойля — Мариотта при одинаковой температуре меньшему давлению соответствует больший объем. Значит, точка 3, лежащая на изохоре 0–2, соответствует состоянию с большим объемом, чем точка 1, лежащая на изохоре 0–1. Следовательно, переход от точки 1 к точке 2 соответствует процессу расширения газа, т.е. увеличению его объема.

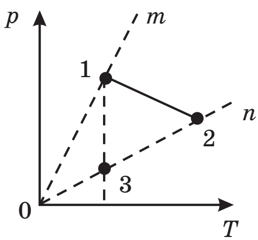


Рис. 175

Правильный ответ 2).

А35. Данный закон можно записать так:

$$p_1V_1^{\,2} = p_2V_2^{\,2}$$

или

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{V_1^2}{V_2^2}.$$

Теперь обратимся к объединенному газовому закону, ведь здесь менялись все три параметра: и объем, и давление, и температура, а масса газа оставалась неизменной:

$$\frac{p_1V_1}{T_1} = \frac{p_2V_2}{T_2},$$

откуда

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{p_2}{p_1}\cdot\frac{V_2}{V_1} = \frac{V_1^2}{V_2^2}\cdot\frac{V_2}{V_1} = \frac{V_1}{V_2}.$$

А поскольку, согласно условию задачи, $V_2 = 2V_1$, то

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{V_1}{2V_1} = \frac{1}{2} \qquad \text{или} \qquad T_2 = \frac{T_1}{2},$$

т.е. температура уменьшится в 2 раза.

Правильный ответ 2).

А36. При равновесии поршня давление газа p равно сумме давления атмосферы $p_{атм}$ с давлением поршня. Согласно формуле давления давление поршня равно отношению веса поршня $P = mg$ к площади основания поршня S. Поэтому

$$p = p_{атм} + \frac{mg}{S}.$$

Подставим числа и вычислим:

$$p = 1{,}013 \cdot 10^5 + \frac{2 \cdot 10}{5 \cdot 10^{-4}} \text{ (Па)} = 1{,}4 \cdot 10^5 \text{ Па} = 140 \text{ кПа}.$$

Правильный ответ 4).

А37. После увеличения объема на $20\% = 0{,}2$ он станет равен

$$5 \text{ л} + 0{,}2 \cdot 5 \text{ л} = 6 \text{ л}.$$

При неизменной температуре по закону Бойля — Мариотта

$$p_1V_1 = p_2V_2,$$

откуда $$p_2 = \frac{p_1V_1}{V_2} = \frac{0{,}6 \cdot 5}{6} \text{ МПа} = 0{,}5 \text{ МПа}.$$

Правильный ответ 3).

А38. Предположим, что изменяются все три параметра состояния газа. Применим объединенный газовый закон:

$$\frac{p_1V_1}{T_1} = \frac{p_2V_2}{T_2},$$

откуда $$\frac{p_2}{p_1} = \frac{T_2}{T_1} \cdot \frac{V_1}{V_2} = \frac{3T_1}{T_1} \cdot \frac{V_1}{3V_1} = 1, \text{т.е. } p_1 = p_2.$$

Давление не изменилось.

Правильный ответ 4).

А39. Из уравнения Менделеева — Клапейрона

$$pV = \frac{m}{M}RT$$

найдем плотность:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{pM}{RT}.$$

Правильный ответ 2).

А40. Так как в этом процессе изменяются все три параметра состояния газа, воспользуемся объединенным газовым законом:

$$\frac{p_1V_1}{T_1} = \frac{p_2V_2}{T_2}, \quad \text{откуда} \quad \frac{T_2}{T_1} = \frac{p_2V_2}{p_1V_1} = \frac{3p_0 \cdot 4V_0}{p_0 \cdot 2V_0} = 6.$$

Правильный ответ 2).

А41. Рассмотрим каждый участок процесса, изображенного на рис. 154 вверху.

Участок 1–2 (рис. 176, *а*). На этом участке давление газа увеличивалось прямо пропорционально его абсолютной температуре, значит, это изохорное нагревание.

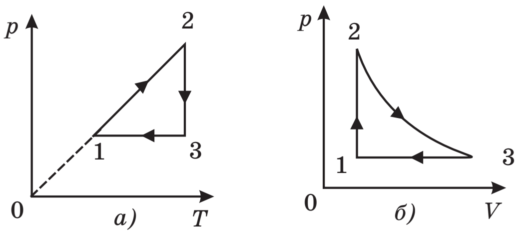


Рис. 176

Участок 2–3. Здесь температура газа не менялась, а его давление уменьшалось. Значит, это изотермическое расширение.

Участок 3–1. На этом участке постоянным оставалось давление, а температура уменьшалась, следовательно, происходило изобарное охлаждение газа и его сжатие.

Построим график этого же кругового процесса в координатных осях p–V. Проведем оси координат, обозначим их, поставим точку 1 и подумаем, как надо построить изохору 1–2, чтобы имело место увеличение давления газа. Очевидно, она «пойдет» параллельно оси давления вверх. Ограничим ее точкой 2.

Участок 2–3 соответствует изотермическому расширению газа с уменьшением давления. В координатах p–V изотерма изображается гиперболой, которая «пойдет» вправо и вниз (рис. 176, *б*). Ограничим ее точкой 3. Последний участок нашего графика представляет собой изобару, которая «пойдет» параллельно оси объема влево. Проведем ее от точки 3 до точки 1, замкнув график.

Правильный ответ 3).

А42. Массу кислорода найдем из уравнения Менделеева — Клапейрона:

$$pV = \frac{m}{M}RT,$$

откуда $$m = \frac{pVM}{RT} = \frac{10^5 \cdot 1{,}66 \cdot 0{,}032}{8{,}31 \cdot 320}\ \text{кг} \approx 2\ \text{кг}.$$

Правильный ответ 3).

А43. Определим температуру кислорода из уравнения Менделеева — Клапейрона:

$$pV = \nu RT_1,$$

откуда $$T_1 = \frac{pV}{\nu R} = T,$$

поскольку количество молей, давление и объем кислорода и водорода одинаковы.

Правильный ответ 4).

А44. Поскольку здесь изменяются все три параметра состояния идеального газа: давление, объем и температура, обратимся к объединенному газовому закону:

$$\frac{p_1V_1}{T_1} = \frac{p_2V_2}{T_2}, \quad \text{где} \quad V_2 = 2V_1 \quad \text{и} \quad T_1 = 2T_2.$$

С учетом этого

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{V_1T_2}{V_2T_1} = \frac{V_1T_2}{2V_1 \cdot 2T_2} = \frac{1}{4}.$$

Значит, давление уменьшилось в 4 раза.

Правильный ответ 2).

А45. При изобарном процессе объем идеального газа, согласно закону Гей-Люссака, прямо пропорционален его абсолютной температуре:

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2}.$$

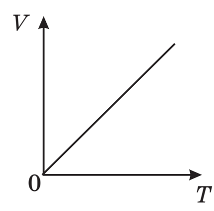


Рис. 177

График прямо пропорциональной зависимости представляет собой прямую, проходящую через начало координат под углом к осям координат (рис. 177).

Правильный ответ 4).

А46. Газ истекает из сопла ракеты так быстро, что в процессе расширения он не успевает обмениваться теплом с внешней средой. Поэтому процесс его истечения является адиабатным.

Правильный ответ 4).

А47. Согласно закону Бойля — Мариотта при изотермическом процессе давление данной массы идеального газа обратно пропорционально его объему: $\frac{p_1}{p_2} = \frac{V_2}{V_1}$. Следовательно, при изотермическом уменьшении объема газа в 5 раз, его давление в 5 раз увеличится.

Правильный ответ 3).

А48. Среднюю кинетическую энергию молекул газа можно найти из формулы

$$p = \frac{2}{3} n E_k,$$

откуда

$$E_k = \frac{3p}{2n} = \frac{3 \cdot 2 \cdot 10^5}{2 \cdot 1,5 \cdot 10^{25}} \text{ Дж} = 2 \cdot 10^{-20} \text{ Дж}.$$

Правильный ответ 2).

А49. Из уравнения Менделеева — Клапейрона

$$pV = \frac{m}{M} RT$$

найдем

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{pM}{RT},$$

откуда

$$M = \frac{\rho RT}{p} = \frac{2 \cdot 8,31 \cdot 240}{1,66 \cdot 10^5} \text{ Па} = 0,024 \text{ кг/моль}.$$

Правильный ответ 3).

А50. Согласно закону Бойля — Мариотта при изотермическом процессе объем данной массы идеального газа обратно пропорционален его давлению:

$\frac{V_1}{V_2} = \frac{p_2}{p_1}$. Согласно условию, $p_2 = p_1 + 0,4p_1 = 1,4p_1$.

С учетом этого равенства $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1,4p_1}{p_1} = 1,4$,

откуда
$$V_2 = \frac{V_1}{1,4}.$$

Значит, объем газа уменьшится в 1,4 раза.

Правильный ответ 3).

А51. При изобарном процессе давление постоянно, поэтому в координатах p–V изобара идет параллельно оси объемов (рис. 178).

Правильный ответ 2).

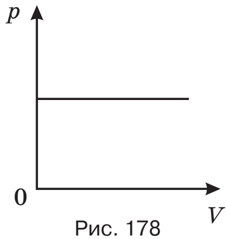


Рис. 178

А52. При изохорном процессе объем постоянный, поэтому в координатах p–V изохора идет параллельно оси давлений (рис. 179).

Правильный ответ 2).

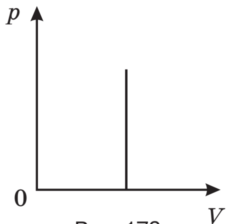


Рис. 179

А53. Определим температуру газа из уравнения Менделеева — Клапейрона:
$$pV = \frac{m}{M}RT, \text{ откуда } T = \frac{pVM}{mR}.$$

Из рис. 158 следует, что при объеме $V = 0{,}1$ м^3 давление $p = 40 \cdot 10^4$ Па.

С учетом этих данных $T = \dfrac{40 \cdot 10^4 \cdot 0{,}1 \cdot 0{,}032}{0{,}2 \cdot 8{,}31}$ К $= 770$ К.

Правильный ответ 4).

А54. Относительная влажность воздуха определяется формулой
$$\varphi = \frac{p}{p_{\text{нас}}} 100\%.$$

Поскольку она меньше 100%, значит, водяной пар в воздухе ненасыщенный и к нему можно применить закон Бойля — Мариотта, ведь процесс увеличения объема изотермический. Согласно этому закону при увеличении объема в 1,5 раза давление p во столько же раз уменьшится. А поскольку давление насыщенного пара $p_{\text{нас}}$ не изменится, значит, и относительная влажность тоже уменьшится в 1,5 раза, т.е. станет равна
$$60\% : 1{,}5 = 40\%.$$

Правильный ответ 4).

А55. Из формулы влажности $\varphi = \dfrac{p}{p_{нас}}$ следует, что парциальное давление p равно произведению относительной влажности φ, выраженной в частях, и давления насыщенных паров $p_{нас}$:

$$p = 0{,}6\, p_{нас} = 0{,}6 \cdot 2{,}2 \text{ кПа} = 1{,}3 \text{ кПа}.$$

Правильный ответ 4).

А56. Теплообмен путем конвекции, когда более легкие теплые слои поднимаются вверх, а более тяжелые холодные слои опускаются вниз, может осуществляться в газах и жидкостях.

Правильный ответ 3).

А57. Температура кипения воды зависит от атмосферного давления. С повышением атмосферного давления она увеличивается, а при повышении давления — уменьшается.

Правильный ответ 3).

А58. Согласно первому закону термодинамики количество теплоты Q, полученное термодинамической системой, равно сумме изменения внутренней энергии системы ΔU и работы против внешних сил A:

$$Q = \Delta U + A.$$

Поскольку внутренняя энергия системы уменьшилась, то ее изменение ΔU отрицательно, тогда как работа A против внешних сил положительна. Поэтому

$$Q = -40 \text{ кДж} + 35 \text{ кДж} = -5 \text{ кДж},$$

т.е. система отдала 5 кДж теплоты.

Правильный ответ 2).

А59. Новая внутренняя энергия газа

$$U_2 = U_1 - 0{,}2U_1 = 0{,}8U_1.$$

Согласно формуле внутренней энергии в первом состоянии

$$U_1 = \frac{3}{2}\nu R T_1 .$$

Аналогично во втором состоянии $U_2 = \dfrac{3}{2}\nu R T_2$.

Разделим второе уравнение на первое:

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{3\nu RT_1 \cdot 2}{2 \cdot 3\nu RT_2} = \frac{T_1}{T_2},\ \frac{T_1}{T_2} = \frac{U_1}{0,8U_1} = 1,25,$$

значит,
$$T_2 = \frac{T_1}{1,25},$$

т.е. температура понизилась в 1,25 раза.

Правильный ответ 2).

А60. Работа при изобарном переходе газа из состояния 1 в состояние 2 равна произведению давления газа на изменение его объема:

$$A = p(V_2 - V_1) = 10^5(0,2 - 0,1)\ \text{Дж} = 10^4\ \text{Дж} = 10\ \text{кДж}.$$

Работа при изохорном процессе равна нулю, поэтому вся работа перехода газа из первого состояния в третье равна 10 кДж.

Правильный ответ 1).

А61. Внутреннюю энергию тела можно уменьшить, понизив его температуру согласно формуле внутренней энергии

$$U = \frac{3}{2}\nu RT.$$

Для этого его можно положить в холодильник.

Правильный ответ 4).

А62. Внутренняя энергия идеального одноатомного газа

$$U = \frac{3}{2}\nu RT.$$

Согласно уравнению Менделеева — Клапейрона $pV = \nu RT$, поэтому формулу внутренней энергии можно записать так:

$$U = \frac{3}{2}pV = 1,5 \cdot 2 \cdot 10^3 \cdot 0,6\ \text{Дж} = 1,8 \cdot 10^3\ \text{Дж} = 1,8\ \text{кДж}.$$

Правильный ответ 2).

А63. Найдем температуру нагревателя T_1 из формулы КПД идеального теплового двигателя:

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = \frac{T_1}{T_1} - \frac{T_2}{T_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1}.$$

Отсюда
$$T_1 = \frac{T_2}{1-\eta}.$$

Вычислим T_1. При этом учтем, что $60\% = 0{,}6$ и
$$27\ ^0\text{C} = (27 + 273)\ \text{К} = 300\ \text{К}.$$

Тогда получим:
$$T_1 = \frac{300}{1-0{,}6}\ \text{К} = 750\ \text{К}.$$

Правильный ответ 3).

А64. Согласно первому закону термодинамики при изобарной передаче теплоты
$$Q = \Delta U + A.$$

Изменение внутренней энергии
$$\Delta U = \frac{3}{2}\nu R\Delta T.$$

Работа изобарного расширения $A = p\Delta V$.
Согласно уравнению Менделеева — Клапейрона
$$p\Delta V = \nu R\Delta T.$$

С учетом этих равенств
$$Q = \frac{3}{2}\nu R\Delta T + \nu R\Delta T = 2{,}5\ \nu R\Delta T.$$

Поскольку, согласно условию, $\nu = 1$ моль, $Q = 2{,}5\ R\Delta T$.
Правильный ответ 3).

А65. Количество теплоты, полученное водой при нагревании
$$Q = cm(t_2 - t_1).$$

Отсюда
$$t_2 - t_1 = \frac{Q}{cm} \quad \text{и} \quad t_1 = t_2 - \frac{Q}{cm} = 80\ ^0\text{C} - \frac{84000}{4200 \cdot 1}\ ^0\text{C} = 60\ ^0\text{C}.$$

Правильный ответ 2).

А66. Из формулы количества теплоты при нагревании $Q = cm\Delta t$ следует, что произведение удельной теплоемкости и изменения температуры $c\Delta t$ равно отношению количества теплоты к массе вещества, а это отношение численно равно тангенсу угла наклона графика к оси масс (рис. 159):

$$c\Delta t = \frac{Q}{m} = \mathrm{tg}\alpha.$$

Из графика на рис. 159 следует, что

$$\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{6\cdot 10^4}{2}\ \text{Дж/кг} = 3\cdot 10^4\ \text{Дж/кг}.$$

Следовательно,

$$c = \frac{\mathrm{tg}\,\alpha}{\Delta t} = \frac{3\cdot 10^4}{10}\ \text{Дж/(кг}\cdot\text{К)} = 3000\ \text{Дж/(кг}\cdot\text{К)}.$$

Правильный ответ 3).

А67. Из графика на рис. 160 следует, что в газе происходит изотермический процесс, при котором температура постоянна, и значит, изменение температуры $\Delta T = 0$, поэтому и изменение внутренней энергии $\Delta U = 0$, согласно формуле

$$\Delta U = \frac{3}{2}\nu R\Delta T.$$

Значит, по первому закону термодинамики $Q = A$, т.е. все тепло, переданное газу, идет на совершение им работы против внешних сил. Значит, изменение внутренней энергии равно нулю, а совершенная работа равна 300 Дж.

Правильный ответ 1).

А68. Удельная теплота парообразования численно равна количеству теплоты, переданному единице массы жидкости в процессе кипения, когда температура жидкости остается постоянной. Из графика на рис. 161 следует, что температура жидкости не менялась в процессе, соответствующем горизонтальному участку графика, поэтому это количество теплоты равно

$$5\cdot 10^6\ \text{Дж} - 2\cdot 10^6\ \text{Дж} = 3\cdot 10^6\ \text{Дж}.$$

Поскольку столько тепла получил 1 кг жидкости, значит, удельная теплота парообразования $r = 3\cdot 10^6$ Дж/кг.

Правильный ответ 4).

А69. Если газ отдает тепло, то в первом законе термодинамики $Q = \Delta U + A$ отданное количество теплоты $Q < 0$, а при сжатии газа работа тоже отрицательна, поэтому первый закон термодинамики применительно к нашему условию будет выглядеть так:

$$-500\ \text{Дж} = \Delta U - 300\ \text{Дж, откуда } \Delta U = -200\ \text{Дж}.$$

Правильный ответ 2).

А70. Изменение внутренней энергии

$$\Delta U = \frac{3}{2}\nu R\Delta T.$$

Из уравнения Менделеева—Клапейрона следует, что

$$R\Delta T = p\Delta V,$$

поэтому формулу изменения внутренней энергии можно записать так:

$$\Delta U = \frac{3}{2}p\Delta V.$$

Согласно условию изменение объема газа ΔV = 9 л − 3 л = = 6 л = $6 \cdot 10^{-3}$ м^3, а давление p = 100 кПа = 10^5 Па.

С учетом этих данных изменение внутренней энергии равно:

$$\Delta U = \frac{3}{2}10^5 \cdot 6 \cdot 10^{-3} \text{ Дж} = 900 \text{ Дж}.$$

Значит, внутренняя энергия увеличилась на 900 Дж.

Правильный ответ 2).

А71. На высоте 4 м тело обладало потенциальной энергией

$$E_p = mgh.$$

Согласно условию 40% = 0,4 этой энергии превратилось в теплоту, которая пошла на нагревание тела, поэтому количество полученной им теплоты

$$Q = 0{,}4\, mgh = 0{,}4 \cdot 5 \cdot 10 \cdot 4 \text{ Дж} = 80 \text{ Дж}.$$

Правильный ответ 4).

А72. Из первого закона термодинамики $Q = \Delta U + A$ следует, что изменение внутренней энергии $\Delta U = Q - A$. Работа при изобарном процессе на графике в координатах p–V равна площади прямоугольника *abcd* (рис. 162), а площадь прямоугольника равна произведению его сторон. Следовательно,

$$A = 2 \cdot 10^5 \cdot (5 - 2) \cdot 10^{-3} \text{ Дж} = 600 \text{ Дж}.$$

Напомним, что 1 л = 10^{-3} м^3.

Значит, ΔU = 900 − 600 (Дж) = 300 Дж, т.е. внутренняя энергия газа увеличилась на 300 Дж.

Правильный ответ 1).

А73. При изотермическом процессе температура газа не меняется, значит, согласно формуле $\Delta U = \frac{3}{2}\nu R\Delta T$ и внутренняя энергия данной массы газа остается постоянной.

Правильный ответ 2).

А74. Согласно формуле КПД идеального теплового двигателя $\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$ при одинаковой температуре нагревателя T_1, чем ниже температура холодильника T_2, т.е. температура окружающей среды, тем больше числитель в формуле КПД и тем больше сам КПД двигателя. Наиболее низкая температура среды зимой, значит, и КПД максимален зимой.

Правильный ответ 3).

А75. В течение первых 10 мин наблюдения температура вещества понижалась, т.е. оно охлаждалось, оставаясь в жидком состоянии. Затем в течение 15 мин его температура не изменялась, значит, вещество переходило из жидкого состояния в твердое. А затем в течение еще 10 мин твердое вещество охлаждалось, температура понижалась. Значит, через 15 мин от начала наблюдения вещество находилось и в жидком, и в твердом состояниях.

Правильный ответ 2).

А76. Участок 7–8 на рис. 143 соответствует процессу конденсации пара.

Правильный ответ 2).

А77. В процессе, соответствующем участку 4–5 графика на рис. 143, кинетическая энергия молекул не изменялась, а потенциальная увеличивалась.

Правильный ответ 2).

А78. На рис. 163 изображен график изотермического процесса, т.е. процесса, при котором температура газа постоянна, поэтому ее изменение $\Delta T = 0$. Следовательно, и изменение внутренней энергии газа

$$\Delta U = \frac{3}{2}\nu R\Delta T = 0,$$

поэтому, согласно первому закону термодинамики

$$Q = \Delta U + A = A.$$

Значит, работа газа равна полученному количеству теплоты: $A = 60$ кДж.

Правильный ответ 1).

А79. Работа в координатах p–V численно равна площади прямоугольника, ограниченного графиком. Из рис. 164 следует, что работа

$$A = (400 \cdot 10^3 - 100 \cdot 10^3)(0{,}8 - 0{,}3)\ \text{Дж} = 150 \cdot 10^3\ \text{Дж} = 150\ \text{кДж}.$$

Правильный ответ 3).

Часть 2

В1. В колбе объемом 1,5 л содержится $3 \cdot 10^{22}$ атомов гелия. Какова средняя кинетическая энергия атомов? Давление газа в колбе 10^5 Па.

Обозначим V объем колбы, равный объему газа в ней, N — число молекул гелия в колбе, p — давление газа, n — концентрацию молекул, $\overline{E}$ — среднюю кинетическую энергию атомов гелия.

Дано:	*Решение*
$V = 1{,}5$ л $N = 3 \cdot 10^{22}$ $p = 10^5$ Па ——— $\overline{E}$ — ?	Среднюю кинетическую энергию атомов гелия найдем из формулы, связывающей ее с концентрацией атомов в колбе n и давлением газа p: $p = \dfrac{2}{3} n\overline{E}, \quad$ откуда $\quad \overline{E} = \dfrac{3p}{2n}.$

Концентрация атомов гелия n равна отношению числа атомов N в объеме V к этому объему:

$$n = \frac{N}{V}.$$

Нам осталось подставить правую часть этого выражения вместо n в предыдущую формулу, и задача в общем виде будет решена:

$$\overline{E} = \frac{3pV}{2N}.$$

Переведем в единицы СИ размерность объема:

1,2 л = 0,0012 м^3.

Произведем вычисления:

$$\overline{E} = \frac{3 \cdot 10^5 \cdot 0{,}0012}{2 \cdot 3 \cdot 10^{22}} = 6 \cdot 10^{-21}\ \text{Дж}.$$

Ответ: $\vec{E} = 6 \cdot 10^{-21}$ Дж.

В2. Вычислить среднюю квадратичную скорость молекул газа, если его масса m = 6 кг, объем V= 4,9 м^3 и давление p = 200 кПа.

Обозначим $\overline{v}^2$ среднюю квадратичную скорость молекул, m_0 — массу каждой молекулы газа, n — концентрацию молекул, N —все число молекул в этом объеме. Остальные величины обозначены в условии задачи.

Дано:
m = 6 кг
V = 4,9 м^3
p = 200 кПа

$\overline{v}^2$ — ?

Решение

Среднюю квадратичную скорость молекул газа найдем из основного уравнения кинетической теории, в которое входит и эта величина:

$$p = \frac{1}{3} m_0 n \overline{v}^2, \qquad \text{откуда} \qquad \overline{v}^2 = \frac{3p}{m_0 n}.$$

Концентрация молекул газа n равна отношению их числа N в объеме V к этому объему:

$$n = \frac{N}{V}.$$

Подставим последнее выражение в предыдущую формулу и посмотрим, что получится:

$$\overline{v}^2 = \frac{3pV}{m_0 N}.$$

Произведение массы каждой молекулы m_0 на их число N в объеме V равно массе m всех молекул в этом объеме, которая нам известна. Значит, заменив произведение m_0N в знаменателе последней формулы на массу всего газа m, мы решим задачу в общем виде:

$$m_0 N = m, \quad \text{поэтому} \quad \overline{v}^2 = \frac{3pV}{m}$$

Выразим единицу давления в СИ:

$$200 \text{ кПа} = 2 \cdot 10^2 \text{ кПа} = 2 \cdot 10^2 \cdot 10^3 \text{ Па} = 2 \cdot 10^5 \text{ Па}.$$

Произведем вычисления:

$$\overline{v}^2 = \frac{3 \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot 4,9}{6} = 4,9 \cdot 10^5 \text{ м}^2/\text{с}^2.$$

Ответ: $\overline{v}^2 = 4,9 \cdot 10^5$ м^2/с^2.

В3. На сколько процентов увеличивается средняя квадратичная скорость молекул воды в нашей крови при повышении температуры от 37 до 40 ^{0}С?

Обозначим t_1 начальную температуру, t_2 — конечную температуру, $\overline{v_1}$ — среднюю квадратичную скорость молекул при 37 ^{0}С, $\overline{v_2}$ — среднюю квадратичную скорость молекул при 40 ^{0}С, $\Delta\overline{v}$ — изменение средней квадратичной скорости молекул, k — постоянную Больцмана, m_0 — массу молекулы воды.

Дано:
$t_1 = 37\ ^{\circ}\text{C}$
$t_2 = 40\ ^{\circ}\text{C}$
$k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К

$\dfrac{\Delta\overline{v}}{\overline{v_1}}100\%$ — ?

Решение

Нам надо найти относительное изменение скорости молекул воды, выраженное в процентах. Абсолютное изменение скорости молекул $\Delta\overline{v}$ равно разности между средней квадратичной скоростью молекул $\overline{v_2}$ при температуре 40 ^{0}С и средней квадратичной скоростью молекул $\overline{v_1}$ при 37 ^{0}С:

$$\Delta\overline{v} = \overline{v_2} - \overline{v_1}.$$

По формуле средней квадратичной скорости

$$\overline{v_1} = \sqrt{\frac{3kT_1}{m_0}}\ (1) \qquad \text{и} \qquad \overline{v_2} = \sqrt{\frac{3kT_2}{m_0}},$$

поэтому

$$\Delta\overline{v} = \sqrt{\frac{3kT_2}{m_0}} - \sqrt{\frac{3kT_1}{m_0}} = \sqrt{\frac{3k}{m_0}}\left(\sqrt{T_2} - \sqrt{T_1}\right) \qquad (2)$$

Нам осталось разделить (2) на (1) и, выполнив сокращения, выразить полученное отношение в процентах:

$$\frac{\Delta\overline{v}}{\overline{v_1}}100\% = \frac{\sqrt{\frac{3k}{m_0}}\left(\sqrt{T_2} - \sqrt{T_1}\right)}{\sqrt{\frac{3kT_1}{m_0}}}100\% = \frac{\sqrt{\frac{3k}{m_0}}\left(\sqrt{T_2} - \sqrt{T_1}\right)}{\sqrt{\frac{3k}{m_0}}\sqrt{T_1}}100\% =$$

$$= \frac{\sqrt{T_2} - \sqrt{T_1}}{\sqrt{T_1}}100\% = \left(\frac{\sqrt{T_2}}{\sqrt{T_1}} - \frac{\sqrt{T_1}}{\sqrt{T_1}}\right)100\% = \left(\sqrt{\frac{T_2}{T_1}} - 1\right)100\%.$$

Мы решили задачу в общем виде. Подставим числа и произведем вычисления:

$$\frac{\Delta\overline{v}}{\overline{v}_1}100\% = \left(\sqrt{\frac{313}{310}} - 1\right)100\% = 0{,}48\%.$$

Ответ: $\frac{\Delta\overline{v}}{\overline{v}_1}100\% = 0{,}48\ \%$.

В4. Газ сжат изотермически от объема $V_1 = 8$ л до объема $V_2 = 6$ л. Давление при этом возросло на $\Delta p = 4$ кПа. Каким было начальное давление p_1?

Обозначим T температуру газа, p_2 — его конечное давление. Остальные величины в этой задаче уже имеют буквенные обозначения.

Дано:
$T = \text{const}$
$V_1 = 8$ л
$V_2 = 6$ л
$\Delta p = 4$ кПа

p_1 — ?

Решение

Поскольку данная масса газа находилась при неизменной температуре, т.е. происходящий в газе процесс был изотермическим, применим для решения этой задачи закон Бойля — Мариотта:

$$p_1V_1 = p_2V_2. \tag{1}$$

Конечное давление p_2 нам не дано, но его можно представить как сумму начального давления p_1 и изменения давления Δp:

$$p_2 = p_1 + \Delta p. \tag{2}$$

Подставим (2) в (1) и, выполнив несложные алгебраические преобразования, найдем начальное давление p_1:

$$p_1V_1 = (p_1 + \Delta p)V_2, \quad p_1V_1 = p_1V_2 + \Delta pV_2, \quad p_1V_1 - p_1V_2 = \Delta pV_2,$$

$$p_1(V_1 - V_2) = \Delta pV_2, \quad \text{откуда} \quad p_1 = \frac{\Delta pV_2}{V_1 - V_2}.$$

Здесь не обязательно переводить все размерности в СИ, ведь литры сократятся и останется ответ в килопаскалях. Произведем вычисления:

$$p_1 = \frac{4\cdot 6}{8-6}\ \text{кПа} = 12\ \text{кПа}.$$

Ответ: $p_1 = 12$ кПа.

В5. Определить температуру газа, находящегося в закрытом сосуде, если давление газа увеличивается на $0{,}4\ \%$ первоначального давления при нагревании на 1 К.

Обозначим p_1 начальное давление газа, p_2 — его конечное давление, Δp — изменение давления, T_1 — начальную температуру, T_2 — конечную температуру, ΔT — изменение температуры, V — объем газа.

Дано:

$\frac{\Delta p}{p_1}100\% = 0{,}4\%$

$\Delta T = 1$ К

$V = \text{const}$

T_1 — ?

Решение

Поскольку газ находится в закрытом сосуде, процесс его нагревания изохорный, и к нему применим закон Шарля:

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{T_2}{T_1}. \qquad (1)$$

Конечное давление p_2 равно сумме начального давления p_1 и изменения давления Δp:

$$p_2 = p_1 + \Delta p, \qquad (2)$$

и, кроме того, конечная температура T_2 тоже равна сумме начальной температуры T_1 и ее изменения ΔT:

$$T_2 = T_1 + \Delta T. \qquad (3)$$

Подставим (2) и (3) в (1):

$$\frac{p_1 + \Delta p}{p_1} = \frac{T_1 + \Delta T}{T_1}, \qquad \frac{p_1}{p_1} + \frac{\Delta p}{p_1} = \frac{T_1}{T_1} + \frac{\Delta T}{T_1},$$

$$1 + \frac{\Delta p}{p_1} = 1 + \frac{\Delta T}{T_1}, \qquad \frac{\Delta p}{p_1} = \frac{\Delta T}{T_1}.$$

Но согласно условию задачи $\frac{\Delta p}{p_1}100\% = 0{,}4\%$ или, что то же самое,

$$\frac{\Delta p}{p_1} = 0{,}004,$$

поэтому $\frac{\Delta T}{T_1} = 0{,}004$, откуда $T_1 = \frac{\Delta T}{0{,}004}$.

Подставим числовое значение $\Delta T = 1$ К:

$$T_1 = \frac{1}{0{,}004}\text{ К} = 250\text{ К}.$$

Ответ: $T_1 = 250$ К.

В6. Современные вакуумные насосы позволяют понижать давление до $1{,}3 \cdot 10^{-10}$ Па (10^{-12} мм рт. ст.). Сколько молекул газа содержится в 1 см^3 при указанном давлении и температуре 27 ^{0}С?

Обозначим p давление, V — объем, t — температуру в сосуде, N — число молекул в сосуде, k — постоянную Больцмана, n — концентрацию молекул газа.

Дано:
$p = 1{,}3 \cdot 10^{-10}$ Па
$V = 1$ см^3
$t = 27$ ^{0}C
$k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К

N — ?

Решение

Число молекул N в 1 см^3 можно найти, умножив их концентрацию n на объем V:

$$N = nV.$$

Концентрацию молекул определим из формулы, связывающей давление газа p с концентрацией молекул и абсолютной температурой T:

$$p = knT,$$

откуда

$$n = \frac{p}{kT}.$$

Подставив правую часть этого выражения вместо n в предыдущую формулу, мы решим задачу в общем виде:

$$N = \frac{pV}{kT}.$$

Выразим в единицах СИ объем и температуру:

$$1 \text{ см}^3 = 10^{-6} \text{ м}^3, \qquad 27\,^0\text{C} = 27 + 273 = 300 \text{ К}.$$

Произведем вычисления:

$$N = \frac{1{,}3 \cdot 10^{-10} \cdot 10^{-6}}{1{,}38 \cdot 10^{-23} \cdot 300} = 3{,}14 \cdot 10^4.$$

Ответ: $N = 3{,}14 \cdot 10^4$.

В7. Где больше молекул: в комнате объемом 50 м^3 при давлении 10^5 Па и температуре 20 ^{0}С или в стакане воды объемом 200 см^3?

Обозначим: V_1 объем комнаты, p — давление воздуха, t — температуру воздуха в комнате по шкале Цельсия, T — абсолютную температуру воздуха, т.е. его температуру по шкале Кельвина, V_2 — объем воды в стакане, N_1 — число молекул воздуха в комнате, N_2 — число молекул воды в стакане, k — постоянную Больцмана, m — массу воды в стакане, m_0 — массу молекулы воды, ρ — плотность воды, M — молярную массу воды, $N_А$ — число Авогадро.

Дано:
$V_1 = 50$ м^3
$p = 10^5$ Па
$t = 20$ °С
$V_2 = 200$ см^3
$k = 1{,}38 \cdot 10^{23}$ Дж/К
$\rho = 10^3$ кг/м^3
$M = 0{,}018$ кг/моль
$N_А = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$

N_1 — ?
N_2 — ?

Решение

Число молекул N_1 воздуха в комнате найдем из формулы

$$\frac{pV_1}{N_1} = kT, \text{ откуда } N_1 = \frac{pV_1}{kT}. \quad (1)$$

Здесь

$$T = t + 273 = 20 + 273 = 293 \text{ К}.$$

Поскольку все величины в формуле (1) известны, вычислим N_1:

$$N_1 = \frac{10^5 \cdot 50}{1{,}38 \cdot 10^{-23} \cdot 293} = 1{,}2 \cdot 10^{27}.$$

Число молекул воды N_2 можно найти, разделив массу воды в стакане m на массу одной молекулы m_0:

$$N_2 = \frac{m}{m_0}. \quad (2)$$

Массу всей воды в стакане найдем, умножив ее плотность ρ, т.е. массу каждой единицы объема воды, на объем воды V_2:

$$m = \rho V_2. \quad (3)$$

Выразим объем воды в единицах СИ:

$$200 \text{ см}^3 = 200 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3 = 0{,}02 \text{ м}^3.$$

Массу одной молекулы воды m_0 найдем, разделив молярную массу воды M, т.е. массу всех молекул в одном моле воды, на их число в нем, т.е. на число Авогадро $N_А$:

$$m_0 = \frac{M}{N_A}. \quad (4)$$

Подставив (3) и (4) в (2), мы найдем число молекул в стакане воды:

$$N_2 = \frac{\rho V_2 N_A}{M}.$$

Вычислим это число молекул:

$$N_2 = \frac{10^3 \cdot 2 \cdot 10^{-4} \cdot 6{,}02 \cdot 10^{23}}{0{,}018} = 6{,}7 \cdot 10^{24}.$$

Сравнив численные величины N_1 и N_2, мы увидим, что число молекул воздуха в комнате больше, чем число молекул воды в стакане.

Ответ: $N_1 = 1{,}2 \cdot 10^{27}$, $N_2 = 6{,}7 \cdot 10^{24}$.

В8. Чему равна средняя квадратичная скорость молекул газа, если его масса $m = 6$ кг, объем $V = 4{,}9$ м^3 и давление $p = 200$ кПа?

Обозначим $\overline{v}^2$ средний квадрат скорости молекул, m_0 — массу каждой молекулы газа, n — концентрацию молекул, N —все число молекул в этом объеме. Остальные величины обозначены в условии задачи.

Дано:
$m = 6$ кг
$V = 4{,}9$ м^3
$p = 200$ кПа

$\overline{v}$ — ?

Решение

Средний квадрат скорости молекул газа найдем из основного уравнения кинетической теории, в которое входит и эта величина:

$$p = \frac{1}{3} m_0 n \overline{v}^2, \quad \text{откуда} \quad \overline{v}^2 = \frac{3p}{m_0 n}.$$

Концентрация молекул газа n равна отношению их числа N в объеме V к этому объему:

$$n = \frac{N}{V}.$$

Подставим последнее выражение в предыдущую формулу и посмотрим, что получится:

$$\overline{v}^2 = \frac{3pV}{m_0 N}.$$

Произведение массы каждой молекулы m_0 на их число N в объеме V равно массе m всех молекул в этом объеме, которая нам известна. Значит, заменив произведение $m_0 N$ в знаменателе последней формулы на массу всего газа m, мы решим задачу в общем виде:

$$m_0 N = m, \quad \text{поэтому} \quad \overline{v}^2 = \frac{3pV}{m}, \text{ откуда}$$

$$\overline{v} = \sqrt{\frac{3pV}{m}}.$$

Выразим единицу давления в СИ:

$$200\ \text{кПа} = 2 \cdot 10^5\ \text{Па}.$$

Произведем вычисления:

$$\overline{v} = \sqrt{\frac{3 \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot 4,9}{6}}\ \text{м/с} = 700\ \text{м/с}.$$

Ответ: $\overline{v} = 700$ м/с.

В9. Три сферы радиусами 4 см, 8 см и 10 см заполнены газом и соединены тонкими трубками, перекрытыми кранами (рис. 165). Давление газа в левой сфере 0,2 МПа, давление газа в средней сфере 0,4 МПа, давление газа в правой сфере 0,8 МПа. Каким станет давление газа, если оба крана открыть?

Обозначим R_1 радиус левой сферы, R_2 — радиус средней сферы, R_3 — радиус правой сферы, p_{01} — давление в левой сфере до открытия кранов, p_{02} — давление в средней сфере до открытия кранов, p_{03} — давление в правой сфере до открытия кранов, p — давление газа после открытия кранов, V_1 — объем левой сферы, V_2 — объем средней сферы, V_3 — объем правой сферы, p_1 — парциальное давление газа из левой сферы после открытия кранов, p_2 — парциальное давление газа из средней сферы после открытия кранов, p_3 — парциальное давление газа из правой сферы после открытия кранов.

Дано:
$R_1 = 4$ см
$R_2 = 8$ см
$R_3 = 10$ см
$p_{01} = 0,2$ МПа
$p_{02} = 0,4$ МПа
$p_{03} = 0,8$ МПа

p — ?

Решение

Когда краны откроют, газы перемешаются и каждый газ займет объем, равный $V_1 + V_2 + V_3$. Согласно закону Дальтона давление смеси газов p равно сумме парциальных давлений p_1, p_2 и p_3 каждого газа в этой смеси:

$$p = p_1 + p_2 + p_3.$$

Поскольку температура и масса каждого газа не менялись, для нахождения их парциальных давлений применим закон Бойля — Мариотта:

$$p_{01}V_1 = p_1(V_1 + V_2 + V_3),$$

откуда

$$p_1 = \frac{p_{01}V_1}{V_1+V_2+V_3}. \qquad (1)$$

Объемы шаров выразим через их радиусы, которые нам даны:

$$V_1 = \frac{4}{3}\pi R_1^3, \qquad V_2 = \frac{4}{3}\pi R_2^3 \quad \text{и} \quad V_3 = \frac{4}{3}\pi R_3^3.$$

Подставим правые части этих равенств вместо объемов в формулу (1):

$$p_1 = \frac{4\pi p_{01} R_1^3}{3\left(\frac{4}{3}\pi R_1^3 + \frac{4}{3}\pi R_2^3 + \frac{4}{3}\pi R_3^3\right)} = \frac{p_{01} R_1^3}{R_1^3 + R_2^3 + R_3^3}. \qquad (2)$$

Аналогичные формулы запишем сразу для давлений p_2 и p_3:

$$p_2 = \frac{p_{02} R_2^3}{R_1^3 + R_2^3 + R_3^3} \ (3) \quad \text{и} \quad p_3 = \frac{p_{03} R_3^3}{R_1^3 + R_2^3 + R_3^3}. \qquad (4)$$

Нам осталось подставить правые части равенств (2), (3) и (4) в формулу (1), и задача будет решена. Поскольку знаменатели их одинаковы, запишем их под одной чертой:

$$p = \frac{p_{01} R_1^3 + p_{02} R_2^3 + p_{03} R_3^3}{R_1^3 + R_2^3 + R_3^3}.$$

Задача в общем виде решена. Можно оставить давление в мегапаскалях, ведь все кубические сантиметры сократятся. Подставим числа и вычислим:

$$p = \frac{0{,}2 \cdot 4^3 + 0{,}4 \cdot 8^3 + 0{,}8 \cdot 10^3}{4^3 + 8^3 + 10^3}\ \text{МПа} = 0{,}65\ \text{МПа}.$$

Ответ: $p = 0{,}65$ МПа.

В10. В баллоне находится газ при температуре 15 ^{0}С. Во сколько раз уменьшится давление газа, если 40 % его выйдет из баллона, а температура при этом понизится на 8 ^{0}С?

Обозначим t начальную температуру газа по шкале Цельсия, T — эту же температуру по шкале Кельвина (абсолютную температуру), ΔT — изменение температуры, m — начальную массу газа, Δm — изменение массы газа в баллоне (или массу газа, вышедшего из баллона), V — объем газа, R — молярную газовую постоянную, M — молярную массу газа, p_1 — начальное давление газа в баллоне, p_2 — его конечное давление.

Указание: изменение температуры по шкале Цельсия Δt равно изменению температуры по шкале Кельвина ΔT, т.е., если $\Delta t = 8$ ^{0}С, то и $\Delta T = 8$ К.

Дано:
$t = 15\ ^\circ\text{C}$
$\dfrac{\Delta m}{m}100\% = 40\%$
$\Delta T = 8\ \text{К}$

$\dfrac{p_1}{p_2}$ — ?

Решение

Поскольку здесь речь идет о массе газа, воспользуемся уравнением Менделеева — Клапейрона, в которое эта масса входит. Запишем это уравнение для первого состояния, когда в баллоне была вся масса газа:

$$p_1V = \frac{m}{M}RT .$$

После того как из баллона вышла масса газа Δm, в нем осталась масса $m - \Delta m$, и при этом температура газа понизилась на ΔT, т.е. стала равной $T - \Delta T$. Поэтому теперь запишем уравнение Менделеева — Клапейрона для нового состояния:

$$p_2V = \frac{m - \Delta m}{M}R\left(T - \Delta T\right).$$

Теперь, чтобы найти отношение $\dfrac{p_1}{p_2}$, надо разделить первое уравнение на второе и выполнить сокращения:

$$\frac{p_1V}{p_2V} = \frac{mRTM}{M\left(m - \Delta m\right)R\left(T - \Delta T\right)}, \quad \frac{p_1}{p_2} = \frac{mT}{\left(m - \Delta m\right)\left(T - \Delta T\right)} .$$

Но нам не даны ни масса газа m, ни ее изменение Δm, а дано отношение $\dfrac{\Delta m}{m}$, выраженное в процентах. Если $\dfrac{\Delta m}{m}100\% = 40\%$, то $\dfrac{\Delta m}{m} = 0{,}4$. Чтобы получить отношение $\dfrac{\Delta m}{m}$ в последнем уравнении, разделим в его правой части числитель и знаменатель на m (от этого равенство не нарушится):

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{\dfrac{m}{m}T}{\left(\dfrac{m}{m} - \dfrac{\Delta m}{m}\right)\left(T - \Delta T\right)}, \qquad \frac{p_1}{p_2} = \frac{T}{\left(1 - \dfrac{\Delta m}{m}\right)\left(T - \Delta T\right)} .$$

Теперь заменим отношение $\dfrac{\Delta m}{m}$ его числовым значением $\left(\dfrac{\Delta m}{m} = 0{,}4\right)$:

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{T}{\left(1 - 0{,}4\right)\left(T - \Delta T\right)} = \frac{T}{0{,}6\left(T - \Delta T\right)}$$

Выразим начальную температуру в единицах СИ:

$$15\ ^0\text{C} = 288\ \text{К}.$$

Произведем вычисления:

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{288}{0,6(288-8)} = 1,7.$$

Ответ: $p_1/p_2 = 1,7$.

В11. В баллоне с газом имелась щель, через которую газ просачивался. При нагревании этого газа его температура повысилась в 3 раза, а давление увеличилось в 1,5 раза. Во сколько раз изменилась масса газа в баллоне?

Обозначим m_1 массу газа в баллоне до утечки газа, m_2 — массу газа в баллоне после утечки, p_1 — начальное давление, p_2 — конечное давление, T_1 — начальную температуру, T_2 — конечную температуру, M — молярную массу газа, R — молярную газовую постоянную.

Дано:

$T_2 = 3T_1$

$p_2 = 1,5p_1$

$\dfrac{m_1}{m_2}$ — ?

Решение

Воспользуемся уравнением Менделеева — Клапейрона с учетом, что объем баллона и газа в нем не менялся. Запишем это уравнение для первого и второго состояний газа:

$$p_1V = \frac{m_1}{M}RT_1 \quad \text{и} \quad p_2V = \frac{m_2}{M}RT_2.$$

Теперь разделим эти равенства друг на друга:

$$\frac{p_1V}{p_2V} = \frac{m_1RT_1M}{Mm_2RT_2}, \qquad \frac{p_1}{p_2} = \frac{m_1T_1}{m_2T_2},$$

откуда

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{p_1T_2}{p_2T_1} = \frac{p_1 3T_1}{1,5p_1 \cdot T_1} = 2.$$

Ответ: масса газа уменьшилась в 2 раза.

В12. Ампула объемом 1 см^3 содержит воздух при нормальных условиях. Ампула оставлена в космосе, в ней пробито отверстие. Через сколько времени давление в ампуле станет равно 0, если из нее каждую секунду вылетает 100 миллионов молекул?

Обозначим V объем ампулы, p — нормальное атмосферное давление, T — абсолютную температуру в ампуле, N_1 — число молекул, покидающих ампулу за время t_1, k — постоянную Больцмана, t — время, за которое ампулу покинут все молекулы и давление в ней станет равно 0, N — все число молекул N, имевшихся в ампуле при нормальных условиях, n — концентрацию молекул в ампуле при нормальных условиях (10^5 Па и 273 К), V — объем ампулы.

Дано:

$V = 1$ см^3

$p = 10^5$ Па

$T = 273$ К

$N_1 = 10^8$

$k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}\ \dfrac{\text{Дж}}{\text{К}}$

$t_1 = 1$ с

t — ?

Решение

Время t, за которое ампулу покинут все молекулы, можно найти, разделив все число молекул N, имевшихся в ампуле при нормальных условиях, на число молекул N_1, покидающих ампулу за $t_1 = 1$ с:

$$t = \frac{N}{N_1} t_1.$$

Таким образом, задача сводится к определению числа молекул N, содержавшихся в ампуле при нормальных условиях. Это число можно определить, умножив концентрацию молекул при этих условиях n на объем ампулы:

$$N = nV.$$

Нам не известна концентрация молекул газа n. Но ее мы легко определим из формулы, устанавливающей связь давления газа с его концентрацией и температурой,

$$p = knT.$$

Отсюда

$$n = \frac{p}{kT}.$$

Тогда

$$N = \frac{pV}{kT}.$$

Подставив полученное выражение в формулу для определения времени t, будем иметь

$$t = \frac{pVt_1}{kTN_1}.$$

Мы решили в общем виде эту задачу. Переведем все единицы в СИ: 1 см^3 = 10^{-6} м^3.

Подставим числа и произведем вычисления:

$$t = \frac{10^5 \cdot 10^{-6} \cdot 1}{1{,}38 \cdot 10^{-23} \cdot 273 \cdot 10^8}\ \text{с} \approx 2{,}7 \cdot 10^{11}\ \text{с.}$$

Ответ: $t \approx 2{,}7 \cdot 10^{11}$ с.

B13. В аудитории объемом 90 м^3 температура воздуха повысилась с 20 ^{0}С до 30 ^{0}С. Атмосферное давление 10^5 Па, молярная масса воздуха 0,029 кг/моль, Какая масса воздуха вышла из комнаты?

Обозначим V объем воздуха в комнате, t_1 — начальную температуру воздуха по шкале Цельсия, t_2 — конечную температуру воздуха по шкале Цельсия, p — давление воздуха, M — молярную массу воздуха, Δm — массу вышедшего из комнаты воздуха, R — молярную газовую постоянную, T_1 — начальную абсолютную температуру, T_2 — конечную абсолютную температуру, m_1 — начальную массу воздуха в комнате, m_2 — конечную массу воздуха в комнате.

Дано:
$V = 90$ м^3
$t_1 = 20\ ^0$С
$t_2 = 30\ ^0$С
$p = 10^5$ Па
$M = 0{,}029$ кг/моль
$R = 8{,}31$ Дж/(моль · К)

Δm — ?

Решение

Запишем уравнение Менделеева — Клапейрона применительно к первому и второму состояниям воздуха в комнате:

$$p_1V = \frac{m_1}{M}RT_1 \quad \text{и} \quad p_2V = \frac{m_2}{M}RT_2.$$

Из этих уравнений найдем массы воздуха в первом и втором состояниях:

$$m_1 = \frac{pVM}{RT_1} \quad \text{и} \quad m_2 = \frac{pVM}{RT_2}.$$

Масса воздуха, вышедшего из комнаты, равна разности его масс в первом и втором состояниях:

$$\Delta m = m_1 - m_2 = \frac{pVM}{RT_1} - \frac{pVM}{RT_2} = \frac{pVM}{R}\left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}\right).$$

Задача в общем виде решена. Выразим все величины в единицах СИ: 20 ^{0}С = 293 К, 30 ^{0}С = 303 К.

Произведем вычисления:

$$\Delta m = \frac{10^5 \cdot 90 \cdot 0,029}{8,31}\left(\frac{1}{293} - \frac{1}{303}\right) \text{ кг} = 3,1 \text{ кг}.$$

Ответ: $\Delta m = 3{,}1$ кг.

В14. При переходе определенной массы газа из одного состояния в другое его давление уменьшается, а температура увеличивается. Как при этом меняется его объем?

Обозначим p_1, V_1 и T_1 первоначальные давление, объем и температуру газа, а p_2, V_2 и T_2 — его конечные давление, объем и температуру.

Будем рассуждать так. Здесь меняются все параметры состояния данной массы газа: и его давление, и объем, и температура. Значит, чтобы ответить на вопрос задачи, воспользуемся уравнением Клапейрона (его еще называют объединенным газовым законом):

$$\frac{p_1V_1}{T_1} = \frac{p_2V_2}{T_2}.$$

Согласно условию задачи давление газа уменьшается, а температура увеличивается, значит, отношение $\frac{p_2}{T_2}$ меньше отношения $\frac{p_1}{T_1}$, ведь в числителе справа от равенства давление меньше, а температура в знаменателе больше, чем слева. Но тогда, чтобы само равенство сохранилось, конечный объем V_2 в числителе правой части должен быть больше начального объема V_1 (в противном случае, если и конечный объем будет меньше начального, все выражение $\frac{p_2V_2}{T_2}$, стоящее справа от равенства будет меньше выражения $\frac{p_1V_1}{T_1}$, стоящего слева, и равенство нарушится). Значит, объем газа увеличивается.

Ответ: объем увеличивается.

В15. В 3 л воды при 40 ^{0}С бросили 50 г льда при –4 ^{0}С. Какая установилась температура после того, как весь лед растаял? Удельная теплоемкость воды $4{,}2 \cdot 10^3$ Дж/(кг · К), удельная теплоемкость льда $2{,}1 \cdot 10^3$ Дж/)кг · К), удельная теплота плавления льда $3{,}3 \cdot 10^5$ Дж/кг.

Обозначим m_1 массу воды, в которую бросили лед, t_1 — начальную температуру воды, m_2 — массу льда, t_2 — начальную температуру льда, c_1 — удельную теплоемкость воды, c_2 — удельную теплоемкость льда, λ — удельную теплоту плавления льда, t_0 — температуру плавления льда, t — установившуюся температуру, Q_1 — количество теплоты, которое отдает горячая вода, остывая от температуры t_1 до t, Q_2 — количество теплоты , полученное льдом при нагревании от t_2 до $t_0 = 0\ ^0$С, Q_3 — количество теплоты, полученное льдом при плавлении, Q_4 — количество теплоты, полученное водой, образовавшейся из растаявшего льда при нагревании от $t_0 = 0\ ^0$С до искомой температуры t.

Дано:

$m_1 = 3$ кг

$t_1 = 40\ ^0$С

$m_2 = 50$ г

$t_2 = -4\ ^0$С

$c_1 = 4{,}2 \cdot 10^3$ Дж/(кг · К)

$c_2 = 2{,}1 \cdot 10^3$ Дж/(кг · К)

$\lambda = 3{,}3 \cdot 10^5$ Дж/кг

$t_0 = 0\ ^0$С

t — ?

Решение

Следует знать, что 1 л воды имеет массу 1 кг, поэтому мы вместо объема 3 л записали массу воды 3 кг, ведь в формулах количеств теплоты везде стоит масса.

Для решения этой задачи воспользуемся законом сохранения тепловой энергии, ведь здесь не идет речь о КПД процесса, и значит, сумма всех отданных количеств теплоты одними телами равна сумме всех количеств теплоты, полученных другими. В нашей задаче отдает количество теплоты Q_1 только горячая вода, остывая от температуры t_1 до t, поэтому

$$Q_1 = c_1 m_1 (t_1 - t)\ .$$

Получает эту теплоту лед. Поскольку он был при отрицательной температуре, то сначала он нагревается от $t_2 = -4\ ^0$С до $t_0 = 0\ ^0$С (выше $0\ ^0$С лед нагреть нельзя, он при этой температуре тает). Поэтому количество теплоты, полученное льдом при нагревании,

$$Q_2 = c_2 m_2 (t_0 - t_2).$$

Поскольку тепло продолжает поступать от остывающей воды, лед тает. При этом он получает количество теплоты

$$Q_3 = m_2 \lambda.$$

Далее, вода, образовавшаяся из растаявшего льда и потому имеющая такую же массу m_2, начнет нагреваться от $t_0 = 0\ ^0$С до искомой температуры t и при этом получит количество теплоты

$$Q_4 = c_1 m_2 (t - t_0).$$

Теперь запишем закон сохранения тепловой энергии:

$$Q_1 = Q_2 + Q_3 + Q_4\ ,$$

в который подставим вместо количеств теплоты правые части предыдущих равенств:

$$c_1 m_1 (t_1 - t) = c_2 m_2 (t_0 - t_2) + m_2 \lambda + c_1 m_2 (t - t_0)\ .$$

Полученное уравнение называется уравнением теплового баланса. Из него, раскрыв скобки там, где есть искомая температура t, найдем ее, поскольку остальные величины нам известны:

$$c_1 m_1 t_1 - c_1 m_1 t = c_2 m_2 (t_0 - t_2) + m_2 \lambda + c_1 m_2 t - c_1 m_2 t_0\ .$$

Последний член этого уравнения $c_1 m_2 t_0 = 0$, т.к. $t_0 = 0$. Из оставшегося выражения найдем t:

$$t = \frac{c_1 m_1 t_1 - m_2 \left(c_2 \left(t_0 - t_2\right) + \lambda\right)}{c_1 \left(m_1 + m_2\right)}\ .$$

Мы решили задачу в общем виде. Произведем вычисления:

$$t = \frac{4{,}2 \cdot 10^3 \cdot 3 \cdot 40 - 0{,}05\left(2{,}1 \cdot 10^3 \left(0 - (-4)\right) + 3{,}3 \cdot 10^5\right)}{4{,}2 \cdot 10^3 (3 + 0{,}05)}\ ^0\text{C} \approx 38\ ^0\text{C}.$$

Ответ: $t \approx 38\ ^0$С.

В16. В герметически закрытом сосуде находятся 5 моль идеального одноатомного газа при 27 ^{0}С. Какое количество теплоты надо передать этому газу, чтобы его давление увеличилось в 3 раза?

Обозначим ν количество молей газа, t_1 — его первоначальную температуру по шкале Цельсия, p_1 — начальное давление газа, p_2 — конечное давление газа, Q — количество теплоты, которое надо передать газу, ΔU — изменение внутренней энергии газа, A — работу расширения газа, R — молярную газовую постоянную, T_1 — начальную температуру газа по шкале Кельвина, T_2 — конечную температуру газа по шкале Кельвина, ΔT — изменение температуры.

Дано:
$\nu = 3$ моль
$t_1 = 27\ ^0\text{C}$
$\dfrac{p_2}{p_1} = 3$

Q — ?

Решение

Применим для решения этой задачи первый закон термодинамики:

$$Q = \Delta U + A.$$

Но работа расширения газа здесь равна нулю, ведь газ находится в закрытом сосуде и его объем не меняется. Значит, первый закон термодинамики в нашем случае примет вид:

$$Q = \Delta U,$$

где изменение внутренней энергии газа

$$\Delta U = \frac{3}{2}\nu R \Delta T. \qquad (1)$$

Теперь задача сводится к нахождению изменения температуры $\Delta T = T_2 - T_1$. Нам известно, во сколько раз повысилось давление газа в закрытом сосуде вследствие нагревания, поэтому мы воспользуемся законом Шарля:

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{T_2}{T_1} \quad \text{или} \quad \frac{p_2}{p_1} = \frac{T_1 + \Delta T}{T_1} = 1 + \frac{\Delta T}{T_1}.$$

Согласно условию $\dfrac{p_2}{p_1} = 3$, поэтому $3 = 1 + \dfrac{\Delta T}{T_1}$,

откуда
$$\Delta T = 2T_1. \qquad (2)$$

Подставив равенство (2) в формулу (1), мы решим задачу в общем виде:

$$Q = \Delta U = \frac{3}{2}\nu R \cdot 2T_1 = 3\nu R T_1.$$

Задача в общем виде решена. Выразим температуру в единицах СИ: $27\ ^0\text{C} = 300$ К.

Произведем вычисления:

$$Q = 3 \cdot 5 \cdot 8{,}31 \cdot 300 \text{ Дж} \approx 3{,}7 \cdot 10^4 \text{ Дж} \approx 37 \text{ кДж}.$$

Ответ: $Q \approx 37$ кДж.

В17. Какое количество теплоты нужно передать 2 моль идеального одноатомного газа, чтобы изобарно увеличить его объем в 3 раза, если начальная температура 300 К?

Обозначим ν количество молей газа (количество вещества), V_1 — начальный объем газа, V_2 — конечный объем газа, T_1 —

начальную температуру газа, T_2 — конечную температуру газа, Q — переданное количество теплоты, p — давление газа, ΔU — изменение внутренней энергии газа, A — работу изобарного расширения газа, R — молярную газовую постоянную.

Дано:
$\nu = 2$ моль
$V_2 = 3V_1$
$p = \mathrm{const}$
$T_1 = 300$ К
$R = 8{,}31$ Дж/(моль · К)

Q — ?

Решение

Согласно первому закону термодинамики

$$Q = \Delta U + A.$$

Изменение внутренней энергии

$$\Delta U = \frac{3}{2}\nu R\left(T_2 - T_1\right).$$

Работа изобарного расширения

$$A = p(V_2 - V_1).$$

Согласно уравнению Менделеева — Клапейрона

$$p(V_2 - V_1) = \nu R(T_2 - T_1) = A.$$

С учетом этого

$$Q = \frac{3}{2}\nu R\left(T_2 - T_1\right) + \nu R(T_2 - T_1) = 2{,}5\nu R(T_2 - T_1).$$

Температуру T_2 найдем из закона Гей-Люссака: при $p = \mathrm{const}$

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{T_2}{T_1},\quad \text{где по условию}\quad \frac{V_2}{V_1} = 3,\quad \text{поэтому и}\quad \frac{T_2}{T_1} = 3,$$

откуда

$$T_2 = 3T_1.$$

С учетом этого,

$$Q = 2{,}5\ \nu R(3T_1 - T_1) = 5\nu RT_1.$$

Произведем вычисления:

$$\mathrm{Q} = 5 \cdot 2 \cdot 8{,}31 \cdot 300\ \text{Дж} = 24930\ \text{Дж} = 24{,}93\ \text{кДж}.$$

Ответ: $Q = 24{,}93$ кДж.

В18. На рис. 166 изображен график зависимости температуры куба со стороной 10 см от выделенного им количества теплоты. Плотность вещества куба 7000 кг/м^3. Определить удельную теплоемкость вещества. Ответ округлить до целого числа.

Обозначим a длину стороны куба, V — его объем, m — массу куба, ρ — плотность меди, c — удельную теплоемкость металла, T_1 — начальную температуру, T_2 — конечную температуру, ΔT — изменение температуры, Q — количество выделенной теплоты.

Дано:
$a = 10$ см $= 0{,}1$ м
$\rho = 7000$ кг/м^3
$T_1 = 600$ К
$T_2 = 200$ К
$Q = 150$ кДж

с — ?

Решение

Из рис. 166 следует, что при выделении 150 кДж тепла температура куба понизилась с 600 К до 200 К.

Удельную теплоемкость найдем по формуле

$$c = \frac{Q}{m\Delta T}\text{, где } m = \rho V \text{ и } V = a^3.$$

Изменение температуры $\Delta T = T_1 - T_2$.

С учетом этого получим:

$$c = \frac{Q}{\rho a^3 \left(T_1 - T_2\right)}.$$

Произведем вычисления:

$$c = \frac{150\,000}{7000 \cdot 0{,}1^3 \left(600 - 200\right)} \text{ Дж/(кг·К)} \approx 54 \text{ Дж/(кг·К)}.$$

Ответ: $c \approx 54$ Дж/(кг·К).

B19. С какой скоростью v должна вылететь из ружья свинцовая дробинка при выстреле, сделанном вертикально вниз с высоты $h = 50$ м, чтобы при ударе о камень она полностью расплавилась? Начальная температура дробинки $T_1 = 400$ К, температура плавления свинца $T_2 = 600$ К. Удельная теплоемкость свинца $c = 0{,}13$ кДж/(кг · К), удельная теплота плавления свинца $\lambda = 25$ кДж/кг.

Обозначим h высоту, с которой произведен выстрел, T_1 — начальную температуру дробинки, T_2 — температуру плавления свинца, c — удельную теплоемкость свинца, λ — удельную теплоту плавления свинца, E_k — кинетическую энергию дробинки при вылете из ружья, E_p — ее потенциальную энергию на высоте, v — скорость дробинки при вылете из ружья, Q_1 — количество теплоты, полученное пулей при нагревании, Q_2 — количество теплоты, полученное пулей при плавлении, m — массу пули.

Дано:
$h = 50$ м
$g = 10$ м/с^2
$T_1 = 400$ К
$T_2 = 600$ К
$c = 0{,}13$ кДж/кг · К)
$\lambda = 25$ кДж/кг

v — ?

Решение

Вылетая из ружья со скоростью v и находясь при этом на высоте h, пуля обладает кинетической энергией $E_k = \dfrac{mv^2}{2}$ и потенциальной энергией $E_p = mgh$.

$E_k + E_p$ — это ее полная механическая энергия в момент вылета из ружья.

Ударившись о камень, пуля сначала нагрелась от температуры T_1 до температуры плавления T_2, а затем расплавилась при температуре T_2. Количество теплоты Q_1, полученное пулей при нагревании,

$$Q_1 = cm(T_2 - T_1)$$

и количество теплоты Q_2, полученное пулей при плавлении,

$$Q_2 = m\lambda.$$

По закону сохранения энергии

$$E_k + E_p = Q_1 + Q_2 \quad \text{или} \quad \frac{mv^2}{2} + mgh = cm(T_2 - T_1) + m\lambda.$$

Сократим массу и определим скорость пули:

$$v = \sqrt{2\left(c\left(T_2 - T_1\right) + \lambda - gh\right)}.$$

Переведем все единицы в СИ:
0,13 кДж/(кг · К) = 130 Дж/(кг · К),
25 кДж/кг = 2,5 · 10^4 Дж/кг.
Подставим числа и произведем вычисления:

$$v = \sqrt{2\left(130 \cdot (600 - 400) + 2{,}5 \cdot 10^4 - 10 \cdot 50\right)}\ \frac{\text{м}}{\text{с}} = 225\,\frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Ответ: v = 225 м/с.

В20. На рис. 167 изображен термодинамический цикл в координатах p — V, происходящий в газе. При этом цикле внутренняя энергия газа увеличилась на 500 кДж. Какое количество теплоты было передано газу?

Обозначим p давление газа, V — его объем, ΔU — изменение внутренней энергии, Q — количество теплоты, A — совершенную работу.

Дано:
$p_1 = 100$ кПа
$p_2 = 300$ кПа
$V_1 = 2$ м^3
$V_2 = 4$ м^3
$\Delta U = 500$ кДж

Q — ?

Решение

По первому закону термодинамики

$$Q = \Delta U + A.$$

Работа, совершенная за термодинамический цикл, численно равна площади прямоугольника $abcd$. А площадь прямоугольника равна произведению его сторон. Поэтому

$$A = (p_2 - p_1)(V_2 - V_1).$$

С учетом этого равенства,

$$Q = \Delta U + (p_2 - p_1)(V_2 - V_1).$$

$$Q = 500 \cdot 10^3 \text{ Дж} + (300 \cdot 10^3 - 100 \cdot 10^3)(4 - 2) \text{ Дж} =$$
$$= 900 \cdot 10^3 \text{ Дж} = 900 \text{ кДж}.$$

Ответ: $Q = 900$ кДж.

B21. Температуру холодильника идеального теплового двигателя уменьшили, а температуру нагревателя оставили прежней. При этом количество теплоты, полученное газом от нагревателя, тоже не изменилось. Как изменялись работа газа за цикл, количество теплоты, отданное холодильнику, и КПД двигателя?

Для каждой величины определите, как она изменилась: А) уменьшилась, Б) увеличилась, В) не изменилась.

Запишите выбранные для каждой величины буквы в таблицу.

Решение

КПД идеального теплового двигателя определяет формула

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1},$$

где согласно условию задачи температура нагревателя T_1 не изменилась, а температура холодильника T_2 уменьшилась. Значит, с уменьшением вычитаемого T_2 разность $T_1 - T_2$ увеличилась, поэтому и КПД — тоже увеличился.

Согласно определению КПД теплового двигателя

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}.$$

КПД, как мы показали, увеличился, значит, увеличился и числитель этой дроби. Но по условию количество теплоты

Q_1, полученное от нагревателя, не изменилось, поэтому при увеличении числителя $Q_1 - Q_2$ количество теплоты Q_2, отданное холодильнику, уменьшилось.

Работа A за цикл равна разности количества теплоты Q_1, полученного от нагревателя, и количество теплоты Q_2, отданного холодильнику:

$$A = Q_1 - Q_2.$$

Поскольку количество теплоты Q_1, полученное от нагревателя, не изменилось, а количество теплоты Q_2, отданное холодильнику, уменьшилось, значит, работа, совершенная за цикл, увеличилась

Работа	Количество теплоты, отданное холодильнику	КПД
Б	А	Б

Часть 3

С1. В горизонтально расположенной трубке, запаянной с одного конца, находится столбик ртути длиной l, запирающий столбик воздуха. Трубку поворачивают вертикально открытым концом вверх и нагревают воздух в ней на ΔT. При этом объем воздуха в трубке не изменяется. Давление наружного воздуха в комнате p_0. Найти температуру воздуха в комнате.

Обозначим h длину воздушного столбика (рис. 180), ρ — плотность ртути, p_1 — давление воздуха, запертого ртутью в трубке до нагревания, p_2 — давление воздуха, запертого ртутью в трубке после нагревания, T_1 — температуру воздуха в комнате, T_2 — температуру воздуха в трубке после нагревания, g — ускорение свободного падения.

Дано:
l
T_2
p_0
g

T — ?

Решение

Поскольку длина воздушного столбика не изменилась, значит, не изменился и его объем, поэтому можно применить закон Шарля

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{T_2}{T_1},$$

где давление воздуха p_1 в трубке до нагревания равно атмосферному давлению воздуха в комнате p_0, а давление воздуха

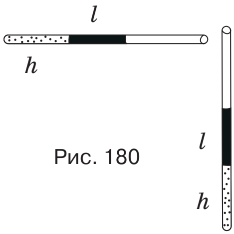


Рис. 180

после нагревания p_2 равно сумме атмосферного давления p_0 и давления столбика ртути

$$\rho g h\text{:} p_2 = p_0 + \rho g h.$$

Температура воздуха после нагревания

$$T_2 = T_1 + \Delta T.$$

С учетом этих равенств закон Шарля примет вид:

$$\frac{p_0 + \rho g h}{p_0} = \frac{T_1 + \Delta T}{T_1}, \qquad 1 + \frac{\rho g h}{p_0} = 1 + \frac{\Delta T}{T_1},$$

откуда

$$T_1 = \frac{p_0 \Delta T}{\rho g h}.$$

Ответ: $T_1 = \dfrac{p_0 \Delta T}{\rho g h}$.

С2. В цилиндре под поршнем находится газ. Масса поршня m, площадь его основания S. С какой силой надо давить на поршень, чтобы объем воздуха под ним уменьшился вдвое и при этом температура воздуха будет повышена на 60% ? Атмосферное давление нормальное. Трением пренебречь.

Обозначим p_0 атмосферное давление, p_1 — первоначальное давление воздуха под поршнем, p_2 — конечное давление воздуха под поршнем, F — силу давления на поршень, V_1 — первоначальный объем воздуха под поршнем, V_2 — конечный объем воздуха под поршнем, g — ускорение свободного падения, T_1 — начальную температуру воздуха под поршнем, T_2 — конечную температуру воздуха под поршнем, ΔT — изменение температуры воздуха.

Дано:
T_1
m
S
$V_1 = 2V_2$
$\Delta T = 0{,}6T_1$
p_0
g

F — ?

Решение

Согласно условию при неизменной массе воздуха под поршнем изменялись все три параметра его состояния: давление, объем и температура. Поэтому применим объединенный газовый закон:

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2},$$

где

$$p_1 = p_0 + \frac{mg}{S}, \; p_2 = p_0 + \frac{mg}{S} + \frac{F}{S}$$

и $$T_2 = T_1 + \Delta T = T_1 + 0{,}6T_1 = 1{,}6T_1.$$

С учетом условия задачи и этих равенств первое уравнение

примет вид: $$\frac{\left(p_0 + \frac{mg}{S}\right)2V_2}{T_1} = \frac{\left(p_0 + \frac{mg}{S} + \frac{F}{S}\right)V_2}{1{,}6T_1},$$

$$3{,}2\left(p_0 + \frac{mg}{S}\right) = p_0 + \frac{mg}{S} + \frac{F}{S}, \qquad 2{,}2\left(p_0 + \frac{mg}{S}\right) = \frac{F}{S},$$

откуда

$$F = 2{,}2(p_0S + mg).$$

Ответ: $F = 2{,}2(p_0S + mg)$.

С3. Воздушный шар имеет объем 200 м^3. Температура воздуха снаружи 17 ^{0}С, температура воздуха внутри шара 127 ^{0}С. Давление атмосферы 10^5 Па, в шаре имеется отверстие. Шар движется вверх равномерно. Сопротивлением пренебречь. Найти массу нерастяжимой оболочки шара.

Обозначим V объем шара, t_1 — температуру наружного воздуха по шкале Цельсия, t_2 — температуру внутри шара по шкале Цельсия, T_1 — температуру наружного воздуха по шкале Кельвина, T_2 — температуру воздуха внутри шара по шкале Кельвина, p — давление атмосферы, ρ — плотность воздуха снаружи, m — массу воздуха внутри шара, m_0 — массу оболочки, R — молярную газовую постоянную, M — молярную массу воздуха, $F_{\text{выт}}$ — выталкивающую силу, g — ускорение свободного падения.

Дано:

$V = 200$ м^3

$t_1 = 17\ ^0$С

$t_2 = 127\ ^0$С

$p = 10^5$ Па

$M = 0{,}029$ кг/моль

$g = 9{,}8$ м/с^2

$R = 8{,}31$ Дж/(моль · К)

m_0 — ?

Решение

Поскольку шар поднимается вверх равномерно, то направленная вверх выталкивающая сила уравновешена суммарной силой тяжести воздуха внутри шара и его оболочки, согласно первому закону Ньютона

$$F_{\text{выт}} = (m + m_0)g. \qquad (1)$$

По формуле выталкивающей силы

$$F_{\text{выт}} = \rho g V.$$

Плотность наружного воздуха

$$\rho = \frac{pM}{RT_1}, \quad \text{поэтому} \quad F_{\text{выт}} = \frac{pM}{RT_1} gV. \qquad (2)$$

Массу воздуха внутри шара определим из уравнения Менделеева — Клапейрона:

$$pV = \frac{m}{M} RT_2, \quad \text{откуда} \quad m = \frac{pVM}{RT_2}. \qquad (3)$$

Подставим правые части равенств (2) и (3) в выражение (1) и из полученного уравнения найдем массу оболочки:

$$\frac{pM}{RT_1} gV = \left(\frac{pVM}{RT_2} + m_0\right) g, \quad \text{откуда} \quad m_0 = \frac{pVM}{R}\left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}\right).$$

Выразим температуру в градусах Кельвина:
$17\ ^0\mathrm{C} = 290$ К,
$127\ ^0\mathrm{C} = 400$ К.

Произведем вычисления:

$$m_0 = \frac{10^5 \cdot 200 \cdot 0{,}029}{8{,}31}\left(\frac{1}{290} - \frac{1}{400}\right) \text{ кг} = 66 \text{ кг}.$$

Ответ: $m_0 = 66$ кг.

С4. Идеальный одноатомный газ расширяется (рис. 168) сначала изобарно (участок 1–2), а потом адиабатно (участок 2–3 графика). При адиабатном расширении газ совершил работу 27 кДж. Температура газа в состоянии 1 равна температуре в состоянии 3. Найти работу расширения газа в процессе 1–2–3.

Обозначим $A_{1\text{-}2}$ работу расширения газа на участке 1–2, $A_{2\text{-}3}$ — работу расширения газа на участке 2–3, $A_{1\text{-}2\text{-}3}$ — работу расширения газа на участке 1–2–3, T_1 — температуру газа в состоянии 1, T_2 — температуру газа в состоянии 2, T_3 — температуру газа в состоянии 3, p_1 — давление газа в состоянии 1, V_1 — объем газа в состоянии 1, V_2 — объем газа в состоянии 2, ν — количество молей газа, R — молярную газовую постоянную, $\Delta U_{2\text{-}3}$ — изменение внутренней энергии газа при адиабатном расширении.

Дано:
$A_{2\text{-}3} = 27$ кДж
$T_1 = T_3$

$A_{1\text{-}2\text{-}3}$ — ?

Решение

Вся работа $A_{1\text{-}2\text{-}3}$ равна сумме работ на участке 1–2 $A_{1\text{-}2}$ и на участке 2–3 $A_{2\text{-}3}$:

$$A_{1\text{-}2\text{-}3} = A_{1\text{-}2} + A_{2\text{-}3}.$$

Работа изобарного расширения

$$A_{1\text{-}2} = p_1(V_2 - V_1) = \nu R(T_2 - T_1).$$

Работа адиабатного расширения

$A_{2\text{-}3} = -\Delta U_{2\text{-}3} = -\dfrac{3}{2}\nu R(T_3 - T_2) = 1{,}5\,\nu R(T_2 - T_3)$, где $T_3 = T_1$ согласно условию задачи.

Поэтому $\quad A_{2\text{-}3} = 1{,}5\,\nu R(T_2 - T_1) = 1{,}5\,A_{1\text{-}2}$,

откуда $\quad A_{1\text{-}2} = \dfrac{A_{2-3}}{1{,}5} = \dfrac{2}{3}A_{2-3}$. Тогда вся работа

$$A_{1\text{-}2\text{-}3} = \frac{2}{3}A_{2-3} + A_{2\text{-}3} = \frac{5}{3}A_{2\text{-}3} = \frac{5}{3}\cdot 27 \text{ кДж} = 45 \text{ кДж}.$$

Ответ: $A_{1\text{-}2\text{-}3} = 45$ кДж.

С5. Идеальный одноатомный газ, находящийся в теплоизолированном сосуде объемом V под давлением p, заперт поршнем массой M (рис. 169). Справа поршень удерживают упоры 1 и 2, не давая газу расширяться. В поршень попадает пуля массой m, летящая горизонтально со скоростью v, и застревает в нем. Считая, что всю механическую энергию поршень передаст газу, определить, во сколько раз повысится температура газа. Процесс в газе изобарный.

Обозначим T_1 температуру газа до попадания пули в поршень, T_2 — температуру газа после попадания пули в поршень, E_k — кинетическую энергию поршня с застрявшей в нем пулей, ΔU — увеличение внутренней энергии газа, A — работу изобарного сжатия газа, ν — количество молей газа, R — молярную газовую постоянную, ΔT — изменение температуры газа после попадания пули в поршень. Остальные величины названы в условии задачи.

Дано:
V
p
M
m
v

$\dfrac{T_2}{T_1}$ — ?

Решение

Согласно условию задачи, вся кинетическая энергия поршня с застрявшей в нем пулей E_k пойдет на увеличение внутренней энергии газа ΔU и на совершение отрицательной работы изобарного сжатия газа A:

$$E_k = \Delta U - A.$$

Воспользовавшись формулами кинетической энергии, внутренней энергии и работы изобарного изменения объема газа, запишем:

$$E_k = \frac{(m+M)v_0^2}{2}, \quad \Delta U = \frac{3}{2}\nu R\Delta T, \quad A = p\Delta V = \nu R\Delta T.$$

Здесь v_0 — скорость поршня с пулей сразу после попаданий в него пули. Подставив правые части этих выражений в предыдущую формулу, получим:

$$\frac{(m+M)v_0^2}{2} = \frac{3}{2}\nu R\Delta T - \nu R\Delta T = \frac{1}{2}\nu R\Delta T,$$

$$(m+M)v_0^2 = \nu R\Delta T, \quad \text{откуда} \quad \Delta T = \frac{(m+M)v_0^2}{\nu R}. \qquad (1)$$

Искомое отношение $\quad \dfrac{T_2}{T_1} = \dfrac{T_1+\Delta T}{T_1} = 1 + \dfrac{\Delta T}{T_1}. \qquad (2)$

Начальную температуру газа T_1 найдем из уравнения Менделеева — Клапейрона, записав его для первого состояния газа:

$$pV = \nu RT_1, \quad \text{откуда} \quad T_1 = \frac{pV}{\nu R}. \; (3)$$

Подставим правые части равенств (1) и (3) в формулу (2):

$$\frac{T_2}{T_1} = 1 + \frac{(m+M)v_0^2 \cdot \nu R}{\nu R \cdot pV} = 1 + \frac{(m+M)v_0^2}{pV}. \qquad (4)$$

Нам осталось найти скорость поршня с пулей сразу после попадания в него пули. Ее мы найдем с помощью закона сохранения импульса, согласно которому импульс летящей пули mv равен импульсу поршня с застрявшей в нем пулей $(m + M)v_0$:

$$mv = (m + M)v_0, \quad \text{откуда} \quad v_0 = \frac{mv}{m+M}. \qquad (5)$$

Подставим правую часть равенства (5) в выражение (4):

$$\frac{T_2}{T_1} = 1 + \frac{(m+M)(mv)^2}{pV(m+M)^2} = 1 + \frac{(mv)^2}{pV(m+M)}.$$

Задача решена.

Ответ: $\dfrac{T_2}{T_1} = 1 + \dfrac{(mv)^2}{pV(m+M)}$.

С6. В цилиндре под двумя одинаковыми тонкими поршнями находится сжатый идеальный газ. Расстояния от дна цилиндра до нижнего поршня и от нижнего поршня до верхнего одинаковы и равны h. Давление воздуха под верхним поршнем вдвое больше атмосферного. Вся система находится в равновесии. На верхний поршень надавливают так, что он опускается на место нижнего, сжимая газ. Каким станет расстояние x от нижнего поршня до дна сосуда? Атмосферное давление постоянно.

Обозначим h расстояние от дна цилиндра до нижнего поршня и от нижнего поршня до верхнего перед надавливанием на верхний поршень, $p_{атм}$ — атмосферное давление, x — расстояние от нижнего поршня до дна сосуда после надавливания, p_1 — давление воздуха под верхним поршнем до надавливания, p_2 — давление воздуха под верхним поршнем после надавливания, V_1 — объем воздуха под верхним поршнем до надавливания, V_2 — объем воздуха под верхним поршнем после надавливания, S — площадь основания поршней и дна цилиндра, $p_п$ — давление поршня, $p_с$ — давление силы, придавившей поршень, p_3 — давление воздуха под нижним поршнем до надавливания на верхний, p_4 — давление воздуха под нижним поршнем после надавливания на верхний, V_3 — объем воздуха под нижним поршнем после надавливания.

Дано:
h
$p_1 = 2p_{атм}$

---

x — ?

Решение

Поскольку об изменении температуры нам ничего не сказано, мы имеем право считать процесс сжатия газа изотермическим. Значит, здесь можно применить закон Бойля — Мариотта, записав его применительно к газу сначала под верхним поршнем, потом под нижним (рис. 181, а и б).

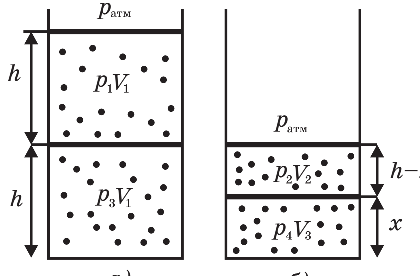


Рис.181

Закон Бойля — Мариотта применительно к газу под верхним поршнем будет выглядеть так:

$$p_1V_1 = p_2V_2. \quad (1)$$

Давление газа под верхним поршнем p_1

при равновесии равно сумме атмосферного давления $p_{атм}$ и давления поршня $p_п$:

$$p_1 = p_{атм} + p_п.$$

Но по условию задачи $p_1 = 2p_{атм}$, поэтому

$$2p_{атм} = p_{атм} + p_п, \quad \text{откуда} \quad p_п = p_{атм}. \tag{2}$$

Объем воздуха под верхним поршнем вначале был равен:

$$V_1 = hS, \tag{3}$$

После опускания верхнего поршня на место нижнего газ под ними сжался и давление под верхним поршнем стало p_2. Теперь оно равно сумме давлений атмосферы $p_{атм}$, поршня $p_п$ и некоторой силы, придавившей поршень, $p_с$:

$$p_2 = p_{атм} + p_п + p_с \text{ или с учетом (2) } p_2 = 2p_{атм} + p_с. \tag{4}$$

Новый объем воздуха под верхним поршнем станет равен:

$$V_2 = (h - x)S\ . \tag{5}$$

Подставим равенства $p_1 = 2\,p_{атм}$, (3), (4) и (5) в формулу (1):

$$2p_{атм}hS = (2p_{атм} + p_с)(h - x)S$$

или после сокращения S

$$2p_{атм}h = (2p_{атм} + p_с)(h - x)\ . \tag{6}$$

Теперь перейдем к газу под нижним поршнем. Запишем применительно к нему закон Бойля — Мариотта:

$$p_3V_1 = p_4V_3\ . \tag{7}$$

Давление газа под нижним поршнем p_3 до опускания верхнего было равно сумме давления газа под верхним поршнем p_1 и давления самого нижнего поршня $p_п$:

$$p_3 = p_1 + p_п = 2p_{атм} + p_{атм}$$

согласно условию задачи и равенству (2).

Поэтому $$p_3 = 3p_{атм}. \tag{8}$$

Давление газа p_4 под нижним поршнем после его сжатия стало равно сумме давления газа под верхним поршнем p_2 и давления самого нижнего поршня $p_п$:

$$p_4 = p_2 + p_п = 2p_{атм} + p_с + p_{атм} = 3p_{атм} + p_с, \qquad (9)$$

согласно (2) и (4).

Новый объем воздуха под нижним поршнем станет равен:

$$V_3 = xS\ . \qquad (10)$$

Подставим правые части равенств (8), (3), (9) и (10) в формулу (7):

$$3p_{атм}hS = (3p_{атм} + p_с)xS, \qquad 3p_{атм}h = (3p_{атм} + p_с)x. \qquad (11)$$

Теперь нам предстоит решить систему уравнений (6) и (11) относительно искомого расстояния x, исключив из них неизвестные давления. Давайте в этих уравнениях сначала раскроем скобки и сделаем приведение подобных членов, — может, мы их при этом немного упростим. Начнем с уравнения (6):

$$2p_{атм}h = 2p_{атм}h + p_сh - 2p_{атм}x - p_сx, \qquad 2p_{атм}x = p_с(h - x). \quad (12)$$

Теперь проделаем то же самое с уравнением (11):

$$3p_{атм}h = 3p_{атм}x + p_сx, \qquad 3p_{атм}(h - x) = p_сx. \qquad (13)$$

Если теперь разделить левые и правые части уравнений (12) и (13) друг на друга, то все неизвестные давления сократятся и мы сумеем найти расстояние x:

$$\frac{2p_{атм}x}{3p_{атм}(h-x)} = \frac{p_c(h-x)}{p_cx}, \qquad \frac{2x}{3(h-x)} = \frac{h-x}{x},$$

$$2x^2 = 3(h-x)^2, \qquad \text{откуда} \qquad x\sqrt{2} = (h-x)\sqrt{3}\ .$$

Отсюда $$x = \frac{h\sqrt{3}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} \approx 0{,}55\,h\ .$$

Ответ: $x \approx 0{,}55h$.

С7. Агрегат мощностью 50 кВт охлаждается проточной водой, текущей со скоростью 4 м/с по охватывающей агрегат трубке радиусом 5 мм. Начальная температура воды 10 ^{0}С. До какой температуры нагревается вода, если половина тепловой мощности агрегата идет на ее нагревание? Удельная теплоемкость воды 4200 Дж/(кг · К).

Обозначим N мощность агрегата, υ — скорость течения воды, R — радиус трубки, t_1 — начальную температуру воды, η — КПД нагревателя, c — удельную теплоемкость воды, ρ — плотность воды, t_2 — температуру, до которой нагревается вода, $Q_{пол}$ — количество теплоты, пошедшее на нагревание воды, $Q_{затр}$ — количество теплоты, затраченное агрегатом, m — массу воды, V — ее объем, l — длину водяного столбика, S — площадь сечения трубки, t — время нагревания.

Дано:
$N = 50$ кВт
$v = 4$ м/с
$R = 5$ мм
$t_1 = 10\ ^0$C
$\eta = 50\%$
$c = 4200$ Дж/(кг · К)
$\rho = 1000$ кг/м^3

---

t_2 — ?

Решение

Мы записали в условии КПД равным 50%, потому что только половина, т.е. 50% выделяемого агрегатом тепла, идет на нагревание воды.

Запишем формулу КПД этого агрегата следующим образом:

$$\eta = \frac{Q_{пол}}{Q_{затр}} 100\% . \qquad (1)$$

Здесь $Q_{пол}$ — количество теплоты, пошедшее на нагревание воды:

$$Q_{пол} = cm\,(t_2 - t_1). \qquad (2)$$

Чтобы ввести в эту формулу известную нам скорость воды, выразим массу протекающей по трубке воды через ее плотность ρ и объем V, а объем, в свою очередь, — через некоторую длину столбика воды $l = vt$, где t — время, за которое некоторое сечение этого столбика воды пробегает длину l:

$$m = \rho V, \quad \text{где} \quad V = lS = vtS.$$

Здесь $S = \pi R^2$ — площадь поперечного сечения трубки с водой. Собрав все эти равенства в формулу массы воды, получим:

$$m = \rho v t \pi R^2. \qquad (3)$$

Подставим правую часть равенства (3) вместо массы в формулу (2):

$$Q_{пол} = \rho v t \pi R^2 (t_2 - t_1). \qquad (4)$$

Теперь выразим затраченное агрегатом количество теплоты через его тепловую мощность:

$$Q_{затр} = Nt. \qquad (5)$$

Нам осталось подставить правые части выражений (4) и (5) в формулу (1) и, сократив неизвестное время t, найти искомую температуру t_1. Проделаем эти действия:

$$\eta = \frac{\rho v t \pi R^2 (t_2 - t_1)}{Nt} 100\% = \frac{\rho v \pi R^2 (t_2 - t_1)}{N} 100\%.$$

Отсюда найдем t_2:

$$t_2 = t_1 + \frac{\eta N}{\pi \rho v R^2 100\%}.$$

Задача в общем виде решена. Выразим величины мощности и радиуса в единицах СИ:

5 кВт = $5 \cdot 10^3$ Вт, 5 см = $5 \cdot 10^{-2}$ м.

Произведем вычисления:

$$t_2 = 10\ ^0\text{C} + \frac{50 \cdot 5 \cdot 10^3}{3{,}14 \cdot 1000 \cdot 4 \cdot \left(5 \cdot 10^{-2}\right)^2 \cdot 100}\ ^0\text{C} = 89{,}6\ ^0\text{C}.$$

Ответ: $t_2 = 89{,}6\ ^0$C.

С8. Тепловой двигатель совершает круговой цикл, соответствующий графику на рис. 170. Цикл состоит из двух изохор 1–2 и 3–4, и двух адиабат 2–3 и 4–1. Найти КПД этого цикла.

Обозначим p_1 давление газа в состоянии 1, p_2 — давление газа в состоянии 2, V_1 — объем газа в состоянии 1, V_2 — объем газа в состоянии 2, η — КПД процесса, Q_1 — количество теплоты, полученное газом в изохорном процессе 1–2, Q_2 — количество теплоты, отданное газом в изохорном процессе 3–4, ν — количество молей газа, R — молярную газовую постоянную, ΔT_1 — изменение температуры газа в процессе 1–2, ΔT_2 — изменение температуры газа в процессе 3–4, p_3 — давление газа в состоянии 3, p_4 — давление газа в состоянии 4.

Дано:

$p_1 = 10$ кПа

$p_2 = 50$ кПа

$V_1 = 2$ л

$V_2 = 6$ л

η — ?

Решение

В изохорном процессе 1–2 газ получает извне количество теплоты Q_1. Больше ни в одном процессе этого графика он теплоты не получает.

Ведь в адиабатных процессах 2–3 и 4–1 передачи тепла не происходит, а при изохорном уменьшении давления в процессе 3–4 газ охлаждается, т.е. он отдает тепло внешней среде в количестве Q_2. Поэтому КПД этого кругового процесса равен:

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} 100\%. \qquad (1)$$

Количество теплоты, полученное газом при изохорном увеличении давления, соответствующем участку 1–2 графика, в соответствии с первым законом термодинамики, когда работа расширения $A = 0$, равно изменению внутренней энергии газа:

$$Q_1 = \frac{3}{2}\nu R\Delta T_1,$$

где в соответствии с уравнением Менделеева—Клапейрона

$$\left(p_2 - p_1\right)V_1 = \nu R\Delta T_1.$$

С учетом этого

$$Q_1 = \frac{3}{2}\left(p_2 - p_1\right)V_1. \qquad (2)$$

При изохорном уменьшении давления, соответствующем участку 3–4 графика, количество теплоты Q_2, выделенное в процессе охлаждения газа, найдем по аналогичной формуле:

$$Q_2 = \frac{3}{2}\nu R\Delta T_2 = \frac{3}{2}\left(p_3 - p_4\right)V_2. \qquad (3)$$

Нам осталось подставить правые части равенств (2) и (3) в формулу (1), и задача в общем виде будет решена. Проделаем эти действия:

$$\eta = \frac{\frac{3}{2}(p_2 - p_1)V_1 - \frac{3}{2}(p_3 - p_4)V_2}{\frac{3}{2}(p_2 - p_1)V_1}100\% = \left(1 - \frac{(p_3 - p_4)V_2}{(p_2 - p_1)V_1}\right)100\%.$$

Здесь можно не переводить единицы величин в СИ, ведь все они сокращаются. Произведем вычисления:

$$\eta = \left(1 - \frac{(15-5)6}{(50-10)2}\right)100\% = 25\%.$$

Ответ: $\eta = 25\%$.

С9. В калориметр налита вода массой 0,4 кг при 10 ^{0}С. В воду положили 0,6 кг льда при −40 ^{0}С. Определить температуру после установления теплового равновесия. Удельная теплоемкость воды 4200 Дж/(кг · К), удельная теплоемкость льда 2100 Дж/(кг · К), удельная теплота плавления льда $3{,}3 \cdot 10^5$ Дж/кг.

Обозначим m_1 массу воды в калориметре, t_1 — ее начальную температуру, m_2 — массу льда, t_2 — начальную температуру льда, t — температуру, установившуюся в калориметре после всех тепловых процессов, c_1 — удельную теплоемкость воды, c_2 — удельную теплоемкость льда, λ — удельную теплоту плавления льда, $t_o = 0\ ^0$С — температуру плавления льда и кристаллизации воды, t — температуру, установившуюся в калориметре, Q_1 — количество теплоты, отданное водой в калориметре при охлаждении от температуры t_1 до t_o, Q_2 — количество теплоты, необходимое льду, чтобы нагреться от температуры t_2 до t_o , Q_3 — количество теплоты, которое выделит вода, если, остыв до 0 ^{0}С, полностью превратится в лед, Q_4 — количество теплоты, необходимое льду, чтобы полностью растаять.

Дано:
$m_1 = 0{,}4$ кг
$t_1 = 10\ ^\circ$C
$m_2 = 0{,}6$ кг
$t_2 = -40\ ^\circ$C
$t_o = 0\ ^\circ$C
$c_1 = 4200$ Дж/(кг · К)
$c_2 = 2100$ Дж/(кг · К)
$\lambda = 3{,}3 \cdot 10^5$ Дж/кг

t — ?

Решение

Глядя на массы воды и льда, а также на их начальные температуры, сразу и не скажешь, что произошло: то ли весь лед растаял, то ли вся вода замерзла. Ведь масса льда и его начальная отрицательная температура достаточно велики по сравнению с массой воды в калориметре и ее начальной температурой. Чтобы понять, в каком агрегатном состоянии окажутся эти вещества, давайте подсчитаем, сколько теплоты Q_1 выделит вода массой m_1 при охлаждении от $t_1 = 10\ ^0$С до $t_o = 0\ ^0$С, сколько теплоты Q_2 потребуется льду, чтобы нагреться от температуры $t_2 = -40\ ^0$С до $t_o = 0\ ^0$С, и сколько теплоты нужно этому льду, чтобы полностью растаять, — а потом сравним полученные величины.

Вода при охлаждении от 10 ^{0}С до 0 ^{0}С выделит

$$Q_1 = c_1 m_1 (t_o - t_1) = 4200 \cdot 0{,}4(0 - 10)\ \text{Дж} = -16\,800\ \text{Дж теплоты.}$$

Льду, чтобы нагреться до 0 ^{0}С, требуется

$$Q_2 = c_2 m_2 (t_o - t_2) = 2100 \cdot 0{,}6(0 - (-40))\ \text{Дж} =$$
$$= 50\,400\ \text{Дж теплоты.}$$

Значит, теплоты, выделенной водой при охлаждении до 0 ^{0}С, недостаточно, чтобы лед нагрелся до температуры плавления, т.е. тоже до 0 ^{0}С. Вода остынет до 0 ^{0}С и станет кристаллизоваться, т.е. превращаться в лед. Если она полностью превратится в лед, то выделит еще

$$Q_3 = \lambda m_1 = 3{,}3 \cdot 10^5 \cdot 0{,}4 \text{ Дж} = 132\,000 \text{ Дж теплоты.}$$

Теплоты $Q_1 + Q_3 = (16\,800 + 132\,000)$ Дж $= 148\,800$ Дж хватит льду, чтобы нагреться до температуры таяния, т.е. до 0 ^{0}С. Но хватит ли ее, чтобы его полностью растопить? Чтобы весь лед растаял при 0 ^{0}С, ему надо еще

$$Q_4 = \lambda m_2 = 3{,}3 \cdot 10^5 \cdot 0{,}6 \text{ Дж} = 198\,000 \text{ Дж теплоты.}$$

Значит, чтобы весь лед нагреть до 0 ^{0}С и полностью растопить, ему надо сообщить $Q_2 + Q_4 = 50\,400 + 198\,000$ Дж $=$ 248 400 Дж теплоты.

Следовательно, теплоты, выделенной водой при охлаждении и замерзании, хватит на то, чтобы лед нагрелся до 0 ^{0}С, но не хватит на то, чтобы он весь растаял. Значит, окончательная температура будет 0 ^{0}С.

Ответ: $t = 0$ ^{0}С.

С10. В калориметр налита вода массой 0,25 кг при температуре 25 ^{0}С. В эту воду впустили стоградусный пар массой 10 г. Теплоемкость калориметра 1000 Дж/К, Удельная теплоемкость воды 4200 Дж/(кг · К), удельная теплота парообразования $2{,}3 \cdot 10^6$ Дж/К. Найти температуру при тепловом равновесии этих тел.

Обозначим m_1 массу воды в калориметре, t_1 — начальную температуру этой воды, m_2 — массу водяного пара, t_2 — начальную температуру пара, C — теплоемкость калориметра, t — установившуюся в калориметре температуру после всех тепловых процессов, c — удельную теплоемкость воды, r — удельную теплоту парообразования, Q_1 — количество теплоты, полученное холодной водой при нагревании от температуры t_1 до t, Q_2 — количество теплоты, полученное холодным калориметром при нагревании тоже от температуры t_1 до t, Q_3 — количество теплоты, отданное паром при конденсации, в процессе которой его температура не менялась, Q_4 — количество теплоты, отданное водой, образовавшейся из горячего пара при охлаждении от температуры t_2 до t.

Дано:
$m_1 = 0{,}25$ кг
$t_1 = 25\ ^{\circ}C$
$m_2 = 10$ г
$t_2 = 100\ ^{\circ}C$
$C = 1000$ Дж/К
$c = 4200$ Дж/(кг · К)
$r = 2{,}3 \cdot 10^6$ Дж/К

t — ?

Решение

Согласно закону сохранения тепловой энергии сумма количеств теплоты, полученных и отданных в этих процессах, равна нулю:

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 = 0.$$

Здесь

$$Q_1 = cm_1(t - t_1), \quad Q_2 = C(t - t_1),$$
$$Q_3 = -rm_2, \quad Q_4 = cm_2(t - t_2).$$

Сложим правые части этих выражений и приравняем их нулю, откуда найдем искомую температуру t:

$$cm_1(t - t_1) + C(t - t_1) - rm_2 + cm_2(t - t_2) = 0.$$

Мы записали уравнение теплового баланса. Раскроем скобки, члены, содержащие искомую температуру t, оставим по одну сторону от знака равенства, а не содержащие — перенесем в другую, вынесем t за скобки и определим:

$$cm_1t - cm_1t_1 + Ct - Ct_1 - rm_2 + cm_2t - cm_2t_2 = 0,$$

$$cm_1t + Ct + cm_2t = cm_1t_1 + Ct_1 + rm_2\ ,$$

$$t(c(m_1 + m_2) + C) = t_1(cm_1 + C) + rm_2\ ,$$

$$t = \frac{t_1(cm_1 + C) + rm_2}{c(m_1 + m_2) + C}$$

Выразим в единицах СИ массу пара: 10 г = 0,01 кг.

Произведем вычисления:

$$t = \frac{25(4200 \cdot 0,25 + 1000) + 2,3 \cdot 10^6}{4200(0,25 + 0,01) + 1000}\ ^0C \approx 37\ ^0C.$$

Ответ: $t \approx 37\ ^0C$.

С11. 10 молей идеального газа нагрели на 100 К. В процессе нагревания давление газа росло прямо пропорционально его объему. Какое количество теплоты было сообщено газу?

Обозначим ν количество молей, ΔT — изменение температуры газа, p — давление, k — коэффициент пропорциональности между давлением и объемом V, Q — количество теплоты, полученное газом, ΔU — изменение его внутренней энергии,

A — работу против внешних сил, R — молярную газовую постоянную, p_1 V_1 и T_1 — давление, объем и температуру в начальном состоянии газа, p_2 V_2 и T_2 — давление, объем и температуру в конечном состоянии газа.

Дано:
$\nu = 10$ моль
$\Delta T = 100$ К
$p = kV$

Q — ?

Решение

Согласно первому закону термодинамики количество теплоты Q, полученное газом, равно сумме изменения его внутренней энергии ΔU и работы против внешних сил A:

$$Q = \Delta U + A. \qquad (1)$$

Изменение внутренней энергии найдем, воспользовавшись соответствующей формулой:

$$\Delta U = \frac{3}{2}\nu R\Delta T = 1{,}5\ \nu R\Delta T. \qquad (2)$$

Работу расширения газа здесь найти труднее, поскольку процесс не является изобарным, а другой формулы для нахождения работы расширения газа мы не знаем. Тогда воспользуемся графическим способом. Изобразим на графике в координатах p–V процесс, при котором давление газа прямо пропорционально его объему (рис. 182). На таком графике работа A равна площади трапеции $abcd$, а площадь трапеции равна произведению полусуммы ее оснований и высоты. Следовательно,

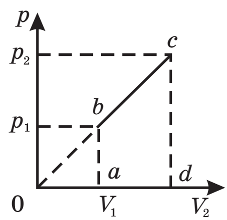


Рис. 182

$$A = \frac{p_1 + p_2}{2}\left(V_2 - V_1\right) = \frac{kV_2 + kV_1}{2}\left(V_2 - V_1\right) = 0{,}5k\left(V_2^2 - V_1^2\right). \qquad (3)$$

Теперь запишем уравнение Менделеева — Клапейрона для начального и конечного состояний газа:

$$p_1V_1 = \nu RT_1 \quad \text{и} \quad p_2V_2 = \nu RT_2.$$

Согласно условию $p_1 = kV_1$ и $p_2 = k\,V_2$.

Подставим правые части этих равенств в два предыдущих уравнения:

$$kV_1^2 = \nu RT_1 \quad \text{и} \quad kV_2^2 = \nu RT_2.$$

А теперь вычтем из последнего уравнения предпоследнее. Так мы придем к правой части равенства (3):

$$kV_2^2 - kV_1^2 = \nu RT_2 - \nu RT_1,$$

$$k\left(V_2^2 - V_1^2\right) = \nu R\left(T_2 - T_1\right) = \nu R\Delta T.$$

Тогда с учетом равенства (3)

$$A = 0{,}5\nu R\Delta T. \qquad (4)$$

Подставив равенства (2) и (4) в формулу (1), мы решим задачу в общем виде:

$$Q = 1{,}5\nu R\Delta T + 0{,}5\nu R\Delta T = 2\nu R\Delta T.$$

Произведем вычисления:

$$Q = 2 \cdot 10 \cdot 8{,}31 \cdot 100 \text{ Дж} = 16620 \text{ Дж} = 16{,}62 \text{ кДж}.$$

Ответ: $Q = 16{,}62$ кДж.

С12. В идеальном газе происходит процесс, изображенный на рис. 171. Какое количество теплоты подведено к газу в этом процессе, начиная от состояния 1 и кончая состоянием 4?

Обозначим p_1 давление газа в состояниях 1 и 2, V_1 — объем газа в состоянии 1, p_2 — давление газа в состояниях 3 и 4, V_2 — объем газа в состояниях 2 и 3, V_3 — объем газа в состоянии 4, Q — количество теплоты подведено к газу, начиная от состояния 1 и кончая состоянием 4, Q_1 — количество теплоты, полученное газом при изобарном расширении (участок 1–2), Q_2 — количество теплоты, полученное газом при изохорном нагревании (участок 2–3), Q_3 — количество теплоты, полученное газом при изобарном расширении (участок 3–6), ΔU_1 — изменения внутренней энергии газа в процессе 1–2, A_1 — работа расширения газа в процессе 1–2, ν — количество молей газа, R — молярную газовую постоянную, ΔT_1 — изменение температуры газа в процессе 1–2, A_2 — работа газа в процессе 2–3, ΔT_2 — изменение температуры газа в процессе 2–3.

Дано:
$p_1 = 100$ кПа
$p_2 = 200$ кПа
$V_1 = 2$ л
$V_2 = 6$ л
$V_3 = 8$ л

Q — ?

Решение

Количество теплоты, полученное газом в этом процессе, равно сумме количеств теплоты, полученных на каждом из трех его участков:

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3. \qquad (1)$$

Согласно первому закону термодинамики количество теплоты Q_1, полученное газом при изобарном расширении (участок 1–2), равно сумме изменения внутренней энергии газа ΔU_1 и работе A_1, совершенной газом против внешних сил:

$$Q_1 = \Delta U_1 + A_1,$$

где,

$$\Delta U_1 = \frac{3}{2}\nu R\Delta T_1, \quad A_1 = p_1(V_2 - V_1) \quad \text{и} \quad p_1(V_2 - V_1) = \nu R\Delta T_1,$$

поэтому мы вправе записать:

$$Q_1 = \frac{3}{2}p_1\left(V_2 - V_1\right) + p_1\left(V_2 - V_1\right) = 2{,}5p_1\left(V_2 - V_1\right). \qquad (2)$$

Количество теплоты Q_2, полученное газом при изохорном нагревании (участок 2–3), равно только изменению внутренней энергии газа ΔU_2, ведь при изохорном процессе работа газа $A_2 = 0$.

Поэтому, в соответствии с предыдущими рассуждении, мы запишем:

$$Q_2 = \frac{3}{2}\nu R\Delta T_2 = 1{,}5\left(p_2 - p_1\right)V_2, \qquad (3)$$

ведь теперь, согласно уравнению Менделеева — Клапейрона,

$$(p_2 - p_1)V_2 = \nu R\Delta T_2.$$

Процесс, соответствующий участку 3–4, снова является изобарным, поэтому по аналогии с предыдущим изобарным процессом мы запишем:

$$Q_3 = 2{,}5p_2\left(V_3 - V_2\right). \qquad (4)$$

Подставив правые части выражений (2), (3) и (4) в равенство (1), мы решим задачу в общем виде:

$$Q = 2{,}5p_1\left(V_2 - V_1\right) + 1{,}5\left(p_2 - p_1\right)V_2 + 2{,}5p_2\left(V_3 - V_2\right).$$

Задача в общем виде решена. Но правую часть этого выражения можно упростить: раскрыть скобки и сделать приведение подобных членов. Проделаем эти действия и мы:

$$Q = 2{,}5p_1V_2 - 2{,}5p_1V_1 + 1{,}5p_2V_2 - 1{,}5p_1V_2 + 2{,}5p_2V_3 - 2{,}5p_2V_2 =$$
$$= p_1V_2 - 2{,}5p_1V_1 - p_2V_2 + 2{,}5p_2V_3 = p_1\left(V_2 - 2{,}5V_1\right) + p_2\left(2{,}5V_3 - V_2\right)$$

Выразим все величины в единицах СИ:
100 кПа = $1 \cdot 10^5$ Па, 200 кПа = $2 \cdot 10^5$ Па, 2 л = $2 \cdot 10^{-3}$ м^3, 6 л = $6 \cdot 10^{-3}$ м^3, 8 л = $8 \cdot 10^{-3}$ м^3.
Произведем вычисления:

$$Q = 1 \cdot 10^5(6 \cdot 10^{-3} - 2{,}5 \cdot 2 \cdot 10^{-3}) + 2 \cdot 10^5(2{,}5 \cdot 8 \cdot 10^{-3} - 6 \cdot 10^{-3}) \text{ Дж} = 38\,900 \text{ Дж} = 38{,}9 \text{ кДж}.$$

Ответ: $Q = 38{,}9$ кДж.

С13. Идеальный одноатомный газ данной массы сначала изобарно переводят из состояния 1 в состояние 2, а затем его снова адиабатно переводят из состояния 1 в состояние 3 (рис. 172). Конечный объем газа в обоих процессах V_2. Отношение количества теплоты, полученного газом в изобарном процессе, к модулю изменения внутренней энергии при адиабатном процессе равно 4. Во сколько раз работа при изобарном процессе больше работы при адиабатном процессе?

Обозначим A_1 работу при изобарном процессе, A_2 — работу при адиабатном процессе, Q_1 — количество теплоты, полученное при изобарном процессе, ΔU_2 — модуль изменения внутренней энергии при адиабатном процессе, ΔV — изменение объема газа, p_1 — его начальное давление в состоянии 1, V_1 — объем газа в состоянии 1, V_2 — конечный объем газа, ΔU_1 — изменение внутренней энергии при изобарном процессе, ν — количество молей газа, R — молярную газовую постоянную, ΔT_1 — изменение температуры при изобарном процессе.

Дано:
$\dfrac{Q_1}{\Delta U_2} = 4$

$\dfrac{A_1}{A_2}$ — ?

Решение

Работу при изобарном процессе 1–2 найдем по формуле

$$A_1 = p_1(V_2 - V_1) = p_1\Delta V.$$

Количество теплоты при изобарном процессе согласно первому закону термодинамики

$$Q_1 = \Delta U_1 + A_1,$$

где

$$\Delta U_1 = \frac{3}{2}\nu R\Delta T_1.$$

А согласно уравнению Менделеева — Клапейрона

$$p_1\Delta V = \nu R\Delta T_1, \quad \text{поэтому} \quad \Delta U_1 = \frac{3}{2} p_1\Delta V.$$

Тогда количество теплоты при изобарном процессе

$$Q_1 = \frac{3}{2} p_1\Delta V + p_1\Delta V = 2,5\, p_1\Delta V.$$

При адиабатном процессе тепло газу не передается, поэтому по первому закону термодинамики $0 = \Delta U_2 + A_2$, откуда по модулю $\Delta U_2 = A_2$.

Из условия задачи

$$\Delta U_2 = \frac{Q_1}{4} = \frac{2,5}{4}\; p_1\Delta V = 0,625\, p_1\Delta V.$$

С учетом этого

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{p_1\Delta V}{0,625 p_1\Delta V} = 1,6.$$

Ответ: $\dfrac{A_1}{A_2} = 1,6.$

С14. Два теплоизолированных сосуда соединены узкой трубкой с закрытым краном, объемом которой можно пренебречь. В первом сосуде содержится ν_1 молей идеального газа со средней квадратичной скоростью молекул v_1, а во втором содержится ν_2 молекул этого газа со средней квадратичной скоростью молекул v_2. Все молекулы одинаковы. Какова будет их средняя квадратичная скорость молекул v, если кран открыть?

Обозначим E_1 общую кинетическую энергию всех молекул в первом сосуде, когда кран был закрыт, E_2 — общую кинетическую энергию всех молекул во втором сосуде, E — общую кинетическую энергию всех молекул после того, как открыли кран, N_1 — число молекул в первом сосуде, m_0 — массу каждой молекулы, N_2 — число молекул во втором сосуде.

Дано:
ν_1
v_1
ν_2
v_2
v — ?

Решение

Нам сказано, что сосуды теплоизолированы. Для чего это сказано? Наверно, чтобы дать понять, что суммарная энергия всех молекул в них после того, как открыли кран, никуда не денется, т.е. останется равной сумме энергий молекул в каждом сосуде, хотя энергия отдельных молекул станет иной. Речь идет, конечно, об их кинетических энергиях, ведь потенциальной энергии у молекул идеального газа нет, они не взаимодействуют на расстоянии. Тогда по закону сохранения энергии

$$E_1 + E_2 = E \ .$$

Энергию всех молекул в первом сосуде можно представить как произведение числа молекул N_1 в этом сосуде и кинетической энергии каждой молекулы, движущейся со скоростью υ_1, которая равна $\frac{m_0\upsilon_1^2}{2}$, а энергия всех молекул в этом сосуде

$$E_1 = N_1\frac{m_0\upsilon_1^2}{2} \cdot$$

Аналогично кинетическая энергия всех N_2 молекул в другом сосуде (когда он еще был закрыт) равна

$$E_2 = N_2\frac{m_0\upsilon_2^2}{2},$$

а кинетическая энергия всех молекул в обоих сосудах, которая останется неизменной, когда кран откроют, равна

$$E = (N_1 + N_2)\frac{m_0\upsilon^2}{2}.$$

Подставим правые части этих равенств в первое уравнение. Так мы соединим искомую скорость υ с известными скоростями υ_1 и υ_2:

$$N_1\,\frac{m_0\upsilon_1^2}{2} + N_2\,\frac{m_0\upsilon_2^2}{2} = \left(N_1 + N_2\right)\frac{m_0\upsilon^2}{2}$$

или после сокращений

$$N_1\upsilon_1^2 + N_2\upsilon_2^2 = \left(N_1 + N_2\right)\upsilon^2.$$

Отсюда $\upsilon = \sqrt{\dfrac{N_1\upsilon_1^2 + N_2\upsilon_2^2}{N_1 + N_2}}$.

Но мы не знаем числа молекул N_1 и N_2 в обоих сосудах. Зато знаем число молей в каждом из них. А поскольку мы все формулы выучили назубок (а как иначе? — иначе о высоком балле на ЕГЭ можно и не мечтать), то сразу сообразим применить здесь формулу, которая позволит связать неизвестное число молекул с известным нам числом молей:

$$N_1 = \nu_1 N_A \quad \text{и} \quad N_2 = \nu_2 N_A \ .$$

Подставим правые части этих формул в предыдущее равенство:

$$v = \sqrt{\frac{\nu_1 N_A v_1^2 + \nu_2 N_A v_2^2}{\nu_1 N_A + \nu_2 N_A}}.$$

Нам осталось сократить число Авогадро, и задача будет решена:

$$v = \sqrt{\frac{\nu_1 v_1^2 + \nu_2 v_2^2}{\nu_1 + \nu_2}}.$$

Ответ: $v = \sqrt{\dfrac{\nu_1 v_1^2 + \nu_2 v_2^2}{\nu_1 + \nu_2}}$.

С15. В горизонтально расположенном цилиндрическом сосуде находится идеальный газ массой m_1, закрытый поршнем массой m_2. Вследствие изобарного расширения газа при его нагревании поршень приобретает скорость v, двигаясь из состояния покоя. Внутренняя энергия газа U прямо пропорциональна его абсолютной температуре, где k — коэффициент пропорциональности. Молярная масса газа M. Какое количество теплоты Q передано газу при этом? Теплоемкостями сосуда и поршня пренебречь.

Обозначим ΔU изменение внутренней энергии газа, A — работу, совершенную газом против внешних сил, ΔT — изменение температуры газа, p — давление газа, ΔV — изменение объема газа, R — молярную газовую постоянную.

Дано:
m_1
m_2
v
$V = kT$
M

Q — ?

Решение

По первому закону термодинамики количество теплоты Q, переданное газу, расходуется на изменение его внутренней энергии ΔU и совершение газом работы A против внешних сил:

$$Q = \Delta U + A. \qquad (1)$$

Согласно условию $U = kT$, поэтому

$$\Delta U = k\Delta T, \qquad (2)$$

Работа расширения газа A идет на сообщение поршню кинетической энергии E_k:

$$A = E_k = \frac{m_2 v^2}{2}. \qquad (3)$$

С другой стороны, при $p = \text{const}$

$$A = p\Delta V = \frac{m_1}{M} R\Delta T\ . \qquad (4)$$

Подставив (2) и (4) в (1), мы сможем определить изменение температуры ΔT:

$$Q = k\Delta T + \frac{m_1}{M} R\Delta T,$$

откуда

$$\Delta T = \frac{Q}{k + \dfrac{m_1}{M} R} = \frac{MQ}{Mk + m_1 R}\ . \qquad (5)$$

Теперь подставим (5) в (2):

$$\Delta U = k \frac{MQ}{Mk + m_1 R}\ . \qquad (6)$$

Нам осталось подставить (3) и (6) в (1) и из полученного выражения определить Q. Приступим:

$$Q = k \frac{MQ}{Mk + m_1 R} + \frac{m_2 v^2}{2}, \qquad Q - \frac{kMQ}{Mk + m_1 R} = \frac{m_2 v^2}{2},$$

$$Q \frac{Mk + m_1 R - kM}{Mk + m_1 R} = \frac{m_2 v^2}{2}, \qquad Q \frac{m_1 R}{Mk + m_1 R} = \frac{m_2 v^2}{2},$$

откуда:

$$Q = \frac{m_2 v^2 \left(Mk + m_1 R\right)}{2 m_1 R}$$

Ответ: $Q = \dfrac{m_2 v^2 \left(Mk + m_1 R\right)}{2 m_1 R}$.

С16. В цилиндрическом сосуде под поршнем находится 2 л водяного пара при 100 ^{0}С и давлении 10^5 Па. Поршень опускают, и объем пара изобарно уменьшается вдвое. Какое количество теплоты отдает этот пар, если при этом его температура не изменяется? Удельная теплота парообразования $2{,}3 \cdot 10^6$ Дж/кг, молярная масса водяного пара 0,018 кг/моль.

Обозначим V_1 первоначальный объем пара, t — его первоначальную температуру по шкале Цельсия, T — его первоначальную температуру по шкале Кельвина, p — давление пара, V_2 — конечный объем пара, r — удельную теплоту парообразования, M — молярную массу пара, ΔU — уменьшение внутренней энергии, m — массу сконденсировавшегося пара,

A — работу, которую совершают над паром, ΔV — изменение объема пара, R — молярную газовую постоянную.

Дано:
$V_1 = 2$ л
$t = 100\ ^0$C
$p = 10^5$ Па
$V_1 = 2V_2$
$r = 2{,}3 \cdot 10^6$ Дж/кг
$M = 0{,}018$ кг/моль

Q — ?

Решение

Вспомним теорию. Водяной пар при 100 ^{0}C, да еще и в закрытом поршнем сосуде, является насыщенным. А его сжимают. Если бы он был ненасыщенным, то его давление при неизменной температуре непременно увеличилось бы. Но давление насыщенного пара при данной температуре максимально, его нельзя увеличить никаким сжатием.

Куда же девается «лишний» пар при сжатии? Он конденсируется, превращается в воду. А давление оставшегося над ней пара остается прежним. Поскольку объем пара уменьшился в два раза, значит, половина бывшего пара сконденсировалась.

Теперь подумаем, в какие формулы входит количество теплоты, и какую из них лучше всего применить в данном случае.

Ближе всего к этому случаю первый закон термодинамики и формула количества теплоты, выделяющейся при конденсации пара.

Но эта формула позволяет определить количество теплоты, которое выделит пар только при конденсации. Именно настолько уменьшится его внутренняя энергия ΔU. Следовательно,

$$\Delta U = rm, \tag{1}$$

где масса сконденсировавшегося пара равна массе оставшегося, ведь объем пара уменьшился наполовину.

Но у нас пар еще и сжимают, значит, совершают над ним отрицательную работу A. Тогда количество теплоты, которое выделит пар вследствие конденсации и сжатия, с учетом знаков по первому закону термодинамики равно:

$$-Q = -\Delta U + (-A) \quad \text{или} \quad Q = \Delta U + A\,. \tag{2}$$

Работа изобарного сжатия равна произведению давления пара и изменения его объема ΔV:

$$A = p\Delta V = p\frac{V}{2}\,. \tag{3}$$

Подставим правые части формул (1) и (3) в равенство (2) и посмотрим, что получится:

$$Q = rm + p\frac{V}{2}. \qquad (4)$$

Но масса пара, оставшегося в сосуде, нам не дана. Правда, она входит в уравнение Менделеева — Клапейрона, где молярная масса водяного пара $M = 0{,}018$ кг/моль нам известна. Запишем это уравнение и найдем из него недостающую массу:

$$p\frac{V}{2} = \frac{m}{M}RT, \quad \text{откуда} \quad m = \frac{pVM}{2RT}.$$

Нам осталось подставить правую часть этого равенства в формулу (4), и задача в общем виде будет решена. Подставляем:

$$Q = r\frac{pVM}{RT} + p\frac{V}{2} \quad \text{или} \quad Q = p\frac{V}{2}\left(\frac{rM}{RT} + 1\right).$$

Задача в общем виде решена.

Теперь выразим все величины в единицах СИ и вычислим:

2 л = 0,002 м^3, 100 ^{0}С = 373 К.

$$Q = \frac{10^5 \cdot 0{,}002}{2}\left(\frac{2{,}3 \cdot 10^6 \cdot 0{,}018}{8{,}31 \cdot 373} + 1\right) \text{Дж} = 1400 \text{ Дж} = 1{,}4 \text{ кДж}.$$

Ответ: $Q = 1{,}4$ кДж.

С17. Посередине теплоизолированного и закрытого цилиндрического сосуда длиной l с площадью основания S располагается поршень, толщиной которого можно пренебречь. Справа от поршня в сосуде находится газ под давлением p_1 и при температуре T_1, а слева вакуум. Поршень соединен с левым основанием цилиндра сжатой упругой пружиной жесткостью k. Длина пружины в недеформированном состоянии равна длине цилиндра. Поршень удерживается в неподвижном состоянии внешним воздействием. Какая установится температура газа T_2, если поршень отпустить? Известно, что внутренняя энергия этого газа пропорциональна его температуре: $U = CT$, где C — известный коэффициент пропорциональности. Трением и теплоемкостями цилиндра с поршнем можно пренебречь.

Обозначим V_1 первоначальный объем газа, x — новую деформацию пружины, p_2 — новое давление газа на поршень, V_2 — новый объем газа.

Дано:
l
S
p_1
T_1
k
$U = CT$

T_2 — ?

Решение

Обратимся к рисунку (рис. 183) и подумаем. Газ давит на поршень справа, а пружина — слева. И при этом кто-то поршень еще и держит, а потом отпускает. Пружина, естественно, распрямляется, но не до конца. Потому что ее длина в недеформированном состоянии равна длине цилиндра, но там справа газ. Он и не даст ей распрямиться до конца. Газ сожмется, и его объем уменьшится. Сначала он занимал половину объема цилиндра, значит, его объем был равен произведению половины длины цилиндра и площади его основания:

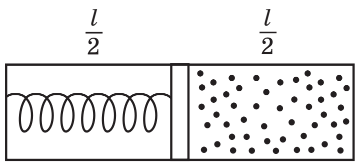


Рис. 183

$$V_1 = \frac{l}{2} S. \tag{1}$$

После частичного распрямления пружины поршень окажется в равновесии в новом положении. Это значит, что силы, давящие на него слева и справа, станут по модулю равны друг другу. Слева на поршень давит пружина, и сила ее давления равна силе упругости, возникающей в ней, но направлена противоположно. Тогда согласно закону Гука эта сила равна kx. А справа на поршень давит сжатый газ, сила давления которого равна произведению его нового давления p_2 на площадь поршня, которая тоже равна S. Тогда мы можем записать условие равновесия поршня в новом положении так:

$$kx = p_2 S. \tag{2}$$

Нам надо найти новую температуру T_2 сжатого газа. Сосуд теплоизолирован, значит, процесс сжатия газа адиабатный. Следовательно, за счет адиабатного сжатия газа его температура повысится. Поскольку сосуд теплоизолирован, при перемещении поршня энергия этой системы тел сохраняется.

Когда поршень находился посередине цилиндра, его пружина была сжата и, значит, обладала потенциальной энергией. При этом ее деформация была равна разности между недеформированной длиной пружины, равной длине цилиндра l, и длиной наполовину сжатой пружины, которая равна $l/2$. Следовательно, деформация пружины в первом положении поршня тоже была $l/2$. Тогда потенциальная энергия пружины была равна $\frac{kl^2}{4}$. Кроме того, газ обладал внутренней энергией $U_1 = CT_1$. Значит, полная энергия этой системы тел была равна

$$\frac{kl^2}{4} + CT_1.$$

Когда пружину отпустили, она распрямилась, но не до конца. Значит, у нее остался запас потенциальной энергии. Теперь деформация пружины равна x, и значит, ее потенциальная энергия стала $\frac{kx^2}{2}$, а внутренняя энергия сжатого газа — CT_2, и полная энергия системы равна

$$\frac{kx^2}{2} + CT_2.$$

Тогда согласно закону сохранения энергии справедливо равенство

$$\frac{kl^2}{4} + CT_1 = \frac{kx^2}{2} + CT_2. \qquad (3)$$

Как бы отыскать этот x? Он входит в условие равновесия (2), но там появляется неизвестное давление газа p_2. Как бы его найти? Что мы еще не использовали?

А мы не использовали газовые законы. У нас масса газа, запертого поршнем, не меняется. Значит, можно воспользоваться одним из газовых законов. Только каким? Когда поршень сжал газ, у того изменились и давление, и объем, и температура. Значит, мы можем применить объединенный газовый закон, записав его для первого и второго состояний газа, тем более, что в него войдут известные и искомая величины:

$$\frac{p_1V_1}{T_1} = \frac{p_2V_2}{T_2}. \qquad (4)$$

Новый объем газа V_2 равен произведению расстояния от поршня до правого основания цилиндра и площади этого основания. А это расстояние равно деформации пружины. Значит,

$$V_2 = x\,S\,. \tag{5}$$

Теперь давайте подставим в формулу (4) значения p_2, V_1 и V_2. Из формулы (2) имеем:

$$p_2 = \frac{kx}{S}\,. \tag{6}$$

Подставляем правые части равенств (1), (5) и (6) в формулу (4). А давление p_1 и температура T_1 нам известны из условия. Посмотрим, что получится:

$$\frac{p_1 l\,S}{2T_1} = \frac{kx^2 S}{ST_2} \quad \text{или после сокращения } S \quad \frac{p_1 l}{2T_1} = \frac{kx^2}{ST_2}\,. \tag{7}$$

Итак, мы получили систему двух уравнений (3) и (7) с двумя неизвестными: ненужной деформацией x и нужной температурой T_2. Выразим из уравнения (7) произведение kx^2 и то, что получится, подставим вместо него в уравнение (3):

$$kx^2 = \frac{p_1 lST_2}{2T_1}\,.$$

Теперь подставляем правую часть этого равенства в формулу (3) вместо kx^2. Так мы получим одно уравнение с одной искомой температурой T_2, которую оттуда и найдем. Вперед:

$$\frac{kl^2}{4} + CT_1 = \frac{p_1 lST_2}{4T_1} + CT_2\,,\ \frac{kl^2 + 4CT_1}{4} = T_2\frac{p_1 lST_2 + 4CT_1}{4T_1}.$$

Отсюда

$$T_2 = T_1\frac{kl^2 + 4CT_1}{p_1 lS + 4CT_1}\,.$$

Ответ: $T_2 = T_1\,\dfrac{kl^2 + 4CT_1}{p_1 lS + 4CT_1}\,.$

С18. Тонкостенный резиновый шар массой 40 г наполнен кислородом и погружен на глубину 20 м. Найти массу кислорода в шаре, если он находится в равновесии. Давление атмосферы 10^5 Па, температура на глубине 3 ^{0}С. Растяжением и объемом оболочки шара пренебречь. Молярная масса кислорода 0,032 кг/моль, плотность воды 1000 кг/м^3.

Обозначим m_1 массу оболочки шара, h — глубину, на которую шар погружен в пруд, m_2 — массу кислорода в шаре, t — температуру на глубине, M — молярную массу кислорода, ρ — плотность воды, $p_{атм}$ — давление атмосферы, m_2 — массу кислорода, g — ускорение свободного падения, V — объема шара, $F_{выт}$ — выталкивающую силу, R — молярную газовую постоянную.

Дано:
$m_1 = 40$ г
$h = 20$ м
$p_{атм} = 10^5$ Па
$t = 3\ ^0$C
$\rho = 1000$ кг/м^3
$M = 0{,}032$ кг/моль

m_2 — ?

Решение

Будем рассуждать так. Шар в равновесии, поэтому согласно первому закону Ньютона, все силы, действующие на него, уравновешены. На шар действует направленная вниз сила тяжести, равная произведению суммарной массы оболочки m_1 и кислорода m_2 на ускорение свободного падения g. А вверх направлена выталкивающая (архимедова) сила $F_{выт}$, равная произведению плотности воды ρ, ускорения свободного падения g и объема шара V. И эти силы по модулю равны друг другу. Значит, мы можем записать:

$$(m_1 + m_2)\,g = F_{выт}$$

или $$(m_1 + m_2)g = \rho g V, \qquad m_1 + m_2 = \rho V. \tag{1}$$

Здесь всего одна неизвестная величина — объем шара V, равный объему кислорода в нем, ведь объем самой оболочки можно не учитывать. Поскольку мы знаем температуру газа (она равна температуре окружающей воды) и речь идет о массе газа, то для нахождения его объема лучше всего применить уравнение Менделеева — Клапейрона:

$$pV = \frac{m_2}{M}RT. \tag{2}$$

Давление газа в шаре равно сумме давления атмосферы на воду $p_{атм}$ и давления столба воды высотой h на шар. А давление столба воды равно произведению плотности жидкости, ускорения свободного падения и высоты столба жидкости. Поэтому

$$p = p_{атм} + \rho g h\ .$$

Подставим это равенство в формулу (2) и из того, что получится, выразим объем газа:

$$(p_{\text{атм}} + \rho gh)V = \frac{m_2}{M}RT.$$

Отсюда $$V = \frac{m_2 RT}{M\left(p_{\text{атм}} + \rho gh\right)}.$$

Теперь подставим правую часть этого равенства в формулу (1) вместо объема и из полученного выражения найдем массу газа m_2:

$$m_1 + m_2 = \rho\frac{m_2 RT}{M\left(p_{\text{атм}} + \rho gh\right)},$$

откуда

$$m_2 = \frac{m_1 M\left(p_{\text{атм}} + \rho gh\right)}{\rho RT - M\left(p_{\text{атм}} + \rho gh\right)}.$$

Мы решили задачу в общем виде. Теперь выразим все единицы в СИ, а затем произведем вычисления:

40 г = 0,04 кг, 3 ^{0}С = 280 К.

$$m_2 = \frac{0,04 \cdot 0,032\left(10^5 + 1000 \cdot 10 \cdot 20\right)}{1000 \cdot 8,31 \cdot 280 - 0,032\left(10^5 + 1000 \cdot 10 \cdot 20\right)}\ \text{кг} =$$

$$= 1,7 \cdot 10^{-4}\ \text{кг} = 0,17\ \text{г}.$$

Ответ: $m_2 = 0,17$ г.

Раздел III
ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ

Основные формулы электромагнетизма

Кратность электрического заряда

$$q = Ne$$

Здесь q — заряд (Кл), N — число не скомпенсированных элементарных зарядов в заряде q (безразмерное), $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл — элементарный заряд (Кл).

Поверхностная плотность заряда

$$\sigma = \frac{q}{S}$$

Здесь σ — поверхностная плотность заряда (Кл/м^2), q — заряд на поверхности (Кл), S — площадь этой поверхности (м^2).

Закон Кулона

$$F = k\frac{q_1 q_2}{\varepsilon r^2} \qquad F = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 \varepsilon r^2}$$

Здесь F — сила взаимодействия точечных зарядов (Н), $k = 9 \cdot 10^9$ Н · м^2/Кл^2 — коэффициент пропорциональности, q_1 и q_2 — модули взаимодействующих зарядов (Кл), ε — относительная диэлектрическая проницаемость среды (безразмерная), $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м — электрическая постоянная, r — расстояние между зарядами (м).

Напряженность электрического поля

$$E = \frac{F}{q}$$

Здесь E — напряженность электрического поля (Н/Кл или В/м), F — сила, действующая на заряд (Н), q — заряд (Кл).

Напряженность поля точечного заряда

$$E = k\frac{q}{\varepsilon r^2} \qquad E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 \varepsilon r^2}$$

Здесь E — напряженность поля (Н/Кл или В/м), k — коэффициент пропорциональности (Н · м^2/Кл^2), q — модуль заряда

(Кл), ε — относительная диэлектрическая проницаемость среды (безразмерная), ε_0 — электрическая постоянная (Ф/м), r — расстояние от точки с напряженностью E до заряда q (м).

Напряженность поля бесконечной равномерно заряженной плоскости

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0\varepsilon}$$

Здесь E — напряженность электрического поля (В/м), σ — поверхностная плотность зарядов на плоскости (Кл/м^2), ε_0 — электрическая постоянная (Ф/м), ε — диэлектрическая проницаемость среды (безразмерная).

Напряженность поля двух разноименно равномерно заряженных плоскостей с одинаковой поверхностной плотностью зарядов (напряженность поля плоского конденсатора)

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0\varepsilon}$$

Все величины те же, что и в предыдущей формуле.

Работа перемещения заряда в однородном электрическом поле

$$A = Eqd$$

Здесь A — работа перемещения заряда (Дж), E — напряженность однородного поля (Н/Кл или В/м), q — перемещаемый заряд (Кл), d — проекция перемещения на силовую линию однородного поля (м).

Потенциал электрического поля

$$\varphi = \frac{W_p}{q}$$

Здесь φ — потенциал электрического поля (В), W_p — потенциальная энергия заряда (Дж), q — заряд, обладающий этой энергией в электрическом поле (Кл).

Потенциал поля точечного заряда

$$\varphi = k\frac{q}{\varepsilon r} \qquad \varphi = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r}$$

Все величины те же, что и в аналогичной формуле напряженности.

Разность потенциалов

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \Delta\varphi = U = \frac{A}{q}$$

Здесь $\varphi_1 - \varphi_2 = \Delta\varphi$ — разность потенциалов между двумя точками поля (В), U — напряжение (В), A — работа перемещения заряда (Дж), q — перемещаемый заряд (Кл).

Связь напряженности с разностью потенциалов в однородном электрическом поле

$$E = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{d} \qquad E = \frac{U}{d}$$

Здесь E — напряженность электрического поля (Н/Кл или В/м), $\varphi_1 - \varphi_2$ — разность потенциалов между двумя точками поля (В), U — напряжение между этими точками (В), d — проекция расстояния между этими точками на силовую линию поля (м).

Электроемкость проводника

$$C = \frac{q}{\varphi}$$

Здесь C — емкость проводника (Ф), q — заряд проводника (Кл), φ — его потенциал (В).

Емкость сферического проводника

$$C = 4\pi\varepsilon_0\varepsilon R$$

Здесь C — емкость сферического проводника (Ф), ε_0 — электрическая постоянная (Ф/м), ε — относительная диэлектрическая проницаемость среды (безразмерная), R — радиус сферы (м).

Емкость конденсатора

$$\mathrm{C} = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2} \qquad \mathrm{C} = \frac{q}{U}$$

Здесь C — емкость конденсатора (Ф), q — его заряд (Кл), $\varphi_1 - \varphi_2$ — разность потенциалов между его обкладками (В), U — напряжение между обкладками (В).

Емкость плоского конденсатора

$$\mathrm{C} = \frac{\varepsilon_o\varepsilon S}{d}$$

Здесь C — емкость плоского конденсатора (Ф), ε_0 — электрическая постоянная (Ф/м), ε — относительная диэлектрическая проницаемость среды (безразмерная), S — площадь обкладок конденсатора (м^2), d — расстояние между обкладками (м).

Последовательное соединение конденсаторов

q — одинаков на всех конденсаторах

$$U_{общ} = U_1 + U_2 + U_3 + \ldots + U_N$$

$$\frac{1}{C_{общ}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \ldots + \frac{1}{C_N}$$

Если все конденсаторы имеют одинаковую емкость C, то

$$C_{общ} = \frac{C}{N} \qquad U_{общ} = NU$$

Здесь q — заряд конденсаторов (Кл), $U_{общ}$ — общее напряжение на батарее конденсаторов (В), U_1, U_2, U_3, ... U_N — напряжения на отдельных конденсаторах (В), N — число конденсаторов (безразмерное), $C_{общ}$ — общая емкость батареи конденсаторов (Ф), C_1, C_2, C_3, ... ,C_N — емкости отдельных конденсаторов (Ф).

Параллельное соединение конденсаторов

U — одинаково на всех конденсаторах

$$q_{общ} = q_1 + q_2 + q_3 + \ldots + q_N$$

$$C_{общ} = C_1 + C_2 + C_3 + \ldots + C_N$$

Если все конденсаторы имеют одинаковую емкость C, то

$$C_{общ} = NC \qquad q_{общ} = qN$$

Здесь U — напряжение на конденсаторах (В), $q_{общ}$ — общий заряд батареи конденсаторов (Кл), q_1, q_2, q_3, ... , q_N — заряды отдельных конденсаторов (Кл), N — число конденсаторов (безразмерное), $C_{общ}$ — емкость батареи конденсаторов (Ф), C_1, C_2, C_3, ... , C_N — емкости отдельных конденсаторов (Ф).

Формулы энергии электрического поля проводника

$$W_{эл} = \frac{C\varphi^2}{2} \qquad W_{эл} = \frac{q^2}{2C} \qquad W_{эл} = \frac{q\varphi}{2}$$

Здесь $W_{эл}$ — энергия электрического поля (Дж), C — емкость проводника (Ф), φ — потенциал проводника (В), q — заряд проводника (Кл).

Формулы энергии электрического поля конденсатора

$$W_{\text{эл}} = \frac{CU^2}{2} \qquad W_{\text{эл}} = \frac{q^2}{2C} \qquad W_{\text{эл}} = \frac{qU}{2}$$

Здесь $W_{\text{эл}}$ — энергия электрического поля конденсатора (Дж), C — емкость конденсатора (Ф), q — заряд на его обкладках (Кл), U — напряжение на обкладках конденсатора (В).

Формула энергии системы точечных зарядов

$$W_{\text{эл}} = \frac{1}{2}(q_1\varphi_1 + q_2\varphi_2 + q_3\varphi_3 + ... + q_N\varphi_N)$$

Здесь $W_{\text{эл}}$ — энергия системы N точечных зарядов (Дж), $q_1, q_2, q_3, ..., q_N$ — заряды, входящие в систему (Кл), $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, ..., \varphi_N$ — потенциалы полей, созданных в точке, где находится один из зарядов, остальными зарядами системы (В).

Формулы силы тока

$$I = \frac{q}{t} \qquad I = nevS$$

Здесь I — сила постоянного тока (А), q — заряд, прошедший через поперечное сечение проводника (Кл), t — время прохождения заряда (с), n — концентрация свободных электронов ($м^{-3}$), e — модуль заряда электрона (Кл), v — скорость упорядоченного движения электронов по проводнику (м/с), S — площадь поперечного сечения проводника ($м^2$).

Формулы плотности тока

$$j = \frac{I}{S} \qquad j = nev$$

Здесь j — плотность тока ($А/м^2$), I — сила тока (А), S — площадь поперечного сечения проводника ($м^2$), n — концентрация свободных электронов в проводнике ($м^{-3}$), e — модуль заряда электрона (Кл), v — скорость упорядоченного движения свободных электронов (м/с).

Формулы сопротивления проводника

$$R = \frac{U}{I} \qquad R = \rho\frac{l}{S}$$

Здесь R — сопротивление проводника (Ом), U — напряжение на нем (В), I — сила тока в проводнике (А), ρ — удельное сопротивление (Ом · м), l — длина проводника (м), S — площадь поперечного сечения проводника (м^2).

Зависимость сопротивления металлического проводника от температуры

$$R = R_o(1 + \alpha t) \qquad R = R_o(1 + \alpha \Delta T)$$

Здесь R — сопротивление проводника при температуре t ^{0}С (Ом), R_o — сопротивление проводника при 0 ^{0}С (Ом), α — температурный коэффициент сопротивления (К$^{-1}$), t — температура по шкале Цельсия, $\Delta T = T - 273$ — изменение абсолютной температуры проводника при нагревании от 0 ^{0}С = 273 К до абсолютной температуры T (К).

Закон Ома для однородного участка цепи

$$I = \frac{U}{R}$$

Здесь I — сила тока (А), U — напряжение (В), R — сопротивление участка (Ом).

Последовательное соединение проводников

I — одинакова во всех проводниках

$$U_{\text{общ}} = U_1 + U_2 + U_3 + ... + U_N$$

$$R_{\text{общ}} = R_1 + R_2 + R_3 + ... + R_N$$

Если все проводники имеют одинаковое сопротивление, то

$$R_{\text{общ}} = NR \qquad U_{\text{общ}} = NU$$

$\frac{U_1}{U_2} = \frac{R_1}{R_2}$ — для двух последовательных проводников

Здесь I — сила тока (А), $U_{\text{общ}}$ — общее напряжение на всех последовательно соединенных проводниках (В), U_1, U_2, U_3, ... , U_N — напряжения на отдельных проводниках (В), $R_{\text{общ}}$ — общее сопротивление всех последовательно соединенных проводников (Ом), R_1, R_2 , R_3 , ... , R_N — сопротивления отдельных проводников (Ом), N — количество проводников (безразмерное).

Параллельное соединение проводников

U — одинаково на всех проводниках

$$I_{\text{общ}} = I_1 + I_2 + I_3 + ... + I_N$$

$$\frac{1}{R_{общ}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \ldots + \frac{1}{R_N}$$

Если все проводники имеют одинаковое сопротивление, то

$$R_{\text{общ}} = \frac{R}{N} \qquad I_{\text{общ}} = NI$$

$R_{\text{общ}} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$ — общее сопротивление двух параллельных проводников

$R_{\text{общ}} = \frac{R_1 R_2 R_3}{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1}$ — общее сопротивление трех параллельных проводников

$\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1}$ — для двух параллельных проводников

Здесь U — напряжение на проводниках (В), $I_{\text{общ}}$ — сила тока в неразветвленном участке цепи (А), I_1 , I_2 , I_3 , ... , I_N — сила тока в отдельных проводниках (А), $R_{\text{общ}}$ — общее сопротивление параллельных проводников (Ом), R_1 , R_2 , R_3 , ... , R_N — сопротивления отдельных проводников (Ом), N — количество проводников (безразмерное).

Закон Ома для неоднородного участка цепи

$$I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E}}{R}$$

Здесь I — сила тока (А), $\varphi_1 - \varphi_2$ — разность потенциалов на концах участка (В), $\mathcal{E}$— ЭДС, действующая в участке (В), R — сопротивление участка (Ом).

Формула ЭДС

$$\mathcal{E} = \frac{\text{А}_{\text{стор.сил}}}{q}$$

Здесь $\mathcal{E}$ — ЭДС (В), $A_{\text{стор.сил}}$ — работа сторонних сил (Дж), q — перемещаемый заряд (Кл).

Закон Ома для всей цепи

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + r}$$

в случае соединенных последовательно одинаковых источников тока

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + Nr} N$$

в случае соединенных параллельно одинаковых источников тока

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + \frac{r}{N}}$$

Здесь I — сила тока в цепи (А), $\mathcal{E}$ — ЭДС источника тока (В), R — сопротивление внешней части цепи (Ом), r — внутреннее сопротивление или сопротивление источника тока (Ом), N — количество одинаковых источников тока (безразмерное).

Сила тока короткого замыкания

при $R = 0$
$$I = \frac{\mathcal{E}}{r}$$

Все величины названы в предыдущей формуле.

Расчет сопротивления шунта к амперметру

$$R_ш = \frac{R_A}{N-1}$$

Здесь $R_ш$ — сопротивление шунта (Ом), $R_А$ — сопротивление амперметра (Ом), $N = \frac{I}{I_A}$ — число, показывающее, во сколько раз измеряемая амперметром сила тока I больше силы тока $I_А$, на которую он рассчитан (безразмерное число).

Расчет добавочного сопротивления к вольтметру

$$R_{д.с.} = R_B(N-1)$$

Здесь $R_{д.с.}$ — добавочное сопротивление (Ом), $R_В$ — сопротивление вольтметра (Ом), $N = \frac{U}{U_B}$ — число, показывающее, во сколько раз измеряемое напряжение U больше напряжения $U_В$, на которое рассчитан вольтметр (безразмерное число).

Работа тока

$$A = UIt \qquad A = q(\varphi_1 - \varphi_2) = qU \qquad A = I^2 R t$$

$$A = \frac{U^2}{R} t \qquad A = \mathcal{E}It \qquad A = Pt$$

Здесь A — работа тока (Дж), U — напряжение на участке цепи (В), I — сила тока в цепи (А), t — время прохождения тока (с), q — прошедший по цепи заряд (Кл), $\varphi_1 - \varphi_2$ — разность потенциалов на концах участка цепи (В), R — сопротивление участка цепи (Ом), $\mathcal{E}$ — ЭДС источника тока (В), P — мощность тока (Вт).

Мощность тока

$$P = UI \qquad P = I^2R \qquad P = \frac{U^2}{R}$$

$$P = \mathcal{E}I \qquad P = \frac{A}{t}$$

Здесь P — мощность тока (Вт), U — напряжение (В), I — сила тока (А), R — сопротивление (Ом), $\mathcal{E}$ — ЭДС источника тока (В), A — работа тока (Дж), t — время (с).

Закон Джоуля — Ленца

$$Q = I^2Rt \qquad Q = \frac{U^2}{R}t \qquad Q = UI\,t$$

Здесь Q — количество теплоты (Дж). Остальные величины названы в предыдущей формуле.

Коэффициент полезного действия (КПД) электрической цепи

$$\eta = \frac{U}{\mathcal{E}}100\% \qquad \eta = \frac{R}{R + r}100\%$$

Здесь η — КПД электрической цепи (% или безразмерный), U — напряжение на внешнем участке цепи (В), R — сопротивление внешнего участка цепи (Ом), r — внутреннее сопротивление или сопротивление источника тока (Ом), $\mathcal{E}$ — ЭДС источника тока (В).

Закон Фарадея для электролиза

$$m = kq \qquad m = kIt \qquad m = \frac{1}{F}\frac{M}{n}It$$

Здесь m — масса вещества, выделившегося на электроде (кг), k — электрохимический эквивалент этого вещества (кг/Кл), q — заряд, прошедший через электролит, I — сила тока в электрохимической ванне (А), t — время электролиза (с), F — число Фарадея (Кл/моль), M — молярная масса выделившегося вещества (кг/моль, n — валентность этого вещества (безразмерная).

Формулы индукции магнитного поля

$$B = \frac{M_{\max}}{I\,S} \qquad B = \frac{F_{\max}}{I\,l}$$

Здесь B — индукция магнитного поля (Тл), $M_{\max}$ — максимальный момент сил, вращающих контур с током в магнитном поле (Н · м), I — сила тока в контуре (А), S — площадь контура (м^2), $F_{\max}$ — максимальная сила Ампера, действующая на проводник с током в магнитном поле (Н), l — длина проводника в магнитном поле (м).

Формула силы Ампера

$$F_А = BI\,l\,sin\,\alpha$$

Здесь $F_А$ — сила Ампера, действующая на проводник с током в магнитном поле (Н), B — индукция магнитного поля (Тл), I — сила тока в проводнике (А), l — длина проводника в магнитном поле (м), α — угол между направлением тока в проводнике и вектором магнитной индукции (рад).

Формула момента сил, вращающих контур с током в магнитном поле

$$M = BI\,S\,sin\,\alpha$$

Здесь M — момент сил, вращающих контур с током в магнитном поле (Н · м), B — индукция магнитного поля (Тл), I — сила тока в контуре (А), S — площадь контура (м^2), α — угол между нормалью к плоскости контура и вектором магнитной индукции (рад).

Формула силы Лоренца, действующей на заряд, движущийся в магнитном поле

$$F_Л = B\,qv\,sin\,\alpha$$

Здесь $F_Л$ — сила Лоренца, действующая на заряд, движущийся в магнитном поле (Н), B — индукция магнитного поля (Тл), q — заряд (Кл), v — скорость заряда (м/с), α — угол между векторами магнитной индукции и скорости (рад).

Формула магнитного потока

$$\Phi = BS\cos\alpha \qquad \Phi = LI$$

Здесь Φ — магнитный поток сквозь поверхность (Вб), S — площадь поверхности (м^2), α — угол между нормалью к поверхности и вектором магнитной индукции (рад), L — индуктивность контура (Гн), I — сила тока в контуре (А).

Формула ЭДС электромагнитной индукции

$$\mathcal{E}_i = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}N \qquad \mathcal{E}_i = \Phi' N$$

Здесь $\mathcal{E}_i$ — ЭДС индукции в контуре (В), $\Delta\Phi/\Delta t$ — скорость изменения магнитного потока, пересекающего контур (Вб/с), N — число витков в контуре (безразмерное), Φ' — первая производная магнитного потока по времени (Вб/с).

Формула ЭДС индукции в проводнике, движущемся поступательно в магнитном поле

$$\mathcal{E}_i = Bv\,l\sin\alpha \qquad \mathcal{E}_{i\max} = Bvl$$

Здесь $\mathcal{E}_i$ — ЭДС индукции в проводнике (В), B — индукция магнитного поля (Тл), v — скорость проводника в магнитном поле (м/с), l — длина проводника в магнитном поле (м), α — угол между векторами скорости и магнитной индукции (рад), $\mathcal{E}_{i\max}$ — максимальная ЭДС индукции, когда проводник движется перпендикулярно линиям магнитной индукции.

Формула ЭДС индукции в контуре, вращающемся в магнитном поле

$$\mathcal{E}_i = B\omega SN\sin\alpha \qquad \mathcal{E}_{i\max} = B\omega SN$$

Здесь $\mathcal{E}_i$ — ЭДС индукции во вращающемся контуре (В), B — индукция магнитного поля (Тл), ω — угловая скорость вращения (рад/с), S — площадь контура, N — число витков в контуре (безразмерное), α — угол между вектором индукции и нормалью к плоскости контура, $\mathcal{E}_{i\max}$ —максимальная ЭДС индукции, когда угол между нормалью к плоскости контура и вектором магнитной индукции равен 90^0, т.е. когда плоскость контура параллельная линиям магнитной индукции.

Формула ЭДС самоиндукции

$$\mathcal{E}_s = L\frac{\Delta I}{\Delta t} \qquad \mathcal{E}_s = -LI'$$

Здесь $\mathcal{E}_s$ — ЭДС самоиндукции в контуре (В), L — индуктивность контура (Гн), $\dfrac{\Delta I}{\Delta t}$ — скорость изменения силы тока в контуре (А/с), I' — первая производная силы тока по времени.

Формула магнитной проницаемости магнетика

$$\mu = \frac{B}{B_o}$$

Здесь μ — магнитная проницаемость магнетика (безразмерная), B — индукция магнитного поля в магнетике (Тл), B_0 — индукция магнитного поля в вакууме (Тл).

Формула энергии магнитного поля

$$W_м = \frac{LI^2}{2}$$

Здесь $W_м$ — энергия магнитного поля (Дж), L — индуктивность контура (Гн), I — сила тока в контуре (А).

КРАТКАЯ ТЕОРИЯ ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМА

Электромагнетизм условно делят на электростатику, законы постоянного тока и магнетизм.

Тема 1. ЭЛЕКТРОСТАТИКА

Количественной мерой взаимодействия заряженных тел является электрический заряд q. Заряд может быть положительным и отрицательным.

Наименьшим (элементарным) положительным зарядом обладает элементарная частица «протон», входящая в состав ядра атома. Наименьшим (элементарным) отрицательным зарядом обладает элементарная частица «электрон», входящая в состав атома.

Элементарный положительный заряд по модулю равен элементарному отрицательному заряду и отличается от него лишь знаком.

Единица заряда в СИ — кулон (Кл). Выразим кулон через основные единицы СИ:

$$Кл = А \cdot с.$$

Модуль заряд электрона e равен модулю заряду протона и называется элементарным зарядом e:

$$e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ Кл.$$

Заряды одного знака (одноименные заряды) отталкиваются друг от друга, а заряды противоположных знаков (разноименные заряды) притягиваются друг к другу.

Электрические заряды рождаются только парами. В каждой такой паре заряды равны по модулю и противоположны по знаку. Если два равных по модулю и противоположных по знаку заряда привести в соприкосновение, то они нейтрализуются. В результате суммарный заряд системы тел, в которой возникли или исчезли заряды, останется прежним.

Янтарь или эбонит, потертые о мех или шерсть, приобретают отрицательный заряд, а при этом мех или шерсть — такой же по модулю положительный заряд. Стекло, потертое о шелк, приобретает положительный заряд, а шелк при этом — такой же по модулю отрицательный заряд.

Любой заряд q содержит в себе целое число N элементарных зарядов e:

$$q = Ne.$$

Основным законом электростатики является закон Кулона: сила, с которой взаимодействуют два точечных покоящихся электрических заряда, прямо пропорциональна произведению модулей этих зарядов и обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними:

$$F = k\frac{q_1 q_2}{\varepsilon r^2}.$$

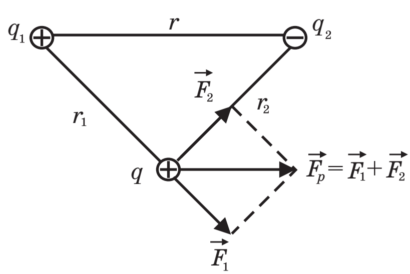


Рис. 184

Сила Кулона направлена вдоль прямой, соединяющей взаимодействующие заряды. Если на данный заряд действует несколько других зарядов, то равнодействующая F_0, действующая на данный заряд, равна векторной сумме сил, действующих на него со стороны каждого из других зарядов в отдельности (рис. 184).

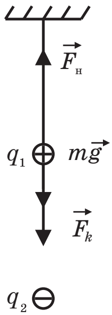


Рис. 185

Если заряд под действием приложенных к нему сил покоится или движется равномерно и прямолинейно, то применяют первый закон Ньютона. При этом модули всех противоположно направленных сил приравнивают друг другу. Например, на положительно заряженный шарик q_1 на нити действуют сила Кулона F_k со стороны другого отрицательно заряженного шарика $-q_2$, сила тяжести mg и сила натяжения нити $F_н$ (рис. 185). Положительно заряженный шарик будет оставаться в покое при выполнении условия:

$$F_н = F_k + mg.$$

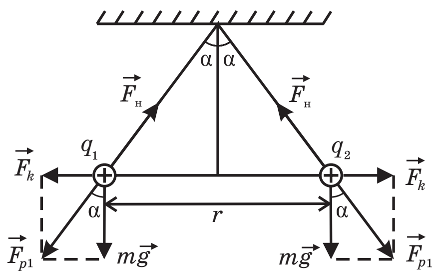


Рис. 186

На рис. 186 одноименно заряженные шарики на нитях, оттолкнувшись, разошлись друг от друга на некоторое расстояние. В такой задаче надо, выполнив рисунок, приложить к шарикам силы Кулона, тяжести и натяжения так, чтобы равнодействующая сил Кулона и тяжести $F_{р1}$ была направлена вдоль нити от точки подвеса и по модулю равнялась силе натяжения нити, направленной к точке подвеса. При решении подобной задачи могут пригодиться приведенные ниже формулы:

$$F_{р1} = F_н, \qquad F_{p1} = \sqrt{(mg)^2 + F_к^2}, \qquad \operatorname{tg}\alpha = \frac{F_к}{mg} \quad \text{и т. п.}$$

Ну и, конечно, сам закон Кулона

$$F_к = k\frac{q_1 q_2}{r^2}.$$

Если заряженное тело под действием приложенных к нему сил движется по окружности, то их равнодействующую $F_р$ приравняйте, согласно второму закону Ньютона, произведению массы тела и его центростремительного ускорения. Если этой

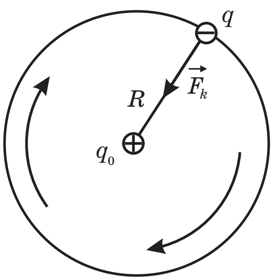


Рис. 187

равнодействующей является сама сила Кулона, как на рис. 187, то она и равна этому произведению:

$$F_к = ma_ц \qquad \text{и} \qquad F_к = k\frac{qq_0}{R^2}.$$

Электрическое поле — это форма материи, окружающая электрические заряды.

Электрическое поле, окружающее неподвижные заряды-источники поля, называется электростатическим (т.е. полем неподвижных зарядов).

Силовой характеристикой электрического поля является его напряженность E.

Напряженность электрического поля в данной точке равна отношению силы F, действующей на пробный заряд q, внесенный в эту точку, к модулю этого заряда:

$$E = \frac{F}{q}.$$

Напряженность — векторная величина. Вектор напряженности сонаправлен с вектором силы, действующей на положительный пробный заряд, внесенный в данную точку электрического поля (рис. 188). Если заряд-источник положительный, то вектор напряженности «отворачивается» от него (рис. 188, а), а если отрицательный, — то «поворачивается» к нему (рис. 188, б).

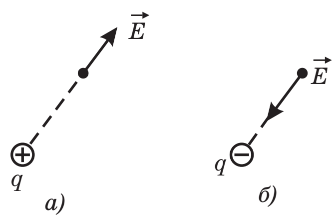


Рис. 188

Напряженность электрического поля точечного заряда-источника в некоторой точке поля прямо пропорциональна величине этого заряда и обратно пропорциональна квадрату расстояния между этой точкой поля и зарядом-источником:

$$E = k\frac{q}{\varepsilon r^2}, \qquad E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r^2}.$$

По этим формулам можно также определить напряженность поля заряженной сферы, если заряд по ней распределен равномерно. В этом случае r — расстояние от точки поля, в которой определяется напряженность, до центра сферы.

Относительная диэлектрическая проницаемость среды ε показывает, во сколько раз напряженность E_0 электрического поля в вакууме больше напряженности E в диэлектрике:

$$\varepsilon = \frac{E_0}{E}.$$

Принцип суперпозиции полей: напряженность электрического поля, созданного в данной точке несколькими зарядами-источниками, равна векторной сумме напряженностей полей, созданных в этой точке каждым зарядом в отдельности.

На рис. 189 применен принцип суперпозиции полей для определения напряженности поля, созданного в точке М двумя точечными зарядами q_1 и q_2, двумя положительными (рис. 189, а), двумя отрицательными (рис. 189, б) и положительным и отрицательным (рис. 189, в).

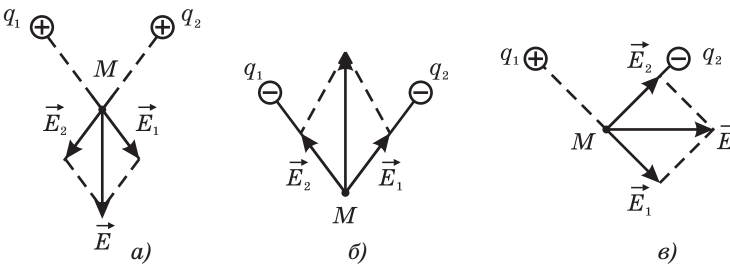


Рис. 189

Следует знать, что закон Кулона можно применять только к взаимодействию точечных зарядов или равномерно заряженных шаров — полых или сплошных, все равно. Если же заряд, даже точечный, находится в поле протяженного заряда — в поле бесконечной заряженной плоскости или двух плоскостей — то определять действующую на него электрическую силу можно только воспользовавшись формулой

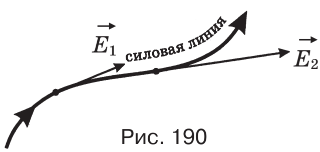


Рис. 190

$$F = qE.$$

Электрические поля изображают с помощью силовых линий или линий вектора напряженности. Силовой линией

(линией вектора напряженности) называют линию, в каждой точке которой вектор напряженности направлен по касательной к этой линии (рис. 190).

Силовые линии выходит из положительных зарядов и входят в отрицательные или уходят в бесконечность, т.е. туда, где напряженность электрического поля данного заряда-источника равна нулю. Они никогда не пересекаются и всегда разомкнуты, так как начинаются на поверхности положительно заряженного проводника и оканчиваются на поверхности отрицательного. Внутрь проводника с неподвижными зарядами на его поверхности силовые линии не проникают, поэтому внутри такого проводника (полого или сплошного, все равно) напряженность электрического поля в любой точке равна нулю.

Электрическое поле, в каждой точке которого вектор напряженности одинаков, называется однородным. Силовые линии однородного поля — это параллельные прямые, расположенные на одинаковом расстоянии друг от друга.

Примерами однородного поля являются поле бесконечной, равномерно заряженной плоскости (рис. 191, а) и поле между двумя бесконечными, равномерно и разноименно заряженными плоскостями (рис. 191, б).

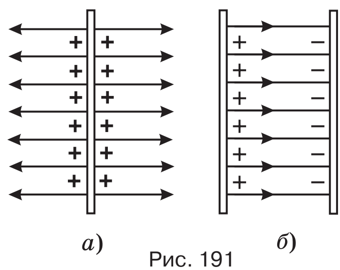


Рис. 191

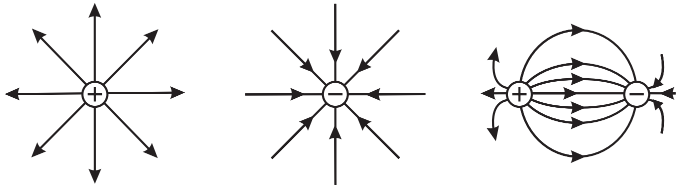
Напряженность в любой точке однородного поля бесконечной и равномерно заряженной плоскости определяется по формуле

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0\varepsilon}.$$

Напряженность электрического поля между двумя бесконечными, равномерно и разноименно заряженными плоскостями, определяется формулой

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0\varepsilon}.$$

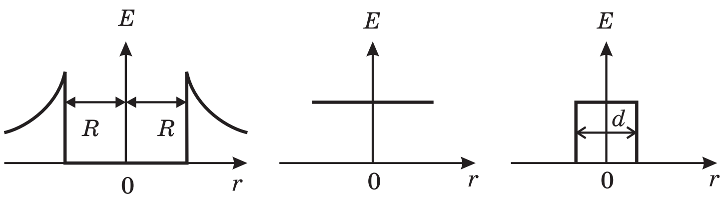
Поле, в котором напряженность меняется от точки к точке, называется неоднородным. Поля точечных зарядов — это неоднородные поля. На рис. 192 изображены неоднородные поля вблизи точечного положительного заряда (рис. 192, а), точечного отрицательного заряда (рис. 192, б) и двух разноименных точечных зарядов (поле диполя) (рис. 192, в). По мере удаления от этих зарядов напряженность поля уменьшается, и наоборот, тогда как во всех точках однородного поля она одинакова.



а) *б*) *в*)

Рис. 192

На рис. 193, а) изображен график зависимости напряженности E электрического поля поверхностно заряженной сферы радиусом R от расстояния r до ее поверхности, на рис. 193, б) — график зависимости напряженности E электрического поля бесконечной, равномерно заряженной плоскости от расстояния r до нее, на рис. 193, в) — тот же график для электрического поля между двумя равномерно и разноименно заряженными плоскостями, расстояние между которыми d.



а) *б*) *в*)

Рис. 193

Электрические силы совершают работу перемещения заряда в электрическом поле.

Работа перемещения заряда A, совершаемая электрическими силами в однородном электростатическом поле, равна произведению напряженности поля E, модуля этого заряда q и проекции вектора перемещения d на силовую линию:

$$A = Eqd.$$

Работа перемещения заряда в однородном электростатическом поле не зависит от формы траектории заряда, а зависит от положения в этом поле начальной и конечной точек перемещения.

Работа перемещения заряда по замкнутой траектории, совершаемая силами электростатического поля, равна нулю.

Потенциал электрического поля равен отношению потенциальной энергии заряда в этом поле к величине этого заряда,

$$\varphi = \frac{W_p}{q}.$$

Потенциал — скалярная алгебраическая величина. Он может быть положительным и отрицательным. Условились считать потенциал поля, созданного положительными зарядами-источниками, положительным, а потенциал поля, созданного отрицательными зарядами-источниками, отрицательным. Чем ближе к положительному заряду-источнику и чем дальше от отрицательного располагается точка, тем выше ее потенциал.

Единица потенциала в СИ — вольт (В).

Потенциал поля точечного заряда в данной точке поля прямо пропорционален модулю этого заряда, обратно пропорционален расстоянию от этой точки до заряда и зависит от среды, в которой находится заряд:

$$\varphi = k\frac{q}{\varepsilon r}, \qquad \varphi = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r}.$$

По последним формулам можно определить и потенциал поля заряженной сферы. В этом случае r — расстояние от центра сферы до любой точки поля, расположенной вне сферы. Потенциал поля в точках на поверхности сферы с неподвижными зарядами или в любых точках внутри сферы (сплошной или пустой), если внутри нее нет зарядов, определяет формула

$$\varphi = k\frac{q}{\varepsilon R},$$

где R — радиус сферы.

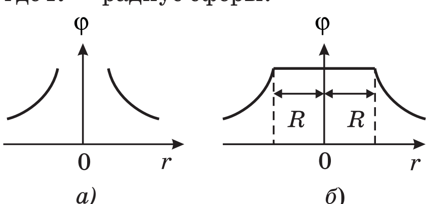


Рис. 194

На рис. 194, а) изображен график потенциала поля точечного заряда в зависимости от расстояния r до него, а на рис. 194, б) — график зависимости потенциала заряженной сферы радиусом R в зависимости от расстояния r до ее центра.

Если два заряженных проводника одинакового размера и формы привести в соприкосновение, то потенциал их сделается одинаковым и их общий заряд разделится между ними поровну, поэтому если их потом развести, то на каждом останется половина прежнего суммарного заряда. А если у проводников разные размеры или форма, то при соприкосновении у них тоже сделается одинаковый потенциал, но заряды будут разными. При этом будет выполняться закон сохранения зарядов, согласно которому суммарный заряд проводников до их соединения равен суммарному заряду после соединения.

Отметим, что внутри заряженной сферы, неподвижный заряд которой распределен по поверхности, электрическое поле отсутствует, поэтому напряженность там в каждой точке равна нулю, тогда как потенциал не равен нулю.

Потенциал заряженного проводника — полого или сплошного, все равно — в любой точке внутри него такой же, как и в любой точке на его поверхности.

Если заряженный проводник заземлить, то его потенциал станет равен потенциалу Земли. При этом из земли на проводник придет заряд, равный по модулю заряду проводника, но противоположного знака, поэтому заряды нейтрализуют друг друга и проводник разрядится.

Поверхность или линия, все точки которой имеют одинаковый потенциал, называется эквипотенциальной. Линии вектора напряженности всегда расположены перпендикулярно эквипотенциальной поверхности. Эквипотенциальной является поверхность любого проводника с неподвижными зарядами. При этом сами заряды могут быть распределены по поверхности проводника неравномерно: на острие их плотность больше, а где впадина — меньше, но потенциалы всех точек проводника, как на поверхности, так и внутри проводника с неподвижными зарядами, одинаковы. Работа перемещения заряда по поверхности любого проводника с неподвижными зарядами равна нулю.

Место, где соединяются концы более двух проводников, называют узлом. При этом потенциалы всех этих концов становятся одинаковыми.

Если заряд q перемещается в электрическом поле между точками с разностью потенциалов $\varphi_1-\varphi_2$ под действием электрической силы, то электрическое поле совершает работу A и при этом кинетическая энергия заряда изменяется на величину этой работы:

$$A = q(\varphi_1 - \varphi_2) = qU = E_{k2} - E_{k1}.$$

Разность потенциалов $\varphi_1-\varphi_2$ (или напряжение U) между двумя точками электрического поля равна отношению работы перемещения заряда из одной точки поля в другую, к величине этого заряда:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \Delta\varphi = U = \frac{A}{q}.$$

Здесь A — работа перемещения заряда q из точки с потенциалом φ_1 в точку с потенциалом φ_2.

Напряженность однородного электростатического поля E равна отношению разности потенциалов $\varphi_1-\varphi_2$ (напряжения U) между двумя его точками к проекции отрезка d, соединяющего эти точки, на линию вектора напряженности:

$$E = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{d}, \qquad E = \frac{U}{d}.$$

Электроемкостью (емкостью) проводника C называется отношение заряда q, сообщенного проводнику, к потенциалу φ, который он при этом приобрел:

$$C = \frac{q}{\varphi}.$$

Емкость — скалярная положительная величина. Она зависит от формы проводника, его размеров и окружающей среды. Приближение к данному проводнику других проводников или внесение его в диэлектрическую среду увеличивает емкость данного проводника.

Емкость уединенного проводника сферической формы прямо пропорциональна относительной диэлектрической проницаемости среды, окружающей проводник, и радиусу проводника:

$$C = 4\pi\varepsilon_0\varepsilon R.$$

Единица емкости в СИ — фарад (Ф). Два одинаковых по форме и размерам проводника имеют одинаковую емкость независимо от их вещества. Медный и алюминиевый шары одинакового радиуса имеют одинаковую емкость. Если до соприкосновения они были заряженными, то после соприкосновения или соединения их проводником алгебраическая сумма их бывших зарядов распределится между ними поровну так, что на каждом проводнике окажется половина этой суммы. Например, если заряд одного проводника был равен +6 нКл, а заряд другого проводника был равен −4 нКл, то после их соединения на каждом окажется заряд $\frac{6+(-4)}{2}$ нКл = 1 нКл. Но так будет, если емкости этих проводников одинаковы. Если же нет, то следует помнить, что заряды на них перераспределятся так, что одинаковыми станут потенциалы этих проводников, и при этом сумма новых зарядов на проводниках останется равной сумме их прежних зарядов.

Система из двух близко расположенных проводников называется конденсатором. Пластины конденсатора называют его обкладками.

Если обкладки конденсатора зарядить разноименно, то между ними возникнет электрическое поле, которое почти целиком будет сосредоточено между обкладками.

Простейшим по устройству и наиболее распространенным является плоский конденсатор, представляющий собой две плоские проводящие пластины, разделенные слоем диэлектрика. Электрическое поле между обкладками является однородным и практически целиком сосредоточено между ними, тогда как за обкладками поле отсутствует. Однородность поля будет нарушаться только вблизи краев обкладок.

Емкость любого конденсатора равна отношению заряда на его обкладках к разности потенциалов (напряжению) между ними:

$$C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2}, \qquad C = \frac{q}{U}.$$

Емкость плоского конденсатора C прямо пропорциональна относительной диэлектрической проницаемости ε диэлектрика между обкладками, площади обкладок конденсатора S и обратно пропорциональна расстоянию d между обкладками:

$$\mathrm{C} = \frac{\varepsilon_o \varepsilon S}{d}.$$

Через конденсатор постоянный ток не идет.

Если изменить расстояние между обкладками конденсатора или заменить диэлектрик, не отключая конденсатор от источника зарядов (источника напряжения), то изменятся его емкость и заряд, а напряжение будет оставаться прежним, а если это проделать, отключив конденсатор от источника, то будут изменяться его емкость и напряжение, а заряд изменяться не будет.

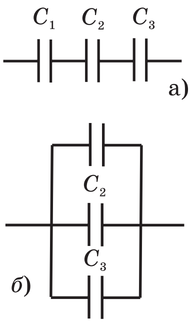


Рис. 195

Конденсаторы соединяют последовательно и параллельно. На рис. 195, а) изображено последовательное соединение трех конденсаторов, а на рис. 195, б) — их параллельное соединение.

При последовательном соединении:

1) заряд на всех конденсаторах одинаков,

2) общее напряжение равно сумме напряжений на отдельных конденсаторах:

$$U_{\text{общ}} = U_1 + U_2 + U_3 + \ldots + U_N;$$

3) величина, обратная общей емкости, равна сумме величин, обратных емкостям отдельных конденсаторов:

$$\frac{1}{C_{\text{общ}}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \ldots + \frac{1}{C_N}.$$

Если все последовательно соединенные конденсаторы имеют одинаковую емкость, то их общая емкость в N раз меньше емкости каждого из них, а общее напряжение на них в N раз больше напряжения на каждом конденсаторе:

$$C_{\text{общ}} = \frac{C}{N}, \qquad U_{\text{общ}} = NU.$$

Здесь N — количество конденсаторов с одинаковой емкостью.

Если два последовательных конденсатора имеют емкости C_1 и C_2, то их общую емкость $C_{\text{общ}}$ можно определить по формуле

$$C_{\text{общ}} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}.$$

Если их три, то

$$C_{\text{общ}} = \frac{C_1 C_2 C_3}{C_1 C_2 + C_2 C_3 + C_3 C_1}.$$

При последовательном соединении конденсаторов их общая емкость всегда меньше самой меньшей емкости.

Если конденсаторы соединить так, чтобы их левые обкладки оказались соединенными в одной точке, а правые — в другой, то такое соединение будет называется параллельным:

1) напряжения на параллельно соединенных конденсаторах одинаковы;

2) общий заряд батареи параллельно соединенных конденсаторов равен сумме зарядов на каждом из них;

3) общая емкость батареи параллельно соединенных конденсаторов равна сумме емкостей отдельных конденсаторов.

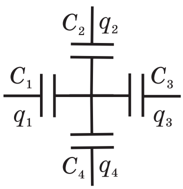


Рис. 196

Если конденсаторы соединены обкладками в одной точке О (рис. 196), то алгебраическая сумма зарядов на этих обкладках равна нулю:

$$q_1 + q_2 + q_3 = 0.$$

Следует также помнить, что все соединенные обкладки конденсаторов имеют одинаковый потенциал. Поэтому обкладки с одинаковым потенциалом можно соединять или разъединять с целью упрощения схемы.

Если вам предложат определить общую емкость батареи конденсаторов, подобную той, что на рис. 197, а), то учтите, что потенциалы обкладок 1 и 5 равны φ_1, потенциалы обкладок 4 и 8 равны φ_2, а в силу симметрии схемы потенциалы обкладок 2, 3, 6 и 7 тоже будут одинаковы и равны, например, φ, как и потенциалы точек a и b. Но тогда обкладки конденсатора емкостью C, соединенные с этими точками, тоже будут иметь одинаковый потенциал φ, поэтому разность потенциалов между ними будет равна нулю. А поскольку его емкость C не равна

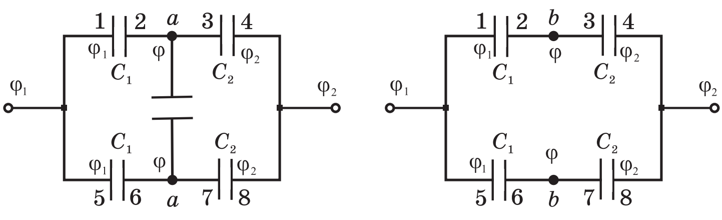


Рис. 197

нулю, то, согласно формуле емкости, заряд этого конденсатора тоже будет равен нулю:

$$q = C(\varphi - \varphi) = 0.$$

Значит, такой конденсатор окажется незаряженным и его можно исключить из схемы, заменив эквивалентной схемой (рис. 197, б), емкость которой уже определить несложно:

$$C = \frac{C_1C_2}{C_1+C_2} + \frac{C_1C_2}{C_1+C_2} = 2\frac{C_1C_2}{C_1+C_2}.$$

Энергию заряженного проводника определяют формулы

$$W_{эл} = \frac{C\varphi^2}{2}, \quad W_{эл} = \frac{q^2}{2C}, \quad W_{эл} = \frac{q\varphi}{2}.$$

Энергия системы проводников равна сумме энергий каждого из них. Если два проводника соединить металлической проволокой, то по ней пройдет ток. При этом выделится некоторое количество теплоты, равное разности общих энергий проводников после и до соединения, а потенциалы проводников станут одинаковы.

Энергию заряженного конденсатора определяют формулы

$$W_{эл} = \frac{CU^2}{2}, \quad W_{эл} = \frac{q^2}{2C}, \quad W_{эл} = \frac{qU}{2}.$$

Здесь U — напряжение на обкладках конденсатора. Остальные величины те же, что и в предыдущих формулах.

Если в задаче требуется определить работу по изменению емкости конденсатора — например, если из него вынули прокладку или заменили ее, или изменили расстояние между обкладками, — то эту работу можно приравнять разности энергий конденсатора после и до этих действий.

Если заряженные конденсаторы соединяют проводником, то при наличии разности потенциалов между соединяемыми обкладками по проводнику пройдет кратковременный ток и при этом в нем выделится некоторое количество теплоты, а общая энергия конденсаторов уменьшится. Это количество теплоты будет равно разности суммарной энергии конденсаторов после и до их соединения проводником.

Для характеристики энергетических свойств электрического поля английским физиком Максвеллом было введено понятие объемной плотности энергии $w_{эл}$.

Объемная плотность энергии электрического поля $w_{эл}$ равна отношению энергии электрического поля в некотором объеме пространства $W_{эл}$ к величине этого объема V:

$$w_{эл} = \frac{W_{эл}}{V}.$$

Единица объемной плотности энергии электрического поля в СИ — джоуль на метр в кубе (Дж/м^3).

Следующая формула определяет величину объемной плотности энергии электрического поля через его силовую характеристику — напряженность E и диэлектрическую проницаемость среды ε, в которой оно создано:

$$w_{эл} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2}{2}.$$

Тема 2. ЗАКОНЫ ПОСТОЯННОГО ТОКА

Электрический ток — это упорядоченное движение электрических зарядов.

В металлах носителями зарядов являются свободные электроны, в электролитах — положительные и отрицательные ионы, в полупроводниках — электроны и дырки, в газах — ионы обоих знаков и электроны.

За направление тока в проводнике принято направление положительных зарядов. Во внешней части цепи, к которой относятся все ее участки, кроме источника тока, ток течет от плюса к минусу, во внутренней части, т. е. внутри источника тока, — от минуса к плюсу.

Участок цепи внутри источника тока называют внутренней частью цепи, а всю остальную часть цепи, в которую входят потребители тока, измерительные приборы, приборы управления и соединительные провода, — внешней частью цепи.

Силой тока I называется отношение заряда q, прошедшего через поперечное сечение проводника, ко времени прохождения этого заряда t:

$$I = \frac{q}{t}.$$

Сила тока — скалярная величина. Единица силы тока в СИ — ампер (А). Это основная единица СИ.

Сила тока в металлическом проводнике равна произведению концентрации свободных электронов n, модуля элементарного заряда e, скорости упорядоченного движения свободных электронов по проводнику v и площади поперечного сечения проводника S:

$$I = nev\,S.$$

Силу тока в цепи измеряют с помощью приборов — амперметров. Амперметр включается в цепь последовательно тому участку, в котором измеряют силу тока.

Плотность тока j — это отношение силы тока к площади поперечного сечения проводника, по которому идет ток:

$$j = \frac{I}{S}.$$

Плотность тока равна произведению концентрации свободных электронов, модуля элементарного заряда и скорости упорядоченного движения свободных электронов по проводнику:

$$j = nev.$$

Плотность тока — векторная величина. Вектор плотности тока направлен в сторону упорядоченного движения положительных зарядов по проводнику.

Проводник оказывает сопротивление электрическому току.

Сопротивление проводника R равно отношению напряжения U на проводнике к силе тока I в нем:

$$R = \frac{U}{I}.$$

Сопротивление — скалярная и всегда положительная величина. Единица сопротивления в СИ — Ом.

Сопротивление линейных проводников прямо пропорционально их длине l и обратно пропорционально площади поперечного сечения S:

$$R = \rho\frac{l}{S}.$$

Здесь ρ — удельное сопротивление вещества проводника.

Удельное сопротивление — скалярная положительная величина. Оно зависит от вещества и температуры проводника.

С повышением температуры проводника усиливаются тепловые колебания ионов решетки, поэтому сопротивление проводника прохождению тока возрастает. Зависимость сопротивления металлов от температуры выражают формулы

$$R = R_о(1 + \alpha t) \quad \text{или} \quad R = R_о(1 + \alpha\Delta T).$$

Основным законом электродинамики является закон Ома.

Закон Ома для проводника (участка цепи): сила тока в проводнике прямо пропорциональна напряжению на его концах и обратно пропорциональна сопротивлению проводника:

$$I = \frac{U}{R}.$$

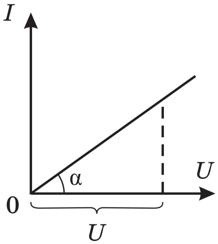


Рис. 198

Проводники, для которых выполняется закон Ома, называются резисторами. Все металлические проводники — резисторы. Вольтамперной характеристикой резистора, т.е. графиком зависимости силы тока в резисторе от приложенного к нему напряжения, является прямая линия (рис. 198). Котангенс ее угла наклона α к оси напряжений численно равен сопротивлению резистора:

$$\operatorname{ctg}\alpha = \frac{U}{I} = R.$$

Проводники можно соединять последовательно и параллельно (рис. 199).

При последовательном соединении проводников (рис. 199, *а*):

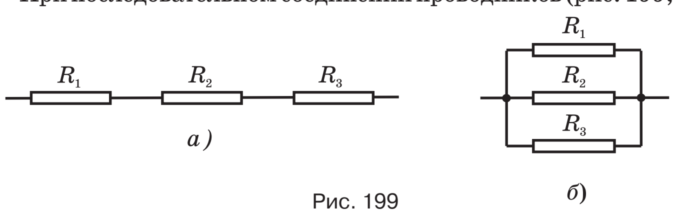


Рис. 199

1) сила тока во всех проводниках одинакова;

2) общее напряжение равно сумме напряжений на отдельных проводниках:

$$U_{общ} = U_1 + U_2 + U_3 + \ldots + U_N$$

3) общее сопротивление равно сумме сопротивлений отдельных проводников:

$$R_{общ} = R_1 + R_2 + R_3 + \ldots + R_N$$

Если все проводники имеют одинаковое сопротивление, то

$$R_{общ} = NR \quad \text{и} \quad U_{общ} = NU.$$

Напряжения на двух последовательных проводниках прямо пропорциональны их сопротивлениям:

$\dfrac{U_1}{U_2} = \dfrac{R_1}{R_2}$ — для двух последовательных проводников.

При параллельном соединении проводников (рис. 199, *б*):

1) напряжения на всех проводниках одинаковы;

2) сила тока в общем (неразветвленном) участке цепи равна сумме сил токов в отдельных проводниках:

$$I_{общ} = I_1 + I_2 + I_3 + \ldots + I_N;$$

3) величина, обратная общему сопротивлению, равна сумме величин, обратных сопротивлениям отдельных проводников:

$$\frac{1}{R_{общ}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \ldots + \frac{1}{R_N}.$$

Если все N проводников, соединенных параллельно, имеют одинаковое сопротивление, то силу тока в общей части цепи и их общее сопротивление определяют формулы:

$$R_{общ} = \frac{R}{N}, \qquad I_{общ} = NI.$$

Общее сопротивление двух параллельных проводников можно вычислить по формуле

$$R_{общ} = \frac{R_1R_2}{R_1 + R_2}$$

а трех — по формуле

$$R_{общ} = \frac{R_1R_2R_3}{R_1R_2 + R_2R_3 + R_3R_1}$$

Силы токов в двух параллельных проводниках обратно пропорциональны их сопротивлениям:

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1}.$$

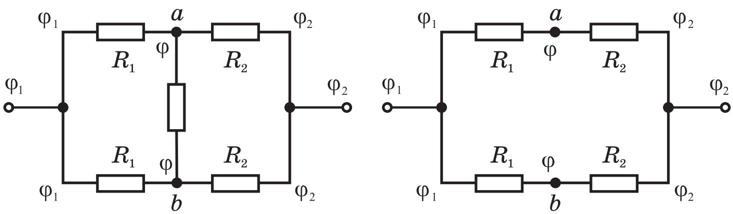
Напряжение на параллельных ветвях можно найти, умножив:

а) силу общего тока на общее сопротивление всего параллельного участка;

б) умножив силу тока в любой параллельной ветви на ее сопротивление;

Если вам попадется схема, подобная той, что на рис. 200, *а*, обратите внимание, есть ли симметрия между сопротивлениями слева и справа от перемычки *ab*, а также между верхними и нижними сопротивлениями. Если есть, то точки *a* и *b* имеют одинаковый потенциал φ и, значит, разность потенциалов между ними равна нулю. Поэтому ток по перемычке сопротивлением R идти не будет и ее можно из схемы исключить (рис. 200, б), значительно упростив расчет общего сопротивления:

$$R_{\text{общ}} = \frac{R_1 + R_2}{2}.$$



а) Рис. 200 б)

Запомните: все концы проводников с одинаковыми потенциалами можно соединить в один узел или, наоборот, развести, получив более простую схему, общее сопротивление которой останется прежним.

Если в некоторый участок цепи включен конденсатор, то постоянный ток по этому участку идти не будет, но на обкладках конденсатора возникнет разность потенциалов, равная разности потенциалов на концах этого участка.

Если проводник представляет собой сплав разных металлов, равномерно распределенных по его объему, то его можно представить как параллельное соединение проводников из каждого металла в отдельности. При этом длина каждого из таких проводников равна длине проводника из сплава, а площадь поперечного сечения проводника из сплава равна сумме площадей поперечных сечений проводников из отдельных металлов, входящих сплав. Например, если проводник из сплава меди и стали имеет длину l и площадь поперечного сечения S, то его сопротивление R можно определить через сопротивления медного и стального участков следующим образом:

$$R = \frac{R_{\text{меди}} R_{\text{стали}}}{R_{\text{меди}} + R_{\text{стали}}}, \quad \text{где}$$

$$R_{\text{меди}} = \rho_{\text{меди}} \frac{l}{S_{\text{меди}}} \quad \text{и} \quad R_{\text{стали}} = \rho_{\text{стали}} \frac{l}{S_{\text{стали}}},$$

и, кроме того, $S = S_{\text{меди}} + S_{\text{стали}}$.

Амперметр — прибор для измерения силы тока. Поскольку сила тока одинакова при последовательном соединении проводников, амперметр включают последовательно тому участку цепи, в котором измеряют силу тока.

Каждый амперметр рассчитан на некоторую максимальную силу тока, которую нельзя превысить, иначе прибор «сгорит», испортится. Максимально возможную для данного амперметра силу тока обычно указывают на корпусе прибора и в его паспорте. Но иногда необходимо измерить большую силу тока, чем та, на которую данный амперметр рассчитан, а другого прибора под рукой нет. Для этого достаточно подключить к нему параллельно определенное сопротивление, которое называют шунтом, а саму эту операцию — шунтированием прибора.

Пусть амперметр имеет сопротивление R_A и рассчитан на измерение токов не более I_A, а требуется измерить ток силой I_0, который в N раз больше тока I_A,

$$N = \frac{I_0}{I_A}.$$

Если ток I_0 пустить непосредственно в амперметр, то прибор испортится. Чтобы этого не случилось, часть тока I_0 отводят в параллельный амперметру шунт Ш (рис. 201), сопротивление которого $R_ш$ подбирают таким, чтобы амперметр мог измерять токи до I_0.

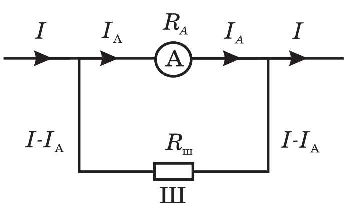


Рис. 201

Сопротивление шунта рассчитывают по формуле

$$R_ш = \frac{R_A}{N-1}, \quad \text{где} \quad N = \frac{I_0}{I_A}.$$

Вольтметр — это прибор, предназначенный для измерения напряжения в цепи. Поскольку напряжение одинаково при параллельном соединении проводников, вольтметр подключается параллельно тому участку, на котором напряжение измеряется.

Максимальное напряжение, на которое рассчитан данный вольтметр, указывается в его паспорте и на корпусе прибора. Но иногда нужно измерить напряжение, большее, чем максимальное напряжение, на которое рассчитан данный вольтметр. Чтобы при этом прибор не «сгорел», к нему подключают последовательно сопротивление (резистор), которое так и называют «добавочное сопротивление» (рис. 202).

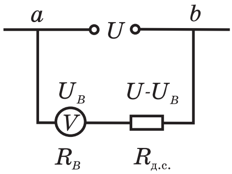


Рис. 202

Пусть максимально допустимое напряжение на вольтметре U_V, а нам надо измерить напряжение U_0 на участке цепи ab, к которому вольтметр подключен и которое в N раз больше U_V:

$$N = \frac{U_0}{U_V},$$

т.е. мы хотим в N раз увеличить цену деления шкалы прибора.

Чтобы вольтметр мог измерить напряжение, в N раз большее напряжения, на которое он рассчитан, добавочное сопротивление, подключенное к нему последовательно, должно быть в $N - 1$ раз больше сопротивления самого вольтметра:

$$R_{\text{д.с.}} = R_B(N-1).$$

В источнике тока на свободные заряды помимо сил Кулона действуют также и силы неэлектростатического происхождения (химического в гальванических элементах и аккумуляторах, механического и магнитного в генераторах тока и т.д.). Эти силы получили название сторонних сил.

Сторонние силы — это силы неэлектростатического происхождения, способные поддерживать разность потенциалов на концах проводника.

В источнике тока сторонние силы $F_{\text{ст}}$ совершают работу разделения зарядов на полюсах источника. Именно эти силы понуждают положительные заряды двигаться к положительному полюсу источника, отталкивающему их. Для характеристики способности сторонних сил совершать большую или меньшую работу перемещения зарядов введено понятие электродвижущей силы (ЭДС).

Электродвижущая сила $\mathcal{E}$ равна отношению работы сторонних сил $A_{ст}$ к величине перемещаемого ими заряда q:

$$\mathcal{E} = \frac{A_{стор.сил}}{q}.$$

ЭДС — скалярная алгебраическая величина, т.е. она может быть положительной или отрицательной. ЭДС источника считается положительной, если обходя контур, содержащий несколько источников тока, в произвольно выбранном направлении, мы переходим внутри источника (в узком промежутке между толстой и короткой черточкой, обозначающей отрицательный полюс источника, и длинной тонкой, обозначающей его положительный полюс) в сторону повышения потенциала, т.е. от толстой короткой (минуса) к длинной тонкой (плюсу).

На рис. 203 изображен контур, в который включены три источника тока с ЭДС $\mathcal{E}_1$, $\mathcal{E}_2$ и $\mathcal{E}_3$. Стрелкой внутри контура показано направление произвольного обхода контура, т.е. мы обходим контур по часовой стрелке. При этом в источнике тока с ЭДС $\mathcal{E}_1$ мы переходим в сторону повышения потенциала, т.е. от минуса к плюсу, поэтому ЭДС этого источника тока положительна. В источнике тока с ЭДС $\mathcal{E}_2$ мы, наоборот, двигаемся в сторону понижения потенциала, переходя от плюса к минусу, поэтому ЭДС этого источника отрицательна. По тем же причинам ЭДС $\mathcal{E}_3$ тоже отрицательна.

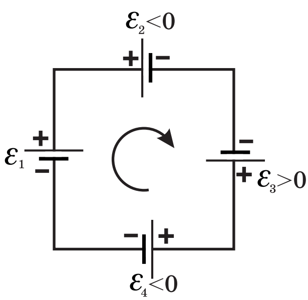


Рис. 203

Результирующая ЭДС контура равна алгебраической сумме ЭДС каждого источника. Поэтому ЭДС контура, изображенного на рис. 203, равна:

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2 + \mathcal{E}_3 - \mathcal{E}_4.$$

Единица ЭДС в СИ та же, что и единица потенциала и напряжения, т.е. вольт (В).

ЭДС источника равна разности потенциалов на его полюсах при разомкнутой внешней цепи. Поэтому для измерения ЭДС источника надо разомкнуть цепь, в которую он включен, и подключить вольтметр к его полюсам.

Если на данном участке цепи не действует ЭДС, т.е. если там нет источника тока, то

$$U = \varphi_1 - \varphi_2.$$

Напряжение на участке цепи, не содержащем ЭДС, равно разности потенциалов на концах этого участка.

$$\mathcal{E} = U_{\text{внешн}} + U_{\text{внутр}}.$$

ЭДС источника тока равно сумме напряжений на всех участках замкнутой цепи.

Вольтметр, подключенный к полюсам источника тока при замкнутой цепи, показывает общее напряжение на всей внешней части цепи.

$I = \dfrac{\mathcal{E}}{R + r}$ — закон Ома для полной (замкнутой) цепи.

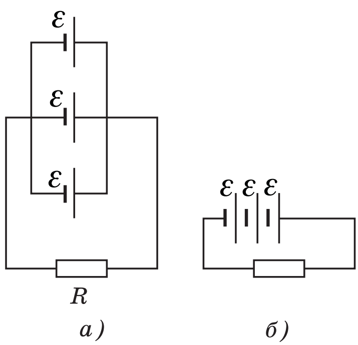


Рис. 204

Закон Ома для полной (или замкнутой) цепи: сила тока в цепи прямо пропорциональна ЭДС источника тока и обратно пропорциональна сумме сопротивлений внешнего и внутреннего участков цепи.

Если цепь содержит N одинаковых источников тока, соединенных последовательно, т.е. разноименными полюсами (рис. 204, а), то и ЭДС, и внутреннее сопротивление такой батареи увеличиваются в N раз по сравнению с ЭДС и внутренним сопротивлением одного источника тока. Тогда формула закона Ома для замкнутой цепи с N последовательно соединенными одинаковыми источниками примет вид:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + Nr} N.$$

Одинаковыми считаются источники тока с одинаковыми ЭДС и внутренними сопротивлениями.

Если цепь содержит N одинаковых источников тока, соединенных параллельно, т.е. одноименными полюсами (рис. 204, б), то ЭДС такой батареи равна ЭДС одного элемента, а внутреннее сопротивление уменьшается в N раз по сравнению с внутренним сопротивлением одного элемента. Тогда закон Ома для цепи, содержащей N одинаковых источников тока, соединенных параллельно, примет вид:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + \frac{r}{N}}.$$

Если полюса источника тока замкнуты проводником с пренебрежимо малым сопротивлением, т.е. если цепь не содержит внешнего сопротивления (нагрузки) R, то такое соединение концов цепи называется коротким замыканием. При коротком замыкании закон Ома для полной цепи примет вид:

при $R = 0$ $\quad I_{\text{к.з.}} = \dfrac{\mathcal{E}}{r}$ — сила тока короткого замыкания.

В схеме с последовательными и параллельными проводниками (рис. 205) советуем вывести из плюса источника тока общий ток — его можно обозначить I_0 — и вести его, не меняя индекса, до первого узла. Узел — это место, где соединено более двух проводников. Далее этот ток разветвляется по параллельным проводникам и индекс его меняется. Советуем теперь индекс силы тока в параллельной ветви ставить таким же, как и индекс сопротивления, по которому этот ток течет.

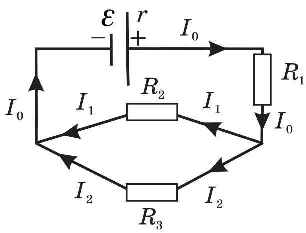


Рис. 205

В последнем узле токи, текущие по параллельным ветвям, стекаются в общий ток, который течет и через источник тока. Силы токов в параллельных проводниках одинаковы только тогда, когда одинаковы сопротивления этих проводников. Сумма сил токов, входящих в узел, равна сумме сил токов, выходящих из узла.

В формуле закона Ома для замкнутой цепи сопротивление R — это всегда общее сопротивление всей внешней части цепи, а сила тока I — это сила тока только в неразветвленном участке цепи, но не в отдельных параллельных ветвях.

В любой электрической цепи энергия источника тока превращается в потребителях в иные виды энергии, и при этом электрический ток совершает ту или иную работу. Работа тока на данном участке цепи

$$A = UIt.$$

Работа тока на данном участке цепи равна произведению напряжения на этом участке, силы тока в нем и времени прохождения тока.

Единица работы в СИ — джоуль (Дж): 1 Дж = 1 В · А · с.

Формулу работы тока можно записать еще и так:

$$A = I^2 R t \quad \text{и} \quad A = \frac{U^2}{R} t.$$

Быстрота совершения током работы на данном участке цепи характеризуется мощностью тока P. Мощность тока равна отношению работы ко времени, за которое она совершена:

$$P = \frac{A}{t}.$$

С учетом приведенных выше формул формулу мощности тока можно выразить так:

$$P = UI, \quad P = I^2 R, \quad P = \frac{U^2}{R}.$$

При прохождении тока по проводнику положительные ионы в узлах кристаллических решеток проводника за счет энергии тока начинают сильнее колебаться, что сопровождается увеличением внутренней энергии проводника, т.е. его нагреванием. При этом энергия тока выделяется в виде теплоты, которую называют джоулевым теплом.

Закон Джоуля — Ленца: количество теплоты, выделившейся в проводнике при прохождении по нему электрического тока, прямо пропорционально квадрату силы тока, сопротивлению проводника и времени прохождения тока:

$$Q = I^2 R t.$$

Закон Джоуля — Ленца можно записать иначе, воспользовавшись законом Ома для участка цепи:

$$Q = \frac{U^2}{R} t \quad \text{и} \quad Q = UIt.$$

КПД электрической цепи η можно определить отношением напряжения U на участке, где совершается полезная работа или полезно используется тепловая энергия, к ЭДС $\mathcal{E}$ источника тока:

$$\eta = \frac{U}{\mathcal{E}} 100\%$$

или

$$\eta = \frac{R}{R + r} 100\%.$$

Здесь R — сопротивление всей внешней части цепи, а r — сопротивление источника тока (внутреннее сопротивление).

Электролитами называют вещества, распадающиеся в жидком состоянии на ионы. К ним относятся кислоты, соли и основания, а также их расплавы. Ток в электролите — это упорядоченное движение ионов противоположного знака под действием электрического поля в электролите.

Явление выделения вещества на электродах при прохождении в электролите электрического тока называется электролизом.

Английский ученый М. Фарадей, изучая экспериментально явление электролиза разных веществ, открыл закон, получивший название первого закона Фарадея для электролиза: масса вещества m, выделившегося на электроде при электролизе, прямо пропорциональна заряду q, прошедшему через электролит:

$$m = kq.$$

Коэффициент пропорциональности k в этой формуле называется электрохимическим эквивалентом вещества, выделяющегося на электроде.

Электрохимический эквивалент — скалярная положительная величина. Его единица измерения в СИ — кг/Кл.

Величина электрохимического эквивалента разных веществ приводится в справочниках и задачниках по физике.

Поскольку из определения силы тока следует, что

$$q = It,$$

то, подставив это выражение вместо q в предыдущую формулу, получим другую запись первого закона Фарадея для электролиза:

$$m = kIt.$$

Здесь I — сила тока в электролите, t — время его прохождения, т.е. время электролиза.

Другая формулировка первого закона Фарадея для электролиза: масса вещества, выделившегося на электроде при электролизе, прямо пропорциональна силе тока в электролите и времени его прохождения.

При электролизе выделение вещества происходит одновременно на обоих электродах. Поскольку при этом на катоде и аноде выделяются разные вещества, их массы различны, так как различны их электрохимические эквиваленты.

Иная запись закона Фарадея для электролиза:

$$m = \frac{1}{F}\frac{M}{n}It.$$

Это выражение иногда называют объединенным законом Фарадея для электролиза. Его формулировка: масса вещества m, выделившегося на электроде при электролизе, прямо пропорциональна молярной массе M этого вещества, силе тока в электролите I, времени электролиза t и обратно пропорциональна валентности n этого вещества. Здесь $F = 9{,}6 \cdot 10^4$ Кл/моль — число Фарадея.

Если в задаче на электролиз что-либо сказано о толщине h выделяемого на электроде вещества, то его массу m можно выразить через плотность ρ и объем V, а объем — через толщину и площадь покрытия S:

$$m = \rho V \quad \text{и} \quad V = hS.$$

Металлы относят к проводникам первого рода. В них при прохождении тока не происходит переноса вещества. К таким же проводникам относятся полупроводники. К проводникам второго рода, в которых при прохождении тока переносится вещество, относят электролиты и газы.

Полупроводники — это вещества, у которых удельное сопротивление больше, чем у металлов, но меньше, чем у диэлектриков. При низких температурах химически чистый полупроводник является диэлектриком — он не проводит электрический ток. При высоких температурах за счет энергии нагревателя в полупроводнике возникают свободные носители зарядов — электроны и дырки, которые могут перемещаться по полупроводнику под действием электрического поля. При этом дырки ведут себя как положительные заряды. Проводимость химически чистых полупроводников называется электронно-дырочной проводимостью.

С повышением температуры сопротивление полупроводника уменьшается из-за увеличения числа электронов и дырок. В этом состоит основное отличие полупроводников от металлов, у которых при нагревании сопротивление увеличивается.

Примесной проводимостью называют проводимость полупроводника с примесью, имеющей иную валентность, чем основной полупроводник. Если валентность примеси больше валентности основного полупроводника, то примесь называется донором, а проводимость — донорной или проводимостью

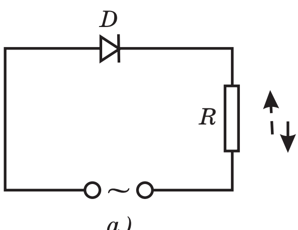
n-типа. При донорной проводимости носителями зарядов являются свободные электроны.

Если валентность примеси меньше валентности основного полупроводника, то примесь называется акцептором, а проводимость — акцепторной или проводимостью p-типа. При акцепторной проводимости носителями зарядов являются дырки.

Место спая двух полупроводников с разными типами проводимости называется p-n-переходом. Основное свойство p-n-перехода — повышенное сопротивление по сравнению с остальными частями полупроводников.

Если через p-n-переход текут основные носители зарядов, то ток называется прямым, а если через p-n-переход текут неосновные носители зарядов, то ток называется обратным и он значительно меньше прямого тока. Свойство полупроводника с p-n-переходом пропускать прямой ток большой силы и значительно уменьшать силу обратного тока используется для выпрямления переменного тока.

На рис. 206 а) изображена схема для однополупериодного выпрямления переменного тока полупроводниковым диодом D, а на рис. 206, б) — схема двухполупериодного выпрямления с помощью четырех полупроводниковых диодов. Сплошными стрелками показано направление тока, текущего в течение одного полупериода переменного тока, а штриховыми — в течение второго полупериода.



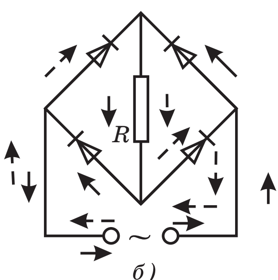


Рис. 206

Газ при нормальных условиях не проводит электрический ток. Чтобы газ стал проводником тока, его надо ионизировать — разбить нейтральные молекулы и атомы газа на заряженные частицы. Ионизаторами могут быть пламя газовой горелки, пучки быстрых электронов, гамма-лучи. Если в ионизированный газ поместить электроды и подключить их к полюсам источника тока, то по газу пойдет электрический ток. Это явление называют газовым разрядом.

Ток в газе — это упорядоченное движение электронов и ионов обоих знаков под действием электрического поля между электродами, внесенными в ионизированный газ.

В технике под высоким вакуумом понимают такое состояние газа в сосуде, когда оставшиеся в нем атом или молекула могут пролететь от стенки сосуда до противоположной стенки, не испытав ни одного соударения со встречными атомами или молекулами. Такой вакуум создается в вакуумных приборах, например, в вакуумных диодах, триодах, электронно-лучевых трубках и т. п.

Источником зарядов в таких устройствах служит накаленный электрод, испускающий термоэлектроны. Испускание накаленным металлом свободных электронов называется термоэлектронной эмиссией.

Если при этом на накаленный электрод подать минус, т.е. сделать его катодом, а на расположенный напротив электрод подать плюс, т.е. сделать его анодом, то в вакууме пойдет ток.

Ток в вакууме — это упорядоченное движение заряженных частиц под действием электрического поля между катодом и анодом. Как правило, такими частицами являются электроны. Электронная лампа с накаленным катодом и расположенным напротив анодом называется двухэлектродной электронной лампой или вакуумным диодом. Ее схематическое изображение показано на рис. 207.

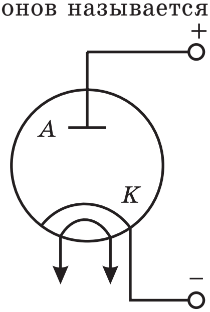


Рис. 207

Вакуумный диод применяют для выпрямления переменного тока.

Тема 3. МАГНЕТИЗМ

Магнитное поле — это форма материи, окружающей движущиеся электрические заряды. Магнитное поле окружает проводники с током.

Силовой характеристикой магнитного поля является магнитная индукция.

Магнитная индукция $\vec{B}$ — это величина, равная отношению максимального момента силы, вращающей контур с током в магнитном поле, к силе тока в этом контуре и его площади:

$$B = \frac{M_{\max}}{IS}.$$

Другое определение магнитной индукции: магнитная индукция — это величина, равная отношению максимальной силы, действующей на проводник с током в магнитном поле, к силе тока в нем и длине этого проводника в магнитном поле:

$$B = \frac{F_{\max}}{Il}.$$

Магнитная индукция — векторная величина. Вектор магнитной индукции совпадает по направлению с положительной нормалью $\vec{n}$ к плоскости контура. За направление положительной нормали $\vec{n}$ принято направление поступательного движения правого винта (буравчика), когда его головка вращается по току в контуре (рис. 208).

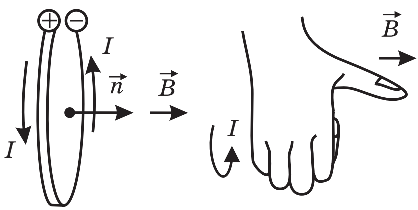


Рис. 208

Правым винтом может служить ваша правая рука. Если свернуть четыре пальца правой руки в направлении тока в контуре, то большой палец, отставленный на 90^0, покажет направление положительной нормали и вектора магнитной индукции.

Единица магнитной индукции в СИ — тесла (Тл).

Магнитное поле изображают графически с помощью магнитных силовых линий или линий вектора магнитной индукции.

В природе не существует магнитных зарядов, поэтому линии вектора магнитной индукции всегда замкнуты. Магнитное поле является вихревым, в отличие от потенциального электростатического поля, линии которого всегда разомкнуты, т. к. начинаются и оканчиваются на электрических зарядах. Линии вектора магнитной индукции охватывают проводники с током.

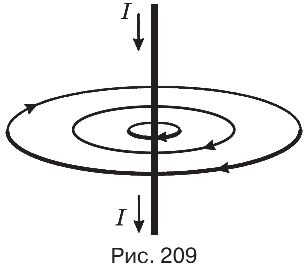


Рис. 209

Линии вектора магнитной индукции поля прямого тока представляют собой концентрические окружности с центром на проводнике с током (рис. 209). Их направление можно определить с помощью правого винта (или с помощью вашей правой руки: если большой палец правой руки направить по направлению тока в проводнике, то четыре загнутых пальца покажут направление линии магнитной индукции). По мере удаления от проводника с током индукция магнитного поля этого тока уменьшается.

Магнитное поле, в каждой точке которого вектор магнитной индукции одинаков, называется однородным. Линии магнитной индукции однородного поля представляют собой прямые, расположенные на одинаковом расстоянии друг от друга. Чем гуще они располагаются, тем больше магнитная индукция.

Примером однородного магнитного поля является магнитное поле внутри длинного соленоида — катушки с током (рис. 210).

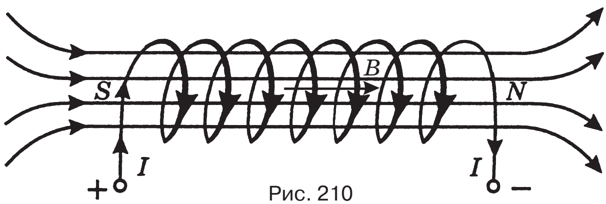


Рис. 210

Линии магнитной индукции выходят из северного полюса N и входят в его южный полюс S.

Магнитное поле полосового магнита (рис. 211) наибольшее на его полюсах, а в центре его магнитная индукция равна нулю.

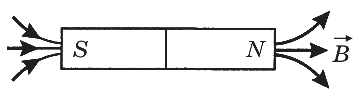


Рис. 211

Если в однородное поле внести контур с током, расположив его плоскость параллельно линиям магнитной индукции, то на стороны контура, перпендикулярным линиям магнитной индукции, будет действовать пара сил Ампера, которая создаст максимальный вращающий момент сил $M_{\max}$, равный произведению индукции магнитного поля, силы тока в ней и ее площади:

$$M_{\max} = BIS.$$

Если плоскость контура расположена под углом к линиям вектора индукции однородного магнитного поля, то момент сил определяет формула

$$M = BI\,S \sin\alpha.$$

Здесь α — угол между вектором индукции магнитного поля и нормалью к плоскости рамки.

Момент сил, вращающих контур с током в однородном магнитном поле, равен произведению индукции этого поля, силы тока в контуре, площади контура и синуса угла между векторами магнитной индукции и нормали к плоскости контура.

Если плоскость контура перпендикулярна линиям вектора магнитной индукции, то вращающий момент сил равен 0, а силы Ампера действуют в плоскости контура, деформируя его.

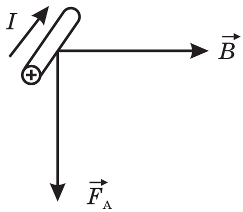


Рис. 212

Направление силы Ампера можно определить по правилу левой руки: если ладонь левой руки расположить так, чтобы магнитные линии входили в ладонь, а четыре вытянутых пальца направить по току в проводнике, то большой палец, отставленный на 90°, покажет направление силы Ампера, действующей на этот проводник в данном магнитном поле (рис. 212).

Если проводник с током расположить параллельно магнитным линиям, то сила Ампера на него действовать не будет.

Величину силы Ампера определяет закон Ампера: сила F, действующая на проводник с током в однородном магнитном поле, равна произведению магнитной индукции этого поля B, силы тока в проводнике I, длины проводника в магнитном поле l и синуса угла α между направлением магнитного поля и направлением тока в проводнике:

$$F_А = BIl\,sin.$$

Сила, с которой магнитное поле действует на движущийся в нем заряд, называется силой Лоренца.

Сила Лоренца $F_л$, действующая на заряд q, движущийся в однородном магнитном поле, равна произведению индукции этого поля B на заряд, на скорость его движения v и на синус угла α между направлением магнитного поля и направлением движения заряда

$$F_л = Bqv \sin a.$$

Определить направление силы Лоренца можно тоже по правилу левой руки: если ладонь левой руки расположить так, чтобы магнитные линии входили в нее, а четыре вытянутых пальца направить по направлению движения положительного заряда (или против направления движения отрицательного заряда), то большой палец, отставленный на 90°, покажет направление силы Лоренца.

Заряженная частица, влетевшая в однородное магнитное поле перпендикулярно его магнитным линиям, движется равномерно по окружности, охватывающей магнитные линии. При этом сила Лоренца направлена по радиусу к центру окружности.

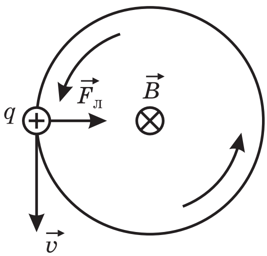


Рис. 213

На рис. 213 положительно заряженная частица с зарядом q, влетевшая в направлении, показанном вектором $\vec{v}$ в однородное магнитное поле индукцией $\vec{B}$, направленном за чертеж, движется вокруг магнитных линий против часовой стрелки.

Если заряженная частица влетает в магнитное поле под углом к магнитным линиям, то она станет двигаться по винтовой линии (рис. 214), вращаясь по окружности с линейной скоростью, равной нормальной составляющей v_x вектора скорости $v\sin\alpha$, и одновременно перемещаясь равномерно вдоль линий вектора индукции магнитного поля с тангенциальной составляющей $v\cos\alpha$ вектора скорости $\vec{v}$.

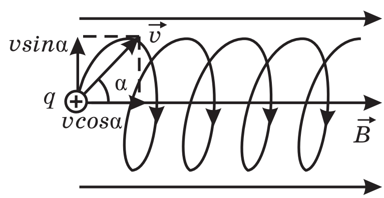


Рис. 214

Расстояние x, которое она пролетит вдоль магнитной линии за один оборот, называется шагом винта. Поскольку вдоль магнитной линии частица движется с постоянной скоростью v, то шаг винта равен

$$x = vT\cos\alpha.$$

Здесь T — период, т.е. время одного оборота частицы вокруг магнитных линий.

Сила Лоренца всегда перпендикулярна вектору скорости и, следовательно, вектору перемещения заряда, поэтому она работы перемещения заряда в магнитном поле не совершает, вследствие чего кинетическая энергия заряда, движущегося в магнитном поле под действием силы Лоренца, не изменяется.

Если заряженная частица движется одновременно в электрическом и магнитном полях (т.е. в электромагнитном поле), то на нее действует обобщенная сила Лоренца, равная векторной сумме силы Лоренца, действующей на нее со стороны магнитного поля, и силы Кулона, действующей со стороны электрического поля.

Пусть в однородном магнитном поле индукцией находится некоторая площадка S (рис. 215).

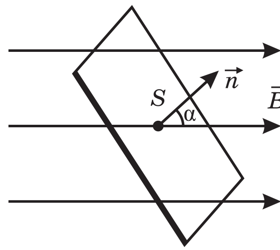


Рис. 215

$$\Phi = BS\cos\alpha.$$

Магнитный поток Φ, создаваемый однородным магнитным полем сквозь некоторую площадку, равен произведению индукции этого магнитного поля B на величину площадки S и на косинус угла α между вектором магнитной индукции и нормалью $\vec{n}$ к площадке.

Если площадка S расположена перпендикулярно магнитным линиям однородного поля, то магнитный поток, пересекающий ее, максимален:

$$\Phi_{\max} = BS.$$

Если площадка S расположена параллельно магнитным линиям, то они ее не пересекают, поэтому магнитный поток через площадку в этом случае равен нулю.

Магнитный поток — скалярная алгебраическая величина, т.е. он может быть положителен и отрицателен, поскольку косинус угла может быть больше и меньше нуля.

Если магнитный поток пересекает замкнутую поверхность (представьте ее в виде надутого воздушного шарика), то, поскольку все магнитные линии непрерывны и замыкаются сами на себя, число входящих в эту поверхность магнитных линий, создающих отрицательный поток, будет равно числу выходящих магнитных линий, создающих численно такой же по модулю, но положительный поток. Поэтому полный поток вектора магнитной индукции сквозь замкнутую поверхность равен нулю. Это важное свойство магнитного поля свидетельствует об отсутствии в природе магнитных зарядов и вихревом характере магнитного поля.

Единица магнитного потока в СИ — вебер (Вб).

Когда магнитный поток сквозь площадь, ограниченную проводящим контуром, изменяется, в этом контуре возникает индукционный ток.

Правило Ленца: индукционный ток всегда направлен так, что своим магнитным полем он противодействует изменению магнитного потока, вызвавшего этот ток.

Обратимся к рис. 216, *а*). Когда магнитный поток сквозь контур, создаваемый внешним по отношению к контуру магнитным полем индукцией $\vec{B}$, нарастает ($\Delta B > 0$), индукционный ток I_i в контуре направлен так, что его магнитное поле индукцией B_i (на рис. 216, *а*) оно изображено штриховыми стрелками), антинаправлено внешнему магнитному полю, противодействуя увеличению магнитного потока. Отметим, что направление тока I_i связано с направлением своего магнитного поля $\vec{B}_i$ правилом правого винта — буравчика. Когда же магнитный поток, создаваемый внешним магнитным полем индукцией $\vec{B}$, убывает (рис. 216, *б*), индукционный ток в контуре изменяет свое направление на противоположное и при этом его магнитное поле $\vec{B}_i$ оказывается сонаправленным с внешним полем $\vec{B}$. Теперь магнитное поле индукционного тока противодействует убыли магнитного потока, создаваемого внешним магнитным полем сквозь контур, поддерживая его.

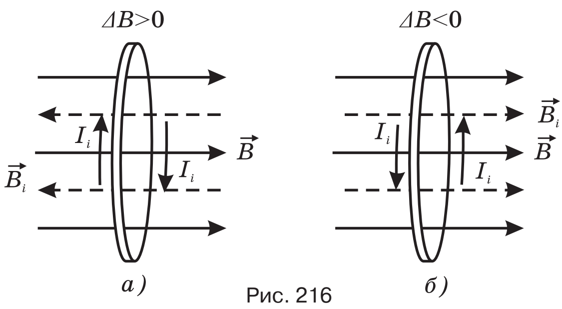


Рис. 216

Явление возникновения индукционного тока в контуре при изменении магнитного потока, пересекающего этот контур, называется электромагнитной индукцией. По закону Ома сила индукционного тока I_i прямо пропорциональна ЭДС индукции $\mathcal{E}_i$ и обратно пропорциональна сопротивлению контура R:

$$I_i = \frac{\mathcal{E}_i}{R}.$$

Закон Фарадея для электромагнитной индукции: ЭДС электромагнитной индукции, возникающая в контуре при всяком изменении магнитного потока, пересекающего этот контур, равна скорости изменения магнитного потока, взятой со знаком минус,

$$\mathcal{E}_i = -\frac{\Delta \Phi}{\Delta t}.$$

Здесь $\mathcal{E}_i$ — ЭДС индукции в контуре, $\Delta\Phi/\Delta t$ — скорость изменения магнитного потока, пересекающего контур, N — число витков в контуре (безразмерное).

Эта формула справедлива, когда магнитный поток изменяется монотонно, т.е. когда за равные промежутки времени Δt он изменяется на одинаковую величину $\Delta\Phi$ и ЭДС индукции постоянна. Если же магнитный поток изменяется произвольно, то увеличиваясь, то уменьшаясь, что бывает при вращении контура в магнитном поле, то пользоваться этой формулой для определения мгновенного значения ЭДС индукции нельзя, по ней можно определить только среднее значение ЭДС индукции.

При произвольном изменении магнитного потока сквозь контур ЭДС индукции равна первой производной магнитного потока по времени, взятой со знаком минус:

$$\mathcal{E}_i = -\Phi'$$

Здесь Φ' — первая производная магнитного потока по времени.

Знак минус в этих формулах объясняется правилом Ленца.

Если контур, пересекаемый переменным магнитным потоком, содержит не один, а N витков, то ЭДС индукции в нем будет в N раз больше, чем в одном витке. При этом предыдущие формулы примут вид:

$$\mathcal{E}_i = -\frac{\Delta \Phi}{\Delta t} N \qquad \text{и} \qquad \mathcal{E}_i = -\Phi' N.$$

ЭДС индукции, возникающая в проводнике, движущемся поступательно в однородном магнитном поле под углом к магнитным линиям, равна произведению индукции этого поля на скорость проводника, на его длину в этом поле и на синус угла между вектором индукции магнитного и вектором скорости проводника:

$$\mathcal{E}_i = Bvl \sin \alpha.$$

ЭДС индукции $\mathcal{E}_i$, возникающая в контуре, вращающемся равномерно в однородном магнитном поле, равна произведению угловой скорости ω контура на индукцию B магнитного поля, на площадь контура S и на синус угла α между вектором магнитной индукции и нормалью к плоскости контура:

$$\mathcal{E}_i = B\omega S \sin \alpha.$$

В случае, когда плоскость контура параллельна магнитным линиям, угол $\alpha = 90^0$ и $\sin \alpha = 1$. Тогда ЭДС индукции в контуре будет максимальна.

$$\mathcal{E}_{i\max} = \omega BS.$$

Если контур содержит N витков, то ЭДС индукции в нем в N раз больше, чем в одном витке:

$$\mathcal{E}_i = B\omega S \sin \alpha \qquad \text{и} \qquad \mathcal{E}_{i\max} = BSN.$$

Явление возникновения ЭДС индукции и индукционного тока в контуре вследствие изменения тока, текущего в этом контуре, называется явлением самоиндукции.

Магнитный поток Φ сквозь катушку (или контур любой иной формы) прямо пропорционален силе тока в ней, т.е. между этими величинами существует прямо пропорциональная зависимость:

$$\Phi = LI.$$

Здесь L — коэффициент пропорциональности между током и связанным с ним магнитным потоком. Он называется коэффициентом самоиндукции контура или его индуктивностью. Величина индуктивности зависит от формы и размеров самого контура, а также от магнитных свойств среды, и постоянна для данного контура. Индуктивность контура — скалярная положительная величина. Она не зависит от наличия или отсутствия тока в нем. Индуктивность катушек заводского изготовления указывается в их паспорте.

Единица индуктивности в СИ — генри (Гн).

ЭДС самоиндукции $\mathcal{E}_s$, возникающая в контуре при изменении тока в нем, прямо пропорциональна скорости изменения силы тока в контуре, взятой со знаком «минус»:

$$\mathcal{E}_s = -L\frac{\Delta I}{\Delta t}.$$

Здесь $\dfrac{\Delta I}{\Delta t}$ — скорость изменения силы тока, т.е. изменение силы тока за единицу времени.

Если ток в контуре изменяется произвольно, то пользоваться этой формулой для определения мгновенной ЭДС самоиндукции нельзя, по ней можно определить лишь среднее значение ЭДС самоиндукции за время Δt. Для определения мгновенного значения ЭДС самоиндукции в этом случае надо пользоваться формулой

$$\mathcal{E}_s = -LI'.$$

Мгновенная ЭДС самоиндукции прямо пропорциональна первой производной силы тока по времени, взятой со знаком «минус».

Магнитное поле, как и всякое силовое поле, обладает энергией.

Энергия магнитного поля катушки с током соленоида равна половине произведения индуктивности этого соленоида на квадрат силы тока в нем:

$$W_M = \frac{LI^2}{2}.$$

Поскольку магнитное поле размыто по пространству, то, чтобы охарактеризовать его энергетические свойства, вводят величину, равную энергии магнитного поля в единице объема пространства, занятого этим полем. Эта величина называется объемной плотностью энергии магнитного поля $\mathrm{w}_{\text{м}}$.

Объемная плотность энергии магнитного поля $\mathrm{w}_{\text{м}}$ равна отношению энергии магнитного поля $W_{\text{м}}$ к объему V пространства, занятого им:

$$\mathrm{w}_M = \frac{W_M}{V}.$$

Объемная плотность энергии магнитного поля прямо пропорциональна квадрату магнитной индукции этого поля и обратно пропорциональна относительной магнитной проницаемости окружающей среды:

$$w_M = \frac{B^2}{2\mu_0\mu}.$$

ПРОБНЫЙ ЭКЗАМЕН по разделу III. ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ

Часть 1

А1. Радиус атома водорода $0{,}5 \cdot 10^{-8}$ см. Определить силу взаимодействия его электрона с ядром. Модуль элементарного заряда $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл.

1) $6{,}8 \cdot 10^{-4}$ Н
2) $9{,}2 \cdot 10^{-8}$ Н
3) $2{,}5 \cdot 10^{-6}$ Н
4) $3{,}6 \cdot 10^{-7}$ Н

А2. Масса электрона $m_e = 9{,}11 \cdot 10^{-31}$ кг, а масса протона $m_p = 1{,}67 \cdot 10^{-27}$ кг. Во сколько раз сила их кулоновского притяжения больше силы гравитационного притяжения.

1) $4{,}8 \cdot 10^{36}$
2) $3{,}3 \cdot 10^{34}$
3) $2{,}3 \cdot 10^{39}$
4) $9{,}2 \cdot 10^{31}$

А3. Два положительных заряда $q_1 = 1{,}0 \cdot 10^{-8}$ Кл и $q_2 = 2{,}0 \cdot 10^{-8}$ Кл расположены на расстоянии 1 м друг от друга. Посередине между ними на прямой, соединяющей их, помещают третий отрицательный заряд $q = -3 \cdot 10^{-9}$ Кл, Определить модуль вектора силы, действующей на третий заряд.

1) $1{,}1 \cdot 10^{-6}$ Н
2) $4{,}1 \cdot 10^{-4}$ Н
3) $8{,}3 \cdot 10^{-8}$ Н
4) $5{,}5 \cdot 10^{-5}$ Н

А4. При трении пластмассовой расчески о шерсть расческа заряжается отрицательно. Это объясняется тем, что

1) электроны переходят с расчески на шерсть
2) протоны переходят с расчески на шерсть
3) электроны переходят с шерсти на расческу
4) протоны переходят с шерсти на расческу

А5. На какую минимальную величину может измениться заряд пылинки?

1) на величину заряда электрона
2) на заряд ядра атома
3) на сколько угодно малую величину

4) в зависимости от размера пылинки

А6. Капля с зарядом $-e$ при освещении потеряла электрон. Ее заряд стал равен

1) 0 2) $-2e$ 3) $2e$ 4) e

А7. Как изменится сила притяжения незаряженного тела к заряженному, если заряженное тело окружить заземленной металлической сферой?

1) увеличится 2) уменьшится
3) не изменится 4) станет равна нулю

А8. Один шарик имеет заряд $+4q$, а другой такой же шарик имеет заряд $-2q$. Их привели в соприкосновение и раздвинули. Теперь заряд каждого шарика стал равен

1) $-3q$ 2) $-q$ 3) $+q$ 4) $+2q$

А9. В нижнем левом углу равнобедренного треугольника расположен положительный заряд, а в правом нижнем углу такой же по модулю отрицательный (рис. 217). Куда направлена сила, действующая со стороны этих зарядов на отрицательный заряд в вершине треугольника?

1) влево 2) вправо
3) вверх 4) вниз

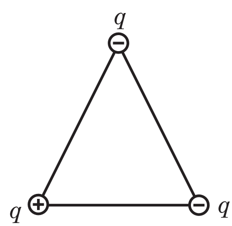


Рис. 217

А10. Заряд шарика 32 нКл. Число не скомпенсированных элементарных зарядов на нем равно

1) $1{,}6 \cdot 10^{15}$ 2) $8 \cdot 10^{12}$
3) $2 \cdot 10^{11}$ 4) $5{,}12 \cdot 10^{25}$

А11. Заряд, равномерно распределенный по поверхности, равен 20 мкКл, поверхностная плотность зарядов на ней 4 нКл/см^2. Площадь поверхности равна

1) 8 м^2 2) 0,5 м^2
3) 1,6 м^2 4) 0,2 м^2

А12. Маленькие шарики с зарядами 20 нКл и -10 нКл привели в соприкосновение и вновь раздвинули на прежнее расстояние. При этом сила их взаимодействия

1) увеличилась в 40 раз 2) уменьшилась в 5 раз
3) уменьшилась в 8 раз 4) уменьшилась в 20 раз

А13. В двух нижних вершинах равностороннего треугольника с горизонтальным основанием расположены равные по модулю отрицательные заряды. Вектор напряженности в третьей вершине (сверху) направлен

1) влево 2) вправо 3) вверх 4) вниз

А14. Расстояние от точки электрического поля до заряда увеличили в 3 раза. При этом напряженность поля этого заряда в данной точке

1) увеличилась в 3 раза 2) уменьшилась в 6 раз
3) уменьшилась в 3 раза 4) уменьшилась в 9 раз

А15. Величину заряда, внесенного в электростатическое поле, увеличили в 5 раз. При этом напряженность поля

1) увеличилась в 5 раз 2) не изменилась
3) уменьшилась в 5 раз 4) увеличилась в 25 раз

А16. На заряд 10 нКл, внесенный в данную точку электрического поля, подействовала со стороны этого поля сила 2 Н. Какая сила подействует на заряд 25 нКл, внесенный в ту же точку этого поля?

1) 2,5 Н 2) 5 Н 3) 20 Н 4) 50 Н

А17. В точке поля, расположенной между двумя одноименными положительными зарядами,

1) напряженность поля равна нулю, а результирующий потенциал вдвое больше потенциала поля каждого заряда
2) потенциал равен нулю, а результирующая напряженность вдвое больше напряженности поля каждого заряда
3) потенциал равен нулю, а результирующая напряженность равна напряженности поля каждого заряда
4) напряженность равна нулю, а результирующий потенциал равен потенциалу поля каждого заряда

А18. Посередине между двумя одинаковыми по модулю и разноименными зарядами

1) результирующая напряженность равна напряженности поля каждого заряда, а потенциал равен нулю
2) результирующие напряженность и потенциал вдвое больше напряженности и потенциала поля каждого заряда
3) результирующая напряженность вдвое больше напряженности поля каждого заряда, а потенциал равен нулю

4) результирующий потенциал вдвое больше потенциала поля каждого заряда, а напряженность равна нулю

А19. Верным является утверждение, что
1) напряженность и потенциал скалярные величины
2) напряженность и потенциал векторные величины
3) напряженность скалярная величина, а потенциал векторная
4) напряженность векторная величина, а потенциал скалярная

А20. График зависимости потенциала поля точечного заряда от расстояния r представляет собой
1) прямую, проходящую через начало координат под углом к осям координат
2) прямую, параллельную одной из осей координат
3) гиперболу
4) параболу

А21. Положительный заряд 20 мкКл перемещают в электрическом поле из точки с потенциалом 100 В в точку с потенциалом 400 В. Работа поля по перемещению заряда равна
1) 2 мДж 2) 5 мДж 3) −8 мДж 4) −6 мДж

А22. Заряд 10 нКл перемещают из центра равномерно заряженного шара радиусом 10 см на его поверхность, где напряженность 20 В/м. Работа перемещения заряда равна
1) 0,2 мкДж 2) 50 нДж
3) 0,02 нДж 4) 0

А23. В однородном электрическом поле напряженностью 2 В/м переносят заряд 10 нКл на расстояние 5 см перпендикулярно силовым линиям поля. Работа перемещения равна
1) 1 нДж 2) 4 мкДж 3) −5 нДж 4) 0

А24. Единица потенциала, выраженная через основные единицы СИ, это
1) кг · м · $с^{-2}$ · $А^{-1}$ 2) кг · $м^2$ · $с^{-3}$ · $А^{-1}$
3) кг · $м^2$ · $с^{-2}$ · $А^{-1}$ 4) кг · $м^2$ · $с^{-2}$ · $А^{-3}$

А25. Заряд под действием электрической силы 10 мкН переместили в электростатическом поле по замкнутой траектории длиной 20 см. Работа перемещения равна
1) 2 мкН 2) 5 мкН 3) 0 4) −1 нН

А26. Заряд 2 мкКл перемещают в однородном электрическом поле напряженностью 1 В/см на расстояние 10 см под углом 60^0 к силовым линиям. Работа перемещения равна

1) 10 мкДж 2) 5 мкДж
3) 2 мДж 4) 20 мДж

А27. Потенциал поверхности заряженного шара равен 2 В. Потенциал точки внутри шара на середине радиуса равен

1) 0 2) 1 В 3) 2 В 4) 4 В

А28. Разность потенциалов между точками однородного электростатического поля равна 20 В, расстояние между ними по силовой линии 10 см. Напряженность этого поля равна

1) 200 В 2) 0,2 В 3) 2 В 4) 10 В

А29. В центре поверхностно заряженного проводящего шара

1) напряженность и потенциал равны нулю
2) напряженность равна нулю, а потенциал такой же, как на поверхности
3) потенциал равен нулю, а напряженность такая же, как на поверхности
4) потенциал и напряженность такие же, как на его поверхности

А30. График зависимости потенциала поля точечного заряда от модуля заряда представляет собой

1) прямую, параллельную оси заряда
2) параболу
3) гиперболу
4) прямую, проходящую через начало координат под углом к осям координат

А31. Заряд проводника увеличили в 5 раз. При этом емкость проводника

1) увеличилась в 5 раз 2) осталась прежней
3) уменьшилась в 5 раз 4) увеличилась на 5 пФ

А32. Четыре конденсатора емкостью по 5 пФ каждый соединены последовательно. К ним параллельно подключен конденсатор емкостью 0,75 пФ. Общая емкость батареи конденсаторов равна

1) 20,75 пФ 2) 26,7 пФ
3) 2 пФ 4) 0,15 пФ

А33. Два параллельных конденсатора с емкостями 4 мкФ и 6 мкФ последовательно подключены к конденсатору емкостью 10 мкФ. Общая емкость батареи конденсаторов равна

1) 6 пФ 2) 4 пФ 3) 10 пФ 4) 2 пФ

А34. Заряженную пылинку перемещают в электрическом поле плоского конденсатора из точки M в точку N по трем разным траекториям (рис. 218). Наибольшее изменение ее кинетической энергии произойдет при перемещении пылинки по траектории

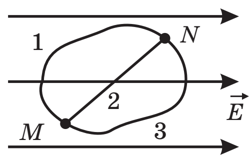


Рис. 218

1) 1 2) 2

3) 3 4) изменение одинаково

А35. Как будет двигаться положительно заряженная пылинка, помещенная в поле плоского конденсатора, если ее весом можно пренебречь?

1) равномерно 2) равноускоренно

3) будет покоиться 4) с переменным ускорением

А36. Не отключая проводник от источника зарядов, изменяют расстояние между его обкладками. При этом

1) изменяются емкость и напряжение, а заряд сохраняется
2) изменяются емкость и заряд, а напряжение сохраняется
3) изменяются напряжение и заряд, а емкость сохраняется
4) изменяется заряд, а емкость и напряжение сохраняются

А37. Если конденсатор отключить от источника зарядов и увеличить расстояние между его обкладками, то

1) заряд не изменится, а разность потенциалов уменьшится
2) заряд уменьшится, а разность потенциалов не изменится
3) заряд увеличится, а разность потенциалов не изменится
4) заряд не изменится, а разность потенциалов увеличится

А38. Плоский воздушный конденсатор зарядили и отключили от источника тока. При уменьшении расстояния между его обкладками вдвое энергия конденсатора

1) уменьшится вдвое
2) увеличится вдвое
3) не изменится
4) уменьшится в четыре раза

А39. График зависимости емкости конденсатора C от расстояния d между его обкладками представляет собой

1) прямую, проходящую через начало координат под углом к осям координат
2) прямую, параллельную оси расстояния
3) гиперболу
4) параболу

А40. Электроемкость плоского, квадратного, воздушного конденсатора со стороной 10 см и расстоянием между обкладками 1 мм равна

1) 1 пФ
2) 88,5 пФ
3) 17,5 пФ
4) 20 пФ

А41. Конденсатор емкостью 1 мкФ заряжен до напряжения 100 В. При коротком замыкании его обкладок после отключения от источника зарядов выделится энергия, равная

1) 5 мДж
2) 0,1 мДж
3) 0,01 мДж
4) 0,05 Дж

А42. Емкость конденсатора 10 пФ, напряжение на его обкладках 100 В. Заряд конденсатора равен

1) 1 нКл
2) 10 нКл
3) 0,1 мкКл
4) 100 мкКл

А43. Диаметр медного шара увеличили в три раза. При этом емкость шара

1) уменьшилась в шесть раз
2) увеличилась в три раза
3) не изменилась
4) увеличилась в шесть раз

А44. Емкость конденсатора 4 пФ, заряд на его обкладках 32 нКл. Разность потенциалов между его обкладками равна

1) 8 кВ
2) 16 В
3) 2 МВ
4) 28 кВ

А45. График зависимости емкости конденсатора от напряжения на его обкладках представляет собой

1) прямую, проходящую через начало координат под углом к осям
2) гиперболу
3) прямую, параллельную оси напряжений
4) параболу

А46. Емкость воздушного конденсатора 32 пФ, площадь его обкладок 4 см^2. Расстояние между его обкладками примерно равно

1) 0,1 см 2) 0,1 мм 3) 1 мм 3) 0,5 см

А47. При параллельном соединении конденсаторов

1) заряд на всех конденсаторах одинаков, а общее напряжение равно сумме напряжений на отдельных конденсаторах
2) напряжение на всех конденсаторах одинаково, а общая емкость равна сумме емкостей отдельных конденсаторов
3) общее напряжение и общая емкость равны соответственно сумме напряжений и сумме емкостей отдельных конденсаторов
4) общее напряжение и общий заряд равны соответственно сумме напряжений и сумме зарядов на отдельных конденсаторах

А48. При последовательном соединении конденсаторов

1) напряжение на всех конденсаторах одинаково, а величина, обратная общей емкости, равна сумме величин, обратных емкостям отдельных конденсаторов
2) общее напряжение и общая емкость равны соответственно сумме напряжений и сумме емкостей отдельных конденсаторов
3) общее напряжение и общий заряд равны соответственно сумме напряжений и сумме зарядов на отдельных конденсаторах
4) заряд на всех конденсаторах одинаков, а величина, обратная общей емкости, равна сумме величин, обратных емкостям отдельных конденсаторов

А49. К двум последовательным конденсаторам емкостями по 10 пФ каждый подключили параллельно конденсатор емкостью 15 пФ. Общий заряд батареи этих конденсаторов 100 нКл. Найти напряжение на батарее этих конденсаторов.

1) 20 кВ 2) 3 кВ 3) 40 кВ 4) 5 мкВ

А50. Заряд батареи конденсаторов 1 нКл, общая емкость 5 пФ. Чему равно напряжение на батарее конденсаторов?

1) 50 В 2) 100 В 3) 2,5 В 4) 200 В

А51. Зависимость энергии электрического поля конденсатора от заряда на его обкладках (рис. 219) выражает график

1) 1 2) 2 3) 3 4) 4

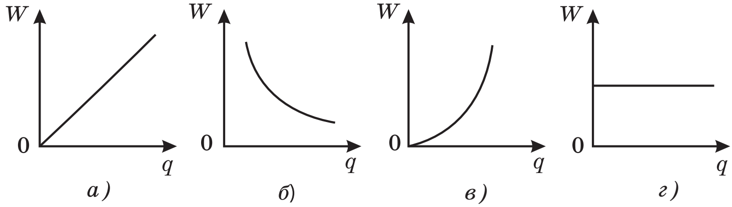


Рис. 219

А52. Амперметр рассчитан на силу тока не более 1 А, его сопротивление 0,2 Ом. Чтобы этим прибором измерить токи силой до 5 А, к нему нужно подключить

1) последовательно резистор сопротивлением 0,4 Ом
2) параллельно резистор сопротивлением 0, 05 Ом
3) параллельно резистор сопротивлением 1 Ом
4) последовательно резистор сопротивлением 2,5 Ом

А53. График зависимости силы тока в резисторе от напряжения на нем представляет собой прямую, наклоненную под углом 30^0 к оси напряжений (рис. 220). Все величины измерены в единицах СИ, цена одного деления на осях координат 1 А и 1 В. Сопротивление резистора примерно равно

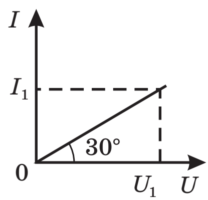


Рис. 220

1) 1 Ом 2) 1,7 Ом
3) 1,4 Ом 4) 0, 58 Ом

А54. По проводнику идет постоянный ток силой 20 мА. При этом за 50 с через поперечное сечение проводника проходит заряд, равный

1) 25 Кл 2) 100 Кл 3) 1 Кл 4) 0,25 Кл

А55. При повышении напряжения на резисторе в 3 раза его сопротивление

1) уменьшается в 3 раза 2) не изменяется
3) увеличивается в 3 раза 4) увеличивается в 9 раз

А56. В неразветвленном участке цепи течет постоянный ток силой 10 А (рис. 221). Амперметр показывает силу тока, равную

1) 1 А 2) 8 А 3) 5 А 4) 4 А

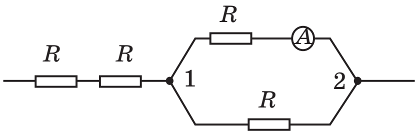


Рис. 221

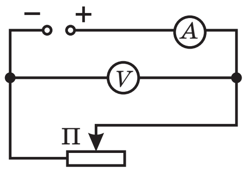


Рис. 222

А57. В электрической цепи (рис. 222) ползунок П перемещают влево. Как изменяются показания амперметра и вольтметра?

1) показания обоих приборов уменьшаются
2) показания амперметра увеличиваются, а вольтметра уменьшаются
3) показания обоих приборов увеличиваются
4) показания амперметра уменьшаются, а вольтметра увеличиваются

А58. Сопротивление каждого резистора на рис. 223 равно 18 Ом. Чему станет равно общее сопротивление всех резисторов, если ключ *K* замкнуть?

1) 36 Ом 2) 0
3) 18 Ом 4) 9 Ом

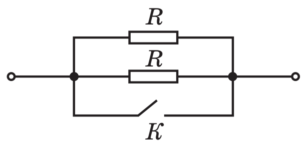


Рис. 223

А59. Единица сопротивления в СИ

1) В/м 2) А · с 3) Кл/В 4) В/А

А60. По проводнику сопротивлением 200 Ом течет ток силой 50 мА. Напряжение на этом проводнике равно

1) 4 В 2) 2,5 В 3) 1 В 4) 10 В

А61. При увеличении силы тока в проводнике вдвое

1) напряжение на нем уменьшилось вдвое, а сопротивление не изменилось
2) напряжение на нем увеличилось вдвое, а сопротивление не изменилось

3) сопротивление проводника увеличилось вдвое, а напряжение на нем не изменилось
4) сопротивление проводника уменьшилось вдвое, а напряжение на нем не изменилось

А62. Если скорость направленного движения зарядов в проводнике увеличилась в четыре раза, то сила тока
1) не изменилась
2) уменьшилась вдвое
3) увеличилась в четыре раза
4) уменьшилась в четыре раза

А63. По проводнику идет постоянный ток силой 20 мА. При этом за 50 с через поперечное сечение проводника проходит заряд, равный
1) 25 Кл 2) 100 Кл 3) 1 Кл 4) 0,25 Кл

А64. Два резистора сопротивлениями R_1 и R_2 соединены последовательно. Напряжения на этих резисторах U_1 и U_2. Какое из приведенных ниже равенств является верным?
1) $U_1 R_1 = U_2 R_2$ 2) $U_1 U_2 = R_1 R_2$
3) $\dfrac{U_1}{U_2} = \dfrac{R_1}{R_2}$ 4) $U_1 + U_2 = k(R_1 + R_2)$

А65. Вольтметр сопротивлением 20 Ом рассчитан на напряжение не более 100 В. Чтобы измерить напряжение до 1 кВ, к нему надо подсоединить добавочное сопротивление
1) 2 кОм 2) 150 Ом 3) 55 Ом 4) 180 Ом

А66. ЭДС источника тока 100 В, перемещаемый заряд в источнике 50 мкКл. Работа сторонних сил в источнике равна
1) 2 МДж 2) 5 мДж 3) 2,5 Дж 4) 20 Дж

А67. ЭДС источника тока 20 В, внутреннее сопротивление 0,5 Ом, внешнее в 4 раза больше внутреннего. Сила тока в цепи равна
1) 50 А 2) 4 А 3) 25 А 4) 8 А

А68. Ток короткого замыкания равен 100 А, внутреннее сопротивление источника 0,04 Ом. ЭДС этого источника тока равна
1) 25 В 2) 4 В 3) 10 В 4) 5 В

А69. 10 одинаковых источников тока с ЭДС 4 В и внутренним сопротивлением 0,2 Ома у каждого соединены параллельно. ЭДС батареи этих источников и ее внутреннее сопротивление равны

1) 4 В и 2 Ом	2) 40 В и 2 Ом
3) 4 В и 0,02 Ом	4) 40 В и 0,02 Ом

А70. КПД электрической цепи 80%, внешнее сопротивление 10 Ом. Внутреннее сопротивление источника тока равно

1) 2,5 Ом	2) 0,2 Ом
3) 12,5 Ом	4) 0,8 Ом

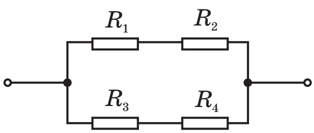


Рис. 224

А71. Как соотносятся количества теплоты $\frac{Q_2}{Q_3}$, выделившиеся за одинаковое время на резисторах R_2 и R_3 (рис. 224).

1) 0,5	2) 2
3) 1,5	4) 4

А72. Работа электродвигателя, сопротивлением обмотки которого можно пренебречь, при равномерном подъеме груза и отсутствии трения приводит к

1) увеличению только потенциальной энергии груза
2) к увеличению и потенциальной, и кинетической энергии груза
3) к увеличению потенциальной энергии груза и внутренней энергии обмотки
4) к увеличению кинетической энергии груза

А73. Сопротивление лампы 5 Ом при силе тока в цепи 0,6 А. Мощность тока в лампе равна

1) 0,06 Вт 2) 1,8 Вт 3) 3 Вт 4) 15 Вт

А74. Имеется последовательная цепь, внешняя часть которой состоит из двух резисторов и идеального амперметра (сопротивлением его можно пренебречь). Сопротивление одного резистора 2 Ом, второго 4 Ом. Амперметр показывает силу тока 2 А. Количество теплоты, выделяющееся во внешней части цепи за 10 с, равно

1) 8 Дж 2) 160 Дж 3) 240 Дж 4) 12 Дж

А75. Мощность тока в резисторе максимальна, когда

1) сопротивление резистора больше внутреннего сопротивления источника тока
2) сопротивление резистора равно внутреннему сопротивлению источника тока
3) сопротивление резистора меньше внутреннего сопротивления источника тока
4) сопротивление резистора минимально

А76. График зависимости количества теплоты, выделяющейся в электрочайнике, включенном в розетку, от сопротивления спирали чайника представляет собой

1) прямую, проходящую через начало координат под углом к осям
2) параболу
3) гиперболу
4) прямую, параллельную оси сопротивлений

А77. Три резистора с сопротивлениями $R_1 = 2$ Ом, $R_2 = 4$ Ом и $R_3 = 8$ Ом включены параллельно в цепь постоянного тока. Как соотносятся работы электрического тока $A_1 : A_2 : A_3$ в этих резисторах за одинаковое время?

1) 2 : 4 : 8 2) 1 : 2 : 4 3) 4 : 2 : 1 4) 2 : 6 : 10

А78. Напряжение на резисторе 10 В, сила тока в нем 2 А. Работа тока в резисторе за 5 мин равна

1) 6 кДж 2) 100 Дж 3) 1,2 кДж 4) 600 Дж

А79. Напряжение на внешней части цепи 8 В, работа тока на участке цепи 200 Дж. По этому участку прошел заряд, равный

1) 1 600 Кл 2) 800 Кл 3) 25 Кл 4) 192 Кл

А80. Мощность тока в резисторе 25 Вт, его сопротивление 4 Ом. Напряжение на резисторе равно

1) 400 В 2) 2,5 кВ 3) 10 В 4) 100 В

А81. Сопротивление спирали электроплитки уменьшили вдвое и включили ее в ту же розетку. При этом мощность тока в плитке

1) уменьшилась вдвое 2) уменьшилась вчетверо
3) увеличилась вдвое 4) увеличилась вчетверо

А82. Внутреннее сопротивление источника тока 0,5 Ом. Мощность тока во внешнем резисторе максимальна, когда его сопротивление равно

1) 1 Ом 2) 0,5 Ом 3) 0,25 Ом 4) 2,5 Ом

А83. ЭДС источника тока 20 В, внешнее сопротивление равно внутреннему и равно 5 Ом. Работа тока в цепи за 0,5 мин равна

1) 600 Дж 2) 120 Дж 3) 150 Дж 4) 300 Дж

А84. Мощность тока в резисторе 200 Вт, его сопротивление 2 Ом. Сила тока в резисторе равна

1) 100 А 2) 10 А 3) 5 А 4) 4 А

А85. На резисторе сопротивлением 0,4 Ом при силе тока 2А выделилось 960 Дж теплоты за время

1) 1 мин 2) 6 с 3) 10 мин 4) 120 с

А86. Носителями тока в металлах являются

1) ионы обоих знаков 2) положительные ионы
3) свободные электроны 4) ионы и электроны

А87. Носителями тока в электролитах являются

1) положительные ионы
2) отрицательные ионы
3) ионы обоих знаков
4) ионы обоих знаков и электроны

А88. Носителями тока в газах являются

1) только электроны
2) только ионы обоих знаков
3) только положительные ионы
4) ионы обоих знаков и электроны

А89. Акцепторная проводимость полупроводников имеет место, когда валентность примеси

1) равна валентности основного полупроводника
2) меньше валентности основного полупроводника
3) больше валентности основного полупроводника
4) равна нулю

А90. Донорная проводимость имеет место, когда валентность примеси

1) такая же, как и основного полупроводника
2) больше, чем у основного полупроводника

3) меньше, чем у основного полупроводника
4) равна нулю

А91. При нагревании сопротивление металлов
1) и полупроводников увеличивается
2) увеличивается, а полупроводников уменьшается
3) уменьшается, а полупроводников увеличивается
4) и полупроводников уменьшается

А92. С помощью какого соединения 4 полупроводниковых диодов можно получить двухполупериодное выпрямление переменного тока в резисторе (рис. 225)?

1) а) 2) б) 3) в) 4) г)

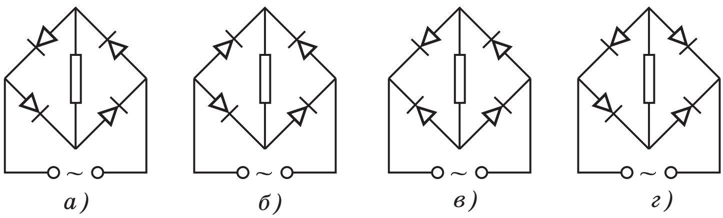


Рис. 225

А93. Носителями зарядов у химически чистых полупроводников являются
1) свободные электроны
2) положительные ионы
3) отрицательные ионы
4) электроны и дырки

А94. Все электроны, испущенные катодом вакуумного диода в единицу времени, долетают до анода. Если при этом увеличить напряжение на электродах в 10 раз, то сила анодного тока

1) увеличится в 10 раз 2) уменьшится в 10 раз
3) не изменится 4) увеличится в 100 раз

А95. Электрохимический эквивалент меди 0,33 мг/Кл. При силе тока 100 А на катоде выделится 99 г меди через время

1) 30 с 2) 50 мин 3) 3 мин 4) 1 мин

А96. Электрохимический эквивалент меди 0,33 мг/Кл. При электролизе на катоде выделилось 0,66 г меди. При этом через электролит прошел заряд, равный

1) 3300 Кл 2) 200 Кл 3) 2 Кл 4) 2000 Кл

А97. На проводник с током, расположенный в однородном магнитном поле под углом 30^0 к магнитным линиям, действует сила 10 Н. Если увеличить этот угол в три раза, то на проводник будет действовать сила, равная

1) 0 2) 20 Н 3) 30 Н 4) 5 Н

А98. Проводник длиной 20 см с током 5 А расположен в однородном магнитном поле индукцией 50 мТл перпендикулярно магнитным линиям. Перемещающая его сила Ампера совершает работу 5 мДж. Модуль перемещения проводника равен

1) 0,1 мм 2) 0,1 м 3) 1 см 4) 10 м

А99. Сила Лоренца, действующая на электрон, влетевший в магнитное поле индукцией 0,5 Тл перпендикулярно магнитным линиям со скоростью 1 Мм/с, равна

1) $8 \cdot 10^{-12}$ Н 2) $5 \cdot 10^{6}$ Н
3) 0 4) $8 \cdot 10^{-11}$ Н

А100. Разогнанный электрическим полем с напряжением U электрон влетел в магнитное поле. Его скорость при этом была равна

1) $\sqrt{\dfrac{2eU}{m_e}}$ 2) $\sqrt{\dfrac{eU}{2m_e}}$ 3) $\sqrt{\dfrac{eU}{m_e}}$ 4) $\sqrt{\dfrac{2m_e}{eU}}$

А101. Плоскость квадратной рамки со стороной 4 см расположена параллельно магнитным линиям однородного магнитного поля индукцией 20 мТл. По рамке течет ток силой 2 А. Момент сил Ампера, вращающих эту рамку, равен

1) 64 мкН · м 2) 32 мН · м
3) 1,28 Н · м 4) 0

А102. В однородном магнитном поле неподвижно висит проводник с током. Ток идет по нему от наблюдателя за чертеж. Вектор индукции магнитного поля направлен

1) вверх 2) вниз 3) влево 4) вправо

А103. По двум параллельным проводникам текут токи — в первом случае в одном направлении, а во втором — в противоположных направлениях. При этом проводники

1) притягиваются в обоих случаях
2) отталкиваются в обоих случаях

3) в первом случае отталкиваются, а во втором — притягиваются
4) в первом случае притягиваются, а во втором — отталкиваются

A104. На проводник с током, расположенный в однородном магнитном поле под углом 30^0 к магнитным линиям, действует сила 10 Н. Если увеличить этот угол в три раза, то на проводник будет действовать сила, равная

1) 0 2) 20 Н 3) 30 Н 4) 5 Н

A105. Проводник длиной 20 см с током 5 А расположен в однородном магнитном поле индукцией 50 мТл перпендикулярно магнитным линиям. Перемещающая его сила Ампера совершает работу 5 мДж. Модуль перемещения проводника равен

1) 0,1 мм 2) 0,1 м 3) 1 см 4) 10 м

A106. По вертикальному проводнику течет ток снизу вверх. В точке М, расположенной справа от проводника, вектор индукции магнитного поля этого тока направлен

1) влево 2) вправо
3) за чертеж 4) от чертежа к наблюдателю

A107. Заряженная частица влетела в магнитное поле перпендикулярно магнитным линиям. При этом она станет двигаться

1) по окружности, и сила Лоренца будет направлена против ее вектора скорости
2) прямолинейно и равномерно, и сила Лоренца будет направлена в направлении ее движения
3) по окружности, и сила Лоренца будет направлена по радиусу от центра окружности
4) по окружности, и сила Лоренца будет направлена по радиусу к центру окружности

A108. Плоскость квадратной рамки со стороной 4 см расположена перпендикулярно магнитным линиям однородного магнитного поля индукцией 20 мТл. По рамке течет ток силой 2 А. Момент сил Ампера, вращающих эту рамку, равен

1) 64 мкН · м 2) 32 мН · м
3) 1,28 Н · м 4) 0

A109. Заряженная частица влетает в магнитное поле параллельно линиям вектора магнитной индукции. Заряд частицы

q, ее скорость v, индукция магнитного поля B. Сила Лоренца, действующая на частицу в магнитном поле, равна

1) Bqv 2) Bq/v 3) Bv/q 4) 0

А110. Если ток в торце соленоида течет по часовой стрелке, то это

1) северный полюс и магнитные линии входят в него
2) южный полюс и магнитные линии выходят из него
3) северный полюс и магнитные линии выходят из него
4) южный полюс и магнитные линии входят в него

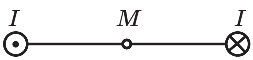


Рис. 226

А111. По двум горизонтальным параллельным проводникам, перпендикулярным плоскости чертежа, текут одинаковые токи: слева — от чертежа к наблюдателю, справа — от наблюдателя за чертеж (рис. 226). В точке M, расположенной посередине между ними, вектор индукции результирующего магнитного поля направлен

1) вверх 2) вниз
3) равен нулю 4) влево

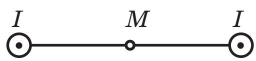


Рис. 227

А112. Токи одинаковой силы в сечении двух параллельных проводников текут от чертежа к наблюдателю (рис. 227). В точке M посередине между ними вектор магнитной индукции направлен

1) вверх 2) вниз
3) равен нулю 4) вправо

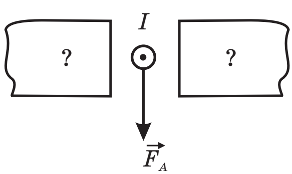


Рис. 228

А113. Между полюсами двух горизонтальных полосовых магнитов, расположенных в плоскости чертежа, находится проводник с током, который течет на наблюдателя, и при этом сила Ампера, действующая на него, направлена вниз (рис. 228). Значит,

1) слева от проводника находится южный полюс, а справа — северный
2) слева от проводника находится северный полюс, а справа южный
3) с обоих сторон от проводника находятся северные полюса магнитного
4) с обоих сторон находятся южные полюса

А114. Единица магнитной индукции, выраженная через основные единицы СИ, это

1) кг · м^2 · А$^{-1}$ 2) кг · с$^{-2}$ · А
3) кг · с$^{-2}$ · А$^{-1}$ 4) кг · м · с$^{-2}$

А115. Сила Лоренца, действующая на электрон, влетевший в магнитное поле индукцией 0,5 Тл перпендикулярно магнитным линиям со скоростью 10 Мм/с, равна

1) $8 \cdot 10^{-13}$ Н 2) $5 \cdot 10^{6}$ Н
3) 0 4) $8 \cdot 10^{-11}$ Н

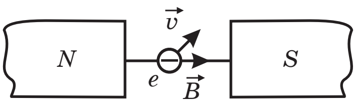


Рис. 229

А116. Электрон влетел в промежуток между разноименными полюсами двух полосовых магнитов перпендикулярно магнитным линиям. Вектор его скорости направлен за чертеж (рис. 229). Действующая на него сила Лоренца будет направлена

1) вверх 2) вниз
3) влево 4) вправо

А117. В проводящем контуре возбуждается ЭДС индукции 2 В. Изменение магнитного потока сквозь контур за 2 мин равно

1) 240 Вб 2) 4 Вб 3) 1 Вб 4) 0,008 Вб

А118. На концах проводника длиной 80 см, движущегося поступательно в однородном магнитном поле индукцией 5 Тл под углом 30^0 к магнитным линиям, возникает разность потенциалов 4 В. Скорость движения проводника равна

1) 0,2 м/с 2) 2 м /с 3) 0,16 м/с 4) 1,6 м/с

А119. При изменении силы тока за 6 с на 1,2 А в контуре возникла ЭДС самоиндукции 2 В. Индуктивность этого контура равна

1) 0,4 Гн 2) 10 Гн 3) 3,6 Гн 4) 14,4 Гн

А120. Энергия магнитного поля соленоида 2 мДж, сила тока, текущего по нему, 0,5 А. Индуктивность соленоида равна

1) 1 Гн 2) 16 мГн 3) 8 мГн 4) 32 мГн

А121. На рис. 230 изображен проводящий контур, плоскость которого перпендикулярна плоскости чертежа. Контур пересекает магнитное поле, вектор индукции которого направлен вниз. Вследствие изменения индукции магнитного поля в контуре возникает индукционный ток I_{i}, текущий против часовой стрелки. Как изменяется индукция магнитного поля?

1) увеличивается

2) уменьшается

3) сначала увеличивается, потом уменьшается

4) сначала уменьшается, потом увеличивается

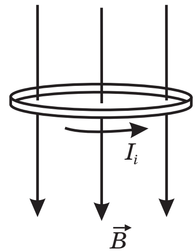


Рис. 230

А122. Явление электромагнитной индукции открыл

1) Ленц 2) Максвелл
3) Ампер 4) Фарадей

А123. Направление индукционного тока в проводнике определил

1) Фарадей 2) Ленц
3) Максвелл 4) Джоуль

А124. Единица индуктивности, выраженная через основные единицы СИ, это

1) кг · м · с$^{-3}$ · А^{2} 2) кг · м^{2} · с$^{-2}$ · А$^{-3}$
3) кг · м$^{-2}$ · с^{2} · А$^{-2}$ 4) кг · м^{2} · с$^{-2}$ · А$^{-2}$

А125. На рис. 231 изображена проводящая рамка *abcd*, плоскость которой перпендикулярна плоскости чертежа. Рамка движется поступательно вправо, пересекая однородное

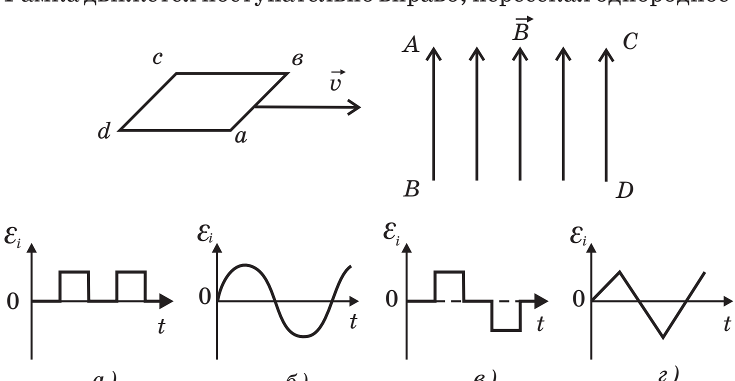


Рис. 231

магнитное поле, ограниченное поверхностями AB и CD. Какой из четырех графиков, расположенных ниже, правильно изображает зависимость ЭДС индукции, возникающей в рамке, от времени ее перемещения?

1) *а* 2) *б*
3) *в* 4) *г*

А126. В замкнутом проводящем контуре вследствие изменения магнитного потока, созданного внешним магнитным полем, возбуждается индукционный ток, направление которого показано на рис. 232. Индукция внешнего магнитного поля убывает. При этом

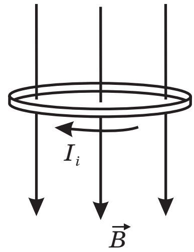


Рис. 232

1) вектор индукции магнитного поля индукционного тока направлен вниз, а вектор индукции внешнего магнитного поля направлен вверх
2) вектор индукции магнитного поля индукционного тока направлен вверх, а вектор индукции внешнего магнитного поля направлен вниз
3) вектор индукции магнитного поля индукционного тока и вектор индукции внешнего магнитного поля направлены вверх
4) вектор индукции магнитного поля индукционного тока и вектор индукции внешнего магнитного поля направлены вниз

А127. Полосовой магнит падает сквозь неподвижное металлическое кольцо первый раз южным полюсом вниз, а второй раз — северным. При этом индукционный ток возникает в кольце

1) только в первом случае
2) не возникает в обоих случаях
3) только во втором случае
4) в обоих случаях

А128. В проводнике, движущемся поступательно в однородном магнитном поле под углом 45^0 к магнитным линиям, возникает ЭДС индукции 4 В. При увеличении этого угла вдвое ЭДС индукции станет равна

1) 5,6 В 2) 8 В 3) 1,4 В 4) 2,8 В

А129. В однородном магнитном поле вращается с частотой 1 Гц квадратная рамка со стороной 50 см. При этом в рамке возникает максимальная ЭДС индукции 2 В. Индукция магнитного поля примерно равна

1) 4 Тл 2) 2,34 Тл 3) 1, 27 Тл 4) 100 Тл

А130. Контур, по которому течет ток силой 10 А, пересекает вследствие этого магнитный поток 50 мВб. Индуктивность этого контура равна

1) 100 Гн 2) 5 Гн 3) 200 Гн 4) 0,005 Гн

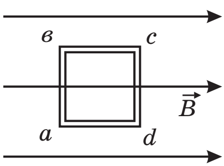


Рис. 233

А131. В однородное магнитное поле поместили замкнутый проводящий контур (рис. 233). Индукционный ток возникнет в этом контуре, если его будут

1) двигать вдоль магнитных линий
2) двигать поперек магнитных линий
3) поворачивать вокруг стороны *аб*
4) поворачивать вокруг стороны *бс*

А132. Единица магнитного потока, выраженная через основные единицы СИ, имеет вид

1) кг · м^2 · с$^{-2}$ · А$^{-2}$ 2) кг · м^2 · с$^{-2}$ · А$^{-1}$
3) кг · м^2 · с$^{-3}$ · А$^{-2}$ 4) кг · м^2 · с$^{-1}$ · А$^{-2}$

А133. Какой из перечисленных процессов объясняется явлением электромагнитной индукции?

1) отталкивание одноименно заряженных частиц
2) отклонение магнитной стрелки при прохождении по проводнику тока
3) отклонение стрелки вольтметра при подключении к источнику тока
4) притяжение проводящего кольца к магниту при выводе его из кольца

А134. В металлическое кольцо в течение первых трех секунд вдвигают магнит, в течение следующих трех секунд он неподвижен, в течение еще трех секунд его вынимают из кольца. Индукционный ток течет по кольцу в течение промежутков времени

1) 0–9 с 2) 0–3 с и 7–9 с
3) 6–8 с 4) только 7–9 с

А135. В проводящем кольце, вращающемся в магнитном поле индукцией 5 Тл, возникает максимальная ЭДС индукции 3,14 В. Площадь кольца 100 см^2. Период вращения кольца равен

1) 10 с 2) 1 с 3) 0,1 с 4) 20 с

А136. На концах проводника длиной 80 см, движущегося поступательно в однородном магнитном поле индукцией 5 Тл под углом 30^0 к магнитным линиям, возникает разность потенциалов 4 В. Скорость движения проводника равна

1) 0,2 м/с 2) 2 м /с 3) 0,16 м/с 4) 1,6 м/с

А137. Магнитный поток сквозь виток радиусом 50 см, создаваемый однородным магнитным полем индукцией 2 Тл, магнитные линии которого направлены под углом 30^0 к плоскости витка, примерно равен

1) 0,79 Вб 2) 1,33 Вб 3) 1 Вб 4) 0,98 Вб

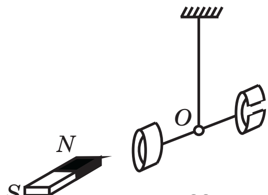


Рис. 234

А138. На рис. 234 изображено коромысло с проводящими кольцами на его концах, подвешенное на нити в точке O. Кольцо на одном конце коромысла сплошное, на другом имеет прорезь. Полосовой магнит подносят сначала к сплошному кольцу, затем к кольцу с прорезью. При этом

1) когда магнит приближают к сплошному кольцу, оно притягивается к нему, а когда магнит подносят к кольцу с прорезью, оно остается на месте
2) когда магнит приближают к сплошному кольцу, оно отталкивается от него, а когда магнит подносят к кольцу с прорезью, оно притягивается к нему
3) когда магнит приближают к сплошному кольцу, оно отталкивается от него, а когда магнит подносят к кольцу с прорезью, оно остается на месте
4) когда магнит приближают к сплошному кольцу, оно притягивается к нему, а когда магнит подносят к кольцу с прорезью, оно отталкивается от него

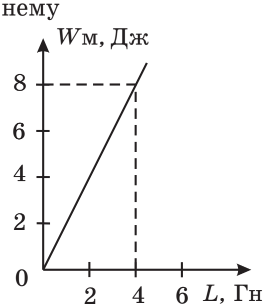


Рис. 235

А139. На рис. 235 изображен график зависимости энергии магнитного поля в соленоиде от индуктивности соленоида. Определить силу тока в соленоиде.

1) 2 А 2) 3 А 3) 1,5 А 4) 3 А

Часть 2

В1. Масса электрона $m_e = 9{,}11 \cdot 10^{-31}$ кг, а масса протона $m_p = 1{,}67 \cdot 10^{-27}$ кг. Во сколько раз сила их кулоновского притяжения больше силы гравитационного притяжения.

В2. С одной капли воды массой $m = 0{,}03$ г на другую такую же каплю перешел 1 % всех ее электронов. Расстояние между каплями 1 км. Определить, с какой кулоновской силой теперь будут взаимодействовать эти капли.

В3. Два одинаковых маленьких шарика имеют заряды $q_1 = 9 \cdot 10^{-9}$ Кл и $q_2 = 2 \cdot 10^{-9}$ Кл. Их привели в соприкосновение и раздвинули на прежнее расстояние. Определить, во сколько раз изменилась сила их кулоновского взаимодействия.

В4. Два положительных заряда $1{,}0 \cdot 10^{-8}$ Кл и $2{,}0 \cdot 10^{-8}$ Кл расположены на расстоянии 1 м друг от друга. Посередине между ними помещают отрицательный заряд $-3 \cdot 10^{-9}$ Кл. Определить модуль вектора силы, действующей на отрицательный заряд со стороны двух положительных зарядов.

В5. Определить период вращения электрона вокруг ядра в атоме водорода. Радиус орбиты электрона принять равным $5 \cdot 10^{-11}$ м.

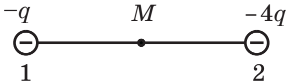


Рис. 236

В6. Точка M находится посередине между зарядами $-q$ и $-4q$ (рис. 236). Какой заряд надо поместить вместо заряда $-4q$ в точку 2, чтобы напряженность электрического поля в точке М увеличилась в 3 раза?

В7. Вектор напряженности однородного электрического поля направлен вниз, напряженность этого поля равна $1{,}3 \cdot 10^5$ В/м. В это поле помещена капелька масла массой $2 \cdot 10^{-9}$ г. Капелька оказалась в равновесии. Найти заряд капельки и число избыточных электронов на ней.

В8. Три одинаковых заряда по 1 нКл каждый расположены в трех вершинах квадрата со стороной 9 см. Найти напряженность результирующего поля в четвертой вершине. Среда — воздух.

В9. Разность потенциалов между электродами электронной пушки равна 500 В. Определить скорость вылетающих из нее электронов.

В10. Два заряда, 4 нКл и 9 нКл, расположены на расстоянии 20 см друг от друга. На каком расстоянии от меньшего заряда напряженность электрического поля этих зарядов равна нулю? Среда — вакуум.

В11. Отношение заряда электрона к его массе (удельный заряд электрона) $1{,}76 \cdot 10^{7}$ м/с, его начальная скорость в электрическом поле равна $1 \cdot 10^{7}$ м/с, а конечная $3 \cdot 10^{7}$ м/с. Электрон перемещается по силовой линии поля. Определить разность потенциалов между начальной и конечной точками перемещения электрона.

В12. К конденсатору емкостью 10 пФ последовательно подключили два параллельных конденсатора емкостями 4 пФ и 6 пФ. Общий заряд этих конденсаторов 1 нКл. Чему равно общее напряжение на конденсаторах?

В13. Напряжение на обкладках конденсатора 200 В, расстояние между обкладками 0,2 мм. Конденсатор отключили от источника зарядов, после чего увеличили расстояние между обкладками до 0,7 мм. Определить новое напряжение на обкладках конденсатора.

В14. Между обкладками плоского конденсатора находится слюдяная пластинка с диэлектрической проницаемостью 6. Емкость конденсатора 10 мкФ, напряжение на его обкладках 1 кВ. Какую работу надо совершить, чтобы вынуть пластинку из конденсатора, не отключая его от источника напряжения?

В15. Плоский конденсатор состоит из двух обкладок площадью 40 см^2 каждая. Между ними находится стекло с диэлектрической проницаемостью 7. Какой заряд находится на обкладках этого конденсатора, если напряженность электрического поля между ними 8 МВ/м?

В16. Два проводника с емкостями 4 пФ и 6 пФ заряжены соответственно до потенциалов 8 В и 10 В. Найти их потенциал после соприкосновения друг с другом.

В17. Плоский воздушный конденсатор зарядили до напряжения 600 В и отключили от источника зарядов, после чего расстояние между обкладками увеличили от 0,2 мм до 0,7 мм и ввели диэлектрик с проницаемостью 7. Найти новое напряжение между обкладками.

В18. При увеличении напряжения на обкладках конденсатора в три раза энергия его электрического поля увеличилась на 200 мДж. Найти начальную энергию конденсатора.

В19. Сопротивление медного проводника 0,2 Ом, его масса 0,2 кг, плотность меди 8900 кг/м^3. Определить площадь поперечного сечения проводника.

В20. Длина медного проводника 300 м, напряжение на его концах 36 В, концентрация электронов проводимости в проводнике $8{,}5 \cdot 10^{28}$ м$^{-3}$. Определить среднюю скорость упорядоченного движения электронов в этом проводнике.

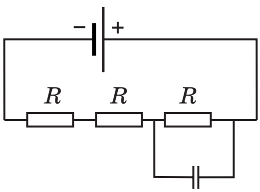


Рис. 237

В21. Чему равна энергия конденсатора емкостью 10 мкФ (рис. 237)? ЭДС источника тока 4 В, внутреннее сопротивление 1 Ом, сопротивления резисторов 10 Ом.

В22. На рис. 238 изображена схема электрической цепи. Когда ключ К разомкнут, вольтметр показывает 4 В, а когда ключ К замкнут, вольтметр показывает 1 В. Сопротивление резистора 2 Ом. Чему равно внутреннее сопротивление источника тока?

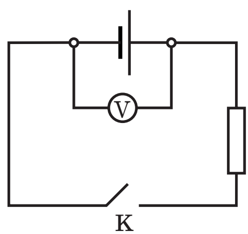


Рис. 238

В23. Электрическая цепь состоит из источника тока и лампы с последовательно подключенным к ней амперметром и параллельно вольтметром (рис. 239). Вольтметр показывает напряжение 4 В, а амперметр силу тока 2 А. ЭДС источника тока 5 В. Найти внутреннее сопротивление источника тока.

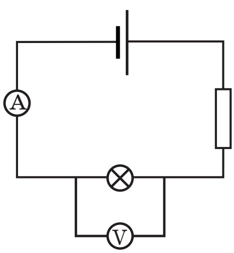


Рис. 239

В24. ЭДС источника тока 6 В. При внешнем сопротивлении 1 Ом сила тока в цепи 3 А. Найти силу тока короткого замыкания.

В25. ЭДС источника тока 4 В, внешнее сопротивление равно внутреннему. Найти напряжение на полюсах источника тока, когда цепь замкнута.

В26. Три лампы сопротивлением 12,5 Ом каждая соединены параллельно и подключены к источнику тока с ЭДС 10 В и внутренним сопротивлением 0,5 Ом. Сопротивление соединительных проводов 2 Ом. Найти напряжение на лампах.

В27. К концам свинцовой проволоки длиной 2 м приложено напряжение 25 В. Начальная температура проволоки 10 ^{0}С. Через сколько времени проволока начнет плавиться? Температура плавления свинца 327 ^{0}С, его удельное сопротивление $1{,}7 \cdot 10^6$ Ом · м, плотность свинца $11{,}3 \cdot 10^3$ кг/м^3, его удельная теплоемкость 125 Дж/(кг · К). Ответ округлить до десятых долей секунды.

В28. В чайнике нагрели воду объемом 0,32 л при 30 ^{0}С и поставили на электроплитку. Через сколько времени выкипит вся вода, если сила тока в цепи 10 А, а сопротивление нагревателя 20 Ом? Удельная теплоемкость воды 4200 Дж/(кг · К), удельная теплота парообразования воды 2256 кДж/кг.

В29. Лифт массой 2,4 т поднимается на высоту 25 м за 40 с. КПД подъема 60% . Найти силу тока в электродвигателе лифта, если он работает под напряжением 220 В. Ответ округлить до целого числа, ампер.

В30. Сколько электронов проходит за 10 с через поперечное сечение проводника при мощности тока в нем 150 Вт и напряжении 220 В? Ответ представьте как произведение целого числа на 10^{19}.

В31. Трамвай массой m движется по горизонтальному пути со скоростью v. Коэффициент сопротивления движению μ, напряжение на проводах U, КПД электрической цепи η. Найти силу тока в двигателе.

В32. Включенная в сеть электрическая плитка выделила количество теплоты $Q = 10$ кДж. Определить, какое количество теплоты выделят за такое же время две такие плитки, если их включить в ту же сеть параллельно. Зависимость сопротивления от температуры можно не учитывать.

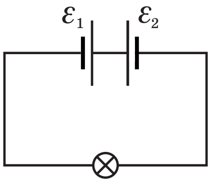


Рис. 240

В33. На рис. 240 изображена электрическая цепь, состоящая из двух гальванических элементов с ЭДС $\mathcal{E} = 4{,}5$ В и $\mathcal{E} = 1{,}5$ В и внутренними сопротивлениями 1,5 Ом и 0,5 Ом и лампы, сопротивление которой в нагретом состоянии 23 Ом. Определить мощность, потребляемую этой лампой.

В34. Мощность, потребляемая алюминиевой обмоткой электромагнита при 0 ^{0}C, равна 5 кВт. Какой станет мощность тока в обмотке, если температура повысится до 60 ^{0}C, а напряжение останется прежним? Какой станет мощность, если прежним останется ток?

В35. Электрическая цепь содержит реостат, сопротивление которого можно изменять от 0,1 Ом до 1 Ом. ЭДС источника тока 72 В. При каком сопротивлении реостата максимальная мощность тока в цепи будет 6 Вт?

В36. Три одинаковых источника постоянного тока с внутренним сопротивлением у каждого 0,8 Ом соединены последовательно. Во сколько раз изменится мощность тока в резисторе сопротивлением 10 Ом, подключенном к этим источникам, если их соединить параллельно?

В37. Напряжение на электродах при электролизе алюминия в 10 раз больше, чем при электролизе меди. Во сколько раз энергия электролиза алюминия больше, чем электролиза меди той же массы? Электрохимический эквивалент меди 0,33 мг/Кл, алюминия 0,093 мг/Кл. Ванны, в которых происходит электролиз, соединены последовательно. Ответ округлить до целого числа.

В38. При электролизе меди сопротивление электролита 1 мОм, напряжение на электродах 8 В. Через сколько времени на катоде выделится 1 кг меди? Ответ округлить до целого числа минут.

В39. Сила тока в электрохимической ванне при электролизе 25 А, время электролиза 2 ч, площадь детали, покрываемой никелем, 0,2 м^2, электрохимический эквивалент никеля $3 \cdot 10^{-7}$ кг/Кл, его плотность $8{,}9 \cdot 10^3$ кг/м^3. Определить толщину покрытия.

В40. На медном резисторе в течение 10 с поддерживали напряжение 2 В. Чему равна длина резистора, если его температура повысилась при этом на 8 К? Удельное сопротивление меди $1{,}7 \cdot 10^{-8}$ Ом · м, плотность меди $8{,}9 \cdot 10^{3}$ кг/м^3, удельная теплоемкость меди 380 Дж/(кг · К). Изменением сопротивления резистора при нагревании и потерями тепловой энергии можно пренебречь. Ответ округлить до целого числа метров.

В41. Проводник массой 10 г и длиной 2 см висит неподвижно в магнитном поле индукцией 4 Тл. Найти силу тока в проводнике

В42. В однородном магнитном поле индукцией 0,4 Тл находится прямой проводник длиной 0,15 м, расположенный перпендикулярно магнитным линиям. По проводнику идет ток силой 8 А. Под действием силы Ампера проводник движется из состояния покоя равноускоренно в течение 4 с с ускорением 0,2 м/с^2. Определить работу силы Ампера, совершенную при движении проводника.

В43. Электрон влетел в однородное магнитное поле индукцией B перпендикулярно магнитным линиям. Через какое время он окажется в точке влета, сделав полный оборот? Масса и заряд электрона известны.

В44. Электрон, имеющий кинетическую энергию 91 эВ, влетел в скрещенные электрическое и магнитное поля, в которых векторы напряженности и магнитной индукции взаимно перпендикулярны. Вектор скорости электрона перпендикулярен силовым линиям обоих полей. Чему равна индукция магнитного поля, если электрон в этих полях стал двигаться равномерно и прямолинейно при напряженности электрического поля 100 В/см?

В45. Круглый проволочный виток диаметром 50 см расположен своей плоскостью перпендикулярно магнитным линиям однородного магнитного поля индукцией 50 мТл. Сопротивление витка 2 Ом. Какой заряд протечет через поперечное сечение проводника, из которого изготовлен виток, при равномерном уменьшении магнитного поля до нуля? Явлением самоиндукции пренебречь.

В46. Сопротивление проводящего контура $3 \cdot 10^{-2}$ Ом. За 2 с пересекающий контур магнитный поток равномерно изменяется на $1{,}2 \cdot 10^{-2}$ Вб. Определить силу индукционного тока в проводнике.

В47. Индуктивность катушки с малым сопротивлением равна 0,15 Гн, сила тока в ней 4А. Сколько теплоты выделится в катушке, если параллельно к ней подключить резистор с сопротивлением, во много раз большим, чем сопротивление катушки?

В48. Катушка с площадью витка 20 см^2 имеет индуктивность 20 мГн. Число витков в ней 1000, индукция магнитного поля внутри катушки 1 мТл. Найти силу тока в катушке.

В49. За 5 мс в соленоиде с 500 витками магнитный поток равномерно уменьшился с 7 Вб до 9 мВб. Сопротивление проводника соленоида 100 Ом. Найти силу индукционного тока, возникшего при этом.

В50. Проволочный виток, состоящий из 100 колец, пересекает однородное магнитное поле, уменьшающееся за 2 мс с 0,5 Тл до 0,1 Тл. При этом в витке возникает ЭДС индукции 8 В. Поле перпендикулярно плоскости витка. Найти радиус витка. Ответ округлить с точностью до одной сотой метра.

Часть 3

С1. Четыре одинаковых заряда расположены в вершинах квадрата и находятся в равновесии. Заряды соединены не проводящими ток нитями. Сила натяжения каждой нити 10 Н. Найти силу, действующую на каждый заряд со стороны двух ближайших к нему зарядов.

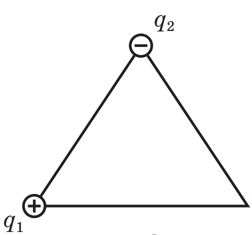


Рис. 241

С2. Сторона равностороннего треугольника r. В двух его вершинах расположены два заряда q_1 и q_2, положительный и отрицательный (рис. 241). Определить напряженность поля этих зарядов в третьей вершине. Среда — вакуум.

С3. Горизонтальная равномерно и положительно заряженная плоскость создает однородное электрическое поле напряженностью $E = 5$ кВ/м. На нее с высоты $h = 2$ м бросают вниз с начальной скоростью $v_0 = 0{,}5$ м/с маленький шарик массой $m = 50$ г, несущий положительный заряд $q = 50$ нКл. Найти скорость шарика в момент удара о плоскость.

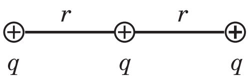


Рис. 242

С4. Три маленьких шарика с зарядом q на каждом расположены в вакууме на расстоянии r друг от друга и соединены вытянутыми вдоль одной прямой одинаковыми горизонтальными нитями (рис. 242). Какую кинетическую энергию $W_к$ приобретет каждый крайний шарик, если обе нити одновременно пережечь?

С5. Электрон влетел в поле конденсатора параллельно его обкладкам со скоростью $2 \cdot 10^7$ м/с. Длина конденсатора 0,05 м, расстояние между его обкладками 0,02 м, разность потенциалов между ними $U = 200$ В. Отношение заряда электрона к его массе $1{,}76 \cdot 10^{11}$ Кл/кг. Определить смещение электрона к положительной обкладке за время пролета конденсатора.

Рис. 243

С6. Точка N отстоит от заряда-источника q_0 на вдвое большем расстоянии, чем точка M (рис. 243). При перемещении заряда q из точки M в точку N электрическое поле совершило работу 9 Дж. Какую работу оно совершит, перемещая этот заряд из точки M в точку на середине отрезка MN?

С7. Незаряженный металлический цилиндр вращается вокруг своей оси с частотой ν. Найти напряженность E возникающего при этом электрического поля внутри цилиндра на расстоянии r от его оси.

С8. Кольцо заряжено отрицательно с линейной плотностью τ. Из бесконечности к нему летит электрон по прямой, проходящей через центр кольца. Какую начальную скорость должен иметь электрон, чтобы долететь до центра кольца?

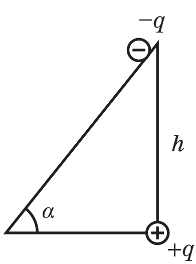


Рис. 244

С9. С вершины идеально гладкой наклонной плоскости высотой h с углом при основании α соскальзывает без начальной скорости небольшое тело массой m, несущее отрицательный заряд $-q$. В вершине прямого угла находится равный ему по модулю положительный заряд (рис. 244). Найти скорость тела v у основания наклонной плоскости.

С10. Энергия двух заряженных проводников W_1 и W_2, их емкости одинаковы. Какое количество теплоты выделится при соединении этих проводников?

С11. Поверхностная плотность зарядов на обкладках воздушного конденсатора 0,1 мкКл/м^2, их площадь 5 см^2, емкость конденсатора 1 пФ. Найти скорость электрона, пролетевшего от одной обкладки к другой без начальной скорости. Силой тяжести, действующей на электрон, пренебречь.

С12. На рис. 245 изображена схема с двумя конденсаторами емкостями $C_1 = 2$ мкФ и $C_2 = 4$ мкФ, подключенными к источникам напряжения $U_1 = 4$ В и $U_2 = 6$ В. Найти разность потенциалов $\varphi_M - \varphi_N$ между точками M и N.

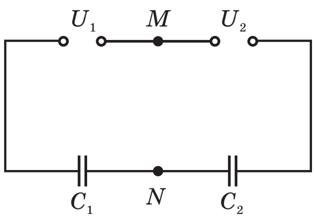


Рис. 245

С13. Проводник емкостью 5 пФ заряжен до потенциала 0,5 кВ, а проводник емкостью 8 пФ заряжен до потенциала 0,8 кВ. Расстояние между проводниками велико по сравнению с их размерами. Какое количество теплоты выделится при соединении этих проводников проволокой?

С14. Пылинка массой m с зарядом q влетает в электрическое поле плоского конденсатора посередине между его обкладками. С какой минимальной скоростью должна влететь пылинка, чтобы пролететь конденсатор насквозь? Длина обкладок конденсатора l, расстояние между ними d, напряжение на обкладках U.

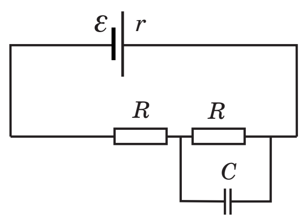


Рис. 246

С15. Какова должна быть ЭДС источника тока, изображенного на рис. 246, чтобы напряженность электрического поля между обкладками конденсатора была равна 6 кВ/м, если внутреннее сопротивление источника втрое меньше сопротивления каждого из резисторов? Расстояние между обкладками конденсатора равно 2 мм.

С16. При сопротивлении реостата 1,65 Ом напряжение на нем 3,3 В, при сопротивлении реостата 3,5 Ом напряжение на нем 3,5 В. Определить ЭДС батарейки, к которой подключали этот реостат.

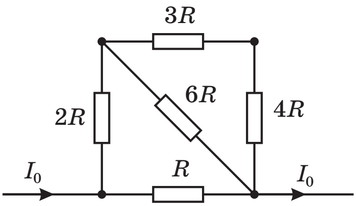


Рис. 247

С17. Дан участок цепи (рис. 247). Найти силу тока в резисторе R, если сила тока в неразветвленном участке цепи I_0.

С18. В цепь, состоящую из источника тока и резистора, включают вольтметр — сначала последовательно, потом параллельно резистору. Сопротивление резистора 8 Ом, сопротивление вольтметра 200 Ом. В обоих случаях вольтметр показывает одинаковое напряжение. Чему равно внутреннее сопротивление источника тока?

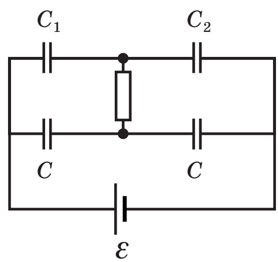


Рис. 248

С19. Дана схема (рис. 248). ЭДС $\mathcal{E} = 20$ В, $C = 1$ мкФ, $C_1 = 5$ мкФ и $C_2 = 8$ мкФ. Найти напряжение на конденсаторе C_1.

С20. К источнику тока через реостат подключен вольтметр (рис. 249). Если сопротивление реостата уменьшить втрое, то показание вольтметра увеличится вдвое. Во сколько раз изменится показание вольтметра, если сопротивление реостата уменьшить до нуля?

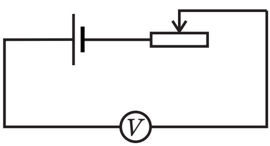


Рис. 249

С21. Определить заряды конденсаторов на схеме, изображенной на рис. 250. Емкости конденсаторов С, 2С и 3С, ЭДС источника тока $\mathcal{E}$ и сопротивление резисторов R и $2R$. Внутренним сопротивлением источника тока можно пренебречь.

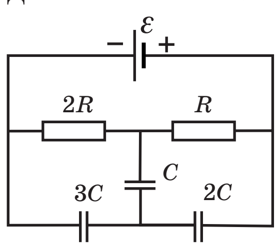


Рис. 250

С22. Плоский слюдяной конденсатор соединили с источником напряжения U, после чего вынули со скоростью v слюдяную прокладку. При этом по проводникам, соединявшим конденсатор с источником зарядов, прошел ток силой I. Обкладки конденсатора квадратной формы со стороной l, диэлектрическая проницаемость слюды ε. Чему равно расстояние d между обкладками конденсатора?

С23. Лебедка поднимает бетонную плиту прямоугольной формы толщиной h, площадью S без начальной скорости с ускорением a в течение времени t (рис. 251). Сила тока в двигателе I, плотность бетона ρ. Найти напряжение на зажимах двигателя.

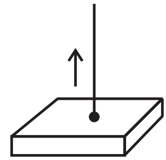


Рис. 251

С24. Найти силу тока короткого замыкания в цепи, если при силе тока 4 А мощность тока во внешней части цепи 20 Вт, а при силе тока 10 А мощность тока 30 Вт.

С25. Дана цепь (рис. 252). Сопротивление резистора 30 кОм, внутренним сопротивлением и сопротивлением соединительных проводов можно пренебречь. Сразу после замыкания ключа К ученик стал измерять нарастающее с течением времени t напряжение U на обкладках конденсатора.

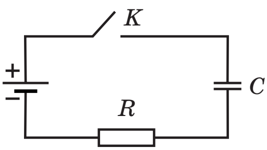


Рис. 252

Результаты его измерений приведены в таблице.

t, с	0	2	3	4	5	6	7	8
U,В	0	2,9	3,8	4,6	4,8	5,2	5,2	5,2

Оценить силу зарядного тока в резисторе в момент времени $t = 4$ с. Погрешность измерения напряжения 0,1 В.

С26. Электрочайник имеет в нагревательном элементе две секции. При включении одной из них вода в чайнике нагревается за 20 мин, при включении другой — за 30 мин. За сколько времени нагреется вода в чайнике, если обе секции включить параллельно друг другу?

С27. Аккумулятор с ЭДС 2,2 В и внутренним сопротивлением 0,1 Ом замкнут медной проволокой. Ее сопротивление таково, что мощность тока в ней максимальна. За 5 мин проволока нагрелась на 315 К. Найти массу проволоки. Удельная теплоемкость меди 380 Дж/(кг · К). Ответ округлить до сотых долей килограмма.

С28. Определить напряжение на электродах вакуумного диода, если подлетающий к аноду пучок электронов при ударе оказывает давление p. Площадь поперечного сечения пучка S. Зависимость силы анодного тока от напряжения между катодом и анодом в диоде выражается формулой $I = k\sqrt{U^3}$, где k — известный коэффициент пропорциональности. Начальная скорость электронов равна нулю.

С29. Сколько атомов меди осядет в течение 1 мин на квадратном катоде со стороной 20 см в процессе ее рафинирования (получения чистой меди из руды) при плотности тока 2 мА/мм^2? Электрохимический эквивалент меди 0,33 мг/Кл, ее молярная масса 0,064 кг/моль. Число Авогадро $6{,}02 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$.

С30. Для серебрения 12 ложек в течение 5 ч через электролит пропускают ток силой 1,8 А. Площадь каждой ложки 50 см^2. Чему равна толщина отложившегося серебра? Молярная масса серебра 0,108 кг/моль, его валентность равна единице, плотность серебра $1{,}05 \cdot 10^4$ кг/м^3. Ответ выразить в десятках микрон.

С31. При электролизе воды сила тока 80 А. Какой объем гремучего газа образуется при нормальных условиях за 10 с? Молярная масса водорода 0,002 кг/моль, его электрохимический эквивалент 0,0104 мг/Кл, молярная масса кислорода 0,032 кг/моль, его электрохимический эквивалент 0,083 мг/Кл. Ответ округлить до целого числа кубических сантиметров.

С32. В однородном магнитном поле индукцией 25 мТл подвешен на двух проводящих нитях медный стержень перпендикулярно магнитным линиям. При пропускании по проводнику тока силой 2 А нити отклонились от вертикали на угол 45^0. Найти площадь поперечного сечения проводника. Плотность меди 8900 кг/м^3.

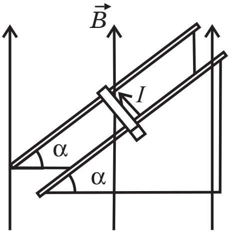


Рис. 253

С33. В однородном магнитном поле индукцией B, вектор индукции которого направлен вверх, движется равноускоренно по наклонным рельсам к вершине проводящий стержень длиной l с током I (рис. 253). Угол при основании рельсов α, масса стержня m, коэффициент трения стержня о рельсы μ. Определить ускорение бруска. Явлением электромагнитной индукции пренебречь.

С34. Электрон влетает в однородное магнитное поле индукцией 0,02 Тл со скоростью 200 км/с перпендикулярно магнитным линиям. Какой путь пройдет электрон за время, в течение которого вектор его линейной скорости повернется на 2^0?

С35. В проводящий круговой контур диаметром 8 см включен конденсатор емкостью 5 мкФ. Контур расположен в магнитном поле, равномерно изменяющемся со скоростью 4 мТл/с. Чему равен заряд конденсатора? Округлить до десятых долей нанокулона.

С36. Проводящий круговой контур диаметром 20 см, в который включен источник тока с ЭДС 8 мВ, расположен в плоскости чертежа (рис. 254). За чертеж направлено однородное магнитное поле. Индукция магнитного поля начала равномерно уменьшаться со скоростью 10 мТл/с. На сколько процентов изменилась мощность тока в контуре?

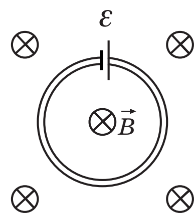


Рис. 254

С37. Соленоид с сопротивлением 10 Ом и индуктивностью 200 мГн имеет площадь витка 10 см^2. Соленоид помещен в магнитное поле, индукция которого равномерно увеличивается. Когда магнитная индукция увеличилась на 2 Тл, сила тока в соленоиде возросла на 40 мА. Какой заряд прошел при этом по соленоиду?

С38. Четыре одинаковые проволоки длиной l каждая образуют контур в форме квадрата. Он помещен в однородное магнитное поле индукцией B, перпендикулярное плоскости треугольника. Сопротивление каждой проволоки R. Найти силу индукционного тока, который протечет по контуру за промежуток времени Δt, если квадрат преобразовать в круг?

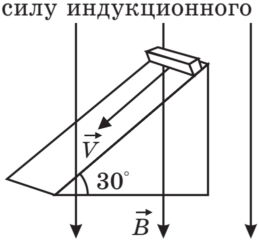


Рис. 255

С39. Тонкий проводящий стержень длиной 40 см начинает соскальзывать без начальной скорости с наклонной плоскости с углом при основании 30^0 (рис. 255). Плоскость расположена в однородном магнитном поле индукцией 200 мТл. Найти ЭДС индукции в стержне в тот момент, когда он пройдет путь 40 см. Трением пренебречь.

С40. Квадратная рамка площадью S изготовлена из проволоки сопротивлением R. Рамка перемещается горизонтально с постоянной скоростью v. Начальное положение рамки изображено на рис. 231. Рамка вводится в вертикальное однородное магнитное поле индукцией B и выводится из него. При движении в магнитном поле на рамку действует внешняя горизонтальная сила, преодолевающая тормозящее действие индукционных токов, наводимых в рамке. Чему равна работа А внешней силы за время движения рамки в магнитном поле? Магнитное поле имеет резко очерченные границы.

С41. По замкнутому контуру индуктивностью 1 мГн и сопротивлением 20 мОм проходит ток, сила которого сначала за 20 мс равномерно увеличивается от нуля до 4 А, а затем равномерно уменьшается за 40 мс до нуля. Найти изменение внутренней энергии контура.

ОТВЕТЫ НА ЗАДАНИЯ ПРОБНОГО ЭКЗАМЕНА по разделу III. ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ

Часть 1

А1. По закону Кулона сила взаимодействия электрона с ядром определяется равенством:

$$F = k\frac{e^2}{r^2} = k\left(\frac{e}{r}\right)^2.$$

Выразим в единицах СИ расстояние между электроном и ядром:

$$0{,}5 \cdot 10^{-8}\text{ см} = 5 \cdot 10^{-11}\text{ м}.$$

Произведем вычисления:

$$F = 9 \cdot 10^9\left(\frac{1{,}6 \cdot 10^{-19}}{5 \cdot 10^{-11}}\right)^2\text{ Н} \approx 9{,}2 \cdot 10^{-8}\text{ Н}.$$

Правильный ответ 2).

А2. Сила кулоновского взаимодействия электрона с ядром определяется формулой

$$F_1 = k\frac{e^2}{r^2}.$$

Сила их гравитационного взаимодействия определяется формулой

$$F_2 = G\frac{m_e m_p}{r^2}.$$

Разделим эти равенства друг на друга:

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{ke^2 r^2}{r^2 G m_e m_p} = \frac{ke^2}{G m_e m_p}.$$

Произведем вычисления:

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{9\cdot 10^9\left(1,6\cdot 10^{-19}\right)^2}{6,67\cdot 10^{-11}\cdot 9,11\cdot 10^{-31}\cdot 1,67\cdot 10^{-27}} \approx 2,3\cdot 10^{39}.$$

Правильный ответ 3).

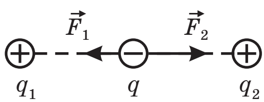


Рис. 256

А3. Заряды q_1 и q_2 положительны, а заряд q отрицателен, значит, он притягивается к каждому из них (рис. 256). Со стороны заряда q_1 на заряд q действует сила притяжения F_1, а со стороны заряда q_2 на заряд q действует тоже сила притяжения F_2. Поскольку заряд q_2 по модулю больше заряда q_1, значит, и сила F_2 по модулю больше силы F_1, поэтому равнодействующая этих сил равна:

$$F = F_2 - F_1.$$

По закону Кулона

$$F_1 = k\frac{|q_1||q|}{\left(\frac{r}{2}\right)^2} = 4k\frac{|q_1||q|}{r^2} \text{ и } F_2 = k\frac{|q_2||q|}{\left(\frac{r}{2}\right)^2} = 4k\frac{|q_2||q|}{r^2}.$$

Подставим правые части этих формул в первое равенство:

$$F = 4k\frac{|q_2||q|}{r^2} - 4k\frac{|q_1||q|}{r^2} = 4k\frac{|q|}{r^2}\left(|q_2| - |q_1|\right).$$

Произведем вычисления:

$$F = 4\cdot 9\cdot 10^9\,\frac{3\cdot 10^{-9}}{1^2}\left(2\cdot 10^{-8} - 1\cdot 10^{-8}\right) \text{ Н} = 1,1\cdot 10^{-6} \text{ Н}.$$

Правильный ответ 1).

А4. Расческа заряжается отрицательно, потому что электроны переходят с шерсти на расческу.

Правильный ответ 3).

А5. Минимальная величина, на которую может измениться заряд пылинки, равна заряду электрона.

Правильный ответ 1).

А6. При потере капли с зарядом $-e$ одного электрона ее заряд станет равен 0.

Правильный ответ 1).

А7. Если заряженное тело окружить заземленной оболочкой, то вследствие явления электростатической индукции на оболочке появится заряд, равный по модулю заряду тела, но противоположного знака. Вследствие компенсации зарядов оболочки и тела сила притяжения незаряженного тела к заряженному станет равна 0.

Правильный ответ 4).

А8. Общий заряд обоих шариков $+4q - 2q = +2q$. Поскольку шарики одинаковы, то на каждом останется заряд $\dfrac{+2q}{2} = +q$.

Правильный ответ 3).

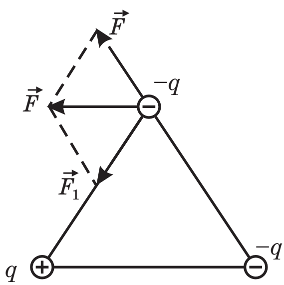


Рис. 257

А9. Отрицательный заряд в вершине треугольника будет притягиваться к положительному заряду в левой нижней вершине и отталкиваться от отрицательного заряда в правой нижней вершине. По принципу суперпозиции сил результирующая сила, действующая на заряд в вершине, будет направлена влево (рис. 257).

Правильный ответ 1).

А10. Число не скомпенсированных электронов равно отношению заряда шарика к модулю заряда электрона:

$$N = \frac{q}{e} = \frac{32 \cdot 10^{-9}}{1,6 \cdot 10^{-19}} = 2 \cdot 10^{11}.$$

Правильный ответ 3).

А11. Из формулы поверхностной плотности зарядов $\sigma = \dfrac{q}{S}$ следует, что площадь поверхности $S = \dfrac{q}{\sigma}$. Выразим все величины в единицах СИ:

$$20 \text{ мкКл} = 20 \cdot 10^{-6} \text{ Кл} = 2 \cdot 10^{-5} \text{ Кл},$$

$$4 \text{ нКл/см}^2 = 4\,\frac{10^{-9}}{10^{-4}} \text{ Кл/м}^2 = 4 \cdot 10^{-5} \text{ Кл/м}^2.$$

Произведем вычисления: $S = \dfrac{2 \cdot 10^{-5}}{4 \cdot 10^{-5}} \text{ м}^2 = 0{,}5 \text{ м}^2$.

Правильный ответ 2).

А12. До соприкосновения шариков сила Кулона $F_1 = k\dfrac{q_1 q_2}{\varepsilon r^2}$. После их соприкосновения каждый заряд q стал равен $\dfrac{20 + (-10)}{2}$ нКл = 5 нКл.

При этом сила Кулона $F_2 = k\dfrac{q^2}{\varepsilon r^2}$.

Разделим эти равенства друг на друга:

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{k q_1 q_2 \varepsilon r^2}{\varepsilon r^2 k q^2} = \frac{q_1 q_2}{q^2} = \frac{20 \cdot 10}{5^2} = 8.$$

Значит, сила взаимодействия уменьшилась в 8 раз.

Правильный ответ 3).

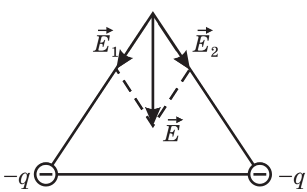


Рис. 258

А13. Вектор напряженности «поворачивается» к отрицательному заряду-источнику электрического поля и «отворачивается» от положительного заряда-источника. Как следует из рис. 258, вектор напряженности $\vec{E}$ направлен вниз.

Правильный ответ 4).

А14. Согласно формуле напряженности поля точечного заряда-источника, до увеличения расстояния напряженность $E_1 = k\dfrac{q}{r_1^2}$, а после увеличения $E_2 = k\dfrac{q}{r_2^2}$, где $r_2 = 3r_1$.

С учетом этого $E_2 = k\dfrac{q}{9r_1^2} = \dfrac{E_1}{9}$.

Напряженность уменьшилась в 9 раз.

Правильный ответ 4).

А15. Напряженность не зависит от пробного заряда.

Правильный ответ 1).

А16. Из определения напряженности электрического поля $E = \dfrac{F}{q}$ следует, что сила, действующая на заряд в электрическом поле до его увеличения, $F_1 = q_1E$, а после увеличения $F_2 = q_2E$. Разделим эти равенства друг на друга: $\dfrac{F_1}{F_2} = \dfrac{q_1E}{q_2E} = \dfrac{q_1}{q_2}$, откуда

$$F_2 = F_1\frac{q_2}{q_1} = 2\frac{25}{10}\ \text{Н} = 5\ \text{Н}.$$

Правильный ответ 2).

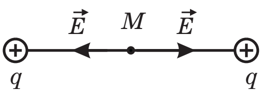


Рис. 259

А17. Поскольку напряженность — векторная величина, то в точке М векторы напряженностей, «отворачивающиеся» от обоих положительных зарядов (рис. 259), будут направлены противоположно друг другу, но по модулю одинаковы, поскольку одинаковы заряды и расстояния до них. Поэтому результирующая напряженность поля в точке М будет равна 0. А потенциал скалярная величина и, кроме того, потенциал поля положительного заряда тоже положителен. Поскольку оба заряда положительны, значит, потенциалы поля каждого из них в точке М суммируются, поэтому результирующий потенциал будет вдвое больше.

Правильный ответ 1).

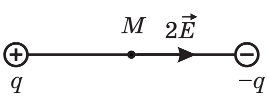


Рис. 260

А18. Поскольку напряженность — векторная величина, то в точке М векторы напряженностей, «отворачивающиеся» от положительного заряда и «поворачивающиеся» к отрицательному (рис. 260), будут оба направлены вправо и по модулю одинаковы, поскольку одинаковы заряды и расстояния до них. Поэтому результирующая напряженность поля в точке М будет вдвое больше напряженности поля каждого из зарядов. А потенциал скалярная величина и, кроме того, потенциал поля положительного заряда положителен, а отрицательного — отрицателен. Поэтому результирующий потенциал поля в точке М равен 0.

Правильный ответ 3).

А19. Напряженность векторная величина, а потенциал скалярная.

Правильный ответ 4).

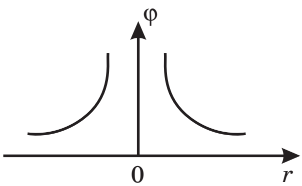


Рис. 261

А20. Согласно формуле потенциала поля точечного заряда-источника $\varphi = k\dfrac{q}{r}$ потенциал поля в данной точке обратно пропорционален расстоянию от этой точки до заряда, поэтому графиком зависимости потенциала от расстояния является гипербола (рис. 261).

Правильный ответ 3).

А21. Работа перемещения заряда в электрическом поле равна произведению заряда и разности потенциалов между этими точками поля:

$$A = q(\varphi_1 - \varphi_2) = 20 \cdot 10^{-6}(100 - 400)\ \text{Дж} =$$
$$= -6 \cdot 10^{-3}\ \text{Дж} = -6\ \text{мДж}.$$

Правильный ответ 4).

А22. Все точки внутри заряженного проводника любой формы и на его поверхности имеют одинаковый потенциал. Поэтому работа перемещения заряда между двумя любыми такими точками $A = q(\varphi - \varphi) = 0$.

Правильный ответ 4).

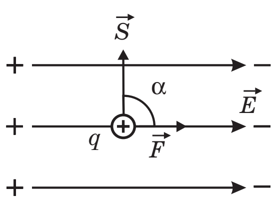


Рис. 262

А23. Работа перемещения заряда определяется произведением силы, действующей на заряд в электрическом поле, на модуль перемещения и на косинус угла между направлением силы и перемещения: $A = FS\cos\alpha$. Сила, действующая на заряд, направлена вдоль силовой линии поля, а перемещение перпендикулярно ей, значит, $\alpha = 90^0$ (рис. 262). Но $\cos 90^0 = 0$, поэтому и работа

$$A = 0.$$

Правильный ответ 4).

А24. Единица потенциала в СИ — вольт (В).

$$\text{В} = \frac{\text{Дж}}{\text{Кл}} = \frac{\text{Н} \cdot \text{м}}{\text{А} \cdot \text{с}} = \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}^2} \cdot \frac{\text{м}}{\text{А} \cdot \text{с}} = \text{кг} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{с}^{-3} \cdot \text{А}^{-1}.$$

Правильный ответ 2).

А25. Работа перемещения заряда по замкнутой траектории в электростатическом поле равна 0.

Правильный ответ 3).

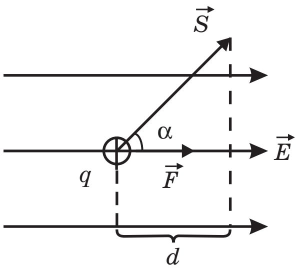


Рис. 263

А26. Работа перемещения заряда в однородном электростатическом поле определяется формулой $A = Eqd$, где, как это следует из рис. 263,

$$d = S\cos\alpha,$$

поэтому $\quad A = Eq\,S\cos\alpha.$

Выразим все величины в единицах СИ: 2 мкКл = $2 \cdot 10^{-6}$ Кл,

1 В/см = 100 В/м, 10 см = 0,1 м.

Произведем вычисления:

$$A = 100 \cdot 2 \cdot 10^{-6} \cdot 0{,}1\cos 60^0 \text{ Дж} =$$
$$= 10 \cdot 10^{-6} \text{ Дж} = 10 \text{ мкДж}.$$

Правильный ответ 1).

А27. Все точки внутри заряженного проводника любой формы и на его поверхности имеют одинаковый потенциал. Поэтому потенциал точки внутри шара на середине радиуса тоже равен 2 В.

Правильный ответ 2).

А28. Напряженность однородного поля связана с разностью потенциалов между точками, лежащими на силовой линии, формулой

$$E = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{d} = \frac{20}{0{,}1}\text{ В/м} = 200 \text{ В/м}.$$

Правильный ответ 1).

А29. В центре поверхностно заряженного проводящего шара напряженность равна нулю, а потенциал такой же, как на поверхности.

Правильный ответ 2).

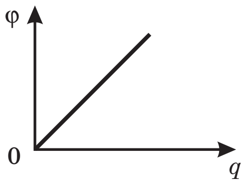


Рис. 264

А30. Согласно формуле потенциала поля точечного заряда-источника $\varphi = k\dfrac{q}{r}$ потенциал поля в данной точке прямо пропорционален модулю заряда, поэтому график зависимости потенциала поля точечного заряда от модуля заряда представляет собой прямую, проходящую через начало координат под углом к осям координат (рис. 264).

Правильный ответ 4).

А31. Емкость проводника не зависит от его заряда, а зависит от его размеров, формы и окружающей среды. Емкость осталась прежней.

Правильный ответ 2).

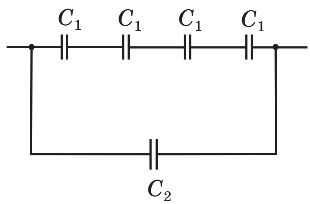


Рис. 265

А32. Общая емкость четырех одинаковых последовательно соединенных одинаковых конденсаторов (рис. 265)

$$C_{общ1} = \frac{C_1}{4}.$$

Общая емкость всей батареи конденсаторов

$$C_{общ} = \frac{C_1}{4} + C_2 = \frac{5}{4}\ пФ + 0{,}75\ пФ = 2\ пФ.$$

Правильный ответ 3).

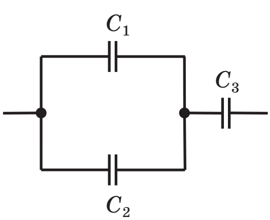


Рис. 266

А33. Обратимся к схеме на рис. 266. Общая емкость конденсаторов C_1 и C_2 $C_{12} = C_1 + C_2 = 4\ пФ + 6\ пФ = 10\ пФ$. Общая емкость всей батареи конденсаторов

$$C = \frac{C_{12} \cdot C_3}{C_{12} + C_3} = \frac{10 \cdot 10}{10 + 10}\ пФ = 5\ пФ.$$

Правильный ответ 3).

А34. Изменение кинетической энергии равно работе перемещения заряда:

$$\Delta E_k = A = q(\varphi_1 - \varphi_2).$$

Поскольку перемещение одного и того же заряда происходит между одними и теми же точками, значит изменение кинетической энергии частицы будет одинаково во всех случаях.

Правильный ответ 4).

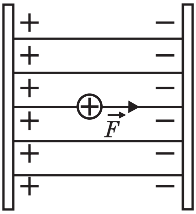


Рис. 267

А35. Обратимся к рис. 267. Под действием постоянной и неуравновешенной силы Кулона F пылинка станет двигаться вправо равноускоренно.

Правильный ответ 2).

А36. При изменении расстояния между обкладками конденсатора изменяется его емкость. Если при этом конденсатор не отключают от источника зарядов, то сохраняется напряжение на обкладках конденсатора, а изменяется его заряд.

Правильный ответ 2).

А37. Если конденсатор отключить от источника зарядов, то заряд на его обкладках сохранится. Если теперь увеличить расстояние d между обкладками, то согласно формуле емкости плоского конденсатора $C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d}$ его емкость C уменьшится. В результате согласно определению емкости $C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2}$ при неизменном заряде q, если емкость уменьшится, значит, разность потенциалов $\varphi_1 - \varphi_2$ на обкладках увеличится.

Правильный ответ 4).

А38. Если конденсатор отключить от источника зарядов, то заряд на его обкладках сохранится. Если теперь уменьшить расстояние d между обкладками вдвое, то согласно формуле емкости плоского конденсатора $C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d}$ его емкость C вдвое увеличится. Согласно формуле энергии электрического поля конденсатора $W = \frac{q^2}{2C}$ при неизменном заряде и увеличении емкости C вдвое энергия электрического поля W вдвое уменьшится.

Правильный ответ 1).

А39. Согласно формуле емкости плоского конденсатора $C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d}$ емкость обратно пропорциональна расстоянию между обкладками конденсатора, поэтому график зависимости емкости от этого расстояния представляет собой гиперболу (рис. 268).

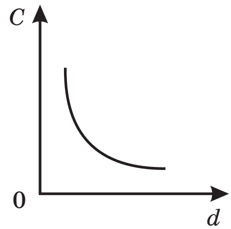


Рис. 268

Правильный ответ 3).

А40. Площадь квадратной обкладки конденсатора

$S = 10 \cdot 10$ см^2 $= 100$ см^2 $= 0{,}01$ м^2.

Емкость плоского конденсатора

$$C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d} = \frac{8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot 1 \cdot 0{,}01}{0{,}001}\ \text{Ф} \approx 10^{-10}\ \text{Ф} =$$

$$= 8{,}85 \cdot 10^{-11}\ \text{Ф} = 88{,}5\ \text{пФ}.$$

Правильный ответ 2).

А41. Выделившаяся энергия равна энергии электрического поля конденсатора

$$W = \frac{CU^2}{2} = \frac{10^{-6} \cdot 100^2}{2}\ \text{Дж} = 0{,}005\ \text{Дж} = 5\ \text{мДж}.$$

Правильный ответ 1).

А42. Из формулы емкости $C = \dfrac{q}{U}$ следует, что заряд конденсатора

$$q = CU = 10 \cdot 10^{-12} \cdot 100\ \text{Кл} = 10^{-9}\ \text{Кл} = 1\ \text{нКл}.$$

Правильный ответ 1).

А43. Согласно формуле емкости проводника сферической формы

$$C = 4\pi\varepsilon_0\varepsilon R = 4\pi\varepsilon_0\varepsilon \cdot 0{,}5D = 2\,\pi\varepsilon_0\varepsilon D$$

при увеличении диаметра шара в 3 раза его емкость тоже увеличится в 3 раза.

Правильный ответ 2).

А44. Из формулы емкости $C = \dfrac{q}{\varphi_1 - \varphi_2}$ следует, что разность потенциалов

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{q}{C} = \frac{32 \cdot 10^{-9}}{4 \cdot 10^{-12}}\ \text{В} = 8\,000\ \text{В} = 8\ \text{кВ}.$$

Правильный ответ 1).

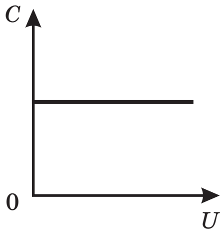


Рис. 269

А45. Поскольку емкость конденсатора не зависит от напряжения на его обкладках, график представляет собой прямую, параллельную оси напряжений (рис. 269).

Правильный ответ 3).

А46. Из формулы емкости плоского конденсатора $C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d}$ следует, что расстояние между его обкладками

$$d = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{C} = \frac{8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot 1 \cdot 4 \cdot 10^{-4}}{32 \cdot 10^{-12}} \text{ м} \approx 1 \cdot 10^{-4} \text{ м} \approx 0{,}1 \text{ мм}.$$

Правильный ответ 3).

А47. При параллельном соединении конденсаторов напряжение на всех одинаково, а общая емкость равна сумме емкостей отдельных конденсаторов.

Правильный ответ 2).

А48. При последовательном соединении конденсаторов заряд на всех конденсаторах одинаков, а величина, обратная общей емкости, равна сумме величин, обратных емкостям отдельных конденсаторов.

Правильный ответ 4).

А49. Общая емкость двух последовательных конденсаторов (рис. 270) равна $\frac{C_1}{2}$. Общая емкость батареи этих конденсаторов

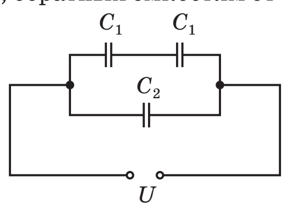


Рис. 270

$$C = \frac{C_1}{2} + C_2 = \frac{10}{2} \text{ пФ} + 15 \text{ пФ} = 20 \text{ пФ}.$$

Напряжение

$$U = \frac{q}{C} = \frac{100 \cdot 10^{-9}}{20 \cdot 10^{-12}} \text{ В} = 5000 \text{ В} = 5 \text{ кВ}.$$

Правильный ответ 4).

А50. Напряжение на батарее конденсаторов

$$U = \frac{q}{C} = \frac{1 \cdot 10^{-9}}{5 \cdot 10^{-12}} \text{ В} = 200 \text{ В}.$$

Правильный ответ 4).

А51. Энергия электрического поля конденсатора емкостью C определяется формулой $W = \frac{q^2}{2C}$. При неизменной емкости энергия W прямо пропорциональна квадрату заряда. Графически такая зависимость изображается параболой (рис. 271).

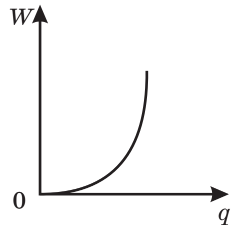


Рис. 271

Правильный ответ 3).

А52. Чтобы измерить силу тока больше той, на которую рассчитан амперметр, к нему нужно подключить параллельно резистор — шунт, сопротивление которого можно рассчитать по формуле

$$R_{\text{Ш}} = \frac{R_A}{n-1}, \text{ где } n = \frac{I_0}{I_A} = \frac{5\text{А}}{1\text{А}} = 5.$$

С учетом этого, $R_{\text{Ш}} = \frac{0,2}{5-1}$ Ом $= 0,05$ Ом.

Правильный ответ 2).

А53. Из закона Ома для участка цепи $I = \frac{U}{R}$ следует, что $R = \frac{U}{I}$.

Из рис. 220 следует, что

$$R = \frac{U_1}{I_1} = \text{ctg}\,30^0 \approx 1,7 \text{ Ом}.$$

Правильный ответ 2).

А54. Заряд, прошедший через поперечное сечение проводника,

$$q = It = 20 \cdot 10^{-3} \cdot 50 \text{ Кл} = 1 \text{ Кл}.$$

Правильный ответ 3).

А55. Сопротивление резистора не зависит от напряжения на нем, поэтому при повышении напряжения на нем сопротивление не изменяется.

Правильный ответ 2).

А56. В последовательно соединенных резисторах сила тока одинакова и равна 10 А. Поскольку сопротивления параллельных резисторов тоже одинаковы, а сопротивлением амперметра можно пренебречь, сила тока в узле 1 (рис. 221) делится пополам, поэтому через верхний резистор и амперметр будет течь ток силой 5 А.

Правильный ответ 3).

А57. При перемещении ползунка П влево (рис. 222) сопротивление реостата уменьшается, поэтому сила тока в цепи и показание амперметра возрастают. Чтобы определить, как при этом меняются напряжение и показание вольтметра, запишем оба закона Ома:

$$I = \frac{U}{R} \text{ и } I = \frac{\mathcal{E}}{R + r}.$$

Следовательно, $$\frac{U}{R} = \frac{\mathcal{E}}{R + r},$$

откуда $$U = \frac{\mathcal{E}R}{R + r} = \frac{\mathcal{E}}{\frac{R}{R} + \frac{r}{R}} = \frac{\mathcal{E}}{1 + \frac{r}{R}}.$$

Таким образом, при уменьшении сопротивления реостата R знаменатель этой дроби увеличивается, а, значит, напряжение U и показание вольтметра уменьшаются.

Правильный ответ 2).

А58. Если ключ К замкнуть (рис. 223), сопротивление нижнего параллельного участка, в котором отсутствует резистор, станет равно 0, поэтому весь ток потечет по этому участку. Наступит короткое замыкание, и сопротивление всего параллельного участка станет равно 0.

Правильный ответ 2).

А59. Единица сопротивления в СИ ом (Ом). Из закона Ома для участка цепи $I = \frac{U}{R}$ следует, что $R = \frac{U}{I}$, поэтому $\text{Ом} = \frac{\text{В}}{\text{А}}$.

Правильный ответ 4).

А60. Из закона Ома для участка цепи $I = \frac{U}{R}$ следует, что

$$U = I\,R = 50 \cdot 10^{-3} \cdot 200 \text{ В} = 10 \text{ В}.$$

Правильный ответ 4).

А61. Из закона Ома для участка цепи $I = \frac{U}{R}$ следует, что при возрастании силы тока в 2 раза напряжение на участке цепи тоже увеличивается в 2 раза. Сопротивление проводника не зависит от силы тока и напряжения, поэтому оно не изменяется.

Правильный ответ 2).

A62. Согласно формуле $I = nevS$ при увеличении скорости направленного движения зарядов в 4 раза сила тока тоже увеличится в 4 раза.

Правильный ответ 3).

A63. Из определения силы постоянного тока $I = \frac{q}{t}$ следует, что

$$q = It = 20 \cdot 10^{-3} \cdot 50 \text{ Кл} = 1 \text{ Кл}.$$

Правильный ответ 3).

A64. Поскольку сила тока в последовательно соединенных резисторах одинакова, то, согласно закону Ома для участка цепи,

$$I = \frac{U_1}{R_1} \text{ и } I = \frac{U_2}{R_2}, \text{ поэтому } \frac{U_1}{R_1} = \frac{U_2}{R_2} \text{ или } \frac{U_1}{U_2} = \frac{R_1}{R_2}.$$

Правильный ответ 3).

A65. Чтобы вольтметром измерить напряжение большее, чем то, на которое он рассчитан, надо к вольтметру последовательно подсоединить добавочное сопротивление, которое рассчитывается по формуле $R_{Д.С.} = R_V(n-1)$, где

$$n = \frac{U_0}{U_V} = \frac{1000}{100} = 10. \text{ Тогда } R_{Д.С.} = 20(10-1) \text{ Ом} = 180 \text{ Ом}.$$

Правильный ответ 4).

A66. Из формулы ЭДС $\mathcal{E} = \frac{A_{стор.сил}}{q}$ найдем

$$A_{\text{стор.сил}} = q\mathcal{E} = 50 \cdot 10^{-6} \cdot 100 \text{ Дж} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ Дж} = 5 \text{ мДж}.$$

Правильный ответ 2).

A67. По закону Ома для всей цепи

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + r} = \frac{\mathcal{E}}{4r + r} = \frac{\mathcal{E}}{5r} = \frac{20}{5 \cdot 0,5} \text{ А} = 8 \text{ А}.$$

Правильный ответ 4).

А68. По закону Ома для всей цепи $I = \dfrac{\mathcal{E}}{R+r}$, где при коротком замыкании $R = 0$, поэтому $I = \dfrac{\mathcal{E}}{r}$, откуда

$$\mathcal{E} = Ir = 100 \cdot 0{,}04\ \text{В} = 4\ \text{В}.$$

Правильный ответ 2).

А69. При параллельном соединении N одинаковых источников ЭДС батареи равна ЭДС каждого источника, т.е. равна 4 В, а внутреннее сопротивление батареи в N раз меньше внутреннего сопротивления каждого источника, т.е. равно $\dfrac{0{,}2}{10}$ Ом $= 0{,}02$ Ом.

Правильный ответ 3).

А70. Из формулы КПД электрической цепи $\eta = \dfrac{R}{R+r}100\%$ внутреннее сопротивление

$$r = \frac{R \cdot 100\%}{\eta} - R = R\left(\frac{100\%}{\eta} - 1\right) = 10\left(\frac{100\%}{80\%} - 1\right)\text{Ом} = 2{,}5\ \text{Ом}.$$

Правильный ответ 1).

А71. Силы токов в параллельных участках на рис. 224 обратно пропорциональны сопротивлениям этих участков:

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_3 + R_4}{R_1 + R_2} = \frac{2+8}{4+1} = \frac{10}{5} = 2\,.$$

По закону Джоуля — Ленца количество теплоты, которое выделится за некоторое время на резисторе R_2, $Q_2 = I_1^2 R_2 t$, а на резисторе R_3

$$Q_3 = I_2^2 R_3 t.$$

Тогда отношение $\dfrac{Q_2}{Q_3} = \dfrac{I_1^2 R_2 t}{I_2^2 R_3 t} = \left(\dfrac{I_1}{I_2}\right)^2 \dfrac{R_2}{R_3} = 2^2\,\dfrac{1}{2} = 2.$

Правильный ответ 2).

А72. Работа электродвигателя, сопротивлением обмотки которого можно пренебречь, при равномерном подъеме груза и отсутствии трения приводит к увеличению только потенциальной энергии груза.

Правильный ответ 1).

А73. Мощность тока

$$P = I^2 R = 0{,}6^2 \cdot 5 \text{ Вт} = 1{,}8 \text{ Вт}.$$

Правильный ответ 2).

А74. По закону Джоуля — Ленца количество теплоты, которое выделится во внешней части цепи,

$$Q = I^2 (R_1 + R_2)\, t = 2^2(2 + 4)10 \text{ Дж} = 240 \text{ Дж}.$$

Правильный ответ 3).

А75. Мощность тока в резисторе максимальна, когда сопротивление резистора равно внутреннему сопротивлению источника тока.

Правильный ответ 2).

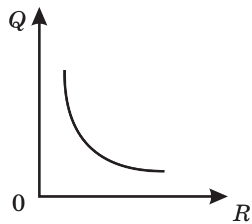


Рис. 272

А76. Согласно формуле количества теплоты, выделившейся в электрочайнике при неизменном напряжении в розетке, $Q = \frac{U^2}{R} t$, следовательно, количество теплоты Q обратно пропорционально сопротивлению R, поэтому график зависимости количества теплоты от сопротивления спирали чайника представляет собой гиперболу (рис. 272).

Правильный ответ 3).

А77. Поскольку при параллельном соединении резисторов напряжения на них одинаковы, то воспользуемся формулой работы тока, выразив ее через напряжение и сопротивление каждого резистора:

$$A_1 = \frac{U^2}{R_1} t = \frac{U^2}{2} t\,,\ A_2 = \frac{U^2}{R_2} t = \frac{U^2}{4} t \ \text{ и } \ A_3 = \frac{U^2}{R_3} t = \frac{U^2}{8} t\,.$$

Тогда $A_1 : A_2 : A_3 = \frac{1}{2} : \frac{1}{4} : \frac{1}{8} = 4 : 2 : 1.$

Правильный ответ 3).

А78. Работа тока

$$A = UIt = 10 \cdot 2 \cdot 300 \text{ Дж} = 6\,000 \text{ Дж} = 6 \text{ кДж}.$$

Правильный ответ 1).

А79. Работа тока $A = qU$, откуда

$$q = \frac{A}{U} = \frac{200}{8}\ \text{Кл} = 25\ \text{Кл}.$$

Правильный ответ 3).

А80. Мощность тока $P = \dfrac{U^2}{R}$, откуда

$$U = \sqrt{PR} = \sqrt{25 \cdot 4}\ \text{В} = 10\ \text{В}.$$

Правильный ответ 3).

А81. Согласно формуле мощности тока при неизменном напряжении в розетке до уменьшения сопротивления спирали $P_1 = \dfrac{U^2}{R_1}$, а после уменьшения $P_2 = \dfrac{U^2}{R_2}$. Следовательно, $\dfrac{P_1}{P_2} = \dfrac{U^2 R_2}{R_1 U^2} = \dfrac{R_2}{R_1} = \dfrac{R_1}{2R_1} = \dfrac{1}{2}$, откуда $P_2 = 2P_1$. Значит, мощность тока в плитке вдвое увеличилась.

Правильный ответ 3).

А82. Мощность тока в резисторе максимальна, когда его сопротивление равно внутреннему сопротивлению источника тока. Значит, $R = 0{,}5$ Ом.

Правильный ответ 2).

А83. По закону Ома для всей цепи $I = \dfrac{\mathcal{E}}{R + r} = \dfrac{\mathcal{E}}{2R}$, поскольку $R = r$.

По формуле работы тока

$$A = I^2 R t = \left(\frac{\mathcal{E}}{2R}\right)^2 Rt = \frac{\mathcal{E}^2}{4R} t = \frac{20^2}{4 \cdot 5} 30\ \text{Дж} = 600\ \text{Дж}.$$

Правильный ответ 1).

А84. Выразим мощность тока в резисторе через силу тока и сопротивление резистора: $P = I^2 R$, откуда сила тока

$$I = \sqrt{\frac{P}{R}} = \sqrt{\frac{200}{2}}\ \text{А} = 10\ \text{А}.$$

Правильный ответ 2).

А85. Выразим количество теплоты через силу тока в резисторе, его сопротивление и время прохождения тока: $Q = I^2 R t$.

Откуда

$$t = \frac{Q}{I^2 R} = \frac{960}{2^2 \cdot 0,4}\ \text{с} = 600\ \text{с} = 10\ \text{мин}.$$

Правильный ответ 3).

А86. Носителями тока в металлах являются свободные электроны.

Правильный ответ 3).

А87. Носителями тока в электролитах являются ионы обоих знаков.

Правильный ответ 3).

А88. Носителями тока в газах являются ионы обоих знаков и электроны.

Правильный ответ 4).

А89. Акцепторная проводимость имеет место, когда валентность примеси меньше валентности основного полупроводника.

Правильный ответ 2).

А90. Донорная проводимость имеет место, когда валентность примеси больше, чем у основного полупроводника.

Правильный ответ 2).

А91. При нагревании сопротивление металлов увеличивается, а полупроводников уменьшается.

Правильный ответ 2).

А92. Двухполупериодное выпрямление переменного тока в резисторе можно получить с помощью соединения 4 диодов, изображенного на рис. 225, в).

Правильный ответ 3).

А93. Носителями зарядов у химически чистых полупроводников являются электроны и дырки.

Правильный ответ 4).

А94. Если все электроны, испущенные катодом диода в единицу времени, долетают до анода, то при этом увеличении напряжения на электродах будет расти скорость электронов, но число электронов, долетающих до анода в единицу времени, будет оставаться постоянным, поэтому и сила анодного тока не изменится.

Правильный ответ 3).

А95. По закону Фарадея для электролиза $m = kIt$, откуда

$$t = \frac{m}{kI} = \frac{0,099}{0,33 \cdot 10^{-6} \cdot 100}\ \text{с} = 3000\ \text{с} = 50\ \text{мин}.$$

Правильный ответ 2).

А96. По закону Фарадея для электролиза $m = kq$, откуда

$$q = \frac{m}{k} = \frac{0,66 \cdot 10^{-3}}{0,33 \cdot 10^{-6}}\ \text{Кл} = 2000\ \text{Кл}.$$

Правильный ответ 4).

А97. В первом случае сила Ампера $F_1 = BI\,l \sin\alpha$. При увеличении угла в 3 раза $F_2 = BI\,l \sin 3\alpha$. Разделим эти равенства друг на друга:

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{BIl\sin\alpha}{BIl\sin 3\alpha} = \frac{\sin\alpha}{\sin 3\alpha},$$

откуда

$$F_2 = F_1\frac{\sin 3\alpha}{\sin\alpha} = 10\frac{\sin 90^0}{\sin 30^0}\ \text{Н} = 20\ \text{Н}.$$

Правильный ответ 2).

А98. Работа перемещения $A = F_A S\cos\alpha_1$, где α_1 — угол между векторами силы Ампера и перемещения. Так как направления обоих векторов совпадают, $\alpha_1 = 0^0$ и $\cos\alpha_1 = 1$, поэтому $A = F_A S = BIlS \sin\alpha_2$, где $\alpha_2 = 90^0$ согласно условию, поэтому

$$A = BIlS,\ \text{откуда}\ S = \frac{A}{BIl} = \frac{5 \cdot 10^{-3}}{50 \cdot 10^{-3} \cdot 5 \cdot 0,2}\ \text{м} = 0,1\ \text{м}.$$

Правильный ответ 2).

А99. Сила Лоренца

$$F_л = Bev\sin\alpha = 0,5 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 1 \cdot 10^6 \sin 90^0\ \text{Н} = 8 \cdot 10^{-12}\ \text{Н}.$$

Правильный ответ 1).

А100. Работа электрического поля, разгоняющего электрон, $A = eU$ равна его кинетической энергии в момент влета в магнитное поле $E_k = \dfrac{m_e v^2}{2}$,

$$eU = \frac{m_e v^2}{2}, \qquad \text{откуда} \qquad v = \sqrt{\frac{2eU}{m_e}}.$$

Правильный ответ 1).

А101. Момент сил, вращающих рамку с током, плоскость которой параллельна магнитным линиям, определяет формула $M = BIS$, где площадь рамки $S = a^2$, поэтому

$$M = BIa^2 = 20 \cdot 10^{-3} \cdot 2 \cdot 0{,}04^2 \text{ Н} \cdot \text{м} = 64 \cdot 10^{-6} \text{ Н} \cdot \text{м} = 64 \text{ мкН} \cdot \text{м}.$$

Правильный ответ 1).

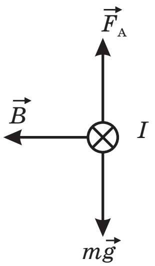


Рис. 273

А102. Поскольку проводник с током висит неподвижно в магнитном поле, значит, сила Ампера $\vec{F}_А$, действующая на него, направлена вверх, так как уравновешивает силу тяжести $m\vec{g}$, направленную вниз (рис. 273). Применим правило левой руки: большой палец левой руки направим вверх, т.е. в направлении силы Ампера, а четыре вытянутых пальца направим за чертеж, куда идет ток. Тогда магнитные линии, входящие в ладонь, окажутся направленными влево.

Правильный ответ 3).

А103. По двум параллельным проводникам текут токи — в первом случае в одном направлении, а во втором — в противоположных направлениях. При этом проводники в первом случае притягиваются (рис. 274, *а*), а во втором — отталкиваются (рис. 274, *б*).

Правильный ответ 4).

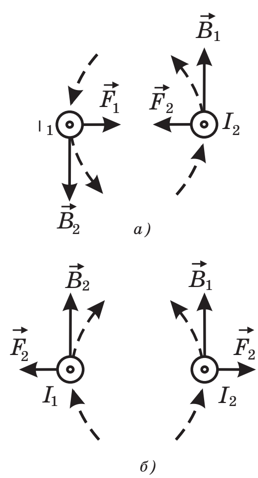


Рис. 274

А104. Сила Ампера, действующая на проводник с током в магнитном поле, в первом случае $\vec{F}_{А1} = BIl \sin \alpha_1$, а во втором $\vec{F}_{А2} = BIl \sin \alpha_2$.

Разделим эти равенства друг на друга:

$$\frac{F_{A1}}{F_{A2}} = \frac{BIl \sin \alpha_1}{BIl \sin \alpha_2} = \frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = \frac{\sin 30^0}{\sin 90^0} = \frac{1}{2},$$

Откуда $F_{А2} = 2F_{А1} = 20$ Н.

Правильный ответ 2).

А105. Работа перемещения проводника с током в магнитном поле $A = F_А S \cos \alpha_1$, где угол между вектором силы Ампера и перемещением, согласно условию, $\alpha_1 = 0^0$, поэтому $\cos \alpha_1 = 1$ и $A = F_А S$, откуда модуль перемещения

$$S = \frac{A}{F_A}.$$

Сила Ампера $F_А = BI\,l \sin \alpha_2$, и угол между вектором индукции магнитного поля и направлением тока в проводнике $\alpha_2 = 90^0$, поэтому $\sin \alpha_2 = 1$ и $F_А = BIl$. С учетом этого

$$S = \frac{A}{BIl} = \frac{5 \cdot 10^{-3}}{50 \cdot 10^{-3} \cdot 5 \cdot 0,2} \text{ м} = 0,1 \text{ м}.$$

Правильный ответ 2).

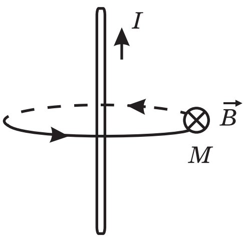


Рис. 275

А106. Применив правило буравчика, убедимся, что в точке M, расположенной справа от проводника на рис. 275, вектор индукции магнитного поля этого тока направлен за чертеж.

Правильный ответ 3).

А107. Если заряженная частица влетела в магнитное поле перпендикулярно магнитным линиям, то она станет двигаться по окружности, и сила Лоренца будет направлена по радиусу к центру окружности.

Правильный ответ 4).

А108. Момент сил Ампера, вращающих рамку с током в магнитном поле, определяется выражением $M = BIS \sin \alpha$, где α — угол между вектором индукции магнитного поля и нормалью к плоскости рамки. Если плоскость рамки расположена перпендикулярно магнитным линиям, то угол $\alpha = 0^0$, $\sin \alpha = 0$, поэтому и момент сил Ампера, вращающих эту рамку, равен 0.

Правильный ответ 4).

А109. Сила Лоренца, действующая на частицу в магнитном поле, $F_Л = Bqv \sin \alpha$. Если частица влетает в магнитное поле параллельно магнитным линиям, то угол α между вектором магнитной индукции и вектором скорости частицы равен 0^0, поэтому $\sin \alpha = 0$ и сила Лоренца $F_Л = 0$.

Правильный ответ 4).

А110. Если ток в торце соленоида течет по часовой стрелке, то это южный полюс соленоида и магнитные линии входят в него.

Правильный ответ 4).

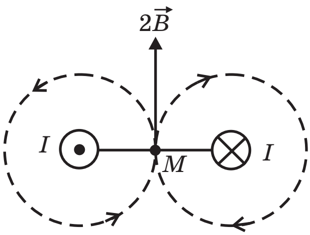


Рис. 276

А111. Применив правило правого винта буравчика, убедимся, что в точке M, расположенной посередине между проводниками, вектор индукции результирующего магнитного поля направлен вверх (рис. 276).

Правильный ответ (1).

А112. Если токи одинаковой силы в сечении двух параллельных проводников текут от чертежа к наблюдателю, то, применив правило правого винта буравчика, убедимся, что в точке посередине между ними вектор магнитной индукции равен нулю, т.к. векторы индукции магнитных полей каждого из токов будут равны по модулю и направлены противоположно друг другу (рис. 277).

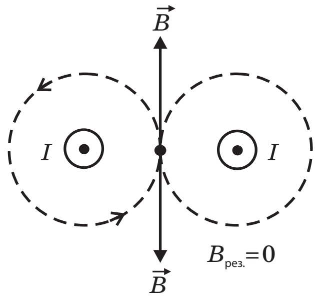


Рис. 277

Правильный ответ 3).

А113. Воспользовавшись правилом левой руки, направим четыре вытянутых пальца по току, т.е. на нас, а большой палец, отставленный на 90^0, направим по силе Ампера, т.е. вниз. Ладонь окажется повернутой вправо, а в нее входит вектор магнитной индукции. Значит, слева от проводника находится южный полюс, а справа — северный, откуда выходят магнитные линии (рис. 278).

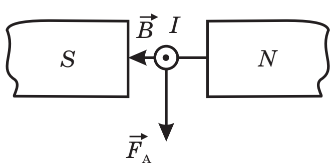


Рис. 278

Правильный ответ 1).

А114. Единица магнитной индукции тесла (Тл).

$$\text{Тл} = \frac{\text{Н}}{\text{А} \cdot \text{м}} = \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}^2 \cdot \text{А} \cdot \text{м}} = \text{кг} \cdot \text{с}^{-2} \cdot \text{А}^{-1}.$$

Правильный ответ 3).

А115. Сила Лоренца, действующая на электрон в магнитном поле, $F_л = Bev \sin\alpha$, где согласно условию задачи $\alpha = 90^0$ и $\sin\alpha = 1$, поэтому $F_л = Bev = 0{,}5 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 10 \cdot 10^6$ Н $= 8 \cdot 10^{-13}$ Н.

Правильный ответ 1).

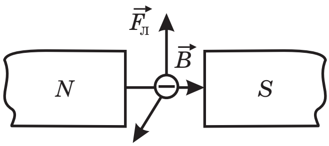


Рис. 279

А116. Направление силы Лоренца определим с помощью правила левой руки. Повернем ладонь левой руки налево так, чтобы вектор магнитной индукции, выходящий из северного полюса магнита, входил в ладонь. Четыре вытянутых пальца направим от чертежа к нам, против направления движения отрицательного электрона. Тогда большой палец, отставленный на 90^0, покажет нам направление силы Лоренца — вверх (рис. 279).

Правильный ответ 1).

А117. По формуле ЭДС индукции ее модуль

$$\mathcal{E}_i = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t},$$

откуда $$\Delta\Phi = \mathcal{E}_i \Delta t = 2 \cdot 120 \text{ Вб} = 240 \text{ Вб}.$$

Правильный ответ 1).

А118. Разность потенциалов на концах проводника, движущегося поступательно в магнитном поле,

$$U = \mathcal{E}_i = Bv\,l \sin\alpha, \text{ откуда}$$

$$v = \frac{U}{Bl\sin\alpha} = \frac{4}{5 \cdot 0{,}8 \sin 30^0} \text{ м/с} = 2 \text{ м/с}.$$

Правильный ответ 2).

А119. Модуль ЭДС самоиндукции

$$\mathcal{E}_s = L\frac{\Delta I}{\Delta t}, \text{ откуда}$$

$$L = \frac{\mathcal{E}_i \Delta t}{\Delta I} = \frac{2 \cdot 6}{1{,}2} \text{ Гн} = 10 \text{ Гн}.$$

Правильный ответ 2).

А120. Энергия магнитного поля $W_M = \dfrac{LI^2}{2}$, откуда

$$L = \frac{2W_M}{I^2} = \frac{2\cdot 2\cdot 10^{-3}}{0,5^2}\ \text{Гн} = 0,016\ \text{Гн} = 16\ \text{мГн}.$$

Правильный ответ 2).

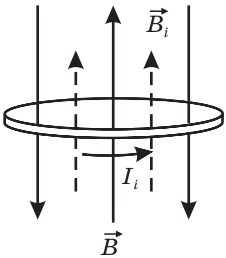


Рис. 280

А121. Воспользуемся правилом правого винта: вращаем головку правого винта по направлению индукционного тока. При этом поступательное движение винта направлено вверх, значит, вектор магнитной индукции поля индукционного тока $\vec{B}_i$ тоже направлен вверх (рис. 280). А поскольку вектор индукции внешнего магнитного поля B направлен вниз, значит, согласно пра-вилу Ленца, индукция внешнего магнитного поля увеличивается.

Правильный ответ 1).

А122. Явление электромагнитной индукции открыл Фарадей.

Правильный ответ 4).

А123. Направление индукционного тока в проводнике определил Ленц.

Правильный ответ 2).

А124. Единица индуктивности в СИ генри (Гн).

$$\text{Гн} = \frac{\text{Вб}}{\text{А}} = \frac{\text{Тл}\cdot\text{м}^2}{\text{А}} = \frac{\text{Н}\cdot\text{м}^2}{\text{А}\cdot\text{м}\cdot\text{А}} = \frac{\text{кг}\cdot\text{м}\cdot\text{м}}{\text{с}^2\cdot\text{А}^2} = \text{кг}\cdot\text{м}^2\cdot\text{с}^{-2}\cdot\text{А}^{-2}.$$

Правильный ответ 4).

А125. ЭДС индукции возникает в рамке только тогда, когда изменяется магнитный поток сквозь рамку. Пока рамка движется вне магнитного поля, ЭДС индукции в ней равна 0. Когда рамка вводится в магнитное поле, ее пересекает равномерно нарастающий магнитный поток, поэтому, согласно формуле $\mathcal{E}_i = -\dfrac{\Delta\Phi}{\Delta t}$, в ней действует постоянная ЭДС индукции и возникает индукционный ток. Когда рамка движется внутри магнитного поля, магнитный поток сквозь нее постоянный, поэтому ЭДС индукции в рамке равна 0. Когда рамка равномерно выводится из магнитного поля, в ней снова действует ЭДС индукции, но теперь направление индукционного тока в рамке вследствие уменьшения магнитного потока меняется на противоположное, поэтому и знак ЭДС индукции тоже изменяется.

Правильный ответ 3).

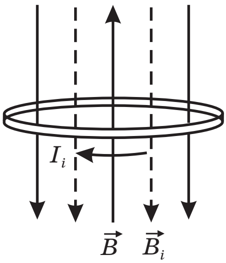


Рис. 281

А126. Воспользуемся правилом правого винта: вращаем головку правого винта по направлению индукционного тока. При этом поступательное движение винта направлено вниз, значит, вектор магнитной индукции поля индукционного тока B_i тоже направлен вниз (рис. 281). А поскольку индукция внешнего магнитного поля B убывает, значит, согласно правилу Ленца, вектор индукции внешнего магнитного тоже направлен вниз.

Правильный ответ 4).

А127. Индукционный ток возникает в проводящем кольце всегда, когда изменяется магнитный поток сквозь кольцо независимо от полярности конца полосового магнита. Поэтому он возникает в обоих случаях.

Правильный ответ 4).

А128. ЭДС индукции, возникающая в проводнике, движущемся поступательно, в первом случае определяется формулой $\mathcal{E}_{i1} = Bvl\sin\alpha_1$, а во втором случае $\mathcal{E}_{i2} = Bvl\sin\alpha_2$. Разделим эти равенства друг на друга:

$$\frac{\mathcal{E}_{i1}}{\mathcal{E}_{i2}} = \frac{Bvl\sin\alpha_1}{Bvl\sin\alpha_2} = \frac{\sin\alpha_1}{\sin\alpha_2} = \frac{\sqrt{2}}{2}, \text{ откуда}$$

$$\mathcal{E}_{i2} = \mathcal{E}_{i1}\frac{2}{\sqrt{2}} = \mathcal{E}_{i1}\sqrt{2} = 1{,}4\mathcal{E}_{i1} = 1{,}4 \cdot 4 \text{ В} = 5{,}6 \text{ В}.$$

Правильный ответ 1).

А129. Максимальная ЭДС индукции во вращающемся в магнитном поле проводящем контуре определяется формулой $\mathcal{E}_i = B\omega S$, где угловая скорость вращения связана с частотой выражением $\omega = 2\pi\nu$, а площадь рамки $S = a^2$, где a — сторона рамки. С учетом этого $\mathcal{E}_i = B \cdot 2\pi\nu\, a^2$, откуда

$$B = \frac{\mathcal{E}_i}{2\pi\nu a^2} = \frac{2}{2 \cdot 3{,}14 \cdot 1 \cdot 0{,}5^2}\ \text{Тл} = 1{,}27\ \text{Тл}.$$

Правильный ответ 3).

А130. По формуле связи магнитного потока с силой тока $\Phi = LI$, откуда

$$L = \frac{\Phi}{I} = \frac{50 \cdot 10^{-3}}{10}\ \text{Гн} = 0{,}005\ \text{Гн}.$$

Правильный ответ 4).

А131. Индукционный ток в контуре возникнет только тогда, когда его будет пересекать переменный магнитный поток. Магнитный поток $\Phi = BS\cos\alpha$ изменяется, если изменяется индукция магнитного поля B, площадь контура S или угол α между вектором магнитной индукции и нормалью к плоскости контура. В данном задании ни магнитная индукция, ни площадь контура не изменяются, а угол между вектором магнитной индукции и нормалью к плоскости контура будет изменяться тогда, когда контур будут поворачивать вокруг стороны *аб* (рис. 233).

Правильный ответ 3).

А132. Единица магнитного потока в СИ — вебер (Вб).

$$\text{Вб} = \text{Тл} \cdot \text{м}^2 = \frac{\text{Н}}{\text{А} \cdot \text{м}}\,\text{м}^2 = \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}^2\text{А}}\,\text{м} = \text{кг} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{с}^{-2} \cdot \text{А}^{-1}$$

Правильный ответ 2).

А133. Явлением электромагнитной индукции объясняется притяжение проводящего кольца к магниту при выводе его из кольца.

Правильный ответ 4).

А134. Индукционный ток в контуре возникнет только тогда, когда его будет пересекать переменный магнитный поток. Магнитный поток будет изменяться в течение тех промежутков времени, когда будет увеличиваться или уменьшаться магнитная индукция, т.е. при вводе магнита в кольцо и при его выводе из кольца.

Правильный ответ 2).

А135. Максимальная ЭДС индукции во вращающемся в магнитном поле проводящем контуре определяется формулой

$\mathcal{E}_i = B\omega S$, где угловая скорость вращения связана с периодом формулой $\omega = \dfrac{2\pi}{T}$. С учетом этого

$$\mathcal{E}_i = B\frac{2\pi}{T}S,$$

откуда

$$T = B\frac{2\pi}{\mathcal{E}_i}S = 5\frac{2\cdot 3{,}14}{3{,}14}100\cdot 10^{-4}\ \text{с} = 0{,}1\ \text{с}.$$

Правильный ответ 3).

А136. Разность потенциалов на концах проводника, движущегося поступательно в магнитном поле, равна действующей в нем ЭДС индукции, которая определяется

$$\mathcal{E}_i = Bv\,l\sin\alpha.$$

Отсюда искомая скорость

$$v = \frac{\mathcal{E}_i}{Bl\sin\alpha} = \frac{4}{5\cdot 0{,}8\cdot \sin 30^0}\ \text{м/с} = 2\ \text{м/с}.$$

Правильный ответ 2).

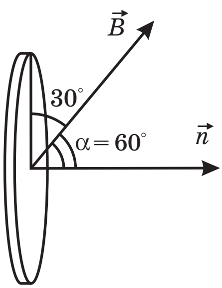


Рис. 282

А137. Магнитный поток $\Phi = BS\cos\alpha$, где α — угол между вектором магнитной индукции и нормалью к плоскости витка. Из рис. 282 следует, что $\alpha = 90^0 - 30^0 = 60^0$. Площадь витка $S = \pi R^2$. С учетом этого,

$$\Phi = B\cdot \pi R^2\cos\alpha = 2\cdot 3{,}14\cdot 0{,}5^2\cdot \cos 60^0 = $$
$$= 0{,}785\ \text{Вб} \approx 0{,}79\ \text{Вб}.$$

Правильный ответ 1).

А138. Когда магнит приближают к сплошному кольцу (рис. 234), магнитный поток сквозь кольцо увеличивается, поэтому в сплошном кольце возникает индукционный ток, который по правилу Ленца своим магнитным полем противодействует увеличению магнитного потока, поэтому сплошное кольцо отталкивается от магнита. А когда магнит приближают к кольцу с прорезью, в нем ток не возникает, поэтому кольцо с прорезью остается на месте.

Правильный ответ 3).

А139. На рис. 235 индуктивности $L = 4$ Гн соответствует энергия магнитного поля $W_М = 8$ Дж. Из формулы энергии магнитного поля $W_M = \dfrac{LI^2}{2}$ сила тока в соленоиде

$$I = \sqrt{\frac{2W_м}{L}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 8}{4}}\text{А} = 2\text{А}.$$

Правильный ответ 1).

Часть 2

В1. Масса электрона $m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ кг, а масса протона $m_p = 1{,}67 \cdot 10^{-27}$ кг. Во сколько раз сила их кулоновского притяжения больше силы гравитационного притяжения?

Обозначим G — гравитационную постоянную, F_1 — силу кулоновского притяжения электрона к ядру, F_2 — силу их гравитационного притяжения, k — коэффициент пропорциональности, r — расстояние между ядром и электроном, e — модуль заряда электрона и ядра.

Дано:
$m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ кг
$m_p = 1{,}67 \cdot 10^{-27}$ кг
$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ Н · м²/кг²
$k = 9 \cdot 10^9$ Н · м²/Кл²

$\dfrac{F_2}{F_1}$ — ?

Решение

Сила кулоновского взаимодействия электрона с ядром определяется формулой

$$F_1 = k\frac{e^2}{r^2}.$$

Сила их гравитационного взаимодействия определяется формулой

$$F_2 = G\frac{m_e m_p}{r^2}.$$

Разделим эти равенства друг на друга:

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{ke^2r^2}{r^2Gm_em_p} = \frac{ke^2}{Gm_em_p}.$$

Произведем вычисления:

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{9 \cdot 10^9\left(1{,}6 \cdot 10^{-19}\right)^2}{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 9{,}1 \cdot 10^{-31} \cdot 1{,}67 \cdot 10^{-27}} \approx 2{,}3 \cdot 10^{39}.$$

Ответ: $F_1/F_2 = 2{,}3 \cdot 10^{39}$.

B2. С одной капли воды массой $m = 0{,}03$ г на другую каплю перешел 1 % всех ее электронов. Расстояние между каплями 1 км. Определить, с какой кулоновской силой теперь будут взаимодействовать эти капли.

Обозначим r расстояние между каплями, N_1 — число электронов, переданных от одной капли к другой, N_0 — число всех электронов на капле до того, как у нее забрали 1% электронов, m — массу капли, k — коэффициент пропорциональности, F — силу взаимодействия капель, e — модуль заряда электрона, q — модуль заряда каждой капли, N_A — число Авогадро, N — число молекул в капле, M — молярную масса воды, n — число молей в капле.

Дано:

$r = 1$ км

$N_1 = 0{,}01\,N_0$

$m = 0{,}03$ г

$k = 9 \cdot 10^9$ Н · м²/Кл²

$N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ моль⁻¹

$M = 0{,}018$ кг/моль

F — ?

Решение

Вначале обе капли были нейтральны. Когда же у одной капли отняли $N_1 = 0{,}01\,N_0$ электронов, она приобрела положительный заряд $q = eN_1$. Когда другой капле передали эти электроны, она приобрела такой же по модулю, но отрицательный заряд и стала притягиваться к первой капле. По закону Кулона сила этого притяжения равна:

$$F = k\frac{q^2}{r^2} = k\left(\frac{eN_1}{r}\right)^2 = k\left(\frac{e \cdot 0{,}01N_0}{r}\right)^2. \qquad (1)$$

Чтобы найти число всех электронов N_0 в капле воды массой m, надо знать число молекул в ней. Это число молекул N равно произведению числа молей в капле на число молекул в одном моле, т.е. на число Авогадро:

$$N = \nu N_A.$$

Число молей, в свою очередь, равно отношению всей массы капли к массе одного моля, т.е. к молярной массе M:

$$\nu = \frac{m}{M}.$$

С учетом этого все число молекул воды в капле равно:

$$N = \frac{m}{M} N_A.$$

В каждой молекуле воды содержится 2 атома водорода, имеющих по электрону в каждом, и атом кислорода, содержащий 8 электронов. Значит, всего в каждой молекуле воды имеется $2 + 8 = 10$ электронов. Тогда N молекул воды содержат $10N$ электронов. Поэтому всего в капле воды содержится

$$N_0 = 10N = 10\frac{m}{M}N_A \text{ электронов.}$$

Подставим это выражение в формулу (1):

$$F = k\left(\frac{0,01e \cdot 10mN_A}{rM}\right)^2 = k\left(\frac{emN_A}{10\,rM}\right)^2.$$

Выразим все величины в единицах СИ: 0,03 г $= 3 \cdot 10^{-5}$ кг, 1 км = 1000 м.

Произведем вычисления:

$$F = 9 \cdot 10^9\left(\frac{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 3 \cdot 10^{-5} \cdot 6,02 \cdot 10^{23}}{10 \cdot 1000 \cdot 0,018}\right)^2 \text{ Н} \approx 2,3 \cdot 10^6 \text{ Н}.$$

Ответ: $F = 2,3 \cdot 10^6$ Н.

В3. Два одинаковых маленьких шарика имеют заряды $q_1 = 9 \cdot 10^{-9}$ Кл и $-2 \cdot 10^{-9}$ Кл. Их привели в соприкосновение и раздвинули на прежнее расстояние. Определить, во сколько раз изменилась сила их кулоновского взаимодействия.

Обозначим r расстояние между шариками, q_1 — заряд первого шарика, q_2 — заряд второго шарика, q — заряд каждого шарика после соприкосновения, k — коэффициент пропорциональности, F_1 — сила взаимодействия шариков до соприкосновения, F_2 — сила их взаимодействия после соприкосновения.

Дано:
$q_1 = 9 \cdot 10^{-9}$ Кл
$q_2 = -2 \cdot 10^{-9}$ Кл
$k = 9 \cdot 10^9$ Н $\cdot$ м^2/Кл^2

$\dfrac{F_2}{F_1}$ — ?

Решение

Поскольку заряды разноименные, они до соприкосновения притягиваются, и сила их притяжения определяется законом Кулона:

$$F_1 = k\frac{|q_1||q_2|}{r^2}. \quad (1)$$

Когда заряды привели в соприкосновение, часть положительного заряда первого шарика нейтрализовала отрицательный заряд второго шарика. В результате на обоих шариках вместе остался заряд

$$9 \cdot 10^{-9}\ \text{Кл} - 2 \cdot 10^{-9}\ \text{Кл} = 7 \cdot 10^{-9}\ \text{Кл}.$$

Поскольку шарики одинаковы, на каждом из них появился заряд, равный половине этого общего заряда, т.е. на каждом шарике после соединения заряд стал равен $q = 3{,}5 \cdot 10^{-9}$ Кл. Теперь заряды на шариках одноименные, поэтому они отталкиваются с силой

$$F_2 = k\frac{q^2}{r^2}. \tag{2}$$

Разделим равенство (2) на равенство (1):

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{kq^2r^2}{r^2k|q_1||q_2|} = \frac{q^2}{|q_1||q_2|}.$$

Произведем вычисления:

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{\left(3,5 \cdot 10^{-9}\right)^2}{9 \cdot 10^{-9} \cdot 2 \cdot 10^{-9}} = 0{,}68 \quad \text{или} \quad \frac{F_1}{F_2} = 1{,}47.$$

т.е. сила их кулоновского взаимодействия уменьшилась в 1, 47 раза.

Ответ: $\frac{F_1}{F_2} = 1{,}47$.

B4. Два положительных заряда $1{,}0 \cdot 10^{-8}$ Кл и $2{,}0 \cdot 10^{-8}$ Кл расположены на расстоянии 1 м друг от друга. Посередине между ними помещают отрицательный заряд $-3 \cdot 10^{-9}$ Кл. Определить модуль и направление вектора силы, действующей на отрицательный заряд со стороны двух положительных зарядов.

Обозначим q_1 первый заряд, q_2 — второй заряд, r — расстояние между ними, q — заряд, помещенный посередине между первым и вторым зарядами, k — коэффициент пропорциональности, F_1 — силу Кулона, действующую на заряд q со стороны первого заряда, F_2 — силу Кулона, действующую на заряд q со стороны второго заряда, F — равнодействующую этих сил, которую требуется определить.

Дано:
$q_1 = 1{,}0 \cdot 10^{-8}$ Кл
$q_2 = 2{,}0 \cdot 10^{-8}$ Кл
$r = 1$ м
$q = -3 \cdot 10^{-9}$ Кл
$k = 9 \cdot 10^9$ Н · м²/Кл²

F — ?

Решение

Заряды q_1 и q_2 положительны, а заряд q отрицателен, значит, он притягивается к каждому из них. Со стороны заряда q_1 на заряд q действует сила притяжения F_1, а со стороны заряда q_2 на заряд q действует тоже сила притяжения F_2. Поскольку заряд q_2 по модулю больше заряда q_1, значит, и сила F_2 по модулю больше силы F_1 (рис. 283), поэтому равнодействующая этих сил

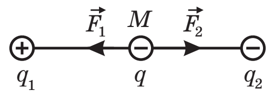


Рис. 283

$$F = F_2 - F_1.$$

По закону Кулона

$$F_1 = k\frac{|q_1||q|}{\left(\frac{r}{2}\right)^2} = 4k\frac{|q_1||q|}{r^2} \quad \text{и} \quad F_2 = k\frac{|q_2||q|}{\left(\frac{r}{2}\right)^2} = 4k\frac{|q_2||q|}{r^2}.$$

Подставим правые части этих формул в первое равенство:

$$F = 4k\frac{|q_2||q|}{r^2} - 4k\frac{|q_1||q|}{r^2} = 4k\frac{|q|}{r^2}\left(|q_2| - |q_1|\right).$$

Произведем вычисления:

$$F = 4 \cdot 9 \cdot 10^9 \, \frac{3 \cdot 10^{-9}}{1^2}\left(2 \cdot 10^{-8} - 1 \cdot 10^{-8}\right) \text{ Н} \approx 1 \cdot 10^{-6} \text{ Н} = 1 \text{ мкН}.$$

Ответ: $F = 1$ мкН.

В5. Определить период вращения электрона вокруг ядра в атоме водорода. Радиус орбиты электрона принять равным $5 \cdot 10^{-11}$ м.

Обозначим e модуль заряда электрона, m_e — его массу, r — радиус орбиты электрона, k — коэффициент пропорциональности, T — период вращения электрона, F — силу, действующую на электрон со стороны ядра, $a_ц$ — центростремительное ускорение электрона, ω — его угловую скорость.

Дано:
$e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл
$m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ кг
$r = 5 \cdot 10^{-11}$ м
$k = 9 \cdot 10^9$ Н $\cdot$ м²/Кл

T — ?

Решение

По закону Кулона сила взаимодействия электрона и ядра атома водорода равна:

$$F = k\frac{e^2}{r^2}.$$

Эта сила по второму закону Ньютона равна:

$$F = m_e a_ц.$$

С учетом этого
$$k\frac{e^2}{r^2} = k\left(\frac{e}{r}\right)^2 = m_e a_ц. \qquad (1)$$

Центростремительное ускорение электрона $a_ц$ выразим через его угловую скорость ω, а ее, в свою очередь, — через искомый период T:

$$a_ц = \omega^2 r, \quad \text{где} \quad \omega = \frac{2\pi}{T},$$

поэтому
$$a_ц = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 r. \qquad (2)$$

Подставим правую часть равенства (2) в выражение (1):

$$k\left(\frac{e}{r}\right)^2 = m_e\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 r, \qquad \frac{e}{r} = \frac{2\pi}{T}\sqrt{\frac{m_e r}{k}},$$

откуда

$$T = \frac{2\pi r}{e}\sqrt{\frac{m_e r}{k}} = \frac{2\pi}{e}\sqrt{\frac{m_e r^3}{k}}.$$

Произведем вычисления:

$$T = \frac{2 \cdot 3{,}14}{1{,}6 \cdot 10^{-19}}\sqrt{\frac{9{,}1 \cdot 10^{-31} \cdot (5 \cdot 10^{-11})^3}{9 \cdot 10^9}}\ \text{с} \approx 1{,}4 \cdot 10^{-16}\ \text{с}.$$

Ответ: $T \approx 1{,}4 \cdot 10^{-16}$ с.

В6. Точка M находится посередине между зарядами $-q$ и $-4q$ (рис. 284). Какой заряд надо поместить вместо заряда $-4q$ в точку 2, чтобы напряженность электрического поля в точке M увеличилась в 3 раза?

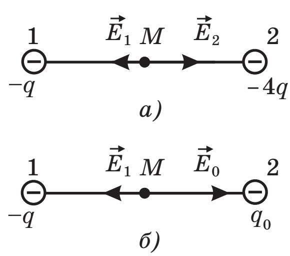


Рис. 284

Обозначим E_1 напряженность поля заряда $-q$, E_2 — напряженность поля заряда $-4q$, $E_{р1}$ — напряженность результирующего поля в первом случае, q_0 — искомый заряд, E_0 напряженность поля заряда q_0, $E_{р2}$ — напряженность результирующего поля во втором случае, r — расстояние между точками 1 и M, k — коэффициент пропорциональности.

Дано:	***Решение***
$-q$ $-4q$ $E_{p2} = 3E_{p1}$	Заряд q_0 должен быть отрицательным. Ниже в формулах приведены модули зарядов.
q_0 — ?	Согласно рис. 284, *а*,

$$E_{р1} = E_2 - E_1 = k\frac{4q}{r^2} - k\frac{q}{r^2} = 3k\frac{q}{r^2}.$$

Согласно рис. 284, *б*

$$E_{р2} = E_0 - E_1 = k\frac{q_0}{r^2} - k\frac{q}{r^2} = k\frac{(q_0 - q)}{r^2}.$$

Поскольку $E_{р2} = 3E_{р1}$, то

$$k\frac{(q_0 - q)}{r^2} = 3 \cdot 3k\frac{q}{r^2}, \qquad q_0 - q = 9q,$$

откуда $$q_0 = 10q.$$

Ответ: $q_0 = 10q$, знак у заряда q_0 отрицательный.

B7. Вектор напряженности однородного электрического поля направлен вниз, напряженность этого поля равна $1{,}3 \cdot 10^5$ В/м. В это поле помещена капелька масла массой $2 \cdot 10^{-9}$ г. Капелька оказалась в равновесии. Найти заряд капельки и число избыточных электронов на ней.

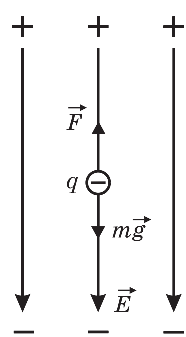


Рис. 285

Обозначим E напряженность электрического поля, m — массу капельки, g — ускорение свободного падения, F — силу, с которой электрическое поле действует *на* капельку, q — заряд капельки, e — модуль заряда электрона, N — число избыточных электронов на капельке.

Дано:
$E = 1{,}3 \cdot 10^5$ В/м
$m = 2 \cdot 10^{-9}$ г
$g = 10$ м/с^2
$e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл

q — ?
N — ?

Решение

Поскольку капелька содержит избыточные электроны, ее заряд отрицателен. Положительные заряды — источники электрического поля — расположены над капелькой и притягивают ее, а расположенные под ней отрицательные заряды отталкивают капельку, поэтому сила F, с которой поле действует на капельку, направлена вверх. Ей противодействует сила тяжести mg, направленная вниз (рис. 285). Капелька находится в равновесии, значит, эти силы уравновешивают друг друга и их модули одинаковы:

$$F = mg.$$

Из определения напряженности сила F, действующая на капельку, равна:

$$F = qE, \quad \text{поэтому} \quad qE = mg,$$

откуда

$$q = \frac{mg}{E}.$$

Выразим в единицах СИ массу капельки:

$$2 \cdot 10^{-9} \text{ г} = 2 \cdot 10^{-12} \text{ кг}.$$

Произведем вычисления:

$$q = \frac{2 \cdot 10^{-12} \cdot 10}{1,3 \cdot 10^5} \text{ Кл} \approx 1{,}5 \cdot 10^{-16} \text{ Кл}.$$

Число избыточных электронов найдем, разделив заряд капельки, т.е. заряд всех избыточных электронов, на заряд одного электрона:

$$N = \frac{q}{e}.$$

Произведем вычисления:

$$N = \frac{1,5 \cdot 10^{-16}}{1,6 \cdot 10^{-19}} \approx 938.$$

Ответ: $q = 1{,}5 \cdot 10^{-16}$ Кл, $N = 938$.

В8. Три одинаковых точечных заряда по 1 нКл каждый расположены в трех вершинах квадрата со стороной 9 см. Найти

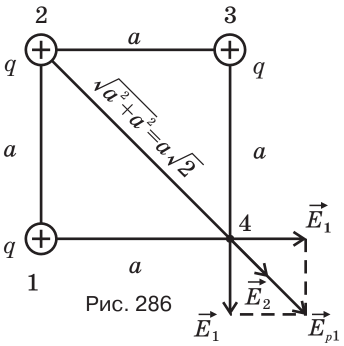


Рис. 286

напряженность результирующего поля в четвертой вершине. Среда — воздух.

Обозначим E_1 напряженность электрического поля зарядов в вершинах 1 и 3 (рис. 286), E_2 — напряженность электрического поля заряда в вершине 2, a — длину стороны квадрата, E — результирующую напряженность в вершине 4, k — коэффициент пропорциональности, ε — диэлектрическую проницаемость среды.

Дано:
$q = 1$ нКл
$a = 9$ см
$\varepsilon = 1$
$k = 9 \cdot 10^9$ Н · м²/Кл²

E — ?

Решение

Определим результирующую напряженность E_{p1} полей зарядов в вершинах 1 и 3, выполнив векторное сложение:

$$E_{p1} = \sqrt{E_1^2 + E_1^2} = E_1\sqrt{2},$$

где
$$E_1 = k\frac{q}{a^2},$$

поэтому
$$E_{p1} = k\frac{q}{a^2}\sqrt{2}.$$

С вектором $\vec{E}_{p1}$ сонаправлен вектор $\vec{E}_2$ напряженности поля заряда в вершине 2, поэтому модуль результирующего вектора

$$E = E_{p1} + E_2,$$

где
$$E_2 = k\frac{q}{\left(a\sqrt{2}\right)^2} = k\frac{q}{2a^2}.$$

В итоге результирующий вектор напряженности

$$E = k\frac{q}{a^2}\sqrt{2} + k\frac{q}{2a^2} = k\frac{q}{a^2}\left(\sqrt{2} + \frac{1}{2}\right) = 1{,}9k\frac{q}{a^2}.$$

Произведем вычисления:

$$E = 1{,}9 \cdot 9 \cdot 10^9\ \frac{10^{-9}}{0{,}09^2}\ \text{В/м} \approx 2{,}1 \cdot 10^3\ \text{В/м}.$$

Ответ: $E = 2{,}1 \cdot 10^3$ В/м.

B9. Разность потенциалов между электродами электронной пушки равна 500 В. Определить скорость вылетающих из нее электронов.

Обозначим U напряжение (разность потенциалов) между катодом и анодом, e — модуль заряда электрона, m_e — массу электрона, A — работу электрического поля, разогнавшего электрон, ΔE_k — изменение кинетической энергии электрона при разгоне, E_{k0} — начальную кинетическую энергию электрона, E_k — его конечную кинетическую энергию, v_0 — начальную скорость электрона, v — его конечную скорость.

Дано:
$U = 500$ В
$e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл
$m = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ кг
$v_о = 0$

v — ?

Решение

Согласно теореме об изменении кинетической энергии работа электрического поля равна изменению кинетической энергии. Но поскольку начальная кинетическая энергия электрона была равна нулю, т.к. была равна нулю его начальная скорость, то мы можем записать:

$$A = \Delta E_k = E_k, \quad \text{т.к.} \quad E_{k0} = 0.$$

Из определения напряжения мы знаем, что работа электрического поля равна произведению перемещаемого заряда на напряжение:

$$A = eU.$$

По формуле кинетической энергии

$$E_k = \frac{m_e v^2}{2}.$$

Приравняем правые части двух последних формул и из полученного соотношения найдем скорость:

$$eU_1 = \frac{m_e v^2}{2}, \text{ откуда } v = \sqrt{\frac{2eU}{m_e}}.$$

Произведем вычисления:

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 500}{9{,}1 \cdot 10^{-31}}} \text{ м/с} \approx 1{,}3 \cdot 10^{-7} \text{ м/с}.$$

Ответ: $v \approx 1{,}3 \cdot 10^{-7}$ м/с.

В10. Два заряда 4 нКл и 9 нКл расположены на расстоянии 20 см друг от друга. На каком расстоянии от меньшего заряда напряженность электрического поля этих зарядов равна нулю? Среда — вакуум.

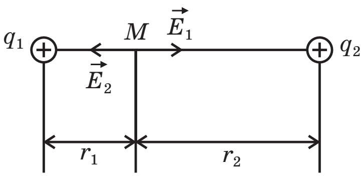


Рис. 287

Обозначим q_1 меньший заряд, q_2 — больший заряд, r — расстояние между зарядами, r_1 — расстояние от точки M (рис. 287), в которой напряженность поля обоих зарядов равна нулю, до меньшего заряда q_1, ε — диэлектрическую проницаемость среды, k — коэффициент пропорциональности, E_1 — напряженность поля меньшего заряда в точке M, E_2 — напряженность поля большего заряда в точке M, E — результирующая напряженность в точке M.

Дано:	*Решение*
$q_1 = 4$ нКл $q_2 = 9$ нКл $r = 20$ см $E = 0$ $\varepsilon = 1$	Чтобы результирующая напряженность поля обоих зарядов в точке M была равна 0, модули векторов напряженностей полей обоих зарядов должны быть равны друг другу: $E_1 = E_2$.
r_1 — ?	По формуле напряженности поля точечного заряда

$$E_1 = k\frac{q_1}{r_1^2} \quad \text{и} \quad E_2 = k\frac{q_2}{(r-r_1)^2}.$$

С учетом равенства напряженностей приравняем правые части этих равенств:

$$k\frac{q_1}{r_1^2} = k\frac{q_2}{(r-r_1)^2}, \quad \frac{q_1}{r_1^2} = \frac{q_2}{(r-r_1)^2}, \quad \frac{\sqrt{q_1}}{r_1} = \frac{\sqrt{q_2}}{r-r_1},$$

$$r_1\sqrt{q_2} = r\sqrt{q_1} - r_1\sqrt{q_1}, \quad r_1 = \frac{r\sqrt{q_1}}{\sqrt{q_1}+\sqrt{q_2}}.$$

Произведем вычисления: $r_1 = \dfrac{20\sqrt{4}}{\sqrt{4}+\sqrt{9}}$ см $= 8$ см.

Ответ: $r_1 = 8$ см.

В11. Отношение заряда электрона к его массе (удельный заряд электрона) $1{,}76 \cdot 10^7$ м/с, его начальная скорость в электрическом поле равна $1 \cdot 10^7$ м/с, а конечная $3 \cdot 10^7$ м/с. Электрон перемещается по силовой линии поля. Определить разность потенциалов между начальной и конечной точками перемещения электрона.

Обозначим A работу перемещения заряда в электрическом поле, U — разность потенциалов между точками его перемещения, E_{k1} — кинетическую энергию электрона в начальной точке перемещения, E_{k2} — его кинетическую энергию в конечной точке.

Дано:

$v_1 = 1 \cdot 10^7$ м/с

$v_2 = 3 \cdot 10^7$ м/с

$\dfrac{e}{m} = 1{,}76 \cdot 10^{11}$ Кл/кг

U — ?

Решение

Работа электрического поля, разогнавшего электрон, равна изменению его кинетической энергии:

$$A = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2} = \frac{m}{2}\left(v_2^2 - v_1^2\right).$$

С другой стороны, работа поля определяется произведением перемещаемого заряда на разность потенциалов:

$$A = eU.$$

Приравняем правые части этих равенств:

$$eU = \frac{m}{2}\left(v_2^2 - v_1^2\right), \text{ откуда } U = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2\dfrac{e}{m}}.$$

Произведем вычисления:

$$U = \frac{\left(3 \cdot 10^7\right)^2 - \left(1 \cdot 10^7\right)^2}{2 \cdot 1{,}76 \cdot 10^{11}} \text{ В} \approx 2{,}3 \cdot 10^3 \text{ В}.$$

Ответ: $U \approx 2{,}3 \cdot 10^3$ В.

В12. К конденсатору емкостью 10 пФ последовательно подключили два параллельных конденсатора емкостями 4 пФ и 6 пФ. Общий заряд этих конденсаторов 1 нКл. Чему равно общее напряжение на конденсаторах?

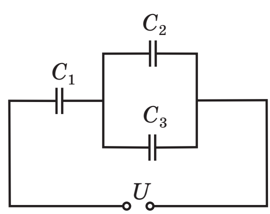


Рис. 288

Обозначим C_1 емкость первого конденсатора, C_2 — емкость второго конденсатора, C_3 — емкость третьего конденсатора, C_{23} — общую емкость второго и третьего конденсаторов, C — общую емкость всей батареи конденсаторов, U — общее напряжение на батарее, q — общий заряд.

Дано:	***Решение***
$C_1 = 10$ пФ $C_2 = 4$ пФ $C_3 = 6$ пФ	Обратимся к схеме на рис. 288. Общая емкость конденсаторов C_2 и C_3 $C_{23} = C_2 + C_3$.
U — ?	Общая емкость всей батареи конденсаторов

$$C = \frac{C_1 C_{23}}{C_1 + C_{23}} = \frac{C_1 (C_2 + C_3)}{C_1 + C_2 + C_3}.$$

Напряжение на батарее конденсаторов

$$U = \frac{q}{C}.$$

С учетом предыдущего равенства

$$U = \frac{q (C_1 + C_2 + C_3)}{C_1 (C_2 + C_3)}.$$

Произведем вычисления:

$$U = \frac{10^{-9} \left(10 \cdot 10^{-12} + 4 \cdot 10^{-12} + 6 \cdot 10^{-12}\right)}{10 \cdot 10^{-12} \left(4 \cdot 10^{-12} + 6 \cdot 10^{-12}\right)} \text{ В} = 200 \text{ В}.$$

Ответ: $U = 200$ В.

В13. Напряжение на обкладках конденсатора 200 В, расстояние между обкладками 0,2 мм. Конденсатор отключили от источника зарядов, после чего увеличили расстояние между обкладками до 0,7 мм. Определить новое напряжение на обкладках конденсатора.

Обозначим C_1 емкость конденсатора до изменения расстояния между обкладками, d_1 — первоначальное расстояние между обкладками, d_2 — конечное расстояние между обкладками, C_2 — емкость после изменения расстояния, q — заряд, U_2 — новое напряжение на обкладках.

Дано:	***Решение***
$U_1 = 200$ В $d_1 = 0{,}2$ мм $d_2 = 0{,}7$ мм	Если конденсатор сначала отключить от источника тока, а затем изменить расстояние между его пластинами, то заряд на них останется неизменным, а изменится его емкость и напряжение.
U_2 — ?	

Поэтому мы можем записать формулу емкости конденсатора до и после отключения следующим образом:

$$C_1 = \frac{q}{U_1} \quad \text{и} \quad C_2 = \frac{q}{U_2}.$$

Емкость плоского конденсатора до и после отключения от источника зарядов:

$$C_1 = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d_1} \quad \text{и} \quad C_2 = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d_2}.$$

Сравнивая эти равенства с предыдущими, мы придем к выводу, что

$$\frac{q}{U_1} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d_1} \quad \text{и} \quad \frac{q}{U_2} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d_2}.$$

Если теперь разделить левые и правые части этих равенств друг на друга, то неизвестные величины сократятся и из полученной формулы мы найдем искомое напряжение:

$$\frac{qU_2}{U_1 q} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S d_2}{d_1 \varepsilon_0 \varepsilon S}, \quad \frac{U_2}{U_1} = \frac{d_2}{d_1},$$

откуда

$$U_2 = \frac{U_1 d_2}{d_1}.$$

Произведем вычисления:

$$U_2 = \frac{200 \cdot 0,7}{0,2} \text{ В} = 700 \text{ В}.$$

Ответ: $U_2 = 700$ В.

В14. Между обкладками плоского конденсатора находится слюдяная пластинка с диэлектрической проницаемостью 6. Емкость конденсатора 10 мкФ, напряжение на его обкладках 1 кВ. Какую работу надо совершить, чтобы вынуть пластинку из конденсатора, не отключая его от источника напряжения?

Обозначим ε_1 диэлектрическую проницаемость слюды, ε_2 — диэлектрическую проницаемость воздуха, C_1 — емкость конденсатора с пластинкой слюды, C_2 — емкость конденсатора без пластинки слюды, U — напряжение на его обкладках, A — работу, которую надо совершить, чтобы вынуть пластинку из конденсатора, W_1 — энергию конденсатора до вынимания слюдяной пластинки, W_2 — энергию конденсатора после вынимания слюдяной пластинки.

Дано:
$\varepsilon_1 = 6$
$C_1 = 10$ мкФ
$U = 1$ кВ
$\varepsilon_2 = 1$

A — ?

Решение

Работу можно определить через разность энергий конденсатора после и до вынимания слюдяной пластинки:

$$A = W_2 - W_1. \qquad (1)$$

Поскольку в этом процессе конденсатор не отключали от источника, напряжение на его обкладках сохранялось. Поэтому определим энергию конденсатора по формуле:

$$W_1 = \frac{C_1 U^2}{2} \;(2) \quad \text{и} \quad W_2 = \frac{C_2 U^2}{2}, \qquad (3)$$

где емкости конденсатора

$$C_1 = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_1 S}{d} \quad \text{и} \quad C_2 = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_2 S}{d}.$$

Нам известна емкость C_1, а емкость C_2 не дана. Но ее можно выразить через C_1 и диэлектрические проницаемости ε_1 и ε_2, если разделить эти равенства друг на друга:

$$\frac{C_1}{C_2} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_1 S d}{d \varepsilon_0 \varepsilon_2 S} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}, \text{ откуда } C_2 = C_1 \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}. \qquad (4)$$

Подставим теперь правую часть равенства (4) в формулу (3):

$$W_2 = \frac{C_1 \varepsilon_2 U^2}{2\varepsilon_1}. \qquad (5)$$

Нам осталось подставить правые части равенств (2) и (5) в формулу (1), и задача в общем виде будет решена:

$$A = \frac{C_1 \varepsilon_2 U^2}{2\varepsilon_1} - \frac{C_1 U^2}{2} = \frac{C_1 U^2}{2}(\varepsilon_2 - 1), \text{ ведь } \varepsilon_1 = 1.$$

Задача в общем виде решена. Выразим все величины в единицах СИ: 10 мкФ $= 10 \cdot 10^{-6}$ Ф $= 1 \cdot 10^{-5}$ Ф, 1 кВ $= 1 \cdot 10^3$ В.

Подставим числа и вычислим:

$$A = \frac{1 \cdot 10^{-5} \cdot 1 \cdot 10^3}{2}(6 - 1) \text{ Дж} = 0{,}025 \text{ Дж} = 25 \text{ мДж}.$$

Ответ: $A = 25$ мДж.

В15. Плоский конденсатор состоит из двух обкладок площадью 40 см^2 каждая. Между ними находится стекло с диэлектрической проницаемостью 7. Какой заряд находится на обкладках этого конденсатора, если напряженность электрического поля между ними 8 МВ/м?

Обозначим S площадь обкладок конденсатора, ε — диэлектрическую проницаемость стекла, E — напряженность электрического поля между обкладками, q — заряд конденсатора, C — его емкость, ε_0 — электрическую постоянную, d — расстояние между обкладками, U — напряжение на обкладках.

Дано:

$S = 40$ см^2

$\varepsilon = 7$

$E = 8$ МВ/м

$\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м

q — ?

Решение

Согласно определению емкости конденсатора

$$C = \frac{q}{U}.$$

Кроме того, емкость плоского конденсатора

$$C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d}.$$

Приравняем правые части этих равенств и из полученного выражения найдем искомый заряд:

$$\frac{q}{U} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d}, \quad \text{откуда} \quad q = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S U}{d}. \qquad (1)$$

Расстояние между обкладками d определим из формулы

$$E = \frac{U}{d},$$

откуда

$$d = \frac{U}{E}. \qquad (2)$$

Подставим равенство (2) в формулу (1):

$$q = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S U E}{U} = \varepsilon_0 \varepsilon S E.$$

Произведем вычисления:

$$q = 8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot 7 \cdot 40 \cdot 10^{-4} \cdot 8 \cdot 10^{6} \text{ Кл} \approx 2 \cdot 10^{-6} \text{ Кл} = 2 \text{ мкКл}.$$

Ответ: $q = 2$ мкКл.

В16. Два проводника с емкостями 4 пФ и 6 пФ заряжены соответственно до потенциалов 8 В и 10 В. Найти их потенциал после соприкосновения друг с другом.

Обозначим C_1 емкость первого проводника, C_2 — емкость второго проводника, φ_1 — потенциал первого проводника до их соприкосновения, φ_2 — потенциал второго проводника до их соприкосновения, φ — потенциал проводников после их соприкосновения, q_{01} — заряд первого проводника до их соприкосновения, q_{02} — заряд второго проводника до их соприкосновения, q_1 — заряд первого проводника после их соприкосновения, q_2 — заряд второго проводника после их соприкосновения.

Дано:

$C_1 = 4$ пФ

$C_2 = 6$ пФ

$\varphi_1 = 8$ В

$\varphi_2 = 10$ В

φ — ?

Решение

Воспользуемся законом сохранения заряда, согласно которому суммарный заряд на проводниках до соприкосновения равен суммарному заряду после соприкосновения:

$$q_{01} + q_{02} = q_1 + q_2.$$

Теперь выразим заряды на проводниках через емкости проводников и их потенциалы. При этом учтем, что после соприкосновения потенциал проводников стал одинаков, а емкость каждого проводника осталась прежней. По определению емкости проводника

$$C_1 = \frac{q_{01}}{\varphi_1}, \quad \text{откуда} \quad q_{01} = C_1\varphi_1.$$

Аналогично

$$q_{02} = C_2\varphi_2, \quad q_1 = C_1\varphi \quad \text{и} \quad q_2 = C_2\varphi.$$

Теперь подставим правые части этих четырех равенств вместо зарядов в первое уравнение:

$$C_1\varphi_1 + C_2\varphi_2 = C_1\varphi + C_2\varphi.$$

Отсюда
$$\varphi = \frac{C_1\varphi_1 + C_2\varphi_2}{C_1 + C_2}.$$

Произведем вычисления: $\varphi = \dfrac{4 \cdot 8 + 6 \cdot 10}{4 + 6}$ В $= 9{,}2$ В.

Ответ: $\varphi = 9{,}2$ В.

В17. Плоский воздушный конденсатор зарядили до напряжения 600 В и отключили от источника зарядов, после чего расстояние между обкладками увеличили от 0,2 мм до 0,7 мм и ввели диэлектрик с проницаемостью 7. Найти новое напряжение между обкладками

Обозначим U_1 напряжение на конденсаторе до отключения от источника зарядов, U_2 — напряжение на конденсаторе после отключения от источника зарядов, d_1 — первоначальное расстояние между обкладками, d_2 — новое расстояние между обкладками, ε_1 — диэлектрическую проницаемость воздуха, ε_2 — диэлектрическую проницаемость нового диэлектрика, ε_0 — электрическую постоянную, S — площадь обкладок конденсатора, q — заряд конденсатора.

Дано:
$U_1 = 600$ В
$d_1 = 0{,}2$ мм
$d_2 = 0{,}7$ мм
$\varepsilon_1 = 1$
$\varepsilon_2 = 7$

F — ?

Решение

Если конденсатор отключили от источника зарядов, то при изменении расстояния между его обкладками меняются емкость и напряжение на обкладках, а заряд конденсатора остается неизменным.

Согласно определению емкости конденсатора

$$C_1 = \frac{q}{U_1},$$

где по формуле емкости плоского конденсатора

$$C_1 = \frac{\varepsilon_0\varepsilon_1 S}{d_1}.$$

С учетом этих равенств

$$\frac{q}{U_1} = \frac{\varepsilon_0\varepsilon_1 S}{d_1}.$$

Аналогично, после увеличения расстояния и введения диэлектрика,

$$\frac{q}{U_2} = \frac{\varepsilon_0\varepsilon_2 S}{d_2}.$$

Разделим левые и правые части двух последних уравнений друг на друга и из полученного выражения найдем искомое напряжение:

$$\frac{qU_2}{U_1 q} = \frac{\varepsilon_0\varepsilon_1 S d_2}{d_1\varepsilon_0\varepsilon_2 S}, \quad \frac{U_2}{U_1} = \frac{\varepsilon_1 d_2}{d_1\varepsilon_2}, \quad \text{откуда} \quad U_2 = U_1\frac{\varepsilon_1 d_2}{d_1\varepsilon_2}.$$

Произведем вычисления: $U_2 = 600\dfrac{1 \cdot 0,7}{0,2 \cdot 7}$ В $= 300$ В.

Ответ: $U_2 = 300$ В.

В18. При увеличении напряжения на обкладках конденсатора в три раза энергия его электрического поля увеличилась на 200 мДж. Найти начальную энергию конденсатора.

Обозначим U_1 напряжение на конденсаторе до увеличения, U_2 — напряжение на конденсаторе после увеличения, ΔW — изменение энергии конденсатора, W_1 — первоначальную энергию конденсатора, W_2 — новую энергию конденсатора, C — емкость конденсатора.

Дано:
$U_2 = 3U_1$
$\Delta W = 200$ мДж

W_1 — ?

Решение

Выразим начальную и конечную энергии конденсатора через его емкость и напряжение:

$$W_1 = \frac{CU_1^2}{2} \quad \text{и} \quad W_2 = \frac{CU_2^2}{2}.$$

Тогда изменение энергии

$$\Delta W = \frac{CU_2^2}{2} - \frac{CU_1^2}{2} = \frac{C}{2}\left(U_2^2 - U_1^2\right) = \frac{C}{2}\left(9U_1^2 - U_1^2\right) = 8\frac{CU_1^2}{2}$$

или $\Delta W = 8W_1$, откуда $W_1 = \dfrac{\Delta W}{8}$.

Произведем вычисления: $W_1 = \dfrac{200}{8}$ мДж $= 25$ мДж.

Ответ: $W_1 = 25$ мДж.

В19. Сопротивление медного проводника 0,2 Ом, его масса 0,2 кг, плотность меди 8900 кг/м^3. Определить площадь поперечного сечения проводника.

Обозначим R сопротивление проводника, m — его массу, $\rho_п$ — плотность, $\rho_с$ — удельное сопротивление, S — площадь поперечного сечения, l — длину проводника, V — его объем.

Дано:
$R = 0,2$ Ом
$m = 0,2$ кг
$\rho_п = 8900$ кг/м^3
$\rho_с = 1,7 \cdot 10^{-8}$ Ом $\cdot$ м

S — ?

Решение

По формуле сопротивления проводника

$$R = \rho_c \frac{l}{S}. \qquad (1)$$

Выразим массу проводника через его плотность и размеры:

$$m = \rho_п V, \text{ где } V = lS,$$

поэтому
$$m = \rho_п l\,S. \qquad (2)$$

Разделим (1) на (2). При этом неизвестная длина проводника сократится, и мы найдем его площадь поперечного сечения:

$$\frac{R}{m} = \frac{\rho_c l}{S\rho_п lS}, \quad \frac{R}{m} = \frac{\rho_c}{\rho_п S^2}, \quad \text{откуда} \quad S = \sqrt{\frac{m\rho_c}{R\rho_п}}.$$

Произведем вычисления:

$$S = \sqrt{\frac{0,2 \cdot 1,7 \cdot 10^{-8}}{0,2 \cdot 8900}} \approx 1,4 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2 \approx 1,4 \text{ мм}^2.$$

Ответ: $S \approx 1,4$ мм^2.

В20. Длина медного проводника 300 м, напряжение на его концах 36 В, концентрация электронов проводимости в проводнике $8,5 \cdot 10^{28}$ м$^{-3}$. Определить среднюю скорость упорядоченного движения электронов в этом проводнике.

Обозначим l длину проводника, U — напряжение на его концах, n — концентрацию электронов проводимости, R — сопротивление проводника, r — удельное сопротивление меди, I — силу тока в проводнике, S — площадь поперечного сечения проводника, v — среднюю скорость упорядоченного движения электронов, e — модуль заряда электрона.

Дано:
$l = 300$ м
$U = 36$ В
$n = 8,5 \cdot 10^{28}$ м$^{-3}$
$\rho = 1,7 \cdot 10^{-8}$ Ом · м
$e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл

v — ?

Решение

Выразим силу тока через концентрацию электронов проводимости и их скорость:

$$I = nevS. \qquad (1)$$

По закону Ома для участка цепи

$$I = \frac{U}{R}.$$

Сопротивление проводника выразим через его длину и площадь поперечного сечения:

$$R = \rho\frac{l}{S}.$$

Подставим правую часть этой формулы в закон Ома:

$$I = \frac{US}{\rho l}. \ (2)$$

Нам осталось приравнять правые части равенств (1) и (2) и из полученного выражения найти скорость упорядоченного движения электронов:

$$nevS = \frac{US}{\rho l}, \quad nev = \frac{U}{\rho l}, \quad \text{откуда} \quad v = \frac{U}{ne\rho l}.$$

Произведем вычисления:

$$v = \frac{36}{8{,}5 \cdot 10^{28} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 1{,}7 \cdot 10^{-8} \cdot 300} \text{ м/с} \approx 5 \cdot 10^{-4} \text{ м/с}.$$

Ответ: $v \approx 5 \cdot 10^{-4}$ м/с.

В21. Чему равна энергия конденсатора емкостью 10 мкФ (рис. 237)? ЭДС источника тока 4 В, внутреннее сопротивление 1 Ом, сопротивления резисторов 10 Ом.

Обозначим C емкость конденсатора, $\mathcal{E}$ — ЭДС источника тока, r — внутреннее сопротивление, R — внешнее сопротивление, W — энергию конденсатора, U — напряжение на конденсаторе.

Дано:
$C = 10$ мкФ
$\mathcal{E} = 4$ В
$r = 1$ Ом
$R = 10$ Ом

W — ?

Решение

Если мы сумеем найти напряжение U на конденсаторе, то его энергию определим по формуле

$$W = \frac{CU^2}{2}.$$

Напряжение на конденсаторе такое же, как и на резисторе, к которому он подключен параллельно. Но напряжение на этом резисторе $U = IR$, где по закону Ома для всей цепи

$$I = \frac{\mathcal{E}}{3R + r}.$$

С учетом этого $$U = \frac{\mathcal{E}}{3R + r}.$$

Подставив правую часть этого выражения в первую формулу, получим:

$$W = \frac{C}{2}\left(\frac{\mathcal{E}R}{3R + r}\right)^2 = \frac{10 \cdot 10^{-6}}{2}\left(\frac{4 \cdot 10}{3 \cdot 10 + 1}\right)^2 \text{ Дж} \approx$$
$$\approx 8{,}3 \cdot 10^{-6} \text{ Дж} \approx 8{,}3 \text{ мкДж}.$$

Ответ: $W \approx 8{,}3$ мкДж.

B22. На рис. 238 изображена схема электрической цепи. Когда ключ К разомкнут, вольтметр показывает 4 В, а когда ключ К замкнут, вольтметр показывает 3,8 В. Сопротивление резистора 2 Ом. Чему равно внутреннее сопротивление источника тока?

Обозначим U_1 напряжение, которое показывает вольтметр, когда ключ K разомкнут, U_2 — напряжение, которое показывает вольтметр, когда ключ K замкнут, R — сопротивление резистора, $\mathcal{E}$ — ЭДС источника тока, r — внутреннее сопротивление источника, I — силу тока в цепи.

Дано:	***Решение***
$U_1 = 4$ В $U_2 = 3{,}8$ В $R = 2$ Ом	Когда ключ К разомкнут, разомкнута внешняя часть цепи, а в этом случае напряжение, которое показывает вольтметр, равно ЭДС источника тока. Таким образом,
r — ?	

$$U_1 = \mathcal{E}.$$

По закону Ома для всей цепи

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + r},$$

а по закону Ома для участка цепи

$$I = \frac{U_2}{R}.$$

Приравняв правые части двух последних равенств с учетом, что $U_1 = \mathcal{E}$, получим:

$$\frac{U_2}{R} = \frac{U_1}{R + r}, \quad \text{откуда} \quad R + r = R\frac{U_1}{U_2}, \quad r = R\left(\frac{U_1}{U_2} - 1\right).$$

Произведем вычисления: $r = 2\left(\frac{4}{3,8} - 1\right)$ Ом $= 0{,}1$ Ом.

Ответ: $r = 0{,}1$ Ом.

B23. Электрическая цепь состоит из источника тока и лампы с последовательно подключенным к ней амперметром и параллельно вольтметром (рис. 239). Вольтметр показывает напряжение 4 В, а амперметр силу тока 2 А. ЭДС источника тока 5 В. Найти внутреннее сопротивление источника тока.

Обозначим U напряжение на лампе, I — силу тока в ней, $\mathcal{E}$ — ЭДС источника тока, r — внутреннее сопротивление источника тока, R — сопротивление лампы.

Дано:	***Решение***
$U = 4$ В $I = 2$ А $\mathcal{E} = 5$ В	По закону Ома для всей цепи
r — ?	

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + r},$$

а по закону Ома для участка цепи

$$I = \frac{U}{R},$$

откуда сопротивление лампы

$$R = \frac{U}{I}.$$

Выразим из первой формулы искомое внутреннее сопротивление источника тока:

$$R + r = \frac{\mathcal{E}}{I}, \quad \text{откуда} \quad r = \frac{\mathcal{E}}{I} - R$$

или с учетом значения сопротивления лампы

$$r = \frac{\mathcal{E}}{I} - \frac{U}{I} = \frac{\mathcal{E} - U}{I}.$$

Произведем вычисления: $r = \frac{5 - 4}{2}$ Ом $= 0{,}5$ Ом.

Ответ: $r = 0{,}5$ Ом.

В24. ЭДС источника тока 6 В. При внешнем сопротивлении 1 Ом сила тока в цепи 3 А. Найти силу тока короткого замыкания.

Обозначим $\mathcal{E}$ ЭДС источника тока, R — внешнее сопротивление, I — силу тока в цепи при наличии внешнего сопротивления, $I_{\text{к.з.}}$ — силу тока короткого замыкания, r — внутреннее сопротивление источника тока.

Дано:	***Решение***
$\mathcal{E} = 6$ В $R = 1$ Ом $I = 3$ А	По закону Ома для всей цепи
$I_{\text{к.з.}}$ — ?	

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + r}.$$

При коротком замыкании внешнее сопротивление $R = 0$, и закон Ома принимает вид:

$$I_{\text{к.з.}} = \frac{\mathcal{E}}{r}.$$

Выразим внутреннее сопротивление r из первой формулы:

$$R + r = \frac{\mathcal{E}}{I} \quad \text{и} \quad r = \frac{\mathcal{E}}{I} - R.$$

Теперь подставим правую часть этого выражения в формулу силы тока короткого замыкания вместо внутреннего сопротивления:

$$I_{\text{к.з.}} = \frac{\mathcal{E}}{\dfrac{\mathcal{E}}{I} - R} = \frac{\mathcal{E} I}{\mathcal{E} - IR}.$$

Произведем вычисления: $I_{\text{к.з.}} = \dfrac{6 \cdot 3}{6 - 3 \cdot 1}$ А = 6 А.

Ответ: $I_{\text{к.з.}} = 6$ А.

В25. ЭДС источника тока 4 В, внешнее сопротивление равно внутреннему. Найти напряжение на полюсах источника тока, когда цепь замкнута.

Обозначим $\mathcal{E}$ ЭДС источника тока, R — внешнее сопротивление, I — силу тока в цепи, r — внутреннее сопротивление источника тока, U — напряжение на полюсах источника тока.

Дано:
$\mathcal{E} = 4$ В
$R = r$

U — ?

Решение

По закону Ома для всей цепи

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + r}.$$

Если $R = r$, то $$I = \frac{\mathcal{E}}{R + R} = \frac{\mathcal{E}}{2R}.$$

По закону Ома для участка цепи

$$I = \frac{U}{R},$$

Приравняем правые части этих равенств:

$$\frac{\mathcal{E}}{2R} = \frac{U}{R},$$

откуда $U = \dfrac{\mathcal{E}}{2} = \dfrac{4}{2}$ В = 2 В.

Ответ: $U = 2$ В.

В26. Три лампы сопротивлением 12,5 Ом каждая соединены параллельно и подключены к источнику тока с ЭДС 10 В и внутренним сопротивлением 0,5 Ом (рис. 289). Сопротивление соединительных проводов 2 Ом. Найти напряжение на лампах.

Обозначим $\mathcal{E}$ ЭДС источника тока, $R_л$ — сопротивление каждой лампы, I — силу тока в цепи, r — внутреннее сопротивление источника тока, R — сопротивление соединительных проводов, $U_л$ — напряжение на лампах, $R_{общ}$ — общее сопротивление трех параллельных ламп.

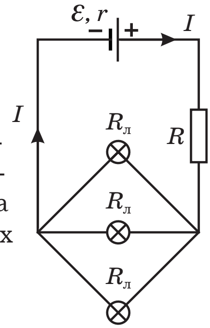


Рис. 289

Дано:
$R_л = 12,5$ Ом
$\mathcal{E} = 10$ В
$r = 0,5$ Ом
$R = 2$ Ом

$U_л$ — ?

Решение

По закону Ома для всей цепи

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R_{общ} + R + r},$$

где $$R_{общ} = \frac{R_л}{3}.$$

С учетом этого

$$I = \frac{\mathcal{E}}{\frac{R_л}{3} + R + r} = \frac{3\mathcal{E}}{R_л + 3(R + r)}.$$

По закону Ома для участка цепи

$$I = \frac{U_л}{R_{общ}} = \frac{U_л}{\frac{R_л}{3}} = \frac{3U_л}{R_л}.$$

Приравняем правые части двух последних равенств и из полученного выражения найдем напряжение на лампах:

$$\frac{3\mathcal{E}}{R_л + 3(R + r)} = \frac{3U_л}{R_л}.$$

Отсюда $$U_л = \frac{\mathcal{E}R_л}{R_л + 3(R + r)}.$$

Произведем вычисления: $U_л = \dfrac{10 \cdot 12,5}{12,5 + 3(2 + 0,5)}$ В $= 6,25$ В.

Ответ: $U_л = 6,25$ В.

В27. К концам свинцовой проволоки длиной 2 м приложено напряжение 25 В. Начальная температура проволоки 10 ^{0}С. Через сколько времени проволока начнет плавиться? Температура плавления свинца 327 ^{0}С, его удельное сопротивление

$1{,}7 \cdot 10^{-6}$ Ом · м, плотность свинца $11{,}3 \cdot 10^3$ кг/м^3, его удельная теплоемкость 125 Дж/(кг · К). Ответ округлить до десятых долей секунды.

Обозначим l длину проволоки, U — напряжение на ее концах, t_1 — начальную температуру проволоки, t_2 — температуру плавления свинца, $\rho_с$ — его удельное сопротивление, $\rho_п$ — плотность свинца, c — его удельную теплоемкость, t — время, через которое проволока начнет плавиться, Q — количество теплоты, которое выделится в проводнике, m — его массу, V — объем проводника, S — площадь поперечного сечения, R — сопротивление проводника.

Дано:
$l = 2$ м
$U = 25$ В
$t_1 = 10\ ^0$С
$t_2 = 327\ ^0$С
$\rho_с = 1{,}7 \cdot 10^{-6}$ Ом · м
$\rho_п = 11{,}3 \cdot 10^3$ кг/м^3
с = 125 Дж/(кг · К)

t — ?

Решение

При прохождении по проводнику электрического тока он нагревается. По закону Джоуля — Ленца количество теплоты, которое выделится в проводнике,

$$Q = \frac{U^2}{R} t .$$

Это тепло пойдет на нагревание свинцового проводника от температуры t_1 до точки плавления t_2. Количество теплоты, пошедшее на его нагревание, определим по формуле

$$Q = cm(t_2 - t_1).$$

Поскольку о тепловых потерях нам ничего не сказано, приравняем правые части этих равенств:

$$\frac{U^2}{R} t = cm\left(t_2 - t_1\right), \quad \text{откуда} \quad t = \frac{cmR\left(t_2 - t_1\right)}{U^2}. \qquad (1)$$

Массу проволоки определим через ее длину, выразив массу сначала через плотность свинца и объем проволоки, а потом объем — через ее длину. Согласно формуле плотности

$$\rho_П = \frac{m}{V}\ , \text{ где } V = lS,$$

поэтому

$$m = \rho_п V = \rho_п lS. \qquad (2)$$

Длина проволоки нам дана, а площадь ее поперечного сечения S — нет и взять ее негде. Остается надеяться, что она сократится, когда будем выражать сопротивление проволоки R через ее удельное сопротивление и длину. По формуле сопротивления

$$R = \rho_c \frac{l}{S}. \qquad (3)$$

Теперь подставим правые части равенств (2) и (3) в выражение (1):

$$t = \frac{c\rho_п\, lS\rho_с l(t_2 - t_1)}{SU^2} = \frac{c\rho_п\, \rho_с l^2(t_2 - t_1)}{U^2} = c\rho_п\rho_с(t_2 - t_1)\left(\frac{l}{U}\right)^2.$$

Задача в общем виде решена. Подставим числа и вычислим:

$$t = 125 \cdot 11{,}3 \cdot 10^3 \cdot 1{,}7 \cdot 10^{-6}\,(327 - 20)\left(\frac{2}{25}\right)^2 \text{ с} = 4{,}7 \text{ с}.$$

Ответ: $t = 4{,}7$ с.

В28. В чайнике нагрели воду объемом 0,32 л при 30 ^{0}С и поставили на электроплитку. Через сколько времени выкипит вся вода, если сила тока в цепи 10 А, а сопротивление нагревателя 20 Ом? Удельная теплоемкость воды 4200 Дж/(кг · К), удельная теплота парообразования воды 2256 кДж/кг.

Обозначим V объем воды в чайнике, t_1 — начальную температуру воды, t_2 — температуру кипения воды, ρ — плотность воды, I — силу тока в цепи, R — сопротивление нагревателя, c — удельную теплоемкость воды, r — удельную теплоту парообразования, Q — количество теплоты, пошедшее на нагревание воды и превращение ее в пар, t — время нагревания и превращения воды в пар, m — массу воды в чайнике.

Дано:

$V = 0{,}32$ л

$t_1 = 30\ ^0$С

$t_2 = 100\ ^0$С

$I = 10$ А

$R = 20$ Ом

$c = 4200$ Дж/(кг · К)

$r = 2256$ кДж/кг

$\rho = 1000$ кг/м^3

t — ?

Решение

По закону Джоуля — Ленца количество теплоты, выделенное в нагревателе при прохождении по нему электрического тока,

$$Q = I^2R\,t. \qquad (1)$$

Это тепло пошло на нагревание воды и превращение ее в пар:

$$Q = cm(t_2 - t_1) + mr = m(c(t_2 - t_1) + r).$$

Выразим массу воды через плотность и объем:

$$m = \rho V.$$

С учетом этого предыдущее равенство примет вид:

$$Q = \rho V\left(c(t_2 - t_1) + r\right). \qquad (2)$$

Теперь приравняем правые части равенств (1) и (2) и из полученного выражения найдем время t:

$$I^2 R\, t = \rho V\left(c(t_2 - t_1) + r\right),$$

откуда
$$t = \frac{\rho V\left(c\left(t_2 - t_1\right) + r\right)}{I^2 R}.$$

Произведем вычисления:

$$t = \frac{1000 \cdot 0{,}32 \cdot 10^{-3}\left(4200\left(100 - 30\right) + 2256 \cdot 10^3\right)}{10^2 \cdot 20}\text{ с} = 408\text{ с}.$$

Ответ: $t = 408$ с.

В29. Лифт массой 2,4 т поднимается на высоту 25 м за 40 с. КПД подъема 60% . Найти силу тока в электродвигателе лифта, если он работает под напряжением 220 В. Ответ округлить до целого числа ампер.

Обозначим m массу лифта, h — высоту подъема, t — время подъема, η — КПД подъема, U — напряжение в цепи, I — силу тока, $W_\text{р}$ — потенциальную энергию поднятого лифта, A — работу тока, g — ускорение свободного падения.

Дано:
$m = 2{,}4$ т
$h = 25$ м
$t = 40$ с
$\eta = 60\%$
$U = 220$ В
$g = 10$ м/с^2

I — ?

Решение

КПД подъема лифта равно отношению его потенциальной энергии на высоте к работе электрического тока, выраженному в процентах:

$$\eta = \frac{W_p}{A} 100\%. \qquad (1)$$

Потенциальная энергия лифта

$$W_\text{р} = mgh. \qquad (2)$$

Работа тока в двигателе

$$A = UIt. \qquad (3)$$

Подставим правые части равенств (2) и (3) в формулу (1) и из полученного выражения найдем силу тока в двигателе:

$$\eta = \frac{mgh}{UIt} 100\%,$$

откуда

$$I = \frac{mgh}{U\eta t}100\%.$$

Произведем вычисления:

$$I = \frac{2,4 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 25}{220 \cdot 60 \cdot 40}100 \text{ А} = 114 \text{ А}.$$

Ответ: $I = 114$ А.

В30. Сколько электронов проходит за 10 с через поперечное сечение проводника при мощности тока в нем 150 Вт и напряжении 220 В? Ответ представьте как произведение целого числа на 10^{19}.

Обозначим N количество электронов, e — модуль заряда электрона, q — заряд, прошедший через поперечное сечение проводника, t — время его прохождения, P — мощность тока, U — напряжение, I — силу тока.

Дано:
$t = 10$ с
$P = 150$ Вт
$U = 220$ В
$e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл

N — ?

Решение

Выразим мощность тока через напряжение и силу тока:

$$P = UI. \tag{1}$$

Теперь силу тока выразим через заряд и время его прохождения:

$$I = \frac{q}{t}.$$

Заряд выразим через число электронов и модуль заряда электрона: $q = Ne$.

С учетом этого,
$$I = \frac{Ne}{t}. \tag{2}$$

Подставим правую часть равенства (2) в формулу (1):

$$P = U\frac{Ne}{t}, \quad \text{откуда} \quad N = \frac{Pt}{Ue}.$$

Произведем вычисления:

$$N = \frac{150 \cdot 10}{220 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} = 4 \cdot 10^{19}.$$

Ответ: $N = 4 \cdot 10^{19}$.

В31. Трамвай массой m движется по горизонтальному пути со скоростью v. Коэффициент сопротивления движению μ, напряжение на проводах U, КПД электрической цепи η. Найти силу тока в двигателе.

Обозначим I силу тока в двигателе, t — время движения, S — пройденный путь, A_1 — работу силы тяги, $F_{\text{тяги}}$ — силу тяги, $F_{\text{тр}}$ — силу трения, g — ускорение свободного падения, A_2 — работу тока в двигателе.

Дано:
m
v
μ
U
η

I — ?

Решение

КПД электрической цепи равен отношению работы силы тяги к работе тока в двигателе:

$$\eta = \frac{A_1}{A_2},$$

где $A_1 = F_{\text{тяги}}S$ и $S = vt$.

При равномерном движении

$$F_{\text{тяги}} = F_{\text{тр}} = \mu mg.$$

С учетом этих равенств

$$A_1 = \mu mgvt.$$

Работа тока

$$A_2 = UIt.$$

Подставим правые части двух последних равенств в первую формулу:

$$\eta = \frac{\mu mgvt}{UIt} = \frac{\mu mgv}{UI},$$

Откуда $$I = \frac{\mu mgv}{U\eta}.$$

Ответ: $I = \dfrac{\mu mgv}{U\eta}$.

В32. Включенная в сеть электрическая плитка выделила количество теплоты Q. Определить, какое количество теплоты выделят за такое же время две такие плитки, если их включить в ту же сеть последовательно и параллельно. Зависимость сопротивления от температуры можно не учитывать.

Обозначим U напряжение в сети, R — сопротивление плитки, Q — количество теплоты, выделенное одной плиткой, Q_1 — количество теплоты, выделенное обеими плитками при их последовательном соединении, Q_2 — количество теплоты, выделенное обеими плитками при их параллельном соединении, t — время нагревания.

Дано:	***Решение***
Q	По закону Джоуля — Ленца количество теплоты, выделяемое одной плиткой, равно:
Q_1 — ?	$$Q = \frac{U^2}{R}\, t.$$
Q_1 — ?	

При последовательном соединении двух одинаковых плиток их общее сопротивление станет вдвое больше сопротивления каждой из них, поэтому закон Джоуля — Ленца примет вид:

$$Q_1 = \frac{U^2}{2R}\, t.$$

Из первой формулы выразим сопротивление R и подставим его во вторую:

$$R = \frac{U^2}{Q}\, t, \quad \text{тогда} \quad Q_1 = \frac{U^2}{2\dfrac{U^2}{Q}t}\, t = \frac{Q}{2}.$$

При параллельном соединении двух одинаковых плиток их общее сопротивление станет вдвое меньше сопротивления каждой из них. При этом закон Джоуля — Ленца примет вид:

$$Q_2 = \frac{U^2}{\dfrac{R}{2}}t = \frac{2U^2}{R}t.$$

Сравнивая это выражение с первой формулой, мы сразу видим, что при таком соединении тепла выделится больше, чем при включении одной плитки:

$$Q_2 = 2Q.$$

Ответ: $Q_1 = \dfrac{Q}{2}$, $Q_2 = 2Q_1$.

В33. На рис. 240 изображена электрическая цепь, состоящая из двух гальванических элементов с ЭДС 4,5 В и 1,5 В и внутренними сопротивлениями 1,5 Ом и 0,5 Ом и лампы, сопротивление которой в нагретом состоянии 23 Ом. Определить мощность, потребляемую этой лампой.

Обозначим $\mathcal{E}_1$ и $\mathcal{E}_2$ ЭДС первого и второго гальванических элементов, r_1 и r_2 — их внутренние сопротивления, R — сопротивление лампы, P — мощность тока, потребляемую лампой, I — силу тока в цепи, $\mathcal{E}$ — полную ЭДС цепи.

Дано:

$\mathcal{E}_1 = 4{,}5$ В

$\mathcal{E}_2 = 1{,}5$ В

$r_1 = 1{,}5$ Ом

$r_2 = 0{,}5$ Ом

$R = 23$ Ом

P — ?

Решение

Мощность тока, потребляемую лампой, определим как произведение квадрата силы тока в цепи и сопротивления лампы:

$$P = I^2 R.$$

Силу тока найдем по закону Ома для всей последовательной цепи:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + r_1 + r_2}.$$

Здесь $\mathcal{E}$ — полная ЭДС цепи, равная алгебраической сумме ЭДС отдельных источников. Выбрав положительным направление обхода цепи по часовой стрелке, придем к выводу, что $\mathcal{E}_2$ отрицательна, поэтому

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2.$$

С учетом этого

$$I = \frac{\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2}{R + r_1 + r_2}.$$

Подставив правую часть этого выражения в первую формулу, мы решим задачу в общем виде:

$$P = \left(\frac{\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2}{R + r_1 + r_2}\right)^2 R.$$

Произведем вычисления:

$$P = \left(\frac{4{,}5 - 1{,}5}{23 + 1{,}5 + 0{,}5}\right)^2 \cdot 23 \text{ Вт} \approx 0{,}33 \text{ Вт}.$$

Ответ: $P \approx 0{,}33$ Вт.

В34. Мощность, потребляемая алюминиевой обмоткой электромагнита при 0 ^{0}С, равна 5 кВт. Какой станет мощность тока в обмотке, если температура повысится до 60 ^{0}С, а напряжение останется прежним? Какой станет мощность, если прежним останется ток?

Обозначим P_1 мощность тока в обмотке при температуре $t_0 = 0\ ^0$C, P_2 — мощность тока при температуре $t = 60\ ^0$C, R_0 — сопротивление обмотки при 0 ^{0}C, R — сопротивление при 60 ^{0}C, U — напряжение на обмотке, I — силу тока в ней, α — температурный коэффициент сопротивления.

Дано:
$t_0 = 0\ ^0$C
$P_0 = 5$ кВт
$t = 60\ ^0$C
$\alpha = 4{,}2 \cdot 10^{-3}$ К$^{-1}$

P — ?

Решение

1. При неизменном напряжении мощность тока при температурах t_0 и t можно определить по формуле

$$P_0 = \frac{U^2}{R_0} \quad (1) \qquad \text{и} \qquad P = \frac{U^2}{R}.$$

Зависимость сопротивления от температуры выражает формула

$$R = R_0(1 + \alpha t).$$

Подставим это выражение в предыдущую формулу:

$$P = \frac{U^2}{R_0(1 + \alpha t)}. \qquad (2)$$

Теперь разделим (1) на (2). При этом неизвестное напряжение сократится и из получившейся пропорции найдем искомую мощность P.

$$\frac{P_0}{P} = \frac{U^2 R_0 (1 + \alpha t)}{R_0 U^2}, \qquad \frac{P_0}{P} = 1 + \alpha t,$$

откуда

$$P = \frac{P_0}{1 + \alpha t}.$$

Произведем вычисления:

$$P = \frac{5}{1 + 4{,}2 \cdot 10^{-3} \cdot 60}\ \text{кВт} \approx 4\ \text{кВт}.$$

2. Если же будет оставаться неизменным ток, то мощность можно будет определять по формулам:

$$P_0 = I^2 R_0 \qquad \text{и} \qquad P = I^2 R = I^2 R_0(1 + at).$$

Разделив эти равенства друг на друга, получим:

$$\frac{P_0}{P} = \frac{I^2 R_0}{I^2 R_0 (1 + \alpha t)}, \qquad \frac{P_0}{P} = \frac{1}{1 + \alpha t},$$

откуда

$$P = P_0(1 + \alpha t).$$

Произведем вычисления:

$$P = 5\,(1 + 4{,}2 \cdot 10^{-3} \cdot 60)\ \text{кВт} \approx 6\ \text{кВт}.$$

Ответ: 1. $P = 4$ кВт. 2. $P = 6$ кВт.

В35. Электрическая цепь содержит реостат, сопротивление которого можно изменять от 0,1 Ом до 1 Ом. ЭДС источника тока 72 В. При каком сопротивлении реостата максимальная мощность тока в цепи будет 6 Вт?

Обозначим R_1 минимальное сопротивление реостата, R_2 — его максимальное сопротивление, $\mathcal{E}$ — ЭДС источника тока, r — его внутреннее сопротивление, P — мощность тока.

Дано:
$\mathcal{E} = 72$ В
$R_1 = 0{,}1$ Ом
$R_2 = 1$ Ом
$P = 6$ Вт

r — ?

Решение

Мощность тока в цепи максимальна, когда внешнее сопротивление R равно внутреннему сопротивлению r. По формуле мощности тока $P = I^2 R$, где по закону Ома для всей цепи

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + r}.$$

С учетом этого

$$P = \left(\frac{\mathcal{E}}{R + r}\right)^2.$$

Поскольку при максимальной мощности тока $R = r$, то

$$P = \left(\frac{\mathcal{E}}{R + R}\right)^2 R = \frac{\mathcal{E}^2}{4R^2} R = \frac{\mathcal{E}^2}{4R},$$

откуда

$$R = \frac{\mathcal{E}^2}{4P}.$$

Произведем вычисления:

$$R = \frac{72^2}{4 \cdot 36}\ \text{Ом} = 36\ \text{Ом}.$$

Ответ: $R = 36$ Ом.

В36. Три одинаковых источника постоянного тока с внутренним сопротивлением у каждого 0,8 Ом соединены последовательно. Во сколько раз изменится мощность тока в резисторе сопротивлением 10 Ом, подключенном к этим источникам, если их соединить параллельно?

Обозначим N количество источников тока, r — внутреннее сопротивление каждого источника, R — сопротивление резистора, P_1 — мощность тока в резисторе при последовательном соединении источников, P_2 — мощность тока в резисторе при параллельном соединении источников, $\mathcal{E}$ — ЭДС каждого источника тока.

Дано:
$N = 3$
$r = 0{,}8$ Ом
$R = 10$ Ом

$\dfrac{P_2}{P_1}$ — ?

Решение

При последовательном соединении источников сила тока в цепи

$$I_1 = \frac{N\mathcal{E}}{R + Nr}.$$

При этом мощность тока в резисторе

$$P_1 = I_1^2 R = \left(\frac{N\mathcal{E}}{R + rN}\right)^2 R. \qquad (1)$$

При параллельном соединении источников

$$I_2 = \frac{\mathcal{E}}{R + \frac{r}{N}}.$$

При этом мощность тока в резисторе

$$P_2 = I_2^2 R = \left(\frac{\mathcal{E}}{R + \frac{r}{N}}\right)^2 R. \qquad (2)$$

Теперь разделим равенство (2) на равенство (1):

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{\mathcal{E}^2 (R+Nr)^2}{\left(R + \frac{r}{N}\right)^2 N^2 \mathcal{E}^2} = \frac{(R + Nr)^2}{\frac{(NR + r)^2}{N^2} N^2} =$$

$$= \left(\frac{R + Nr}{NR + r}\right)^2 = \left(\frac{10 + 3 \cdot 0{,}8}{3 \cdot 10 + 0{,}8}\right)^2 = 0{,}16$$

или $\dfrac{P_1}{P_2} = 6{,}25$, т.е. мощность уменьшится в 6,25 раза.

Ответ: мощность уменьшится в 6,25 раза.

В37. Напряжение на электродах при электролизе алюминия в 10 раз больше, чем при электролизе меди. Во сколько раз энергия при электролизе алюминия больше, чем при электролизе меди той же массы? Электрохимический эквивалент меди 0,33 мг/Кл, алюминия 0,093 мг/Кл. Ванны, в которых происходит электролиз, соединены последовательно. Ответ округлить до целого числа.

Обозначим U_1 напряжение при электролизе алюминия, U_2 — напряжение при электролизе меди, W_1 — энергия при электролизе алюминия, W_2 — энергия при электролизе меди, k_1 — электрохимический эквивалент алюминия, k_2 — электрохимический эквивалент меди, I — силу тока в ваннах, t_1 — время электролиза алюминия, t_2 — время электролиза меди, m — массу выделенного на электроде металла.

Дано:
$U_1 = 10U_2$
$k_1 = 0{,}093$ мг/Кл
$k_2 = 0{,}33$ мг/Кл

$\dfrac{W_1}{W_2}$ — ?

Решение

Энергия при электролизе алюминия

$$W_1 = U_1 I t_1.$$

Согласно закону Фарадея для электролиза $m = k_1 I t_1$, откуда

$$It_1 = \frac{m}{k_1}.$$

С учетом этого

$$W_1 = U_1 \frac{m}{k_1}.$$

Аналогично, применительно к меди,

$$W_2 = U_2 \frac{m}{k_2}.$$

Отношение энергий $\dfrac{W_1}{W_2} = \dfrac{U_1 m k_2}{U_2 m k_1} = \dfrac{U_1 k_2}{U_2 k_1} = \dfrac{10U_2 k_2}{U_2 k_1} = 10\dfrac{k_2}{k_1}$.

Произведем вычисления: $\dfrac{W_1}{W_2} = 10\dfrac{0{,}33}{0{,}093} = 35.$

Ответ: $\dfrac{W_1}{W_2} = 35.$

В38. При электролизе меди сопротивление электролита 1 мОм, напряжение на электродах 8 В. Через сколько времени на катоде выделится 1 кг меди? Электрохимический эквивалент меди 0,33 мг/Кл. Ответ округлить до целого числа минут.

Обозначим R сопротивление электролита, U — напряжение при электролизе, t — время электролиза, m — массу выделенного на электроде металла, k — электрохимический эквивалент меди, I — силу тока в ванне.

Дано:	Решение
$R = 1$ мОм $U = 8$ В $m = 1$ кг $k = 0{,}33$ мг/Кл	Согласно закону Фарадея для электролиза $$m = kIt.$$ По закону Ома для участка цепи
t — ?	$$I = \frac{U}{R}.$$

С учетом этого

$$m = k\frac{U}{R}t, \quad \text{откуда} \quad t = \frac{mR}{kU}.$$

Произведем вычисления:

$$t = \frac{1 \cdot 1 \cdot 10^{-3}}{0{,}33 \cdot 10^{-6} \cdot 8}\ \text{с} = 379\ \text{с} = 6\ \text{мин}.$$

Ответ: $t = 6$ мин.

В39. Сила тока в электрохимической ванне при электролизе 25 А, время электролиза 2 ч, площадь детали, покрываемой никелем, 0,2 м^2, электрохимический эквивалент никеля $3 \cdot 10^{-7}$ кг/Кл, его плотность $8{,}9 \cdot 10^3$ кг/м^3. Определить толщину покрытия.

Обозначим I силу тока в ванне, t — время никелирования, k — электрохимический эквивалент никеля, ρ — его плотность, S — площадь детали, m — массу выделившегося никеля, V — его объем, h — толщину слоя никеля.

Дано:	Решение
$I = 25$ А $t = 2$ ч $k = 3 \cdot 10^{-7}$ кг/Кл $\rho = 8{,}9 \cdot 10^3$ кг/м^3 $S = 0{,}2$ м^2	Запишем закон Фарадея для электролиза: $$m = kIt.$$ Выразим массу никеля через его плотность и объем, а объем, в свою очередь, — через площадь детали и толщину
h — ?	слоя:

$$m = \rho V, \quad \text{где } V = hS, \quad \text{поэтому } m = \rho h S.$$

Теперь приравняем правые части первого и последнего равенств и из полученного выражения найдем искомую толщину слоя:

$$hS = kIt, \qquad \text{откуда} \qquad h = \frac{kIt}{\rho S}.$$

Выразим время электролиза в единицах СИ: 2 ч = 7200 с.

Произведем вычисления:

$$h = \frac{3\cdot 10^{-7}\cdot 25\cdot 7200}{8{,}9\cdot 10^{3}\cdot 0{,}2}\ \text{м} \approx 3\cdot 10^{-5}\ \text{м}.$$

Ответ: $h \approx 3 \cdot 10^{-5}$ м.

В40. На медном резисторе в течение 10 с поддерживали напряжение 2 В. Чему равна длина резистора, если его температура повысилась при этом на 8 К? Удельное сопротивление меди $1{,}7 \cdot 10^{-8}$ Ом · м, плотность меди $8{,}9 \cdot 10^3$ кг/м^3, удельная теплоемкость меди 380 Дж/(кг · К). Изменением сопротивления резистора при нагревании и потерями тепловой энергии можно пренебречь. Ответ округлить до целого числа метров.

Обозначим t время нагревания, U — напряжение на резисторе, ΔT — изменение температуры резистора, $\rho_с$ — удельное сопротивление меди, $\rho_п$ — плотность меди, c — удельную теплоемкость меди, I — силу тока в резисторе, S — площадь поперечного сечения резистора, m — массу резистора, l — его длину, V — его объем, R — сопротивление резистора, Q — количество теплоты, выделившееся в резисторе.

Дано:

$t = 10$ с

$U = 2$ В

$\Delta T = 8$ К

$\rho_с = 1{,}7 \cdot 10^{-8}$ Ом · м

$\rho_п = 8{,}9 \cdot 10^3$ кг/м^3

$c = 380$ Дж/(кг · К)

l — ?

Решение

По закону Джоуля — Ленца

$$Q = \frac{U^2}{R}t.$$

Выразим сопротивление резистора через его длину:

$$R = \rho_с \frac{l}{S}.$$

С учетом этого

$$Q = \frac{U^2 S}{\rho_c l}t. \tag{1}$$

Это количество теплоты пошло на нагревание резистора:

$$Q = mc\Delta T. \tag{2}$$

Теперь выразим массу резистора через его объем, а объем — через длину и площадь сечения:

$$m = \rho_п V, \quad \text{где } V = lS, \quad \text{поэтому} \quad m = \rho_п\, l\, S. \qquad (3)$$

Подставим правую часть равенства (3) вместо массы в формулу (2):

$$Q = \rho_п lSc\Delta T. \qquad (4)$$

Нам осталось приравнять правые части равенств (1) и (4) и из полученного выражения найти длину резистора.

$$\frac{U^2S}{\rho_c l}t = \rho_п lSc\Delta T, \quad \frac{U^2}{\rho_c l}t = \rho_п lc\Delta T, \quad \text{откуда } l = U\sqrt{\frac{t}{\rho_c\rho_n c\Delta T}}.$$

Произведем вычисления:

$$l = 2\sqrt{\frac{10}{1,7\cdot 10^{-8}\cdot 8,9\cdot 10^3\cdot 380\cdot 8}}\ \text{м} = 9\ \text{м}.$$

Ответ: $l = 9$ м.

В41. Проводник массой 10 г и длиной 2 см висит неподвижно в магнитном поле индукцией 4 Тл. Найти силу тока в проводнике.

Обозначим m — массу проводника, l — его длину, B — индукцию магнитного поля, g — ускорение свободного падения, I — силу тока в проводнике, $F_А$ — силу Ампера, α — угол между вектором магнитной индукции и направлением тока в проводнике.

Дано:
$m = 10$ г
$l = 2$ см
$B = 4$ Тл
$g = 10$ м/с^2

I — ?

Решение

Так как проводник находится в равновесии, то по первому закону Ньютона сила тяжести $m\vec{g}$, направленная вниз, уравновешена силой Ампера $\vec{F}_А$, направленной вверх:

$$mg = F_А, \text{ где } F_А = BIl\sin\alpha.$$

$$\alpha = 90^0 \text{ и } \sin\alpha = 1.$$

С учетом этого $mg = BIl$, откуда

$$I = \frac{mg}{Bl}.$$

Произведем вычисления: $I = \dfrac{0,01\cdot 10}{4\cdot 0,02}$ А $= 1,25$ А.

Ответ: $I = 1,25$ А.

В42. В однородном магнитном поле индукцией 0,4 Тл находится прямой проводник длиной 0,15 м, расположенный перпендикулярно магнитным линиям. По проводнику идет ток силой 8 А. Под действием силы Ампера проводник перемещается на 0,025 м. Определить работу, совершенную при перемещении.

Обозначим B индукцию магнитного поля, l — длину проводника, I — силу тока в проводнике, S — модуль перемещения проводника, α_1 — угол между векторами силы Ампера и перемещения, α_2 — угол между направлением вектора индукции магнитного поля и направлением тока в проводнике, $F_А$ — силу Ампер, A — работу, совершенную при перемещении.

Дано:
$l = 0{,}15$ м
$B = 0{,}4$ Тл
$I = 8$ А
$S = 0{,}025$ м
$\alpha_1 = 0^о$
$\alpha_2 = 90^о$

A — ?

Решение

Работа, совершаемая силой Ампера, определяется произведением модуля этой силы на модуль перемещения проводника и на косинус угла α_1 между векторами силы и перемещения:

$$A = F_А S \cos \alpha_1.$$

Поскольку угол $\alpha_1 = 0^0$, а $\cos 0^0 = 1$, то

$$A = F_А S. \qquad (1)$$

Сила Ампера равна произведению модуля вектора индукции на силу тока в проводнике, на длину проводника в магнитном поле и на синус угла между вектором индукции и направлением тока: $F_А = BIl \sin \alpha_2$. Но поскольку угол $\alpha_2 = 90^0$, а $\sin 90^0 = 1$, то

$$F_А = BIl. \qquad (2)$$

Подставим (2) в (1):

$$A = BIlS.$$

Произведем вычисления:

$$A = 0{,}4 \cdot 8 \cdot 0{,}15 \cdot 0{,}025 \text{ Дж} = 1{,}2 \cdot 10^{-2} \text{ Дж}.$$

Ответ: $A = 1{,}2 \cdot 10^{-2}$ Дж.

В43. Электрон влетел в однородное магнитное поле индукцией B перпендикулярно магнитным линиям. Через какое время он окажется в точке влета? Масса и заряд электрона известны.

Обозначим m_e массу электрона, e — модуль заряда электрона, $F_Л$ — силу Лоренца, α — угол между векторами скорости и магнитной индукции, v — скорость электрона, $a_ц$ — его центростремительное ускорение, R — радиус окружности, T — период.

Дано:
B
m_e
e
α
T — ?

Решение

Электрон, влетевший в магнитное поле перпендикулярно магнитным линиям, станет двигаться по окружности, охватывающей эти линии. Время, через которое он окажется в точке влета, есть время полного оборота, т.е. период. При этом на электрон действует сила Лоренца, направленная в каждой точке траектории по радиусу к центру окружности.

Сила Лоренца

$$F_Л = Bve \sin \alpha.$$

Так как $\alpha = 90^0$, то

$$\sin \alpha = 1 \text{ и } F_Л = Bve.$$

По второму закону Ньютона $F_Л = m_e a_ц$. Приравняем правые части двух последних равенств:

$$Bve = m_e a_ц.$$

Теперь выразим центростремительное ускорение через линейную скорость электрона и период:

$$a_ц = \frac{v^2}{R}.$$

С учетом этого

$$Bve = \frac{v^2}{R}, \qquad Be = \frac{v}{R}, \qquad \text{где } v = \frac{2\pi R}{T}.$$

Подставим правую часть этого выражения в предыдущую формулу:

$$Be = \frac{2\pi R}{TR}, \qquad Be = \frac{2\pi}{T}, \qquad \text{откуда } T = \frac{2\pi}{Be}.$$

Ответ: $T = \dfrac{2\pi}{Be}$.

В44. Электрон, имеющий кинетическую энергию 91 эВ, влетел в скрещенные электрическое и магнитное поля, в которых векторы напряженности и магнитной индукции взаимно перпендикулярны. Вектор скорости электрона перпендикулярен силовым линиям обоих полей. Чему равна индукция магнитного поля, если электрон в этих полях стал двигаться равномерно и прямолинейно при напряженности электрического поля 100 В/см?

Обозначим, m_e — массу электрона, E — напряженность электрического поля, B — индукцию магнитного поля, W_k — кинетическую энергию электрона, $F_{эл}$ — электрическую силу, $F_{Л}$ — силу Лоренца, v — скорость электрона.

Дано:
$W_k = 91$ эВ
$e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл
$m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ кг
$E = 100$ В/см

B — ?

Решение

Поскольку электрон стал двигаться равномерно и прямолинейно, значит, на него стали действовать уравновешивающие друг друга электрическая сила $F_{эл}$ и сила Лоренца $F_{Л}$:

$$F_{эл} = F_{Л}, \text{ где } F_{эл} = eE, \text{ а } F_{Л} = Bev \sin\alpha,$$

где $\alpha = 90^0$ и $\sin\alpha = 1$.

Поэтому $eE = Bev$, откуда

$$B = \frac{eE}{ev} = \frac{E}{v}.$$

Скорость электрона найдем из формулы кинетической энергии:

$$W_k = \frac{m_e v^2}{2}, \quad \text{откуда} \quad v = \sqrt{\frac{2W_k}{m_e}}.$$

С учетом этого $$B = E\sqrt{\frac{m_e}{2W_k}}.$$

Произведем вычисления:
100 В/см $= 1 \cdot 10^4$ В/м, 91 эВ $= 91 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Дж.

$$B = 1 \cdot 10^4 \sqrt{\frac{9{,}1 \cdot 10^{-31}}{2 \cdot 91 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}}} \text{ Тл} \approx 1{,}8 \cdot 10^{-3} \text{ Тл} \approx 1{,}8 \text{ мТл}.$$

Ответ: $B = 1{,}8$ мТл.

В45. Круглый проволочный виток диаметром 50 см расположен своей плоскостью перпендикулярно магнитным линиям однородного магнитного поля индукцией 50 мТл. Сопротивление витка 2 Ом. Какой заряд протечет через поперечное сечение проводника, из которого изготовлен виток, при равномерном уменьшении магнитного поля до нуля? Явлением самоиндукции пренебречь.

Обозначим D диаметр витка, B_1 — начальную индукцию магнитного поля, B_2 — конечную индукцию магнитного поля, Φ_1 — начальный магнитный поток сквозь виток, Φ_2 — конечный магнитный поток сквозь виток, I_i — силу индукционного тока, Δt — время его протекания, q — заряд, прошедший через поперечное сечение проводника, S — площадь витка, $\mathcal{E}_i$ — ЭДС индукции, R — сопротивление витка.

Дано:
$D = 50$ см
$B_1 = 50$ мТл
$R = 2$ Ом
$B_2 = 0$
$\Phi_2 = 0$

q — ?

Решение

Заряд равен произведению силы индукционного тока на время его протекания:

$$q = I_i \Delta t.$$

По закону Ома сила индукционного тока равна отношению ЭДС индукции к сопротивлению витка:

$$I_i = \frac{\mathcal{E}_i}{R}.$$

По закону Фарадея для электромагнитной индукции

$$\mathcal{E}_i = -\frac{\Phi_2 - \Phi_1}{\Delta t} = \frac{\Phi_1}{\Delta t},$$

где магнитный поток сквозь виток до уменьшения магнитного поля $\Phi_1 = B_1 S$ и площадь витка

$$S = \frac{\pi D^2}{4},$$

поэтому

$$\Phi_1 = B_1 \frac{\pi D^2}{4} \quad \text{и} \quad \mathcal{E}_i = \frac{B_1 \pi D^2}{4\Delta t}.$$

Тогда сила тока

$$I_i = \frac{B_1 \pi D^2}{4\Delta t R},$$

а искомый заряд

$$q = \frac{B_1 \pi D^2}{4\Delta t R}\Delta t = \frac{B_1 \pi D^2}{4R},$$

$$q = \frac{50 \cdot 10^{-3} \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}5^2}{4 \cdot 2}\text{ Кл} = 4{,}9 \cdot 10^{-3}\text{ Кл} = 4{,}9\text{ мКл}.$$

Ответ: $q = 4{,}9$ мКл.

В46. Сопротивление проводящего контура $3 \cdot 10^{-2}$ Ом. За 2 с пересекающий контур магнитный поток равномерно изменяется на $1{,}2 \cdot 10^{-2}$ Вб. Определить силу индукционного тока в проводнике.

Обозначим R сопротивление проводника, Δt — время изменения магнитного потока, $\Delta\Phi$ — изменение магнитного потока, I_i — силу индукционного тока в проводнике, $\mathcal{E}_i$ — ЭДС электромагнитной индукции.

Дано:
$R = 3 \cdot 10^{-2}$ Ом
$\Delta t = 2$ с
$\Delta\Phi = 1{,}2 \cdot 10^{-2}$ Вб

I_i — ?

Решение

Силу тока найдем по закону Ома:

$$I_i = \frac{\mathcal{E}_i}{R}.$$

По закону Фарадея для электромагнитной индукции модуль ЭДС электромагнитной индукции

$$\mathcal{E}_i = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}.$$

Подставив правую часть второй формулы вместо ЭДС в первую, мы решим задачу в общем виде:

$$I_\text{i} = \frac{\Delta\Phi}{R\Delta t}.$$

Произведем вычисления:

$$I = \frac{1{,}2 \cdot 10^{-2}}{3 \cdot 10^{-2} \cdot 2}\ \text{А} = 0{,}2\ \text{А}.$$

Ответ: $I = 0{,}2$ А.

В47. Индуктивность катушки с малым сопротивлением равна 0,15 Гн, сила тока в ней 4А. Сколько теплоты выделится в катушке, если параллельно к ней подключить резистор с сопротивлением, во много раз большим, чем сопротивление катушки.

Обозначим L индуктивность катушки, I — силу тока в ней, Q — количество выделившейся теплоты, $W_\text{м}$ — энергию магнитного поля катушки.

Дано:
$L = 0{,}15$ Гн
$R >> r$
$I = 4$ А

Q — ?

Решение

При быстром отключении источника тока энергия магнитного поля катушки превратится в выделенное тепло, поэтому мы можем записать: $Q = W_\text{м}$. В свою очередь, энергия магнитного поля определяется половиной произведения индуктивности катушки на квадрат силы тока в ней. Поэтому

$$Q = W_{\text{м}} = \frac{LI^2}{2}.$$

Произведем вычисления:

$$Q = \frac{0,15 \cdot 4^2}{2}\ \text{Дж} = 1,2\ \text{Дж}.$$

Ответ: $Q = 1,2$ Дж.

В48. Катушка с площадью витка 20 см^2 имеет индуктивность 20 мГн. Число витков в ней 1000, индукция магнитного поля внутри катушки 1 мТл. Найти силу тока в катушке.

Обозначим S площадь витка, L — индуктивность катушки, N — число витков, B — индукцию магнитного поля, I — силу тока в катушке, Φ — магнитный поток, пересекающий катушку.

Дано:
$S = 20$ см^2
$L = 20$ мГн
$N = 1000$
$B = 1$ мТл

I — ?

Решение

Катушку пересекает магнитный поток, определяемый формулой

$$\Phi = BSN.$$

Этот магнитный поток связан с силой тока в катушке выражением

$$\Phi = LI.$$

Приравняем правые части этих формул и найдем силу тока:

$$BSN = LI, \quad \text{откуда} \quad I = \frac{BSN}{L}.$$

Произведем вычисления:

$$I = \frac{1 \cdot 10^{-3} \cdot 20 \cdot 10^{-4} \cdot 1000}{20 \cdot 10^{-3}}\ \text{А} = 0,1\ \text{А}.$$

Ответ: $I = 0,1$ А.

В49. За 5 мс в соленоиде с 500 витками магнитный поток равномерно уменьшился с 7 Вб до 9 мВб. Сопротивление проводника соленоида 100 Ом. Найти силу индукционного тока, возникшего при этом.

Обозначим Δt время уменьшения магнитного потока, N — число витков в соленоиде, Φ_1 — начальный магнитный поток, Φ_2 — конечный магнитный поток, R — сопротивление проводника соленоида, I_i — силу индукционного тока, $\mathcal{E}_i$ — ЭДС индукции.

Дано:
$\Delta t = 5$ мс
$N = 500$
$\Phi_1 = 7$ Вб
$\Phi_2 = 9$ мВб
$R = 100$ Ом

I_i — ?

Решение

По закону Ома сила индукционного тока

$$I_i = \frac{\mathcal{E}_i}{R}.$$

По закону Фарадея для электромагнитной индукции ЭДС индукции

$$\mathcal{E}_i = -\frac{\Phi_2 - \Phi_1}{\Delta t} N = \frac{\Phi_1 - \Phi_2}{\Delta t} N.$$

Подставим правую часть этого равенства в первую формулу:

$$I_i = \frac{\Phi_1 - \Phi_2}{\Delta t R} N.$$

Произведем вычисления: $I_i = \dfrac{7 - 9 \cdot 10^{-3}}{5 \cdot 10^{-3} \cdot 100} 500$ А $= 6991$ А.

Ответ: $I_i = 6991$ А.

В50. Проволочный виток, состоящий из 100 колец, пересекает однородное магнитное поле, уменьшающееся за 2 мс с 0,5 Тл до 0,1 Тл. При этом в витке возникает ЭДС индукции 8 В. Поле перпендикулярно плоскости витка. Найти радиус витка. Ответ округлить с точностью до одной сотой метра.

Обозначим N число колец в витке, t — время уменьшения магнитного поля, B_1 — начальную магнитную индукцию, B_2 — конечную магнитную индукцию, $\mathcal{E}_i$ — ЭДС индукции, R — радиус витка, S — площадь витка, Φ_1 — начальный магнитный поток, Φ_2 — конечный магнитный поток.

Дано:
$N = 100$
$t = 2$ мс
$B_1 = 0{,}5$ Тл
$B_2 = 0{,}1$ Тл
$\mathcal{E}_i = 8$ В

R — ?

Решение

По закону Фарадея для электромагнитной индукции ЭДС индукции

$$\mathcal{E}_i = -\frac{\Phi_2 - \Phi_1}{t} N = \frac{\Phi_1 - \Phi_2}{t} N,$$

где магнитный поток $\Phi_1 = B_1 S$ и площадь витка

$$S = \pi R^2.$$

С учетом этого

$$\Phi_1 = B_1 \pi R^2.$$

Аналогично конечный магнитный поток

$$\Phi_2 = B_2 \pi R^2.$$

Подставим правые части этих равенств вместо магнитных потоков в первую формулу и из полученного выражения найдем радиус витка:

$$\mathcal{E}_i = \frac{B_1\pi R^2 - B_2\pi R^2}{t}N = \frac{\pi R^2\left(B_1 - B_2\right)}{t}N,$$

откуда
$$R = \sqrt{\frac{\mathcal{E}_i t}{\pi N\left(B_1 - B_2\right)}}.$$

Произведем вычисления:

$$R = \sqrt{\frac{8\cdot 2\cdot 10^{-3}}{3{,}14\cdot 100\left(0{,}5 - 0{,}1\right)}}\ \text{м} = 0{,}01\ \text{м}.$$

Ответ: $R = 0{,}01$ м.

Часть 3

С1. Четыре одинаковых заряда расположены в вершинах квадрата и находятся в равновесии. Заряды соединены непроводящими ток нитями. Сила натяжения каждой нити 10 Н. Найти силу, действующую на каждый заряд со стороны двух ближайших к нему зарядов.

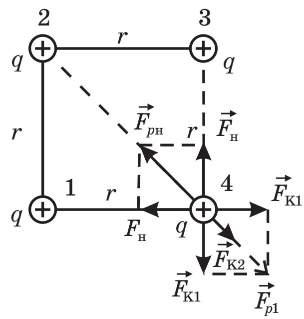


Рис. 290

Обозначим $F_\text{н}$ силу натяжения каждой нити, F_{p1} — силу, действующую на каждый заряд со стороны двух ближайших к нему зарядов, $F_{\text{К}1}$ — силу, действующую на заряд в четвертой вершине со стороны зарядов в вершинах 1 и 3, $F_{\text{К}2}$ — силу, действующую на заряд в четвертой вершине со стороны зарядов в вершине 2, k — коэффициент пропорциональности, q — модуль заряда, r — расстояние между зарядами, равное длине нити.

Дано:
$F_\text{н} = 10$ мН
$F_{\text{р}1}$ — ?

Решение

Выполним чертеж (рис. 290), на котором покажем все силы, приложенные к одному из зарядов, например, к заряду q в вершине 4. На остальные заряды действуют аналогичные силы.

На заряд в четвертой вершине действуют 5 сил: две одинаковые по модулю силы Кулона $F_{К1}$ со стороны зарядов в вершинах 1 и 3, сила Кулона $F_{К2}$ со стороны заряда в вершине 2 и две одинаковые по модулю силы натяжения нитей $F_н$, связывающих этот заряд с зарядами в вершинах 1 и 3.

Поскольку заряд в равновесии, все силы уравновешены. Нам надо найти силу F_{p1}, которая является равнодействующей двух сил Кулона F_{k1}. По теореме Пифагора

$$F_{p1} = \sqrt{F_{К1}^2 + F_{К1}^2} = F_{К1}\sqrt{2} = 1,4F_{К1}. \quad (1)$$

Теперь запишем условие равновесия сил:

$$F_{p1} + F_{К2} = F_{рн}, \quad (2)$$

где $F_{рн} = \sqrt{F_н^2 + F_н^2} = F_{к1}\sqrt{2} = 1,4F_н$ — равнодействующая двух сил натяжения, приложенных к заряду в вершине 4.

По закону Кулона

$$F_{К1} = k\frac{q^2}{r^2},\ F_{К2} = k\frac{q^2}{\left(\sqrt{r^2+r^2}\right)^2} = k\frac{q^2}{2r^2}.$$

С учетом этих равенств выражение (2) примет вид:

$$1,4\ k\frac{q^2}{r^2} + k\frac{q^2}{2r^2} = 1,4\ F_н, \qquad 1,9\,k\frac{q^2}{r^2} = 1,4\ F_н,$$

откуда
$$k\frac{q^2}{r^2} = F_{К1} = \frac{1,4}{1,9}F_н = \frac{14}{19}F_н.$$

Теперь подставим это равенство в формулу (1):

$$F_{p1} = 1,4 \cdot \frac{14}{19}F_н = 1,03\ F_н.$$

Произведем вычисления:

$$F_{p1} = 1,03 \cdot 10\ мН = 10,3\ мН.$$

Ответ: $F_{p1} = 5,2$ мН.

С2. Сторона равностороннего треугольника r. В двух его вершинах расположены два заряда q_1 и q_2, положительный и отрицательный (рис. 291). Определить напряженность поля этих зарядов в третьей вершине. Среда — вакуум.

Обозначим E_1 напряженность поля заряда q_1, E_2 — напряженность поля заряда q_2, k — коэффициент пропорциональности, α — угол при вершине равностороннего треугольника,

E — результирующую напряженность поля обоих зарядов в третьей вершине.

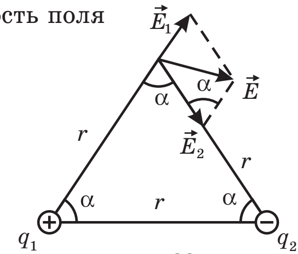


Рис. 291

Дано:
q_1
q_2
r
k
$\alpha = 60^o$

E — ?

Решение

Результирующий вектор $\vec{E}$ равен векторной сумме векторов $\vec{E}_1$ и $\vec{E}_2$, а его модуль может быть найден по теореме косинусов:

$$E = \sqrt{E_1^{\ 2} + E_2^{\ 2} - 2E_1E_2\cos\alpha}\ ,$$

где $\cos\alpha = \cos 60^o = \dfrac{1}{2}$,

поэтому

$$E = \sqrt{E_1^{\ 2} + E_2^{\ 2} - E_1E_2}.$$

Напряженности E_1 и E_2 определим по формуле напряженности поля точечного заряда:

$$E_1 = k\frac{q_1}{r^2} \quad \text{и} \quad E_2 = k\frac{q_2}{r^2}.$$

Подставим правые части этих выражений под корень предыдущей формулы:

$$E = \sqrt{\left(k\frac{q_1}{r^2}\right)^2 + \left(k\frac{q_2}{r^2}\right)^2 - k\frac{q_1}{r^2}k\frac{q_2}{r^2}} = \frac{k}{r^2}\sqrt{q_1^{\ 2} + q_2^{\ 2} - q_1q_2}.$$

Ответ: $E = \dfrac{k}{r^2}\sqrt{q_1^{\ 2} + q_2^{\ 2} - q_1q_2}$.

С3. Горизонтальная равномерно и положительно заряженная плоскость создает однородное электрическое поле напряженностью $E = 5$ кВ/м. На нее с высоты $h = 2$ м бросают вниз с начальной скоростью $v_0 = 0{,}5$ м/с маленький шарик массой $m = 50$ г, несущий положительный заряд $q = 50$ нКл. Найти скорость шарика в момент удара о плоскость.

Обозначим E напряженность электрического поля, h — высоту, с которой бросают шарик, v_0 — скорость бросания, m — массу шарика, q — заряд шарика, v — скорость шарика в момент удара о плоскость, a — ускорение шарика при падении, g — ускорение свободного падения, $F_{эл}$ — электрическую силу отталкивания шарика в электрическом поле.

Дано:
$E = 5$ кВ/м
$h = 2$ м
$v_0 = 0{,}5$ м/с
$m = 50$ г
$q = 50$ нКл

v — ?

Решение

Скорость шарика в конце падения с высоты h найдем из формулы кинематики, ведь нам известны его начальная скорость и пройденный путь, равный высоте падения:

$$v^2 - v_0{}^2 = 2ah, \quad \text{откуда} \quad v = \sqrt{v_0^2 + 2ah}. \quad (1)$$

Ускорение шарика a найдем из второго закона Ньютона. На шарик действуют направленная вниз сила тяжести mg и направленная вверх электрическая сила отталкивания $F_{эл}$. По второму закону Ньютона произведение массы шарика и его ускорения равно разности этих сил:

$$ma = mg - F_{эл},$$

откуда
$$a = \frac{mg - F_{эл}}{m} = g - \frac{F_{эл}}{m}.$$

Силу $F_{эл}$ определим из формулы напряженности:

$$F_{эл} = qE.$$

Подставим правую часть этого равенства в предыдущую формулу:

$$a = g - \frac{qE}{m}. \quad (2)$$

Нам осталось подставить правую часть равенства (2) в выражение (1), и задача в общем виде будет решена:

$$v = \sqrt{v_0^2 + 2\left(g - \frac{qE}{m}\right)h}.$$

Задача в общем виде решена. Выразим все величины в единицах СИ: 5 кВ/м = $5 \cdot 10^3$ В/м, 50 г = 0,05 кг, 50 нКл = $= 50 \cdot 10^{-9}$ Кл $= 5 \cdot 10^{-8}$ Кл.

Произведем вычисления:

$$v = \sqrt{0{,}5^2 + 2\left(10 - \frac{5 \cdot 10^{-8} \cdot 5 \cdot 10^3}{0{,}05}\right) \cdot 2} \text{ м/с} \approx 6{,}3 \text{ м/с}.$$

Ответ: $v = 6{,}3$ м/с.

С4. Три маленьких шарика с зарядом q на каждом шарике расположены в вакууме на расстоянии r друг от друга и соединены вытянутыми вдоль одной прямой одинаковыми горизонтальными нитями (рис. 292). Какую кинетическую энергию W_k приобретет каждый крайний шарик, если обе нити одновременно пережечь?

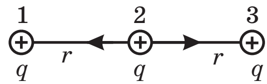


Рис. 292

Обозначим W энергию системы 3 зарядов, φ_1 — потенциал электрического поля в точке 1, где находится первый заряд, φ_2 — потенциал электрического поля в точке 2, где находится второй заряд, φ_3 — потенциал электрического поля в точке 3, где находится третий заряд, k — коэффициент пропорциональности.

Дано:	*Решение*
q r	Понятно, что, когда нити пережгут, крайние шарики станут разбегаться в противоположные стороны, поскольку они заряжены одноименно, и только средний шарик останется на месте.
W_k — ?	

Воспользуемся законом сохранения энергии. Общая энергия системы зарядов равна энергии шариков сразу после пережигания нитей, она же никуда не денется. Поэтому кинетическая энергия каждого из двух убегающих шариков будет равна половине этой общей энергии.

Энергию системы зарядов найти немножко сложно, но можно. Для этого воспользуемся формулой энергии системы зарядов, которая применительно к системе трех одинаковых зарядов примет такой вид:

$$W = \frac{1}{2}(q\varphi_1 + q\varphi_2 + q\varphi_3) = \frac{q}{2}(\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3).$$

Тогда кинетическая энергия каждого из разбегающихся из точек 1 и 3 крайних зарядов будет равна

$$W_k = \frac{W}{2} = \frac{q}{4}(\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3). \quad (1)$$

В точке 1 потенциал φ_1 электрического поля, созданного зарядами, находящимися в точках 2 и 3 на расстояниях r и $2r$ от точки 1, согласно формуле потенциала точечного заряда равен

$$\varphi_1 = k\frac{q}{r} + k\frac{q}{2r} = \frac{3}{2}k\frac{q}{r}. \quad (2)$$

Отметим сразу, что в точке 3 потенциал φ_3 поля, созданного зарядами, расположенными в точках 1 и 2, равен потенциалу φ_1 в силу симметрии:

$$\varphi_3 = \varphi_1. \tag{3}$$

В точке 2 потенциал φ_2 поля, созданного зарядами, находящимися в точках 1 и 3, равен удвоенному потенциалу поля каждого из этих зарядов, поскольку сами заряды и расстояния от точек 1 и 3 до точки 2 одинаковы. Поэтому

$$\varphi_2 = 2k\frac{q}{r}. \tag{4}$$

Осталось подставить правые части равенств (2) и (4) с учетом равенства (3) в формулу (1) и выполнить упрощения. Проделаем эти действия:

$$W_k = \frac{q}{4}\left(\frac{3}{2}k\frac{q}{r} + 2k\frac{q}{r} + \frac{3}{2}q\frac{q}{r}\right) = 1{,}25k\frac{q^2}{r}.$$

Ответ: $W_k = 1{,}25k\dfrac{q^2}{r}$.

С5. Электрон влетел в поле конденсатора параллельно его обкладкам со скоростью $2\cdot10^7$ м/с (рис. 293). Длина конденсатора 0,05 м, расстояние между его обкладками 0,02 м, разность потенциалов между ними $U = 200$ В. Отношение заряда электрона к его массе $1{,}76\cdot10^{11}$ Кл/кг. Определить смещение электрона к положительной обкладке за время пролета конденсатора.

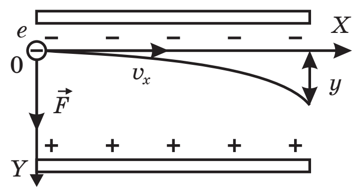


Рис. 293

Обозначим v_x проекцию скорости электрона на ось OX, l — длину конденсатора, U — разность потенциалов между его обкладками, d — расстояние между обкладками конденсатора, e/m — отношение заряда электрона к его массе, v_{oy} — проекция начальной скорости электрона на ось OY при влете в конденсатор, y — координату на оси OY, равную расстоянию, на которое сместится электрон вдоль оси OY за время пролета конденсатора, t — время движения электрона в конденсаторе, a — его ускорение, F — силу, действующую на электрон со стороны поля конденсатора, E — напряженность поля конденсатора.

Дано:
$v_x = 2 \cdot 10^7$ м/с
$v_{oy} = 0$
$l = 0{,}05$ м
$U = 200$ В
$d = 0{,}02$ м
$\dfrac{e}{m} = 1{,}76 \cdot 10^{11}$ Кл/кг

y — ?

Решение

За время, пока электрон будет лететь вдоль оси OX равномерно и прямолинейно, он спустится вдоль оси OY на расстояние y, двигаясь равноускоренно без начальной скорости. Поэтому уравнения движения электрона вдоль осей координат будут иметь вид:

$$l = v_x t \quad \text{и} \quad y = \frac{at^2}{2}.$$

Из первой формулы $t = \dfrac{l}{v_x}$.

Подставим это выражение в во вторую формулу:

$$y = \frac{a}{2}\left(\frac{l}{v_x}\right)^2. \quad (1)$$

Ускорение электрона найдем по второму закону Ньютона:

$$a = \frac{F}{m},$$

где из формулы напряженности $F = eE$,

поэтому $a = \dfrac{e}{m}E$.

Напряженность однородного поля конденсатора связана с разностью потенциалов на его обкладках формулой

$$E = \frac{U}{d}, \quad \text{поэтому} \quad a = \frac{eU}{md}. \quad (2)$$

Нам осталось подставить (2) в (1) и учесть, что $x = l$:

$$y = \frac{e}{m} \cdot \frac{U}{2d}\left(\frac{l}{v_x}\right)^2.$$

Произведем вычисления:

$$y = 1{,}76 \cdot 10^{11} \frac{200}{2 \cdot 0{,}02}\left(\frac{0{,}05}{2 \cdot 10^7}\right)^2 \text{ м} \approx 5{,}5 \cdot 10^{-3} \text{ м} \approx 5{,}5 \text{ мм}.$$

Ответ: $y = 5{,}5$ мм.

С6. Точка M отстоит от заряда-источника q_0 на вдвое большем расстоянии, чем точка N (рис. 294). При перемещении

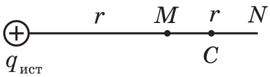


Рис. 294

заряда из точки M в точку N электрическое поле совершило работу 9 Дж. Какую работу оно совершит, перемещая этот заряд из точки M в точку на середине отрезка MN?

Обозначим $r_1 = r$ расстояние от точки M до заряда-источника q_0, $r_2 = 2r$ — расстояние от точки N до заряда-источника, A_1 — работу, совершенную полем при перемещении заряда из точки M в точку N, A_2 — работу, совершенную полем при перемещении заряда из точки M в точку C на середине отрезка MN, W_M — потенциальную энергию заряда q в точке M, W_N — потенциальную энергию заряда q в точке N, W_C — потенциальную энергию заряда q в точке C, q_0 — модуль заряда-источника, q — модуль перемещаемого заряда, φ_M — потенциал электрического поля заряда-источника в точке M, φ_N — потенциал электрического поля заряда-источника в точке N, φ_C — потенциал электрического поля заряда-источника в точке C, k — коэффициент пропорциональности.

Дано:
$r_1 = r$
$r_2 = 2r$
$A_1 = 9$ Дж

A_2 — ?

Решение

Работа перемещения заряда q из точки M в точку N равна изменению его потенциальной энергии, взятой со знаком «минус»:

$$A_1 = -(W_N - W_M) = W_M - W_N.$$

Аналогично, $$A_2 = W_M - W_C.$$

Потенциальная энергия заряда в точках M, C и N определяется формулами

$$W_M = q\varphi_M, \quad W_C = q\varphi_C \quad \text{и} \quad W_N = q\varphi_N,$$

поэтому

$$A_1 = q\varphi_M - q\varphi_N = q(\varphi_M - \varphi_N) \tag{1}$$

и

$$A_2 = q(\varphi_M - \varphi_C). \tag{2}$$

По формуле потенциала поля точечного источника

$$\varphi_M = k\frac{q_0}{r}, \quad \varphi_C = k\frac{q_0}{1,5r} \quad \text{и} \quad \varphi_N = k\frac{q_0}{2r}.$$

Подставим правые части этих выражений в формулы (1) и (2):

$$A_1 = q\left(k\frac{q_0}{r} - k\frac{q_0}{2r}\right) = k\frac{qq_0}{2r}$$

и
$$q\left(k\frac{q_0}{r}-k\frac{q_0}{1,5r}\right)=k\frac{qq_0}{3r}.$$

Теперь разделим левые и правые части этих равенств друг на друга:
$$\frac{A_1}{A_2}=\frac{kqq_0\cdot 3r}{2r\cdot kqq_0}=1,5,$$

откуда
$$A_2=\frac{A_1}{1,5}=\frac{9}{1,5}\text{ Дж}=6\text{ Дж}.$$

Ответ: $A_2 = 6$ Дж.

С7. Незаряженный металлический цилиндр вращается вокруг своей оси с частотой ν. Найти напряженность E возникающего при этом электрического поля внутри цилиндра на расстоянии r от его оси.

Обозначим m_e массу электрона, e — модуль заряда электрона, F — силу, действующую на электрон во вращающемся цилиндре, $a_ц$ — центростремительное ускорение электрона, ω — угловую скорость электрона.

Дано:
ν
r
m_e
e
E — ?

Решение

Свободные электроны металлического цилиндра при его вращении движутся по окружностям под действием силы, вызывающей их смещение, в результате которого в цилиндре возникает электрическое поле. Эта сила F равна, согласно второму закону Ньютона, произведению массы электрона m_e и его центростремительного ускорения $a_ц$:
$$F=m_e a_ц. \qquad (1)$$

Центростремительное ускорение равно произведению квадрата угловой скорости электрона ω и радиуса его орбиты r:
$$a_ц=\omega^2 r.$$

Выразим угловую скорость электрона через известную нам частоту его вращения:
$$\omega=2\pi\nu.$$

С учетом этого предыдущее равенство примет вид:
$$a_ц=(2\pi\nu)^2 r. \qquad (2)$$

Подставим равенство (2) в формулу (1):

$$F = m_e (2\pi\nu)^2 r . \tag{3}$$

Сила, действующая на электрон в электрическом поле, равна произведению напряженности этого поля и модуля заряда e:

$$F = Ee . \tag{4}$$

Подставим равенства (3) и (4) в формулу (1) и из полученного выражения определим напряженность поля:

$$m_e (2\pi\nu)^2 r = Ee ,$$

откуда

$$E = \frac{m_e r}{e}(2\pi\nu)^2.$$

Ответ: $E = \frac{m_e r}{e}(2\pi\nu)^2$.

С8. Кольцо заряжено отрицательно с линейной плотностью τ. Из бесконечности к нему летит электрон по прямой, проходящей через центр кольца (рис. 295). Какую начальную скорость должен иметь электрон, чтобы долететь до центра кольца?

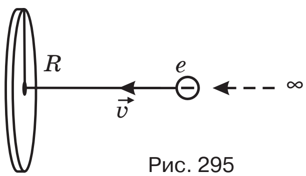


Рис. 295

Обозначим m_e — массу электрона, e — модуль заряда электрона, W_p — потенциальную энергию электрического поля кольца, W_k — кинетическую энергию электрона, φ — потенциал поля в центре кольца, $q_о$ — заряд кольца, R — радиус кольца, k — коэффициент пропорциональности.

Дано:	*Решение*
τ m_e e	Чтобы электрон пролетел сквозь кольцо, потенциальная энергия электрического поля кольца W_p в предельном случае должна быть равна кинетической энергии электрона W_k:
v — ?	

$$W_p = W_k. \tag{1}$$

Потенциальная энергия поля кольца равна произведению модуля заряда электрона e и потенциала поля в центре кольца φ :

$$W_p = e\varphi . \tag{2}$$

Потенциал в центре кольца определяет такая же формула, что и потенциал поля точечного заряда:

$$\varphi = k\frac{q_0}{R}.$$

Заряд кольца найдем, умножив линейную плотность зарядов на нем на длину окружности радиусом R:

$$q_0 = \tau \cdot 2\pi R.$$

Подставим это равенство в предыдущую формулу:

$$\varphi = k\frac{\tau \cdot 2\pi R}{R} = 2\pi k\tau. \qquad (3)$$

Теперь подставим равенство (3) в формулу (2):

$$W_p = 2\pi ek\tau. \qquad (4)$$

Теперь запишем формулу кинетической энергии электрона:

$$W_k = \frac{m_e v^2}{2}. \qquad (5)$$

Нам осталось приравнять правые части равенств (4) и (5) согласно закону сохранения энергии (1) и из полученного выражения определить скорость электрона:

$$2\pi ek\tau = \frac{m_e v^2}{2}, \qquad \text{откуда} \qquad v = 2\sqrt{\frac{\pi ek\tau}{m_e}}.$$

Ответ: $v = 2\sqrt{\dfrac{\pi ek\tau}{m_e}}$.

С9. С вершины идеально гладкой наклонной плоскости высотой h с углом при основании α соскальзывает небольшое тело массой m, несущее отрицательный заряд $-q$. В вершине прямого угла находится равный ему по модулю положительный заряд (рис. 296). Найти скорость тела v у основания наклонной плоскости.

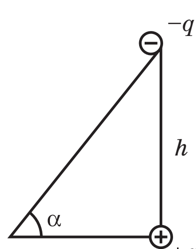


Рис. 296

Обозначим W_p потенциальную энергию тела на высоте h, W_1 — его электрическую энергию там же, W_k — кинетическую энергию тела у основания наклонной плоскости, W_2 — электрическую энергию тела у основания в поле положительного заряда, k — коэффициент пропорциональности, g — ускорение свободного падения, φ_1 — потенциала поля на вершине.

Дано:	**_Решение_**
h α q m k g	По закону сохранения энергии сумма потенциальной энергии тела на высоте h над основанием наклонной плоскости W_p и электрической энергии этого тела W_1 на вершине наклонной плоскости в поле положительного заряда равна сумме кинетической энергии тела у основания наклонной плоскости W_k и электрической энергии этого тела W_2 у основания в поле
v — ?	

положительного заряда:

$$W_p + W_1 = W_k + W_2. \quad (1)$$

Потенциальная энергия тела на вершине наклонной плоскости равна произведению его массы, ускорения свободного падения g и высоты наклонной плоскости h:

$$W_p = mgh. \quad (2)$$

Электрическая энергия тела на вершине наклонной плоскости равна произведению модуля заряда тела и потенциала φ_1 поля на вершине:

$$W_1 = q\varphi_1, \quad \text{где} \quad \varphi_1 = k\frac{q}{h},$$

поэтому

$$W_1 = k\frac{q^2}{h}. \quad (3)$$

Кинетическая энергия тела у основания наклонной плоскости равна:

$$W_k = \frac{mv^2}{2}. \quad (4)$$

Электрическая энергия тела у основания наклонной плоскости на расстоянии $h \operatorname{ctg} \alpha$ от положительного заряда равна:

$$W_2 = q\varphi_2, \quad \text{где} \quad \varphi_1 = k\frac{q}{h \operatorname{ctg} \alpha}.$$

С учетом этого

$$W_2 = k\frac{q^2}{h \operatorname{ctg} \alpha}. \quad (5)$$

Подставим правые части равенств (2), (3), (4) и (5) в формулу (1) и из полученного выражения найдем скорость тела у основания наклонной плоскости:

$$mgh + k\frac{q^2}{h} = \frac{mv^2}{2} + k\frac{q^2}{h\operatorname{ctg}\alpha},$$

откуда $\dfrac{mv^2}{2} = mgh + k\dfrac{q^2}{h} - k\dfrac{q^2}{h\operatorname{ctg}\alpha} = mgh + k\dfrac{q^2}{h}(1 - \operatorname{tg}\alpha)$ и

$$v = \sqrt{\frac{2}{m}\left(mgh + k\frac{q^2}{h}(1 - \operatorname{tg}\alpha)\right)}.$$

Ответ: $v = \sqrt{\dfrac{2}{m}\left(mgh + k\dfrac{q^2}{h}(1 - \operatorname{tg}\alpha)\right)}$.

С10. Энергия двух заряженных проводников W_1 и W_2, их емкости одинаковы. Какое количество теплоты выделится при соединении этих проводников?

Обозначим W_1 энергию первого проводника, W_1 — энергию второго проводника, W — энергию проводников после их соединения, q_1 — заряд первого проводника до соединения, q_2 — заряд второго проводника до соединения, C — емкость каждого проводника.

Дано:	***Решение***
W_1 W_2	Выделившееся количество теплоты равно разности между суммарной энергией проводников до их соединения и после:
Q — ?	

$$Q = W_1 + W_2 - W.$$

Энергию проводников до соединения выразим через их заряды и емкости:

$$W_1 = \frac{q_1^2}{2C} \ (1) \qquad \text{и} \qquad W_2 = \frac{q_2^2}{2C}, \qquad (2)$$

а энергию проводников после соединения выразим через их суммарный заряд и одинаковый потенциал:

$$W = \frac{q_1 + q_2}{2}\varphi.$$

Поскольку емкости проводников одинаковы, суммарный заряд их $q_1 + q_2$ при соединении разделится поровну, и на каждом из них после соединения окажется заряд $\frac{q_1 + q_2}{2}$, а потенциалы их станут одинаковы. Потенциал каждого проводника после соединения

$$\varphi = \frac{q_1 + q_2}{2C},$$

поэтому энергия после соединения

$$W = \frac{q_1 + q_2}{2 \cdot 2C}(q_1 + q_2) = \frac{(q_1 + q_2)^2}{4C}. \qquad (3)$$

Теперь выразим из формул (1) и (2) заряды через известные энергии и подставим их в равенство (3):

$$q_1 = \sqrt{2CW_1} \quad \text{и} \quad q_2 = \sqrt{2CW_2},$$

$$W = \frac{\left(\sqrt{2CW_1} + \sqrt{2CW_2}\right)^2}{4C} = \frac{\left(\sqrt{2C}\right)^2\left(\sqrt{W_1} + \sqrt{W_2}\right)^2}{4C} = \frac{\left(\sqrt{W_1} + \sqrt{W_2}\right)}{2}.$$

Теперь подставим правую часть этого выражения в равенство (1):

$$Q = W_1 + W_2 — \frac{\left(\sqrt{W_1} + \sqrt{W_2}\right)^2}{2} =$$

$$= \frac{2W_1 + 2W_2 - W_1 - 2\sqrt{W_1 W_2} - W_2}{2} = \frac{W_1 + W_2}{2} - \sqrt{W_1 W_2}.$$

Ответ: $Q = \frac{W_1 + W_2}{2} - \sqrt{W_1 W_2}$.

С11. Поверхностная плотность зарядов на обкладках воздушного конденсатора 0,1 мкКл/м^2, их площадь 5 см^2, емкость конденсатора 1 пФ. Найти скорость электрона, пролетевшего от одной обкладки к другой без начальной скорости. Силой тяжести, действующей на электрон, пренебречь.

Обозначим σ поверхностную плотность зарядов на обкладках конденсатора, S — площадь обкладок, C — емкость конденсатора, v_0 — начальную скорость электрона, v — конечную скорость электрона у другой обкладки, a — ускорение электрона, m_e — его массу, F — силу, действующую на электрон в электрическом поле конденсатора, d — расстояние между обкладками конденсатора.

Дано:	*Решение*
$\sigma = 0{,}1$ мкКл/м^2 $S = 5$ см^2 $C = 1$ пФ $v_0 = 0$ $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл $m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ кг	Конечную скорость найдем из формулы кинематики
v — ?	

$$v^2 - v_0^2 = 2ad,$$

откуда при $v_0 = 0$

$$v = \sqrt{2ad}. \quad (1)$$

По второму закону Ньютона

$$a = \frac{F}{m_e},$$

где $F = eE$ и в однородном поле плоского конденсатора

$$E = \frac{U}{d}.$$

С учетом этих равенств

$$a = \frac{eU}{m_e d}. \quad (2)$$

Подставим правую часть равенства (2) в формулу (1):

$$v = \sqrt{2\frac{eU}{m_e d}d} = \sqrt{2\frac{eU}{m_e}}. \quad (3)$$

Напряжение на обкладках конденсатора выразим из формулы емкости:

$$C = \frac{q}{U}, \quad \text{откуда} \quad U = \frac{q}{C}.$$

Заряд на обкладках выразим через поверхностную плотность зарядов:

$$\sigma = \frac{q}{S}, \quad \text{откуда} \quad q = \sigma S \text{ и } U = \frac{\sigma S}{C}. \quad (4)$$

Нам осталось подставить правую часть равенства (4) в выражение (3):

$$v = \sqrt{2\frac{e\sigma S}{m_e C}}.$$

Выразим все величины в единицах СИ: $0{,}1$ мкКл/м^2 = $= 0{,}1 \cdot 10^{-6}$ Кл/м$^2 = 10^{-7}$ Кл/м^2, 5 см$^2 = 5 \cdot 10^{-4}$ м^2, 1 пФ $= 10^{-12}$ Ф.

Произведем вычисления:

$$v = \sqrt{2\frac{1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^{-7} \cdot 5 \cdot 10^{-4}}{9{,}1 \cdot 10^{-31} \cdot 10^{-12}}} \text{ м/с} \approx 4 \cdot 10^6 \text{ м/с}.$$

Ответ: $v \approx 4 \cdot 10^6$ м/с.

C12. На рис. 297 изображена схема с двумя конденсаторами емкостями $C_1 = 2$ мкФ и $C_2 = 4$ мкФ, подключенными к источникам напряжения $U_1 = 4$ В и $U_2 = 6$ В. Найти разность потенциалов $\varphi_M - \varphi_N$ между точками M и N.

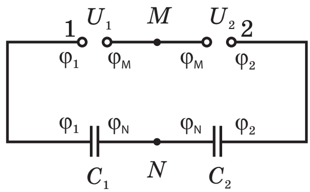


Рис. 297

Обозначим q — заряд конденсаторов, φ_1 — потенциал клеммы 1, φ_2 — потенциал клеммы 2.

Дано:
$C_1 = 2$ мкФ
$C_2 = 4$ мкФ
$U_1 = 4$ В
$U_2 = 6$ В
$\varphi_M - \varphi_N$ — ?

Решение

Конденсаторы соединены последовательно, и, значит, заряд на них одинаков. Этот заряд q можно выразить как произведение известных емкостей каждого конденсатора и разности потенциалов на его обкладках.

Обозначим потенциал клеммы 1 буквой φ_1, а потенциал клеммы 2 — буквой φ_2. Тогда левая обкладка конденсатора C_1, соединенная с клеммой 1, будет иметь потенциал φ_1, а правая обкладка конденсатора C_2 по той же причине будет иметь потенциал φ_2. А правая обкладка конденсатора C_1 и левая обкладка конденсатора C_2 будут иметь потенциал φ_N, поскольку конденсаторы соединены в точке N между собой. Поэтому заряд на конденсаторе C_1 будет равен:

$$q = C_1(\varphi_1 - \varphi_N),$$

а такой же заряд на конденсаторе C_2:

$$q = C_2(\varphi_N - \varphi_2).$$

Поскольку о зарядах в условии речь не идет, «уйдем» от них, приравняв правые части этих равенств:

$$C_1(\varphi_1 - \varphi_N) = C_2(\varphi_N - \varphi_2). \quad (1)$$

Потенциал φ_N мы ввели в формулу. Теперь ввести бы в наше решение потенциал φ_M. Посмотрим внимательно на чертеж. Правая клемма источника напряжения U_1 и левая клемма источника напряжения U_2 соединены друг с другом в точке М, значит, потенциал этих клемм одинаков и равен φ_M. Далее, мы вправе записать, что

$$U_1 = \varphi_1 - \varphi_M \ (2) \qquad \text{и} \qquad U_2 = \varphi_M - \varphi_2. \quad (3)$$

Сами потенциалы φ_M и φ_N нам не нужны, а нужна их разность. А вот от потенциалов φ_1 и φ_2 нам следовало бы «уйти». Только как? А что если выразить из формул (2) и (3) эти самые потенциалы и подставить правые части полученных выражений в формулу (1) вместо φ_1 и φ_2? Давайте попробуем и посмотрим, что получится:

Из (2)

$$\varphi_1 = U_1 + \varphi_M, \tag{4}$$

а из (3)

$$\varphi_2 = \varphi_M - U_2. \tag{5}$$

Теперь подставляем в равенство (1) правые части выражений (4) и (5):

$$C_1(U_1 + \varphi_M - \varphi_N) = C_2(\varphi_N - \varphi_M + U_2). \tag{6}$$

Теперь можно найти из этого равенства разность $\varphi_M - \varphi_N$ (правда, справа придется поменять потенциалы местами, там ведь в скобках $\varphi_N - \varphi_M$, но это не проблема). Раскрываем скобки в равенстве (6), оставляя при этом разность потенциалов в скобках:

$$C_1U_1 + C_1(\varphi_M - \varphi_N) = C_2(\varphi_N - \varphi_M) + C_2U_2$$

или

$$C_1U_1 + C_1(\varphi_M - \varphi_N) = -C_2(\varphi_M - \varphi_N) + C_2U_2.$$

Отсюда

$$\varphi_M - \varphi_N = \frac{C_2U_2 - C_1U_1}{C_1 + C_2}.$$

Произведем вычисления:

$$\varphi_M - \varphi_N = \frac{4 \cdot 6 - 2 \cdot 4}{2 + 4}\ \text{В} \approx 2{,}7\ \text{В}.$$

Ответ: $\varphi_M - \varphi_N \approx 2{,}7$ В.

С13. Проводник емкостью 5 пФ заряжен до потенциала 0,5 кВ, а проводник емкостью 8 пФ заряжен до потенциала 0,8 кВ. Расстояние между проводниками велико по сравнению с их размерами. Какое количество теплоты выделится при соединении этих проводников проволокой?

Обозначим C_1 емкость первого проводника, φ_1 — его потенциал до соединения со вторым проводником, C_2 — емкость второго проводника, φ_2 — его потенциал до соединения с первым проводником, Q — количество теплоты, которое выделится при соединении этих проводников проволокой, W — общую энергию проводников после их соединения, W_1 — энергию первого проводника до их соединения, W_2 — энергию второго проводника до их соединения, q_1 — заряд на первом проводнике до соединения, q_2 — заряд на втором проводнике до соединения, q — общий заряд на проводниках, φ — потенциал проводников после их соединения.

Дано:
$C_1 = 5$ пФ
$\varphi_1 = 0{,}5$ кВ
$C_2 = 8$ пФ
$\varphi_2 = 0{,}8$ кВ

Q — ?

Решение

В подобных задачах для нахождения выделенного количества теплоты лучше всего использовать закон сохранения энергии, согласно которому это количество теплоты равно разности общей энергии проводников W после их соединения и энергии каждого проводника W_1 и W_2 до соединения

$$Q = W - W_1 - W_2. \quad (1)$$

Общую энергию проводников после их соединения лучше определить по формуле, куда не входит общая емкость соединенных проводников, поскольку ее мы не знаем (здесь нельзя применять законы последовательного или параллельного соединения конденсаторов):

$$W_{\text{общ}} = \frac{q\varphi}{2}. \quad (2)$$

Общий заряд проводников q после их соединения по закону сохранения зарядов равен сумме их зарядов q_1 и q_2 до соединения:

$$q = q_1 + q_2.$$

Заряды на каждом проводнике до соединения можно найти, воспользовавшись формулой емкости, из которой следует, что

$$q_1 = C_1\varphi_1 \quad \text{и} \quad q_2 = C_2\varphi_2.$$

Подставим правые части этих двух равенств в предыдущее выражение:

$$q = C_1\varphi_1 + C_2\varphi_2. \quad (3)$$

После соединения потенциал проводников φ стал одинаков. Заряд на пером проводнике стал равен $C_1\varphi$, а на втором — $C_2\varphi$. Тогда, согласно закону сохранения зарядов,

$$C_1\varphi_1 + C_2\varphi_2 = C_1\varphi + C_2\varphi\ ,$$

откуда

$$\varphi = \frac{C_1\varphi_1 + C_2\varphi_2}{C_1 + C_2}. \qquad (4)$$

Теперь подставим правые части равенств (3) и (4) в формулу (2). Так мы определим общую энергию проводников после соединения через известные нам величины:

$$W = \frac{(C_1\varphi_1 + C_2\varphi_2)(C_1\varphi_1 + C_2\varphi_2)}{2(C_1 + C_2)} = \frac{(C_1\varphi_1 + C_2\varphi_2)^2}{2(C_1 + C_2)}. \qquad (5)$$

Энергии проводников до соединения проще определить по формуле 158):

$$W_1 = \frac{C_1\varphi_1^2}{2}\ (6)\quad \text{и}\quad W_2 = \frac{C_2\varphi_2^2}{2}. \qquad (7)$$

Нам осталось подставить правые части формул (6) и (7) в равенство (1) и выполнить упрощения:

$$Q = \frac{(C_1\varphi_1 + C_2\varphi_2)^2}{2(C_1 + C_2)} - \frac{C_1\varphi_1^2}{2} - \frac{C_2\varphi_2^2}{2}.$$

Задача в общем виде решена. Но полученное довольно громоздкое выражение можно упростить, если привести все выражение в правой части к общему знаменателю и раскрыть квадрат суммы в числителе уменьшаемого. Проделаем эти действия:

$$Q = \frac{C_1^2\varphi_1^2 + 2C_1\varphi_1C_2\varphi_2 + C_2^2\varphi_2^2 - C_1^2\varphi_1^2 - C_1C_2\varphi_1^2 - C_1C_2\varphi_2^2 - C_2^2\varphi_2^2}{2} =$$

$$= \frac{C_1C_2(\varphi_1^2 + 2\varphi_1\varphi_2 + \varphi_2^2)}{2(C_1 + C_2)} = -\frac{C_1C_2(\varphi_1 + \varphi_2)^2}{2(C_1 + C_2)}.$$

Знак «минус» перед дробью свидетельствует, что энергия системы проводников уменьшилась.

Произведем вычисления:

$$Q = -\frac{5\cdot 8\left(0{,}5 + 0{,}8\right)}{2\left(5 + 8\right)}\ \text{Дж} = 2\ \text{Дж}.$$

Ответ: $Q = -\,2$ Дж.

С14. Пылинка массой m с зарядом q влетает в электрическое поле плоского конденсатора посередине между его

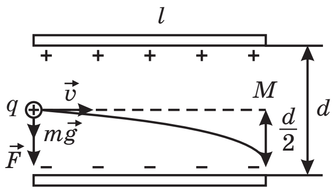


Рис. 298

обкладками (рис. 298). С какой минимальной скоростью должна влететь пылинка, чтобы пролететь конденсатор насквозь? Длина обкладок конденсатора l, расстояние между ними d, напряжение на обкладках U.

Обозначим v скорость пылинки, g — ускорение свободного падения, F — силу, действующую на пылинку со стороны электрического поля, t — время пролета конденсатора, E — напряженность электрического поля конденсатора, a — ускорение пылинки.

Дано:
m
q
l
d
U
v — ?

Решение

Если бы на пылинку не действовали электрическая сила со стороны обкладок и сила тяжести, она пролетела бы конденсатор, двигаясь равномерно и прямолинейно со скоростью v параллельно его обкладкам, и вылетела бы из конденсатора в точке M. Но на нее со стороны обкладок действует сила $\vec{F}$, направленная вниз, и, кроме того, вниз направлена сила тяжести $m\vec{g}$. Поэтому пылинка будет одновременно двигаться вниз равноускоренно. В момент вылета из конденсатора она пройдет по горизонтали расстояние l и за это же время по вертикали она сместится на отрезок $d/2$.

В итоге ее траекторией будет парабола. Согласно уравнениям равномерного и равноускоренного движений

$$v = \frac{l}{t} \text{ и } \frac{d}{2} = \frac{at^2}{2},$$

поскольку проекция скорости пылинки на вертикальное направление в момент влета в конденсатор равна 0. Из второго уравнения

$$t = \sqrt{\frac{d}{a}}.$$

С учетом этого $$v = l\sqrt{\frac{a}{d}}.$$

Ускорение пылинки найдем по второму закону Ньютона, согласно которому

$$a = \frac{mg + F}{m} = g + \frac{F}{m}.$$

С учетом этого $$v = l\sqrt{\frac{1}{d}\left(g + \frac{F}{m}\right)}. \qquad (1)$$

Выразим электрическую силу через напряженность однородного поля между обкладками, а напряженность — через напряжение на обкладках:

$$F = qE, \quad \text{где} \quad E = \frac{U}{d}, \quad \text{поэтому} \quad F = q\frac{U}{d}. \qquad (2)$$

Нм осталось подставить правую часть равенства (2) вместо силы F в формулу (1):

$$v = l\sqrt{\frac{1}{d}\left(g + \frac{qU}{md}\right)}.$$

Ответ: $v = l\sqrt{\frac{1}{d}\left(g + \frac{qU}{md}\right)}$.

С15. Какова должна быть ЭДС источника тока, изображенного на рис. 246, чтобы напряженность электрического поля между обкладками конденсатора была равна 6 кВ/м, если внутреннее сопротивление источника втрое меньше сопротивления каждого из резисторов? Расстояние между обкладками конденсатора равно 2 мм.

Обозначим E напряженность электрического поля между обкладками конденсатора, r — внутреннее сопротивление источника тока, R — внешнее сопротивление, d — расстояние между обкладками конденсатора, $\mathcal{E}$ — ЭДС источника тока, U — напряжение на конденсаторе, C — его емкость, I — силу тока в цепи.

Дано:
$E = 6$ кВ/м
$r = \frac{R}{3}$
$d = 2$ мм

$\mathcal{E}$ — ?

Решение

Постоянный ток через конденсатор не идет, но напряжение U на нем имеется — оно такое же, как и на резисторе, к которому конденсатор С подключен параллельно. Это напряжение можно найти из формулы

$$U = Ed.$$

Зная напряжение U, можно найти силу тока I в этой последовательной цепи по формуле закона Ома для участка цепи:

$$I = \frac{U}{R} = \frac{Ed}{R}. \qquad (1)$$

Для нахождения ЭДС источника тока воспользуемся законом Ома для всей цепи

$$I = \frac{\mathcal{E}}{2R + r},$$

из которого следует, что

$$\mathcal{E} = I\,(2R + r) = I\,(2R + \frac{R}{3}) = \frac{7}{3} IR, \qquad (2)$$

Нам осталось подставить в равенство (2) правую часть выражения (1) вместо силы тока I, и задача в общем виде будет решена:

$$\mathcal{E} = \frac{7}{3}\frac{Ed}{R}R = \frac{7}{3}Ed.$$

Выразим все величины в единицах СИ: 6 кВ/м $= 6 \cdot 10^3$ В/м, 2 мм $= 2 \cdot 10^{-3}$ м.

Произведем вычисления:

$$\mathcal{E} = \frac{7}{3}\ 6 \cdot 10^3 \cdot 2 \cdot 10^{-3}\ \text{В} = 28\ \text{В}.$$

Ответ: $\mathcal{E} = 28$ В.

С16. При сопротивлении реостата 1,65 Ом напряжение на нем 3,3 В, при сопротивлении реостата 3,5 Ом напряжение на нем 3,5 В. Определить ЭДС батарейки, к которой подключали этот реостат, и ее внутреннее сопротивление.

Обозначим R_1 первое сопротивление реостата, U_1 — напряжение на нем в первом случае, R_2 — второе сопротивление реостата, U_2 — напряжение на нем во втором случае, $\mathcal{E}$ — ЭДС батарейки, r — ее внутреннее сопротивление, I_1 — силу тока при первом сопротивлении реостата, I_2 — силу тока при втором сопротивлении реостата.

Дано:
$R_1 = 1{,}65$ Ом
$U_1 = 3{,}30$ В
$R_2 = 3{,}50$ Ом
$U_2 = 3{,}5$ В

$\mathcal{E}$ — ?
r — ?

Решение

Запишем закон Ома для всей цепи применительно к первому и второму сопротивлениям реостата:

$$I_1 = \frac{\mathcal{E}}{R_1 + r} \qquad \text{и} \qquad I_2 = \frac{\mathcal{E}}{R_1 + r}.$$

Если теперь разделить левые и правые части этих равенств друг на друга, то неизвестная ЭДС сократится и мы получим одно уравнение с одним неизвестным — искомым внутренним сопротивлением r. А, зная его, затем найдем и ЭДС. Делим:

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{\mathcal{E}(R_2 + r)}{(R_1 + r)\mathcal{E}}, \qquad \frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2 + r}{R_1 + r}.$$

$$I_1R_1 + I_1r = I_2R_2 + I_2r, \qquad I_1r - I_2r = I_2R_2 - I_1R_1,$$

$$r = \frac{I_2R_2 - I_1R_1}{I_1 - I_2}.$$

По закону Ома для участка цепи

$$I_1 = \frac{U_1}{R_1} \quad \text{и} \quad I_2 = \frac{U_2}{R_2}.$$

Подставим правые части этих равенств в предыдущую формулу вместо сил токов, которые нам неизвестны:

$$r = \frac{\frac{U_2}{R_2}R_2 - \frac{U_1}{R_1}R_1}{\frac{U_1}{R_1} - \frac{U_2}{R_2}} = \frac{U_2 - U_1}{\frac{U_1}{R_1} - \frac{U_2}{R_2}} = \frac{R_1R_2(U_2 - U_1)}{U_1R_2 - U_2R_1}.$$

Произведем вычисления:

$$r = \frac{1,65 \cdot 3,5(3,5 - 3,3)}{3,3 \cdot 3,5 - 3,5 \cdot 1,65}\ \text{Ом} = 0,2\ \text{Ом}.$$

ЭДС найдем из первой формулы:

$$\mathcal{E} = I_1(R_1 + r) = \frac{U_1}{R_1}(R_1 + r).$$

Произведем вычисления:

$$\mathcal{E} = \frac{3,3}{1,65}(1,65 + 0,2)\ \text{В} = 3,7\ \text{В}.$$

Ответ: $\mathcal{E} = 3,7$ В.

С17. Дан участок цепи (рис. 299). Найти силу тока в резисторе R, если сила тока в неразветвленном участке цепи I_0.

Обозначим I силу тока в резисторе R, U_0 — напряжение на резисторе R.

Дано:
R
I_0

I — ?

Решение

Изобразим справа схему, эквивалентную схеме на рис. 299.

Силу тока I в резисторе R мы могли бы найти, разделив общее напряжение U_0 на этом участке на сопротивление резистора R. А общее напряжение U_0 на всем участке, равное напряжению на резисторе R, можно найти, умножив силу тока I_0 в неразветвленном участке цепи на общее сопротивление всего участка $R_{\text{общ}}$. Таким образом, задача сводится к отысканию общего сопротивления всего изображенного на схеме участка.

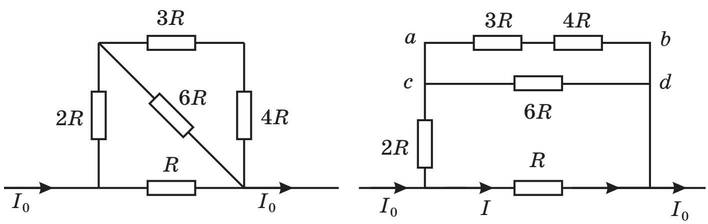


Рис. 299

Общее сопротивление верхнего участка ab, состоящего из двух последовательных резисторов $3R$ и $4R$:

$$R_{\text{общ}1} = 3R + 4R = 7R.$$

Общее сопротивление участка $cabd$:

$$R_{\text{общ}2} = \frac{R_{\text{общ}1} 6R}{R_{\text{общ}1} + 6R} = \frac{7R \cdot 6R}{7R + 6R} = \frac{42}{13} R.$$

Резистор $2R$ соединен с участком $cabd$ последовательно, поэтому их общее сопротивление

$$R_{\text{общ}3} = \frac{42}{13} R + 2R = \frac{68}{13}\ R.$$

И наконец, резистор сопротивлением R соединен с остальным участком параллельно, поэтому общее сопротивление всего участка

$$R_{\text{общ}} = \frac{R_{\text{общ}3} \cdot R}{R_{\text{общ}3} + R} = \frac{68R \cdot R}{13\left(\dfrac{68R}{13} + R\right)} = \frac{68}{81} R.$$

Тогда напряжение на всем участке

$$U_0 = I_0 R_{общ} = \frac{68}{81} I_0 R.$$

Ток в резисторе

$$RI = \frac{U_0}{R} = \frac{68}{81}\ I_0.$$

Ответ: $I = \dfrac{68}{81} I_0$.

С18. В цепь, состоящую из источника тока и резистора, включают вольтметр — сначала последовательно, потом параллельно резистору. Сопротивление резистора 8 Ом, сопротивление вольтметра 200 Ом. В обоих случаях вольтметр показывает одинаковое напряжение. Чему равно внутреннее сопротивление источника тока?

Обозначим R сопротивление резистора, R_V — сопротивление вольтметра, r — внутреннее сопротивление источника тока, I_1 — силу тока при последовательном подключении вольтметра, I_2 — силу тока при параллельном подключении вольтметра, $U_1 = U_2$ — напряжение, которое показывает вольтметр, $\mathcal{E}$ — ЭДС источника тока.

Дано:
$R = 8$ Ом
$R_V = 200$ Ом
$U_1 = U_2$

r — ?

Решение

Запишем закон Ома для участка цепи и для всей цепи сначала в случае последовательного соединения резистора и вольтметра:

$$I_1 = \frac{U_1}{R_V} \quad \text{и} \quad I_1 = \frac{\mathcal{E}}{R + R_V + r},$$

Откуда

$$\frac{U_1}{R_V} = \frac{\mathcal{E}}{R + R_V + r}. \tag{1}$$

Теперь запишем этот же закон для случая параллельного соединения резистора и вольтметра:

$$I_2 = \frac{U_2(R + R_V)}{RR_V} \quad \text{и} \quad I_2 = \frac{\mathcal{E}}{\dfrac{RR_V}{R + R_V} + r} = \frac{\mathcal{E}\left(R+R_V\right)}{RR_V + r(R + R_V)},$$

откуда

$$\frac{U_2(R + R_V)}{RR_V} = \frac{\mathcal{E}\left(R+R_V\right)}{RR_V + r(R + R_V)},\ \frac{U_2}{RR_V} = \frac{\mathcal{E}}{RR_V + r(R + R_V)}. \tag{2}$$

Теперь разделим равенство (1) на равенство (2) с учетом, что $U_1 = U_2$:

$$\frac{U_1 R R_V}{R_V U_2} = \frac{\mathcal{E}\left(RR_V + r\left(R + R_V\right)\right)}{\left(R + R_V + r\right)\mathcal{E}},\ R = \frac{RR_V + r\left(R + R_V\right)}{R + R_V + r},$$

$$R(R + R_V) + Rr = RR_V + r\left(R + R_V\right),$$

откуда

$$r = \frac{R\left(R + R_V\right) - RR_V}{R + R_V - R} = \frac{R^2 + RR_V - RR_V}{R_V} = \frac{R^2}{R_V}.$$

$$r = \frac{8^2}{200}\text{Ом} = 0{,}32\ \text{Ом}.$$

Ответ: $r = 0{,}32$ Ом.

С19. Дана схема (рис. 300, *а*). ЭДС $\mathcal{E} = 20$ В, С = 1 мкФ, $C_1 = 5$ мкФ и $C_2 = 8$ мкФ. Найти напряжения на конденсаторе C_1.

Обозначим U_1 напряжение на конденсаторе C_1, R — сопротивление резистора на схеме, φ_1 — потенциал положительного полюса источника тока, φ_2 — потенциал отрицательного полюса источника тока, φ — потенциал узла b, q — заряд конденсатора.

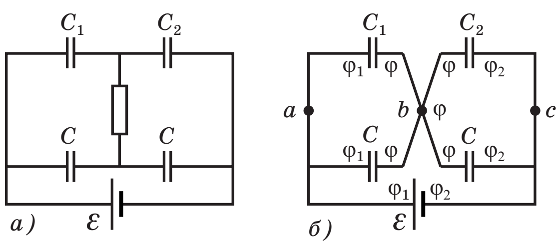


Рис. 300

Дано:
$\mathcal{E} = 20$ В
$C = 1$ мкФ
$C_1 = 5$ мкФ
$C_2 = 8$ мкФ
U_1 — ?

Решение

Источник тока в цепь включен, но ток идет, только пока конденсаторы заряжаются. Как только они зарядятся, ток прекратится.

Будем соображать. Давайте для начала расставим все потенциалы. При этом будем помнить, что точки, соединенные проводниками, имеют одинаковые потенциалы.

И еще: поскольку ток по сопротивлению R не идет, разность потенциалов на его концах (или напряжение, что здесь одно и то же) равна нулю, т.е. его концы имеют одинаковый потенциал. Но тогда это сопротивление можно просто убрать из схемы, заменив его одной точкой б. Тогда мы получим эквивалентную схему (рис. 300, *б*) с двумя последовательными участками *ab* и *b*c, каждый из которых содержит по два параллельных конденсатора. Участок *a*в включает в себя параллельные конденсаторы C и C_1, участок *вс* включает тоже параллельные конденсаторы C и C_2.

Теперь обозначим потенциалы. Поскольку наша цепь разомкнута, то ЭДС источника $\mathcal{E}$ равна разности потенциалов на его полюсах. Обозначим потенциал положительного полюса источника φ_1 , а потенциал отрицательного полюса пусть будет φ_2. Тогда согласно сказанному

$$\mathcal{E} = \varphi_1 - \varphi_2 .$$

Поскольку левые обкладки конденсаторов C и C_1 соединены с положительным полюсом источника тока, то их потенциал тоже φ_1. Аналогично, поскольку правые обкладки другого конденсатора C и параллельного ему конденсатора C_2 соединены с отрицательным полюсом источника тока, то их потенциал φ_2.

Теперь обозначим потенциал узла b буквой φ. Тогда предыдущее равенство мы можем записать еще и так:

$$\mathcal{E} = \varphi_1 - \varphi + \varphi - \varphi_2.$$

Но разность $\varphi_1 - \varphi$ есть напряжение U_1 на конденсаторе C_1 (и такое же напряжение на левом конденсаторе C), а разность потенциалов $\varphi - \varphi_2$ есть напряжение U_2 на конденсаторе C_2 (и такое же напряжение на правом конденсаторе C). Тогда предыдущее равенство мы можем записать еще и так:

$$\mathcal{E} = U_1 + U_2. \qquad (1)$$

Чтобы составить еще одно уравнение с этими же напряжениями, свяжем напряжения с известными емкостями C_1 и C_2. Посмотрим на нашу схему. Мы видим, что участки *ab* и *b*c соединены между собой последовательно. А при последовательном соединении заряды конденсаторов одинаковы. Но тогда мы можем выразить эти одинаковые заряды как произведение соответствующих емкостей и напряжений. Заряд q на участке ab равен произведению общей емкости параллельных конденсаторов C и C_1 , которая равна их сумме, и напряжения U_1, а заряд q на участке bc равен произведению общей емкости параллельных конденсаторов C и C_2, которая тоже равна их сумме, и напряжения U_2 :

$$q = (C + C_1)U_1 \quad \text{и} \quad q = (C + C_2)U_2,$$

поэтому

$$(C + C_1)U_1 = (C + C_2)U_2. \tag{2}$$

Дальше уже просто. Выразим из уравнения (2) напряжение U_2 и подставим его в уравнение (1). Так мы получим одно уравнение с одним искомым напряжением U_1, которое оттуда найдем. Из (2)

$$U_2 = U_1 \frac{C + C_1}{C + C_2}. \tag{3}$$

Подставим (3) в (1):

$$\mathcal{E} = U_1 + U_1 \frac{C + C_1}{C + C_2} = U_1\left(1 + \frac{C + C_1}{C + C_2}\right),$$

Откуда $$U_1 = \frac{\mathcal{E}}{1 + \dfrac{C + C_1}{C + C_2}} = \frac{\mathcal{E}(C + C_2)}{2C + C_1 + C_2}.$$

Задачу в общем виде мы решили. Осталось только вычислить.

$$U_1 = \frac{20(1 + 8)}{2 \cdot 1 + 5 + 8}\ \text{В} = 12\ \text{В}.$$

Ответ: $U_1 = 14$ В.

С20. К источнику тока через реостат подключен вольтметр (рис. 301). Если сопротивление реостата уменьшить втрое, то показание вольтметра увеличится вдвое. Во сколько раз изменится показание вольтметра, если сопротивление реостата уменьшить до нуля?

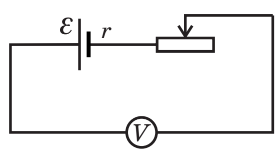


Рис. 301

Обозначим R_1 сопротивление реостата до его изменения, R_2 — сопротивление реостата после изменения, R_V — сопро-тивление вольтметра, U_1 — показание вольтметра до изменения сопротивления, U_2 — показание вольтметра после изменения сопротивления, U_3 — показание вольтметра, когда сопротивление реостата уменьшили до нуля, $\mathcal{E}$ — ЭДС источника тока, R_v — сопротивление вольтметра, r — внутреннее сопротивление источника тока, I_1 — силу тока до уменьшения сопротивления, I_2 — силу тока после уменьшения сопротивления, N — число, показывающее, во сколько раз изменится напряжение.

Дано:

$R_1 = 3\,R_2$

$U_2 = 2\,U_1$

$R_3 = 0$

$N = \dfrac{U_3}{U_1}$ — ?

Решение

Начнем с закона Ома для всей цепи. Запишем его для первого и второго случаев:

$$I_1 = \frac{\mathcal{E}}{R_V + R_1 + r} \quad (1) \qquad \text{и} \qquad I_2 = \frac{\mathcal{E}}{R_V + R_2 + r}.$$

Но, согласно условию, при уменьшении сопротивления реостата втрое, т.е. когда $R_2 = \dfrac{R_1}{3}$, напряжение, показанное вольтметром, возрастет вдвое и, значит, во столько же раз во втором случае возрастет сила тока, текущего через вольтметр, ведь его сопротивление при этом не меняется. Значит,

$$I_2 = 2I_1$$

и тогда последнее равенство примет вид

$$2I_1 = \frac{\mathcal{E}}{R_v + \dfrac{R_1}{3} + r}. \qquad (2)$$

Давайте теперь запишем этот же закон для случая, когда сопротивление реостата станет равно 0. При этом вольтметр покажет напряжение U_3, о котором тоже идет речь в условии задачи и которое будет отличаться в N раз от напряжения U_1. Именно это N нам и надо найти.

Поскольку, когда сопротивление реостата станет равно нулю, напряжение на вольтметре изменится в N раз, то во столько же раз изменится и сила тока в цепи, т.е. она станет равна NI_1, и тогда закон Ома для всей цепи примет вид:

$$NI_1 = \frac{\mathcal{E}}{R_V + r}. \qquad (3)$$

Имеем три уравнения (1), (2) и (3) и 6 неизвестных. Вроде бы три уравнения с шестью неизвестными решить нельзя. Но если очень хочется, то иногда можно.

Тогда давайте думать. Будем смотреть на наши уравнения и прокручивать в уме пути их решения. Вот если бы ЭДС была в знаменателе, тогда можно было бы в каждом уравнении получить выражение $\frac{R_V + r}{\mathcal{E}}$ и вычесть правые и левые части двух уравнений, чтобы исключить эту группу неизвестных. Но у нас ЭДС в числителе. А, собственно, что нам мешает все три уравнения перевернуть? Давайте попробуем. Переворачиваем левые и правые части уравнений (1), (2) и (3):

$$\frac{1}{I_1} = \frac{R_V + R_1 + r}{\mathcal{E}}, \qquad (4)$$

$$\frac{1}{2I_1} = \frac{R_V + \frac{R_1}{3} + r}{\mathcal{E}} \qquad (5)$$

и

$$\frac{1}{NI_1} = \frac{R_V + r}{\mathcal{E}}. \qquad (6)$$

В уравнениях (4) и (5) мы можем справа получить дробь $\frac{R_V + r}{\mathcal{E}}$, записав их следующим образом:

$$\frac{1}{I_1} = \frac{R_V + r}{\mathcal{E}} + \frac{R_1}{\mathcal{E}} \quad \text{и} \quad \frac{1}{2I_1} = \frac{R_V + r}{\mathcal{E}} + \frac{R_1}{3\mathcal{E}}.$$

Теперь заменим в этих выражениях дробь $\frac{R_V + r}{\mathcal{E}}$ на дробь $\frac{1}{NI_1}$ согласно равенству (6):

$$\frac{1}{I_1} = \frac{1}{NI_1} + \frac{R_1}{\mathcal{E}} \qquad (7)$$

и

$$\frac{1}{2I_1} = \frac{1}{NI_1} + \frac{R_1}{3\mathcal{E}}. \qquad (8)$$

Чтобы в равенстве (8) осталась только дробь $\frac{R_1}{\mathcal{E}}$, как и в равенстве (7), что позволит в дальнейшем и от этой дроби уйти, умножим каждый член равенства (8) на 3:

$$\frac{3}{2I_1} = \frac{3}{NI_1} + \frac{R_1}{\mathcal{E}}. \qquad (9)$$

Вот мы и приблизились к окончательному решению. Теперь достаточно вычесть из равенства (9) равенство (7), и последние неизвестные уйдут. Вычитаем:

$$\frac{3}{2I_1} - \frac{1}{I_1} = \frac{3}{NI_1} + \frac{R_1}{\mathcal{E}} - \frac{1}{NI_1} - \frac{R_1}{\mathcal{E}}, \qquad \frac{1}{2I_1} = \frac{2}{NI_1},$$

откуда $$N = 4.$$

Ответ: $N = 4$.

С21. Определить заряды конденсаторов на схеме, изображенной на рис. 302. Емкости конденсаторов C, $2C$ и 3С. ЭДС источника тока $\mathcal{E}$, сопротивление резисторов R и $2R$. Внутренним сопротивлением r источника тока можно пренебречь.

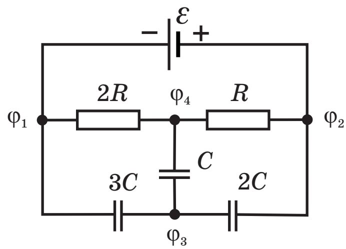


Рис. 302

Обозначим φ_1, φ_2, φ_3 и φ_4 потенциалы точек на рис. 302, q_1 — заряд конденсатора $3C$, q_2 — заряд конденсатора $2C$ и q_3 — заряд конденсатора C.

Дано:	***Решение***
$r = 0$ C $\mathcal{E}$ R	По закону Ома для всей цепи сила тока в последовательных резисторах равна отношению ЭДС источника к их общему сопротивлению:
q_1 — ? q_2 — ? q_3 — ?	

$$I = \frac{\mathcal{E}}{2R + R} = \frac{\mathcal{E}}{3R}.$$

Зная силу тока в каждом резисторе, найдем разность потенциалов $\varphi_1 - \varphi_4$ на резисторе $2R$. По закону Ома для участка цепи она равна произведению силы тока в нем и сопротивления этого резистора:

$$\varphi_1 - \varphi_4 = 2IR = \frac{\mathcal{E}}{3R} 2R = \frac{2\mathcal{E}}{3}. \tag{1}$$

Аналогично разность потенциалов $\varphi_4 - \varphi_2$ на резисторе R равна

$$\varphi_4 - \varphi_2 = IR = \frac{\mathcal{E}}{3R} R = \frac{\mathcal{E}}{3}. \tag{2}$$

Посмотрим внимательно на схему. В точке с потенциалом φ_3 соединены обкладки всех трех конденсаторов. А теория нам говорит, что в этом случае алгебраическая сумма зарядов соединенных обкладок равна нулю:

$$q_1 + q_2 + q_3 = 0. \qquad (3)$$

Поскольку нам надо найти заряды конденсаторов, то одно уравнение, в которое они входят, мы уже составили. Теперь выразим разность потенциалов на обкладках каждого конденсатора через соответствующий заряд и емкость — нам же надо записать еще уравнения, куда эти заряды войдут:

$$\varphi_1 - \varphi_3 = \frac{q_1}{3C}, \qquad (4)$$

$$\varphi_2 - \varphi_3 = \frac{q_2}{2C} \qquad (5)$$

и

$$\varphi_4 - \varphi_3 = \frac{q_3}{C}. \qquad (6)$$

Итак, мы имеем 6 уравнений и много неизвестных. Посмотрим внимательно на равенство (1). Его же можно записать так:

$$\varphi_1 - \varphi_4 = \varphi_1 - \varphi_3 + \varphi_3 - \varphi_4$$

или, согласно равенствам (1), (4) и (6),

$$\frac{2\mathcal{E}}{3} = \frac{q_1}{3C} - \frac{q_3}{C}, \quad \text{откуда} \quad 2\mathcal{E}C = q_1 - 3q_3. \qquad (7)$$

Аналогично равенство (2) можно записать так:

$$\varphi_4 - \varphi_2 = \varphi_4 - \varphi_3 + \varphi_3 - \varphi_2$$

или, согласно (2), (6) и (5):

$$\frac{\mathcal{E}}{3} = \frac{q_3}{C} - \frac{q_2}{2C}, \quad \text{откуда} \quad 2\mathcal{E}C = 6q_3 - 3q_2. \qquad (8)$$

Теперь у нас есть три уравнения (3), (7) и (8) с тремя искомыми зарядами, в которых остальные величины нам известны. Будем их решать простой подстановкой. Выразим из равенства (3), например, заряд q_1 и подставим его в уравнение (7):

$$q_1 = -q_2 - q_3, \qquad (9)$$

$$2\mathcal{E}C = -q_2 - q_3 - 3q_3 = -q_2 - 4q_3. \qquad (10)$$

Теперь мы имеем два уравнения (8) и (10) с двумя неизвестными q_2 и q_3. Выразим из (10) заряд q_2 и подставим его в (8):

$$q_2 = -2\mathcal{E}C - 4q_3, \qquad (11)$$

$$2\mathcal{E}C = 6q_3 - 3(-2\mathcal{E}C - 4q_3) \quad \text{или} \quad -4\mathcal{E}C = 18q_3,$$

откуда
$$q_3 = -\frac{2\mathcal{E}C}{9}.$$

Вот и нашли мы один заряд. Теперь по формулам (11) и (9) найдем остальные:

$$q_2 = -2\mathcal{E}C + 4\frac{2\mathcal{E}C}{9} = -\frac{10\mathcal{E}C}{9},$$

$$q_1 = \frac{10\mathcal{E}C}{9} + \frac{2\mathcal{E}C}{9} = \frac{4\mathcal{E}C}{3}.$$

Пусть знаки «минус» нас не смущают. Дело в том, что в равенство (3) входят модули зарядов, т.е. с учетом обоих знаков. И если бы все заряды получились бы положительными, то их сумма не была бы равна нулю, как этого требует правило (3). Знак «минус» соответствует отрицательному заряду обкладок, соединенных с точкой, потенциал которой φ_3, а другие обкладки этих конденсаторов имеют такой же по модулю положительный заряд.

Ответ: $q_1 = \frac{4\mathcal{E}C}{3}$, $q_2 = -\frac{10\mathcal{E}C}{9}$, $q_3 = -\frac{2\mathcal{E}C}{9}$.

С22. Плоский слюдяной конденсатор соединили с источником напряжения U, после чего вынули со скоростью v слюдяную прокладку. При этом по проводникам, соединявшим конденсатор с источником зарядов, прошел ток силой I. Обкладки конденсатора квадратной формы со стороной l, диэлектрическая проницаемость слюды ε. Чему равно расстояние d между обкладками конденсатора?

Дано:
U
v
I
l
ε

d — ?

Решение

Когда конденсатор подсоединили к источнику зарядов, он зарядился. Обозначим заряд на его обкладках q_1. Когда вынули диэлектрик, не отключая конденсатор от источника, напряжение на нем осталось прежним, а изменилась емкость конденсатора и вместе с ней изменился заряд.

Пусть он стал q_2. И при этом по проводнику прошел ток силой I. А сила тока — это отношение заряда, прошедшего по проводнику, ко времени его прохождения t. Значит, по проводнику прошел заряд, равный разности зарядов — бывшего на обкладках, q_1 и нового q_2. И тогда сила тока

$$I = \frac{q_1 - q_2}{t}.$$

Заряд на обкладках конденсатора равен произведению его емкости и напряжения на обкладках:

$$q_1 = C_1 U \quad \text{и} \quad q_2 = C_2 U.$$

Теперь выразим емкости C_1 и C_2 через размеры конденсатора и диэлектрическую проницаемость. При этом учтем, что проницаемость воздуха между обкладками, когда из конденсатора вынули слюду, равна 1, а площадь квадратных обкладок $S = l^2$. С учетом этого

$$C_1 = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon l^2}{d} \quad \text{и} \quad C_2 = \frac{\varepsilon_0 l^2}{d}.$$

Тогда

$$q_1 = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon l^2}{d} U$$

и

$$C_2 = \frac{\varepsilon_0 l^2}{d} U.$$

Поэтому

$$I = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon l^2 U - \varepsilon_0 l^2 U}{dt} = \frac{\varepsilon_0 l^2 U (\varepsilon - 1)}{dt}.$$

Отсюда искомое расстояние между обкладками d:

$$d = \frac{\varepsilon_0 l^2 U (\varepsilon - 1)}{It}.$$

Когда слюдяную пластинку вынимали из конденсатора, она прошла путь, равный длине ее стороны l за время t со скоростью v. Значит, неизвестное время можно определить как отношение длины стороны l к этой скорости:

$$t = \frac{l}{v}.$$

Подставим правую часть этого выражения вместо времени в предыдущую формулу:

$$d = \frac{\varepsilon_0 l^2 U(\varepsilon - 1)v}{Il} = \frac{\varepsilon_0 lUv}{I}(\varepsilon - 1).$$

Ответ: $d = \dfrac{\varepsilon_0 lUv}{I}(\varepsilon - 1)$.

С23. Лебедка поднимает бетонную плиту прямоугольной формы толщиной h, площадью S без начальной скорости с ускорением a в течение времени t. Сила тока в двигателе I, плотность бетона ρ. Найти напряжение на зажимах двигателя.

Обозначим U напряжение на зажимах двигателя, A — работу тока по подъему плиты, $F_н$ — силу натяжения каната, H — высоту подъема плиты, m — массу плиты, g — ускорение свободного падения, V — объем плиты.

Дано:
h
S
$v_0 = 0$
a
t
I
ρ

U — ?

Решение

Работа тока по подъему плиты

$$A = UIt. \quad (1)$$

Эта работа равна произведению силы натяжения каната и высоты подъема плиты:

$$A = F_н H.$$

На плиту действуют направленная вверх сила натяжения каната и направленная вниз сила тяжести (рис. 303). По второму закону Ньютона

$$ma = F_н - mg.$$

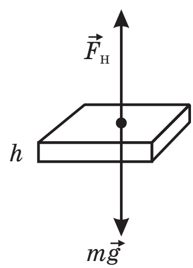


Рис. 303

Отсюда

$$F_н = ma + mg = m(a + g).$$

Высоту подъема плиты найдем по формуле кинематики

$$H = \frac{at^2}{2}.$$

С учетом этого

$$A = m(a + g)\,\frac{at^2}{2}. \quad (2)$$

Приравняем правые части равенств (1) и (2):

$$UIt = m(a + g)\,\frac{at^2}{2},$$

откуда
$$U = \frac{mat^2(a+g)}{2It}.$$

Выразим массу плиты через ее плотность и объем:

$$m = \rho V, \text{ где } V = hS.$$

С учетом этого

$$m = \rho hS. \qquad (3)$$

Подставим правую часть равенства (3) в формулу (2):

$$U = \frac{\rho hSat^2(a+g)}{2It}.$$

Ответ: $U = \dfrac{\rho hSat^2(a+g)}{2It}$.

С24. Найти силу тока короткого замыкания в цепи, если при силе тока 4 А мощность тока во внешней части цепи 20 Вт, а при силе тока 10 А мощность тока 30 Вт.

Обозначим $I_{\text{к.з.}}$ силу тока короткого замыкания, I_1 — силу тока в первом случае, P_1 — мощность тока в первом случае, I_2 — силу тока во втором случае, P_2 — мощность тока во втором случае, $\mathcal{E}$ — ЭДС источника тока, r — внутреннее сопротивление, R_1 — сопротивление внешней части цепи в первом случае, R_2 — сопротивление внешней части цепи во втором случае.

Дано:
$I_1 = 4$ А
$P_1 = 20$ Вт
$I_2 = 10$ А
$P_2 = 30$ Вт

$I_{\text{к.з.}}$ — ?

Решение

Сила тока короткого замыкания определяется по формуле

$$I_{\text{к.з.}} = \frac{\mathcal{E}}{r}. \qquad (1)$$

Значит, нам потребуется закон Ома для всей цепи. Применительно к первому случаю

$$I_1 = \frac{\mathcal{E}}{R_1 + r}.$$

Выразим R_1 через мощность и силу тока:

$$P_1 = I_1^2 R_1,$$

откуда
$$R_1 = \frac{P_1}{I_1^2}.$$

С учетом этого $$I_1 = \frac{\mathcal{E}}{\dfrac{P_1}{I_1^2} + r}. \qquad (2)$$

Аналогично для второго случая

$$I_2 = \frac{\mathcal{E}}{\dfrac{P_2}{I_2^2} + r}.$$

Чтобы «уйти» от неизвестной ЭДС, разделим два последних равенства друг на друга и из полученного выражения найдем внутреннее сопротивление источника тока, поскольку остальные величины нам известны:

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{\mathcal{E}\left(\dfrac{P_2}{I_2^2} + r\right)}{\left(\dfrac{P_1}{I_1^2} + r\right)\mathcal{E}}, \qquad I_1 \frac{P_1}{I_1^2} + I_1 r = I_2 \frac{P_2}{I_2^2} + I_2 r, \text{ откуда}$$

$$r = \frac{P_1 I_2 - P_2 I_1}{I_1 I_2 \left(I_2 - I_1\right)}. \qquad (3)$$

Теперь определим ЭДС из формулы (2):

$$\mathcal{E} = \frac{P_1}{I_1} + I_1 r = \frac{P_1}{I_1} + \frac{P_1 I_2 - P_2 I_1}{I_2 \left(I_2 - I_1\right)}. \qquad (4)$$

Нам осталось подставить правые части равенств (3) и (4) в формулу (1):

$$I_{\text{к.з.}} = \left(\frac{P_1}{I_1} + \frac{P_1 I_2 - P_2 I_1}{I_2\left(I_2 - I_1\right)}\right)\frac{I_1 I_2 \left(I_2 - I_1\right)}{P_1 I_2 - P_2 I_1} = P_1 \frac{I_2\left(I_2 - I_1\right)}{P_1 I_2 - P_2 I_1} + I_1.$$

Произведем вычисления:

$$I_{\text{к.з.}} = 20\frac{10\left(10 - 4\right)}{20 \cdot 10 - 30 \cdot 4} + 4\ (\text{А}) = 19\ \text{А}.$$

Ответ: $I_{\text{к.з.}} = 19$ А.

С25. Дана цепь (рис. 252). Сопротивление резистора 30 кОм, внутренним сопротивлением и сопротивлением соединительных проводов можно пренебречь. Сразу после замыкания ключа К ученик стал измерять нарастающее с течением времени t напряжение U на обкладках конденсатора.

Результаты его измерений приведены в таблице.

t, с	0	2	3	4	5	6	7	8
U, В	0	2,9	3,8	4,6	4,8	5,2	5,2	5,2

Оценить силу зарядного тока в резисторе в момент времени $t = 4$ с. Погрешность измерения напряжения 0,1 В.

Обозначим I силу тока в резисторе, R — его сопротивление.

Решение

Напряжение на обкладках конденсатора перестанет нарастать, когда он полностью зарядится. В этот момент его напряжение станет равно ЭДС источника тока. Таким образом, значение 5,2 В — это ЭДС.

В момент времени $t = 4$ с напряжение на конденсаторе было 4,6 В, а ЭДС 5,2 В, значит, падение напряжения на резисторе R было 5,2 В — 4,6 В = 0,6 В.

Силу зарядного тока в резисторе найдем по закону Ома для участка цепи:

$$I = \frac{U}{R} = \frac{0,6}{30 \cdot 10^3}\ \text{А} = 2 \cdot 10^{-5}\ \text{А} = 20 \cdot 10^{-6}\ \text{А} = 20\ \text{мкА}.$$

Ответ: $I = 20$ мкА.

С26. Электрочайник имеет в нагревательном элементе две секции. При включении одной из них вода в чайнике нагревается за 20 мин, при включении другой — за 30 мин. За сколько времени нагреется вода в чайнике, если обе секции включить параллельно друг другу?

Обозначим t_1 время, в течение которого закипает чайник при включении одной секции, t_2 — время, в течение которого закипает чайник при включении другой секции, t — время, в течение которого закипает чайник при параллельном включении обеих секций, Q — количество теплоты, пошедшее на нагревание воды в чайнике, U — напряжение в розетке, R_1 — сопротивление одной секции, R_2 — сопротивление другой секции, R — общее сопротивление обеих секций, включенных параллельно друг другу.

Дано:
$t_1 = 20$ мин
$t_2 = 30$ мин
t — ?

Решение

Когда в розетку под напряжением U включили чайник с одной секцией, то по закону Джоуля — Ленца количество теплоты, пошедшее на нагревание воды в чайнике,

$$Q = \frac{U^2}{R_1} t_1. \qquad (1)$$

Когда в ту же розетку включили чайник с другой секцией, то же количество теплоты

$$Q = \frac{U^2}{R_2} t_2. \qquad (2)$$

При параллельном включении секций их общее сопротивление

$$R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2},$$

и теперь
$$Q = \frac{U^2}{R} t = \frac{U^2 \left(R_1 + R_2\right)}{R_1 R_2} t. \qquad (3)$$

Из формулы (1)
$$R_1 = \frac{U^2 t_1}{Q}. \qquad (4)$$

Из формулы (2)
$$R_2 = \frac{U^2 t_2}{Q}. \qquad (5)$$

Подставим (4) и (5) в равенство (3):

$$Q = \frac{U^2 \left(\dfrac{U^2 t_1}{Q} + \dfrac{U^2 t_2}{Q}\right)}{\dfrac{U^2 t_1}{Q} \cdot \dfrac{U^2 t_2}{Q}} t.$$

После сокращений получим:

$$1 = \frac{t_1 + t_2}{t_1 t_2} t,$$

откуда

$$t = \frac{t_1 t_2}{t_1 + t_2} = \frac{20 \cdot 30}{20 + 30} \text{ мин} = 12 \text{ мин}.$$

Ответ: $t = 12$ мин.

С27. Аккумулятор с ЭДС 2,2 В и внутренним сопротивлением 0,1 Ом замкнут медной проволокой. Ее сопротивление таково, что мощность тока в ней максимальна. За 5 мин проволока нагрелась на 315 К. Найти массу проволоки. Удельная теплоемкость меди 380 Дж/(кг · К). Ответ округлить до сотых долей килограмма.

Обозначим $\mathcal{E}$ ЭДС источника тока, r — его внутреннее сопротивление, t — время нагревания, ΔT — изменение температуры проволоки, c — удельную теплоемкость меди, m — массу проволоки, R — ее сопротивление, I — силу тока, Q — количество выделенной теплоты.

Дано:
$\mathcal{E} = 2{,}2$ В
$r = 0{,}1$ Ом
$t = 5$ мин
$\Delta T = 315$ К
$c = 380$ Дж/(кг · К)

m — ?

Решение

При прохождении по проволоке тока в ней выделяется теплота и проволока нагревается. По закону Джоуля — Ленца выделенное количество теплоты

$$Q = I^2Rt.$$

Это тепло идет на нагревание проволоки:

$$Q = mc\Delta T.$$

Приравняем правые части этих равенств:

$$I^2Rt = mc\Delta T,$$

откуда

$$m = \frac{I^2Rt}{c\Delta T}. \qquad (1)$$

По закону Ома для всей цепи

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + r}.$$

Мощность тока максимальна, когда $R = r$, поэтому

$$I = \frac{\mathcal{E}}{r + r} = \frac{\mathcal{E}}{2r}. \qquad (2)$$

Нам осталось подставить правую часть равенства (2) в формулу (1) и из полученного выражения найти массу проволоки:

$$m = \frac{\mathcal{E}^2 rt}{4r^2 c\Delta T} = \frac{t}{rc\Delta T}\left(\frac{\mathcal{E}}{2}\right)^2.$$

Произведем вычисления:

$$m = \frac{5 \cdot 60}{0,1 \cdot 380 \cdot 315}\left(\frac{2,2}{2}\right)^2 \text{ кг} = 0,03 \text{ кг}.$$

Ответ: $m = 0,03$ кг.

С28. Определить напряжение на электродах вакуумного диода, если подлетающий к аноду пучок электронов при ударе оказывает давление p. Площадь поперечного сечения пучка S. Зависимость силы анодного тока от напряжения между катодом и анодом в диоде выражается формулой $I = k\sqrt{U^3}$, где k — известный коэффициент пропорциональности. Начальная скорость электронов равна нулю.

Обозначим v_0 начальную скорость электронов, m_e — массу покоя электрона, e — модуль его заряда, A — работу электрического поля между электродами, v — скорость подлетевших к аноду электронов в момент удара, n — концентрацию электронов в пучке, N — все число электронов в пучке объемом V, l — расстояние между катодом и анодом, a — ускорение электронов, F — силу их удара об анод.

Дано:
p
S
$I = k\sqrt{U^3}$
k
$v_0 = 0$
m_e
e

U — ?

Решение

Искомое напряжение можно определить, разделив работу электрического поля A, разгоняющего электрон, на модуль его заряда e:

$$U = \frac{A}{e}.$$

Работа электрического поля равна кинетической энергии электрона, подлетающего к аноду:

$$A = \frac{m_e v^2}{2}.$$

С учетом этого

$$U = \frac{m_e v^2}{2e}. \qquad (1)$$

Скорость подлета электрона к аноду можно определить из формулы, связывающей силу тока с этой скоростью:

$$I = nevS,$$

где концентрация электронов в электронном пучке $n = \dfrac{N}{V}$. Здесь N — все число электронов в пучке, $V = lS$ — объем пучка, равный произведению расстояния между катодом и анодом l и площади анода S. С учетом этого

$$I = \frac{N}{lS} evS = \frac{N}{l} ev$$

или с учетом условия задачи

$$k\sqrt{U^3} = \frac{N}{l} ev,$$

откуда

$$v^2 = U^3 \left(\frac{kl}{eN} \right)^2. \qquad (2)$$

Число электронов в пучке N можно выразить как отношение известной нам силы удара всех электронов об анод F к силе удара одного электрона, которая по второму закону Ньютона равна произведению его массы m_e и ускорения a:

$$N = \frac{F}{m_e a}, \quad \text{где} \quad F = pS.$$

Ускорение электрона можно определить из формулы кинематики:

при $v_0 = 0$ $\qquad v^2 = 2al,$ $\qquad$ откуда $\qquad a = \frac{v^2}{2l}.$

С учетом этого

$$N = \frac{2lpS}{m_e v^2}. \qquad (3)$$

Подставим правую часть равенства (3) в формулу (2):

$$v^2 = U^3 \left(\frac{klm_e v^2}{2elpS} \right)^2,$$

откуда

$$1 = U^3 \left(\frac{km_e v}{2epS} \right)^2 \quad \text{и} \quad v^2 = \frac{1}{U^3} \left(\frac{2epS}{km_e} \right)^2. \qquad (4)$$

Нам осталось подставить правую часть равенства (4) в формулу (1) и из полученного выражения найти напряжение U:

$$U = \frac{m_e}{2eU^3} \left(\frac{2epS}{km_e} \right)^2, \qquad U^4 = \frac{2e}{m_e} \left(\frac{pS}{k} \right)^2, \qquad U = \sqrt[4]{\frac{2e}{m_e} \left(\frac{pS}{k} \right)^2}.$$

Ответ: $U = \sqrt[4]{\frac{2e}{m_e} \left(\frac{pS}{k} \right)^2}$.

C29. Сколько атомов меди осядет в течение 1 мин на квадратном катоде со стороной 20 см в процессе ее рафинирования (получения чистой меди из руды) при плотности тока 2 мА/мм^2? Электрохимический эквивалент меди 0,33 мг/Кл, ее молярная масса 0,064 кг/моль. Число Авогадро $6{,}02 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$.

Обозначим t время электролиза, a — сторону квадратного катода, j — плотность тока, k — электрохимический эквивалент меди, M — ее молярная массу, N_A — число Авогадро, N — число осевших на катоде атомов меди, ν — число молей меди, m — массу меди, выделенной на катоде, I — силу тока, S — площадь катода.

Дано:

$t = 1$ мин

$a = 20$ см

$j = 2$ мА/мм^2

$k = 0{,}33$ мг/Кл

$M = 0{,}064$ кг/моль

$N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$

m — ?

Решение

Число осажденных в процессе электролиза атомов меди можно найти, умножив число молей меди на число Авогадро:

$$N = \nu N_A. \tag{1}$$

Число молей меди, осажденных на катоде, можно определить по формуле

$$\nu = \frac{m}{M}. \tag{2}$$

Подставим (2) в (1):

$$N = \frac{m}{M} N_A. \tag{3}$$

Массу осажденной в процессе электролиза меди m найдем по первому закону Фарадея для электролиза

$$m = kIt. \tag{4}$$

Силу тока в электролите определим из формулы плотности тока: $I = jS$, где площадь квадратного катода

$$S = a^2, \qquad \text{поэтому} \qquad I = ja^2. \tag{5}$$

Подставим правую часть равенства (5) в формулу (4):

$$m = kja^2t. \tag{6}$$

Нам осталось подставить правую часть равенства (6) в выражение (3), и задача в общем виде будет решена:

$$N = \frac{kja^2t}{M} N_A.$$

Выразим все величины в единицах СИ: 1 мин = 60 с, 20 см = 0,2 м,

$$2\ \text{мА/мм}^2 = 2\frac{10^{-3}}{10^{-6}}\ \text{А/м}^2 = 2\cdot 10^3\ \text{А/м}^2,$$

$$0{,}33\ \text{мг/Кл} = 0{,}33\cdot 10^{-6}\ \text{кг/Кл}.$$

Произведем вычисления:

$$N = \frac{0{,}33\cdot 10^{-6}\cdot 2\cdot 10^3\cdot 0{,}04\cdot 60}{0{,}064}6{,}02\cdot 10^{23} \approx 1{,}5\cdot 10^{22}.$$

Ответ: $N \approx 1{,}5\cdot 10^{22}$.

С30. Для серебрения 12 ложек в течение 5 ч через электролит пропускают ток силой 1,8 А. Площадь каждой ложки 50 см^2. Чему равна толщина отложившегося серебра? Молярная масса серебра 0,108 кг/моль, его валентность равна единице, плотность серебра $1{,}05\cdot 10^4$ кг/м^3. Ответ выразить в десятках микрон.

Обозначим N количество ложек, t — время электролиза, I — силу тока, S — площадь ложки, h — толщину покрытия, M — молярную масса серебра, n — валентность серебра, ρ — плотность серебра, F — число Фарадея, m — массу серебра, V — объем серебра.

Дано:

$N = 12$

$t = 5$ ч

$I = 1{,}8$ А

$S = 50$ см^2

$M = 0{,}108$ кг/моль

$n = 1$

$\rho = 1{,}05\cdot 10^4$ кг/м^3

$F = 9{,}6\cdot 10^4$ Кл/моль

h — ?

Решение

По закону Фарадея для электролиза масса выделившегося серебра

$$m = \frac{1}{F}\cdot\frac{M}{n}It.$$

Выразим массу серебра через ее плотность и объем:

$$m = \rho V, \quad \text{где} \quad V = NhS.$$

С учетом этого

$$m = \rho N hS.$$

Теперь приравняем правые части первого и последнего равенств и из полученного выражения найдем толщину покрытия:

$$\frac{1}{F}\cdot\frac{M}{n}It = \rho NhS,$$

откуда
$$h = \frac{MIt}{Fn\rho NS}.$$

Произведем вычисления:

$$h = \frac{0,108 \cdot 1,8 \cdot 5 \cdot 3600}{9,6 \cdot 10^4 \cdot 1,05 \cdot 10^4 \cdot 12 \cdot 50 \cdot 10^{-4}} \text{ м} = 6 \cdot 10^{-5} \text{ м} = 60 \text{ мк}.$$

Ответ: $h = 60$ мк.

С31. При электролизе воды сила тока 80 А. Какой объем гремучего газа образуется при нормальных условиях за 10 с? Молярная масса водорода 0,002 кг/моль, его электрохимический эквивалент 0,0104 мг/Кл, молярная масса кислорода 0,032 кг/моль, его электрохимический эквивалент 0,083 мг/Кл. Ответ округлить до целого числа кубических сантиметров.

Обозначим I силу тока, t — время электролиза, M_1 — молярную массу водорода, M_2 — молярную массу кислорода, k_1 — электрохимический эквивалент водорода, k_2 — электрохимический эквивалент кислорода, V — объем гремучего газа, p — давление смеси водорода и кислорода, p_1 — давление водорода, p_2 — давление кислорода, T — температуру, m_1 — массу водорода, m_2 — массу кислорода, R — молярную газовую постоянную.

Дано:
$I = 80$ А
$t = 10$ с
$M_1 = 0{,}002$ кг/моль
$k_1 = 0{,}0104$ мг/Кл
$M_2 = 0{,}032$ кг/моль
$k_2 = 0{,}083$ мг/Кл
$p = 10^5$ Па
$T = 273$ К
$R = 8{,}31$ Дж/(моль · К)

V — ?

Решение

Объем каждого газа в гремучей смеси одинаков, тогда как их общее давление, согласно закону Дальтона, равно сумме парциальных давлений каждого газа:

$$p = p_1 + p_2.$$

Запишем уравнение Менделеева — Клапейрона применительно к водороду:

$$p_1 V = \frac{m_1}{M_1} RT,$$

откуда давление водорода

$$p_1 = \frac{m_1 RT}{VM_1}.$$

Аналогично давление кислорода

$$p_2 = \frac{m_2 RT}{VM_2}.$$

Подставим правые части этих выражений в первую формулу:

$$p = \frac{m_1 RT}{VM_1} + \frac{m_2 RT}{VM_2} = \frac{RT}{V}\left(\frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2}\right),$$

откуда

$$V = \frac{RT}{p}\left(\frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2}\right).$$

Для определения масс газов воспользуемся законом Фарадея для электролиза:

$$m_1 = k_1 It \qquad \text{и} \qquad m_2 = k_2 It.$$

С учетом этого

$$V = \frac{RT}{p}\left(\frac{k_1 It}{M_1} + \frac{k_2 It}{M_2}\right) = \frac{RTIt}{p}\left(\frac{k_1}{M_1} + \frac{k_2}{M_2}\right).$$

Произведем вычисления:

$$V = \frac{8,31 \cdot 273 \cdot 80 \cdot 10}{10^5}\left(\frac{0,0104 \cdot 10^{-6}}{0,002} + \frac{0,083 \cdot 10^{-6}}{0,032}\right) \text{ м}^3 =$$

$$= 1,41 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3 = 141 \text{ см}^3.$$

Ответ: $V = 141$ см^3.

С32. В однородном магнитном поле индукцией 25 мТл подвешен на двух проводящих нитях медный стержень перпендикулярно магнитным линиям. При пропускании по проводнику тока силой 2 А нити отклонились от вертикали на угол 45^0. Найти площадь поперечного сечения проводника. Плотность меди 8900 кг/м^3.

Обозначим B индукцию магнитного поля, I — силу тока в проводнике, φ — угол отклонения нити от вертикали, ρ — плотность меди, S площадь поперечного сечения проводника, $F_А$ — силу Ампера, m — массу проводника, g — ускорение свободного падения, V — объем проводника, l — длину проводника.

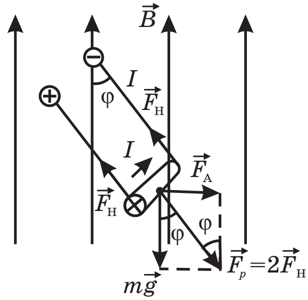


Рис. 304

Дано:	**Решение**
$B = 25$ мТл $= 25 \cdot 10^{-3}$ Тл $I = 2$ А $\varphi = 45^0$ $\rho = 8900$ кг/м^3	Обратимся к рис. 304. На проводник действуют сила Ампера $\vec{F}_A$, сила тяжести $m\vec{g}$ и две силы натяжения нитей $\vec{F}_{нат}$. Из чертежа следует, что $\operatorname{tg}\varphi = \dfrac{F_A}{mg}$. Сила
S — ?	

Ампера $F_A = BIl\sin\alpha$, где угол α между направлением вектора магнитной индукции и направлением силы Ампера равен 90^0, поэтому

$$\sin\alpha = 1 \text{ и } F_A = BIl.$$

С учетом этого

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{BIl}{mg}. \qquad (1)$$

Теперь выразим массу проводника через его плотность и объем: $m = \rho V$, а объем — через искомую площадь поперечного сечения проводника: $V = lS$.

С учетом этого

$$m = \rho l S. \qquad (2)$$

Теперь подставим правую часть равенства (2) в выражение (1) и оттуда найдем площадь поперечного сечения проводника:

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{BIl}{\rho l S g} = \frac{BI}{\rho S g},$$

откуда

$$S = \frac{BI}{\rho g \operatorname{tg}\varphi} = \frac{BI}{\rho g},$$

$$S = \frac{25 \cdot 10^{-3} \cdot 2}{8900 \cdot 10} \text{ м}^2 \approx 0,56 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2 \approx 0,56 \text{ мм}^2,$$

поскольку $\operatorname{tg}45^0 = 1$.

Ответ: $S \approx 0,56$ мм^2.

С33. В однородном магнитном поле индукцией B, вектор индукции которого направлен вверх, движется равноускоренно по наклонным рельсам к вершине проводящий стержень длиной l с током I (рис. 305). Угол при основании рельсов α,

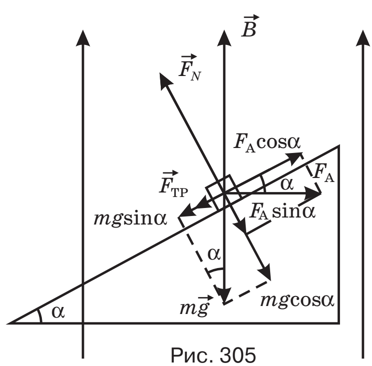


Рис. 305

масса стержня m, коэффициент трения стержня о рельсы μ. Определить ускорение бруска. Явлением электромагнитной индукции пренебречь.

Обозначим g ускорение свободного падения, a — ускорение бруска, $F_А$ — силу Ампера, $F_{тр}$ — силу трения, F_N — силу реакции опоры.

Дано:
B
l
I
α
m
μ
g
a — ?

Решение

На брусок с током в магнитном поле действует сила Ампера. Поскольку ток в бруске течет за чертеж в направлении, перпендикулярном вектору $\vec{B}$, то сила Ампера максимальна и равна

$$F_А = BIl. \qquad (1)$$

Применив правило левой руки, убедимся, что сила Ампера направлена вправо. Кроме нее на стержень действуют сила тяжести, сила трения и сила реакции опоры со стороны рельсов. По второму закону Ньютона

$$ma = F_А \cos\alpha - mg\sin\alpha - F_{тр}, \qquad (2)$$

где
$$F_{тр} = \mu F_N = \mu(mg\cos\alpha + F_А \sin\alpha). \qquad (3)$$

Подставим правые части равенств (1) и (3) в формулу (2):

$$ma = BIl\cos\alpha - mg\sin\alpha - \mu(mg\cos\alpha + BI\,l\sin\alpha) =$$
$$= BIl(\cos\alpha - \mu\sin\alpha) - mg(\sin\alpha + \mu\cos\alpha),$$

откуда
$$a = \frac{BIl}{m}(\cos\alpha - \mu\sin\alpha) - g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha).$$

Ответ: $a = \dfrac{BIl}{m}(\cos\alpha - \mu\sin\alpha) - g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)$.

С34. Электрон влетает в однородное магнитное поле индукцией 0,02 Тл со скоростью 200 км/с перпендикулярно магнитным линиям. Какой путь пройдет электрон за время, в течение которого вектор его линейной скорости повернется на 2^0?

Обозначим m_e массу электрона, e — модуль его заряда, B — индукцию магнитного поля, v — линейную скорость электрона, α — угол между вектором линейной скорости электрона и силовыми линиями магнитного поля, φ — угол поворота вектора линейной скорости, S — пройденный путь, $F_Л$ — силу Лоренца, действующую на электрон в магнитном поле, R — радиус окружности, по которой движется электрон, T — период электрона на окружности, $a_ц$ — центростремительное ускорение электрона.

Дано:
$B = 0{,}02$ Тл
$m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ кг
$e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл
$v = 200$ км/с
$\alpha = 90^0$
$\varphi = 2^0$

S — ?

Решение

Электрон, влетевший в однородное магнитное поле под углом $\alpha = 90^0$, станет двигаться по окружности, охватывающей магнитные линии, под действием силы Лоренца, направленной к центру этой окружности. По второму закону Ньютона

$$F_Л = m_e a_ц, \text{ где } a_ц = \frac{v^2}{R},$$

поэтому
$$F_Л = m_e \frac{v^2}{R}. \qquad (1)$$

По формуле силы Лоренца

$$F_Л = Bve \sin\alpha, \qquad \text{где } \alpha = 90^0,$$

поэтому
$$F_Л = Bve. \qquad (2)$$

Приравняем правые части равенств (1) и (2):

$$m_e \frac{v^2}{R} = Bve, \qquad m_e \frac{v}{R} = Be\,. \qquad (3)$$

Теперь выразим радиус окружности через период:

$$v = \frac{2\pi R}{T}, \qquad \text{откуда} \qquad R = \frac{vT}{2\pi}. \qquad (4)$$

Подставим правую часть равенства (4) в равенство (3), и из полученного выражения определим период вращения электрона по окружности:

$$m_e \frac{2\pi v}{vT} = Be, \qquad m_e \frac{2\pi}{T} = Be, \qquad \text{откуда} \qquad T = \frac{2\pi m_e}{Be}. \qquad (5)$$

Угол поворота линейной скорости φ равен углу поворота радиуса как углы со взаимно перпендикулярными сторонами. Поскольку за период T радиус поворачивается на 360^0, то на 2^0 он повернется за время

$$t = \frac{T}{360^0} 2^0 = \frac{T}{180}.$$

Поскольку электрон движется с постоянной скоростью, то путь, пройденный им за время t,

$S = vt = v\,\dfrac{T}{180}$ или с учетом (5) $S = v\,\dfrac{2\pi m_e}{180Be} = v\,\dfrac{\pi m_e}{90Be}$.

Произведем вычисления:

$$S = 200 \cdot 10^3\,\frac{3,14 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31}}{90 \cdot 0,02 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}\text{ м} \approx 2 \cdot 10^{-6}\text{ м}.$$

Ответ: $S \approx 2 \cdot 10^{-6}$ м.

С35. В проводящий круговой контур диаметром 16 см включен конденсатор емкостью 5 мкФ. Контур расположен в магнитном поле, равномерно изменяющемся со скоростью 4 мТл/с. Чему равен заряд конденсатора? Округлить до десятых долей нанокулона.

Обозначим d диаметр контура, C — емкость конденсатора, $\dfrac{\Delta B}{\Delta t}$ — скорость изменения индукции магнитного поля, q — заряд конденсатора, U — напряжение на обкладках конденсатора, $\mathcal{E}_i$ — ЭДС электромагнитной индукции, $\Delta\Phi$ — изменение магнитного потока, ΔB — изменение индукции магнитного поля, S — площадь контура.

Дано:
$d = 16$ см
$C = 5$ мкФ
$\dfrac{\Delta B}{\Delta t} = 4$ мТл/с

q — ?

Решение

Заряд конденсатора определим из формулы его емкости:

$$q = CU. \qquad (1)$$

Напряжение на обкладках конденсатора равно действующей в контуре ЭДС электромагнитной индукции, модуль которой для одиночного контура:

$$U = \mathcal{E}_i = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t},$$

где $\Delta\Phi = \Delta BS$, поэтому $U = \dfrac{\Delta BS}{\Delta t}$.

Площадь контура S выразим через его диаметр:

$$S = \frac{\pi d^2}{4}.$$

Подставим правую часть этого равенства в предыдущую формулу:

$$U = \frac{\pi d^2 \Delta B}{4\Delta t}. \qquad (2)$$

Нам осталось подставить правую часть выражения (2) в формулу (1), и задача в общем виде будет решена:

$$q = C\frac{\pi d^2 \Delta B}{4\Delta t}.$$

Задача в общем виде решена. Выразим все величины в единицах СИ: 16 см = 0,16 м, 5 мкФ = $5 \cdot 10^{-6}$ Ф, 4 мТл/с = 0,004 Тл/с.

Подставим числа и вычислим:

$$q = 5 \cdot 10^{-6}\frac{3{,}14 \cdot 0{,}16^2 \cdot 0{,}004}{4} \text{ Кл} = 4 \cdot 10^{-10} \text{ Кл} = 0{,}4 \text{ нКл}.$$

Ответ: $q = 0{,}4$ нКл.

С36. Проводящий круговой контур диаметром 20 см, в который включен источник тока с ЭДС 8 мВ, расположен в плоскости чертежа (рис. 254). За чертеж направлено однородное магнитное поле. Индукция магнитного поля начала равномерно уменьшаться со скоростью 10 мТл/с. На сколько процентов изменилась мощность тока в контуре?

Обозначим D диаметр контура, $\mathcal{E}$ — ЭДС источника тока, $\frac{\Delta B}{\Delta t}$ — скорость изменения индукции магнитного поля, $\frac{\Delta P}{P_1}$ — относительное изменение мощности тока в контуре, ΔP — изменение мощности тока, P_1 — прежняя мощность тока, P_2 — новая мощность тока, $\mathcal{E}_i$ — ЭДС электромагнитной индукции, R — сопротивление контура, S — площадь контура.

Дано:

$D = 20$ см

$\mathcal{E} = 8$ мВ

$\frac{\Delta B}{\Delta t} = 10$ мТл/с

$\frac{\Delta P}{P_1}$ — ?

Решение

Поскольку магнитное поле, пересекающее контур с током, уменьшается, магнитный поток сквозь него убывает, поэтому в контуре начинает действовать ЭДС индукции $\mathcal{E}_i$. В контуре возникает индукционный ток, магнитное поле которого по правилу Ленца будет поддерживать убывающее магнитное поле, поэтому будет направлено тоже за чертеж, т.е. в ту же сторону, что и внешнее магнитное поле индукцией В. Вследствие этого к ЭДС источника тока добавится ЭДС индукции, поэтому результирующая ЭДС в контуре будет равна их сумме. Вследствие этого мощность тока в контуре возрастет.

Изменение мощности тока ΔP будет равно разности между возросшей мощностью тока P_2 и прежней P_1. Относительное изменение мощности тока, которое требуется найти, равно:

$$\frac{\Delta P}{P_1}=\frac{P_2-P_1}{P_1}=\frac{P_2}{P_1}-1.$$

Согласно формуле мощности тока, где роль напряжения U играет ЭДС, мощности тока — прежняя и новая — равны:

$$P_1=\frac{\mathcal{E}^2}{R} \quad \text{и} \quad P_2=\frac{\left(\mathcal{E}+\mathcal{E}_i\right)^2}{R}.$$

Подставим правые части этих выражений вместо ЭДС в предыдущую формулу:

$$\frac{\Delta P}{P_1}=\frac{(\mathcal{E}+\mathcal{E}_i)^2 R}{R_i \mathcal{E}^2}-1=\left(\frac{\mathcal{E}+\mathcal{E}_i}{\mathcal{E}}\right)-1=\left(1+\frac{\mathcal{E}_i}{\mathcal{E}}\right)-1. \qquad (1)$$

Не стоит здесь раскрывать квадрат суммы чисел, т.к., хоть единица и сократится, но окончательное выражение получится более сложным.

Теперь для определения модуля ЭДС индукции воспользуемся формулой

$$\mathcal{E}_i=\frac{\Delta \Phi}{\Delta t}, \quad \text{где} \quad \Delta \Phi=\Delta B S.$$

Площадь кругового контура S выразим через его диаметр D:

$$S=\frac{\pi D^2}{4}.$$

С учетом этого

$$\Delta \Phi=\Delta B\frac{\pi D^2}{4} \quad \text{и} \quad \mathcal{E}_i=\frac{\Delta B \pi D^2}{\Delta t \cdot 4}. \qquad (2)$$

Подставив правую часть равенства (2) в выражение (1), мы решим задачу в общем виде:

$$\frac{\Delta P}{P_1}=\left(1+\frac{\Delta B \pi D^2}{\Delta t \cdot 4\mathcal{E}}\right)^2-1.$$

Выразим все величины в единицах СИ:

20 см = 0,2 м, 8 мВ = $8 \cdot 10^{-3}$ В, 10 мТл/с = 0,01 Тл/с.

Произведем вычисления:

$$\frac{\Delta P}{P_1}=\left(1+\frac{0{,}01 \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}04}{4 \cdot 8 \cdot 10^{-3}}\right)^2-1=0{,}08=8\%.$$

Ответ: $\frac{\Delta P}{P_1}=8\%$.

С37. Соленоид с сопротивлением 10 Ом и индуктивностью 200 мГн имеет площадь витка 20 см^2. Соленоид помещен в магнитное поле, индукция которого равномерно увеличивается. Когда магнитная индукция увеличилась на 2 Тл, сила тока в соленоиде возросла на 40 мА. Какой заряд прошел при этом по соленоиду?

Обозначим R сопротивление соленоида, L — его индуктивность, S — площадь витка, ΔB — увеличение магнитной индукции, ΔI — увеличение силы тока, q — заряд, прошедший по соленоиду, Δt — время прохождения заряда, $\mathcal{E}_i$ — ЭДС индукции, $\mathcal{E}_S$ — ЭДС самоиндукции.

Дано:
$R = 10$ Ом
$L = 200$ мГн
$S = 20$ см^2
$\Delta B = 2$ Тл
$\Delta I = 40$ мА

q — ?

Решение

Искомый заряд можно определить из формулы

$$q = I\Delta t, \tag{1}$$

где сила тока I обусловлена действующими в соленоиде ЭДС индукции $\mathcal{E}_i$ и ЭДС самоиндукции $\mathcal{E}_S$. По правилу Ленца эти ЭДС противодействуют друг другу, поэтому обусловленный ими ток согласно закону Ома равен:

$$I = \frac{(\mathcal{E}_i - \mathcal{E}_s)}{R}. \tag{2}$$

ЭДС самоиндукции определим по формуле

$$\mathcal{E}_i = -\frac{\Delta \Phi}{\Delta t}, \quad \text{где} \quad \Delta \Phi = \Delta BS,$$

поэтому

$$\mathcal{E}_i = -\frac{\Delta BS}{\Delta t}. \tag{3}$$

ЭДС самоиндукции

$$\mathcal{E}_S = -L\frac{\Delta I}{\Delta t}. \tag{4}$$

Подставим правые части равенств (3) и (4) в формулу (2):

$$I = \frac{-\Delta BS - (-L\Delta I)}{\Delta t\, R} = \frac{L\Delta I - \Delta BS}{\Delta t\, R}. \tag{5}$$

Нам осталось подставить правую часть выражения (5) в формулу (1), и задача в общем виде будет решена:

$$q = \frac{L\Delta I - \Delta BS}{\Delta t\, R}\Delta t = \frac{L\Delta I - \Delta BS}{R}.$$

Выразим все величины в единицах СИ: 200 мГн = 0,2 Гн, 20 см^2 = 0,002 м^2, 40 мА = 0,04 А.

Произведем вычисления:

$$q = \frac{0{,}2 \cdot 0{,}04 - 2 \cdot 0{,}002}{10}\ \text{Кл} = 4 \cdot 10^{-4}\ \text{Кл} = 0{,}4\ \text{мКл}.$$

Ответ: $q = 0{,}4$ мКл.

С38. Четыре одинаковые проволоки длиной l каждая образуют контур в форме квадрата. Он помещен в однородное магнитное поле индукцией B, перпендикулярное плоскости треугольника. Сопротивление каждой проволоки R. Найти силу индукционного тока, который протечет по контуру за промежуток времени Δt, если квадрат преобразовать в круг?

Обозначим I_i силу индукционного тока, $\mathcal{E}_i$ — ЭДС индукции, $R_{\text{общ}}$ — общее сопротивление четырех последовательных проволок, Φ_1 и Φ_2 — начальный и конечный магнитные потоки сквозь контур, ограниченный проволоками.

Дано:
l
B
R
Δt

I_i — ?

Решение

По закону Ома сила индукционного тока

$$I_i = \frac{\mathcal{E}_i}{R_{\text{общ}}},$$

где общее сопротивление четырех последовательных проволок $\quad R_{\text{общ}} = 4R,$

поэтому $\quad I_i = \dfrac{\mathcal{E}_i}{4R}.$

ЭДС индукции

$$\mathcal{E}_i = -\frac{\Phi_2 - \Phi_1}{\Delta t} = \frac{\Phi_1 - \Phi_2}{\Delta t}.$$

Магнитный поток, пересекающий квадратный контур, $\Phi_1 = BS_1 = Bl^2$, где $S_1 = l^2$ — площадь квадратного контура. Магнитный поток, пересекающий контур в форме окружности, $\Phi_2 = BS_2$, где S_2 — площадь круга, у которого длина окружности равна $4l = 2\pi R_{\text{окр}}$, откуда радиус этой окружности

$$R_{\text{окр}} = \frac{4l}{2\pi} = \frac{2l}{\pi},$$

поэтому площадь круга

$$S_2 = \pi R^2_{\text{окр}} = \pi \frac{4l^2}{\pi^2} = \frac{(2l)^2}{\pi}.$$

Тогда магнитный поток сквозь контур в форме окружности

$$\Phi_2 = B\frac{(2l)^2}{\pi}.$$

Подставим значения Φ_1 и Φ_2 в формулу ЭДС индукции:

$$\mathcal{E}_i = \frac{Bl^2 - B\dfrac{(2l)^2}{\pi}}{\Delta t} = \frac{Bl^2}{\Delta t}\left(1 - \frac{4}{\pi}\right).$$

С учетом этого сила индукционного тока

$$I_i = \frac{Bl^2}{4R\Delta t}\left(1 - \frac{4}{\pi}\right).$$

Ответ: $I_i = \dfrac{Bl^2}{4R\Delta t}\left(1 - \dfrac{4}{\pi}\right)$.

С39. Тонкий проводящий стержень длиной 40 см начинает соскальзывать без начальной скорости с наклонной плоскости с углом при основании 30^0 (рис. 306). Плоскость расположена в однородном магнитном поле индукцией 200 мТл. Найти ЭДС индукции в стержне в тот момент, когда он пройдет путь 40 см. Трением пренебречь.

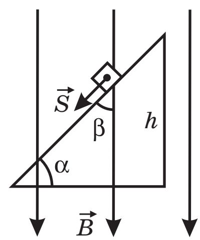


Рис. 306

Обозначим l длину стержня, v_0 — его начальную скорость, α — угол при основании наклонной плоскости, B — индукцию магнитного поля, S — пройденный путь, $\mathcal{E}_i$ — ЭДС индукции в стержне, v — скорость, которую приобретет стержень в конце пути, m — массу стержня, g — ускорение свободного падения, h — высоту наклонной плоскости, β — угол между направлением движения проводника и направлением вектора индукции магнитного поля.

Дано:

$l = 40$ см $= 0{,}4$ м

$v_0 = 0$

$\alpha = 30^0$

$B = 200$ мТл $= 0{,}2$ Тл

$S = 40$ см $= 0{,}4$ м

$\mathcal{E}_i$ — ?

Решение

ЭДС индукции в проводнике, движущемся поступательно в магнитном поле, определяет формула $\mathcal{E}_i = Bvl\sin\beta$, где β — угол между направлением движения проводника и направлением вектора индукции магнитного поля. Из рис. 306 следует, что $\beta = 90^0 - \alpha$, поэтому

$$\mathcal{E}_i = Bvl\sin(90^0 - \alpha) = Bvl\cos\alpha.$$

Скорость v, которую приобретет стержень в конце пути S, найдем из закона сохранения механической энергии, согласно которому потенциальная энергия стержня mgh на высоте $h = S\sin\alpha$ равна кинетической энергии стержня $\frac{mv^2}{2}$:

$$mgh = \frac{mv^2}{2},$$

откуда

$$v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2gS\sin\alpha}.$$

В итоге получим:

$$\mathcal{E}_i = Bl\sqrt{2gS\sin\alpha}\cos\alpha.$$

$$\mathcal{E}_i = 0{,}2\cdot 0{,}4\ \sqrt{2\cdot 10\cdot 0{,}4\sin 30^0}\cos 30^0\ \text{В} = 0{,}136\ \text{В}.$$

Ответ: $\mathcal{E}_i = 0{,}136$ В.

С40. Квадратная рамка площадью S изготовлена из проволоки сопротивлением R. Рамка перемещается горизонтально с постоянной скоростью v. Начальное положение рамки изображено на рис. 307. Рамка вводится в вертикальное однородное магнитное поле индукцией В и выводится из него. При движении в магнитном поле на рамку действует внешняя горизонтальная сила, преодолевающая тормозящее действие индукционных токов, наводимых в рамке. Чему равна работа А внешней силы за время движения рамки в магнитном поле? Магнитное поле имеет резко очерченные границы.

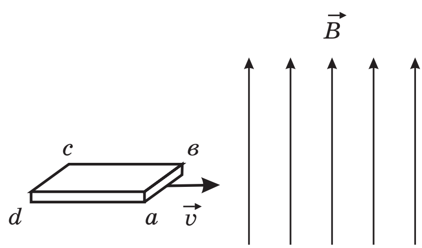


Рис. 307

Обозначим F модуль силы, перемещающей рамку в магнитном поле, h — модуль перемещения рамки, $F_А$ — силу Ампера, I_i — силу индукционного тока, l — длину проводника, из которого изготовлена рамка, α — угол между вектором магнитной индукции и направлением тока в рамке, $\mathcal{E}_i$ — ЭДС индукции,

α_1 — угол между направлением движения проводника рамки и направлением вектора индукции магнитного поля.

Дано:
S
R
v
B
$\alpha = 90^0$
$\alpha_1 = 90^0$
A — ?

Решение

Из механики мы знаем, что работа силы равна произведению ее модуля на модуль перемещения и на косинус угла между векторами силы и перемещения. Но рамка перемещается горизонтально и перемещающая ее сила направлена туда же. Значит, этот угол 0^0 и косинус его равен единице.

Тогда искомая работа равна произведению модуля силы F, перемещающей рамку в магнитном поле, на модуль перемещения рамки, равный ширине магнитного поля h:

$$A = Fh. \qquad (1)$$

Обратим внимание на то, что индукционные токи наводятся в рамке только тогда, когда меняется магнитный поток сквозь рамку — согласно закону электромагнитной индукции. А меняется поток, когда рамка вводится в магнитное поле и выводится из него, т.е. когда меняется магнитная индукция поля, которое рамка пересекает, — сначала модуль вектора индукции B нарастает, когда рамку вводят, потом убывает, когда ее выводят.

Согласно условию рамка движется равномерно. А когда тело движется равномерно, силы, приложенные к нему, уравновешены — так утверждает первый закон Ньютона. Значит, на рамку действует еще сила, равная по модулю силе F, но направленная противоположно ей. Она действует на рамку, потому что в той наводятся индукционные токи, поскольку рамка движется в магнитном поле. Это сила Ампера F_A. Значит, согласно первому закону Ньютона

$$F = F_A = BI_i l \sin\alpha. \qquad (2)$$

Здесь I_i — сила индукционного тока, возникающего в рамке при пересечении ею магнитных линий. Ее можно найти по закону Ома, согласно которому сила тока равна отношению разности потенциалов или напряжения на концах проводника к его сопротивлению. В нашем случае эта разность потенциалов равна ЭДС индукции $\mathcal{E}_i$, поэтому

$$I_i = \frac{\mathcal{E}_i}{R}. \qquad (3)$$

У нас рамка движется в магнитном поле поступательно, поэтому

$$\mathcal{E}_i = Bvl \sin\alpha_1.$$

Правда, здесь нужна длина проводника l. Она нам не известна, но зато мы знаем площадь рамки S. А она квадратная, значит, длина любой ее стороны

$$l = \sqrt{S}. \qquad (4)$$

Тогда с учетом (4)

$$\mathcal{E}_i = Bv\sqrt{S} \sin\alpha_1. \qquad (5)$$

Обратим внимание, что α_1 в формуле (5) — это угол между горизонтальным направлением движения проводника рамки *ав* и вертикальным направлением вектора индукции магнитного поля. Этот угол 90^0, и, значит, его синус равен единице. Поэтому формулу (5) перепишем так:

$$\mathcal{E}_i = Bv\sqrt{S}. \qquad (6)$$

Подставим (6) в (3):

$$I_i = \frac{Bv\sqrt{S}}{R}. \qquad (7)$$

Теперь снова обратимся к формуле (2). Силу индукционного тока и длину стороны рамки мы уже выразили через известные величины. Остался угол α. Это угол между вертикальным вектором индукции магнитного поля и направлением тока в стороне рамки *ав*. Куда бы ни шел этот ток, к нам или от нас, его направление останется перпендикулярным направлению вектора индукции, поэтому угол $\alpha = 90^0$ и его синус — единица. С учетом сказанного, а также формул (4) и (7), формула (2) примет вид:

$$F = B\frac{Bv\sqrt{S}}{R}\sqrt{S} = \frac{B^2 v\, S}{R}. \qquad (8)$$

Теперь подумаем, что такое модуль перемещения h. Это путь, пройденный, например, стороной рамки *ав* за время, пока магнитный поток сквозь рамку менялся, т.е. когда она вводилась в магнитное поле и выводилась из него. Когда рамка входила в магнитное поле, ее сторона *ав* проходила путь, равный длине стороны *вс*, и когда выходила, проходила такой же путь. Поскольку рамка квадратная, этот путь

$$h = 2l = 2\sqrt{S}. \qquad (9)$$

Нам осталось подставить (8) и (9) в формулу (1), и можно считать, что мы и с этой задачей справились. Подставляем:

$$A = 2\frac{B^2 v}{R} S\sqrt{S} = 2\frac{B^2 v}{R}\sqrt{S^3}.$$

Ответ: $A = 2\dfrac{B^2 v}{R}\sqrt{S^3}$.

С41. По замкнутому контуру индуктивностью 2 мГн и сопротивлением 40 мОм проходит ток, сила которого сначала за 40 мс равномерно увеличивается от нуля до 8 А, а затем равномерно уменьшается за 80 мс до нуля. Найти изменение внутренней энергии контура. Ответ округлить с точностью до десятых долей миллиджоуля.

Обозначим L индуктивность контура, R — его сопротивление, t_1 — время возрастания тока, t_2 — время убывания тока, I — наибольшую силу тока, ΔU — изменение внутренней энергии контура, ΔU_1 — изменение внутренней энергии контура при возрастании тока, ΔU_2 — изменение внутренней энергии контура при убывании тока, Q_1 — количество теплоты, которая выделится при возрастании тока, $\mathcal{E}_S$ — ЭДС самоиндукции.

Дано:
$L = 2$ мГн
$R = 40$ мОм
$t_1 = 40$ мс
$t_2 = 80$ мс
$I = 8$ А

ΔU — ?

Решение

Изменение внутренней энергии контура представим в виде суммы изменения внутренней энергии при возрастании тока и при его убывании:

$$\Delta U = \Delta U_1 + \Delta U_2.$$

Изменение внутренней энергии при возрастании тока равно выделившемуся при этом количеству теплоты. Согласно закону Джоуля — Ленца

$$\Delta U_1 = Q_1 = \frac{\mathcal{E}_S^2}{R} t_1,$$

где

$$\mathcal{E}_S = -L\frac{\Delta I}{t_1} = -L\frac{0 - I}{t_1} = L\frac{I}{t_1}.$$

С учетом этого

$$\Delta U_1 = \frac{L^2 I^2}{R t_1^2} t_1 = \frac{(LI)^2}{R t_1}.$$

Аналогично при убывании тока

$$\Delta U_1 = \frac{(LI)^2}{R t_2}.$$

Тогда все изменение внутренней энергии контура

$$\Delta U = \frac{(LI)^2}{R t_1} + \frac{(LI)^2}{R t_2} = \frac{(LI)^2}{R}\left(\frac{1}{t_1} + \frac{1}{t_2}\right).$$

Выполним вычисления:

$$\Delta U = \frac{\left(2 \cdot 10^{-3} \cdot 8\right)^2}{40 \cdot 10^{-3}}\left(\frac{1}{40 \cdot 10^{-3}} + \frac{1}{80 \cdot 10^{-3}}\right) \text{ Дж} = 0{,}24 \text{ Дж}.$$

Ответ: $\Delta U = 0{,}24$ Дж.

РАЗДЕЛ IV
КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ. ОПТИКА. ТЕОРИЯ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ. АТОМНАЯ ФИЗИКА

Тема 1. МЕХАНИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ

Механическими колебаниями называются механические движения или процессы, повторяющиеся во времени.

Если колебания происходят через равные промежутки времени, они называются периодическими.

Смещение x — это расстояние от маятника до положения равновесия. Амплитуда A — это наибольшее смещение. При гармонических колебаниях амплитуда — постоянная величина. В одном полном колебании содержится 4 амплитуды.

Период T — время одного полного колебания. Период при гармонических колебаниях — постоянная величина.

Частота ν — это число полных колебаний в единицу времени. Частота — величина, обратная периоду. Частота гармонических колебаний не изменяется в процессе колебаний.

Циклическая частота ω — это величина, равная числу полных колебаний, совершенных за время, равное 2π. Циклическая частота гармонических колебаний не изменяется в процессе колебаний.

Фаза α — это величина под знаком косинуса или синуса в уравнении гармонических колебаний, показывающая, какая доля периода прошла от начала колебания. Фаза гармонических колебаний в процессе колебаний изменяется.

Гармонические колебания — это колебания, в которых данный параметр изменяется по закону косинуса или синуса. Если момент начала отсчета времени колебаний совпадает с максимальным отклонением маятника от положения равновесия, то колебания являются косинусоидальными и их начальная фаза равна нулю. Если момент начала отсчета времени колебаний совпадает с прохождением маятником положения равновесия, то колебания являются синусоидальными и их начальная фаза тоже равна нулю.

Графики косинусоидальных гармонических колебаний смещения x, скорости v, ускорения a, силы F, потенциальной E_p, кинетической E_k и полной E энергий, когда начальная фаза равна нулю, изображены на рис. 307.

Ниже приведены уравнения механических колебаний и волн.

Уравнения гармонических колебаний

$$x = A\cos\alpha \qquad x = A\cos(\omega t + \alpha_o)$$

$$x = A\sin\alpha \qquad x = A\sin(\omega t + \alpha_o)$$

Здесь x — смещение маятника (м), A — амплитуда колебаний (м), α — фаза (рад), ω – циклическая (угловая) частота (рад/с), t — время колебаний (с), α_o — начальная фаза (рад).

Формула фазы колебаний

$$\alpha = \omega t + \alpha_o$$

Здесь α — фаза (рад), ω — циклическая частота (рад/с), t — время (с), α_0 — начальная фаза (рад).

Формулы циклической частоты

$$\omega = 2\pi\nu \qquad \omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \qquad \omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$$

Здесь ω — циклическая частота (рад/с), ν — частота колебаний (Гц), T — период (с), k — жесткость пружинного маятника (Н/м), m — масса маятника (кг), g — ускорение свободного падения (м/с^2), l — длина математического маятника (м).

Формулы периода колебаний

$$T = \frac{t}{N} \qquad T = \frac{1}{\nu}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \qquad T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

Здесь Т — период (с), t — время колебаний (с), N — число колебаний за это время (безразмерное), ν — частота колебаний (Гц). Остальные величины названы в предыдущей формуле.

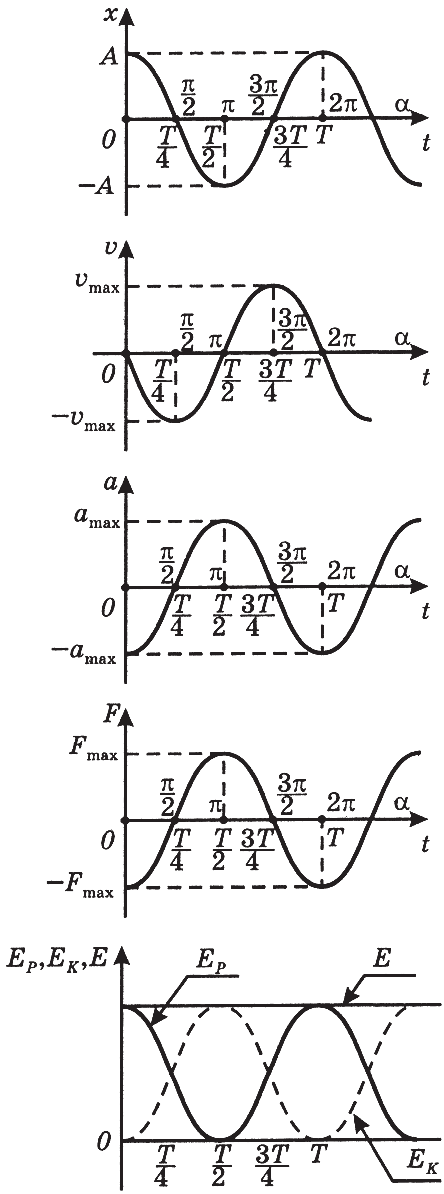

x
A
0
−A
π/2
π
3π/2
2π
α
T/4
T/2
3T/4
T
t
v
v_{max}
$-v_{max}$
a
a_{max}
$-a_{max}$
F
F_{max}
$-F_{max}$
E_P, E_K, E
E_P
E
E_K

Рис. 307

Формулы частоты колебаний

$$\nu = \frac{N}{t} \qquad \nu = \frac{1}{T}$$

$$\nu = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}} \qquad \nu = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{l}}$$

Здесь ν — частота (Гц), N — число колебаний, T — период (с), $\pi = 3{,}14$ — число «пи», t — время колебаний (с), k — жесткость пружинного маятника (Н/м), m — масса маятника (кг), g — ускорение свободного падения (м/с^2), l — длина математического маятника.

Формулы скорости гармонических колебаний

$$\upsilon = x' = -\omega A\,sin\,(\omega t + \alpha_o) \qquad \upsilon_{\max} = \omega A$$

Здесь υ — мгновенная скорость (м/с), x' — первая производная смещения по времени (м/с), ω — циклическая частота (рад/с), A — амплитуда колебаний (м), α_0 — начальная фаза (рад), $\upsilon_{\max}$ — максимальная скорость колебаний (м/с).

Формулы ускорения при гармонических колебаниях

$$a = \upsilon' = -\omega^2 A\cos(\omega t + \alpha_o) \qquad a_{\max} = \omega^2 A$$

Здесь a — мгновенное ускорение (м/с^2), υ' — первая производная скорости по времени (м/с^2), $a_{\max}$ — максимальное ускорение (м/с^2). Остальные величины названы в предыдущей формуле.

Формулы длины волны

$$\lambda = \upsilon T \qquad \lambda = \frac{\upsilon}{\nu}$$

Здесь λ — длина волны (м), υ — скорость волны (м/с), T — период (с), ν — частота (Гц).

Условия максимума и минимума при интерференции волн

$$max\colon\ \Delta r = 2k\frac{\lambda}{2} = k\lambda$$

$$min\colon\ \Delta r = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$$

Здесь Δr — разность хода волн (м), $k = 0; 1; 2; 3; ...$ — целое число (безразмерное), λ — длина волны (м).

Гармонические колебания происходят под действием переменной силы, пропорциональной смещению маятника от положения равновесия и всегда направленной к положению равновесия. Поскольку в процессе колебаний эта сила изменяется, изменяется и ускорение маятника, возникающее под действием этой силы. Поэтому к колебательному движению нельзя применять формулы равномерного или равноускоренного движений, с их помощью можно определять только средние скорость и ускорение за определенный промежуток времени. Чтобы найти мгновенную скорость, надо брать первую производную смещения по времени, а чтобы найти мгновенное ускорение — первую производную скорости по времени.

Если дано уравнение гармонических колебаний с цифровыми значениями параметров и требуется из него найти какую-либо величину, то запишите рядом уравнение гармонических колебаний в общем виде и сопоставьте его с данным уравнением. Та величина, что стоит между знаком «равно» и синусом или косинусом, есть амплитуда, в каком бы виде она ни была записана. Та, что стоит между синусом или косинусом и временем t, есть циклическая частота, а та, что без t, есть начальная фаза. Например, дано уравнение:

$$x = 0{,}4 \cos 0{,}5(\pi t + 2\pi) \text{ м}$$

и требуется найти амплитуду и период колебаний. Запишем это уравнение в общем виде:

$$x = A \cos(\omega \mathrm{t} + \alpha_0).$$

Теперь раскроем скобки в данном нам уравнении и сравним его с уравнением в общем виде:

$$x = 0{,}4 \cos (0{,}5\pi \mathrm{t} + \pi) \text{ м}.$$

Из сравнения с предыдущим уравнением видно, что амплитуда $A = 0{,}4$ м, циклическая частота $\omega = 0{,}5\pi$ рад/с и начальная фаза $\alpha_0 = \pi$ рад. А поскольку

$$\omega = \frac{2\pi}{T}, \quad \text{то} \quad 0{,}5\pi = \frac{2\pi}{T}, \quad \text{откуда } T = \frac{2\pi}{0{,}5\pi} = 4 \text{ с}$$

и частота $\nu = \dfrac{1}{T} = 0{,}25$ Гц.

Если наоборот, даны числовые значения параметров, а требуется записать уравнение колебаний, подставьте в уравнение в общем виде все числа, а время t оставьте в буквенном виде.

Например, вам даны амплитуда 5 см, период 2 с и начальная фаза 30^0 и требуется записать уравнение гармонических косинусоидальных колебаний. Найдите сначала циклическую частоту по формуле

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2} = \pi \text{ рад/с}.$$

Поскольку $30^0 = \frac{\pi}{6}$, значит, $\alpha_0 = \frac{\pi}{6}$.

С учетом этого требуемое уравнение примет вид:

$$x = 5\cos\left(\pi t + \frac{\pi}{6}\right) \text{ см}.$$

К свободным гармоническим колебаниям применим закон сохранения механической энергии: полная механическая энергия маятника E в процессе гармонических колебаний сохраняется. При этом она равна его максимальной потенциальной энергии $E_{p\,\max}$,или его максимальной кинетической энергии $E_{k\,\max}$, или сумме мгновенных потенциальной E_p и кинетической E_k энергий маятника в любой промежуточной точке его траектории:

$$E = E_{p\,\max} = E_{k\,\max} = E_p + E_k.$$

Применительно к пружинному маятнику это равенство можно записать еще и так:

$$E = \frac{kA^2}{2} = \frac{mv_{\max}^2}{2} = \frac{kx^2}{2} + \frac{mv^2}{2} \ ,$$

а применительно к математическому:

$$E = mgh_{\max} = \frac{mv_{\max}^2}{2} = mgh + \frac{mv^2}{2} \ .$$

Здесь x, v и h — мгновенные смещение, скорость и высота подъема математического маятника над положением равновесия.

Если математический маятник движется вверх с ускорением или вниз с замедлением, то период его свободных (или собственных) колебаний определяется по формуле

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g+a}} \ .$$

Если он движется вниз с ускорением или вверх с замедлением, то период его свободных колебаний определяет формула

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g-a}},$$

а если он движется горизонтально с ускорением или замедлением, то его период

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{\sqrt{g^2+a^2}}}.$$

Если математический маятник поднят над Землей на высоту H, сравнимую с радиусом Земли или превосходящую его, где ускорение свободного падения g меньше, чем ускорение свободного падения g_0 на Земле, то там маятник за время t отстанет от земного на время Δt, поскольку увеличится его период колебания на величину ΔT. При этом выполняется соотношение

$$\frac{\Delta t}{t} = \frac{\Delta T}{T_0} \quad \text{и} \quad \Delta T = T - T_0,$$

где Т — период на высоте Н, а T_0 — период его колебаний на Земле.

Если пружинный маятник состоит из двух последовательных пружин с жесткостями k_1 и k_2, как на рис. 308, *а*), то силы упругости, действующие на каждую пружину, одинаковы, а деформации пружин x_1 и x_2 разные, и при этом общая амплитуда колебаний маятника равна сумме амплитуд колебаний каждой пружины:

$$A = A_1 + A_2,$$

а соотношение между амплитудами колебаний вследствие равенства сил упругости имеет вид:

$$k_1A_1 = k_2A_2.$$

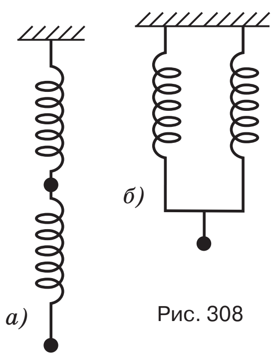


Рис. 308

Если пружины соединены параллельно, как на рис. 308, *б*), то амплитуды колебаний пружин будут одинаковы, а силы упругости, возникающие в пружинах при деформации, — разные, поэтому справедливым будут соотношения

$$F_{\text{упр}1} = -k_1A \text{ и } F_{\text{упр}2} = k_2A_2.$$

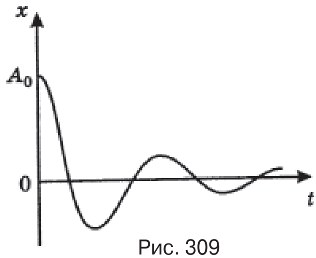


Рис. 309

Если маятник не является ни пружинным, ни математическим, то к такому — физическому — маятнику формулы периода и частоты пружинного и математического маятников неприменимы. Для решения задач на физический маятник следует пользоваться законами Ньютона, сохранения импульса и сохранения энергии.

Свободные колебания реального маятника, на который действуют внешние силы сопротивления, являются затухающими. Затухающие колебания не являются ни периодическими, ни гармоническими. График затухающих колебаний изображен на рис. 309.

Если на реальный маятник действует периодически изменяющаяся внешняя сила, то такие колебания называются вынужденными. Вынужденные колебания, происходящие под действием гармонически изменяющейся внешней силы, тоже являются гармоническими и незатухающими. Их частота равна частоте внешней силы и называется частотой вынужденных колебаний.

Если частота собственных колебаний маятника равна частоте вынужденных колебаний, то при малом сопротивлении внешней среды наступает механический резонанс — явление резкого возрастания амплитуды колебаний, когда частота вынужденных колебаний становится равной собственной частоте маятника.

На рис. 310 изображено семейство резонансных кривых для сред с разным сопротивлением колебаниям. Чем меньше внешнее сопротивление, т.е. чем ближе реальный маятник к идеальному, тем выше и острее резонансная кривая.

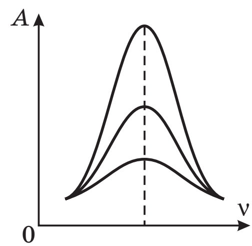


Рис. 310

Механической волной называют распространение механических колебаний в упругой среде.

Механические волны бывают поперечные и продольные. Поперечной волной называют волну, в которой частицы колеблются перпендикулярно направлению распространения волны, а продольной — в которой частицы колеблются вдоль направления распространения волны.

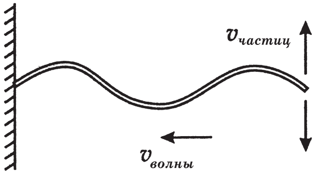


Рис. 311

В вакууме механические волны распространяться не могут. Поэтому, каким бы сильным ни был взрыв в космосе, на Земле его не услышат.

Вследствие отставания колебаний одних частиц среды от других в поперечных волнах возникают гребни и впадины (как в резиновом шнуре на рис. 311), а в продольных — сгущения и разрежения (как в упругой пружине на рис. 312).

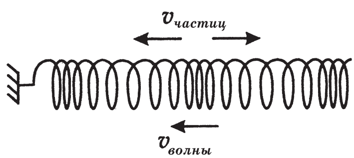


Рис. 312

Механические волны не переносят вещество среды, но переносят ее форму: гребни и впадины в поперечной волне и сгущения и разрежения в продольной.

Механические волны переносят механическую энергию, которая складывается из кинетической энергии движения частиц среды и потенциальной энергии ее упругой деформации.

Расстояние, пройденное волной за один период колебания ее частиц, называется длиной волны.

На расстоянии длины волны располагаются соседние гребни или соседние впадины в поперечной волне, а также соседние сгущения или соседние разрежения в продольной. На расстоянии длины волны расположены частицы, колеблющиеся с разностью фаз 2π рад.

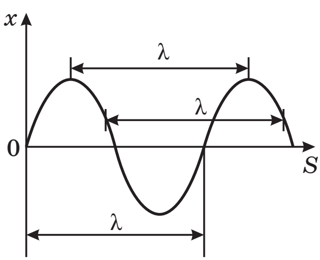


Рис. 313

На рис. 313 изображена графически поперечная волна и показана ее длина волны λ. В отличие от графика колебаний маятника здесь по оси абсцисс отложено не время колебаний t, а модуль перемещения волны S.

Скорость волны v — это скорость перемещения гребней или впадин в поперечной волне и сгущений или разрежений в продольной. Скорость волны в данной среде — постоянная величина, т.к. волны в однородной среде распространяются равномерно и прямолинейно. Скорость волны не равна скорости колебаний ее частиц, т.к. частицы волны колеблются с переменной скоростью.

Подтверждением волнового процесса в среде являются интерференция, дифракция, дисперсия и поляризация волн.

Волны, частицы которых колеблются с постоянной разностью фаз или с одинаковой частотой, называются когерентными. При наложении когерентных волн друг на друга возникает интерференция волн.

Интерференция — это наложение волн друг на друга, в результате которого в пространстве, охваченном волной, перераспределяется волновая энергия и возникают усиления волн (максимумы) и их ослабления (минимумы). При максимуме амплитуды налагающихся волн складываются (рис. 314, *а*), а при минимуме — вычитаются (рис. 314, *б*). Если при минимуме амплитуды волн одинаковы, то волны полностью погасят друг друга.

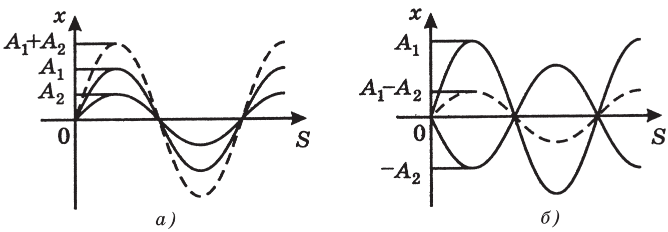


Рис. 314

Наилучшим условием максимума интерференции является наложение волн с одинаковой фазой или с разностью фаз, равной целому числу π рад. Так будет, когда разность хода волн Δr от их источников S_1 и S_2 до места наложения M содержит четное число полуволн или целое число длин волн (рис. 315).

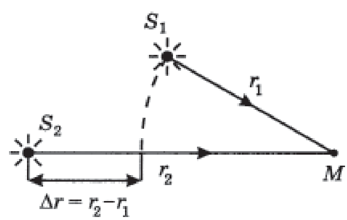


Рис. 315

Наилучшим условием минимума интерференции является наложение волн в противофазе, т.е. когда разность фаз равна

π радиан. В этом случае разность хода волн содержит нечетное число полуволн.

Дифракцией волн называется загибание волн в область геометрической тени при прохождении мимо препятствия или сквозь отверстие размером порядка нескольких длин волн.

Дифракцию волн объясняет принцип Гюйгенса: каждая точка среды, до которой добежала волна, сама становится источником такой же волны.

Дисперсию и поляризацию волн мы повторим в теме «Оптика».

Продольные волны звуковой частоты называются звуковыми волнами. Звуковой частотой, т.е. частотой, при которой человеческое ухо слышит звук, является частота от 16 Гц до 20 000 Гц. Звук с частотой меньше 16 Гц называется инфразвуком, а звук с частотой выше 20 000 Гц — ультразвуком.

Высота тона звука зависит от частоты колебаний звучащего тела (вибратора). Чем больше частота колебаний, тем выше тон. Частота колебаний крыльев мухи меньше частоты колебаний крыльев комара, поэтому муха жужжит, а комар пищит.

Громкость (интенсивность) звука зависит от амплитуды колебаний звучащего тела. Чем больше амплитуда колебаний, тем громче звук.

Скорость звука зависит от среды, в которой он распространяется, и от ее температуры. В более плотных и упругих средах звук распространяется быстрее. Скорость звука в воздухе составляет примерно 340 м/с. С повышением температуры скорость звука увеличивается.

Тема 2. ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ

Электромагнитные колебания — это повторяющийся процесс взаимного превращения электрических и магнитных полей. Электромагнитные колебания возникают в колебательном контуре.

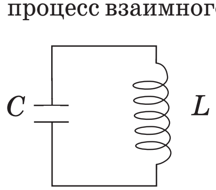


Рис. 316

Колебательный контур — это цепь, состоящая из конденсатора и катушки индуктивности (рис. 316).

Если сопротивлением проводов контура можно пренебречь, то такой контур назы-

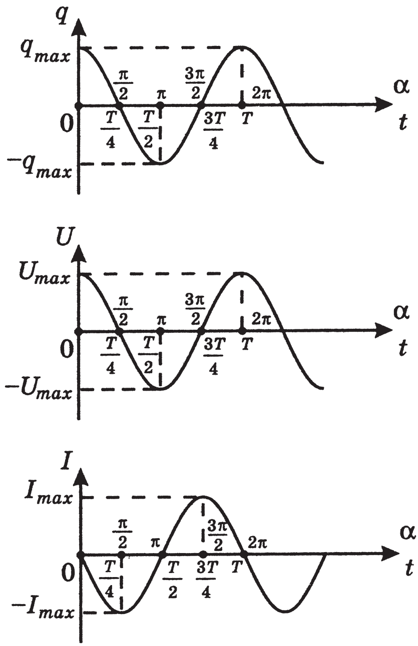


Рис. 317

вается идеальным. При зарядке конденсатора в идеальном колебательном контуре возникают свободные, незатухающие электромагнитные колебания заряда и напряжения на обкладках конденсатора, а также силы тока и ЭДС в катушке индуктивности. Электромагнитные колебания в идеальном колебательном контуре являются высокочастотными и гармоническими.

На рис. 317 изображены графики колебаний заряда, напряжения и силы тока в идеальном колебательном контуре.

Ниже приведены уравнения электромагнитных колебаний и волн.

Уравнения электромагнитных колебаний заряда, силы тока, напряжения и ЭДС:

$$q = q_m \cos(\omega t + \alpha_o),$$

$$i = I_m \sin(\omega t + \alpha_o),$$

$$u = U_m \cos(\omega t + \alpha_o), \qquad e = \mathcal{E}_m \sin(\omega t + \alpha_o),$$

$$\mathcal{E}_m = B\omega S, \qquad U_m = \frac{q_m}{C}.$$

Здесь q — мгновенный заряд (Кл), q_m — максимальный заряд (Кл), ω — циклическая частота колебаний (рад/с), t — время колебаний (с), α_o — начальная фаза (рад), i — мгновенная сила тока (А), I_m — максимальная сила тока (А), u — мгновенное напряжение (В), U_m — максимальное напряжение (В), e — мгновенная ЭДС (В), $\mathcal{E}_m$ — максимальная ЭДС (В), S —

площадь вращающегося контура (м^2), С — емкость конденсатора (Ф).

Период, циклическая частота и частота свободных электромагнитных колебаний в колебательном контуре (формула Томсона)

$$T = 2\pi\sqrt{LC} \qquad \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} \qquad \nu = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

Здесь T — период колебаний (с), L — индуктивность катушки (Гн), C — емкость конденсатора (Ф), ω — циклическая частота колебаний (рад/с), ν — частота колебаний (Гц).

Формула силы переменного тока

$$i = q' \qquad I_{\mathrm{m}} = \omega q_{\mathrm{m}}$$

Здесь i — мгновенная сила тока (А), q' — первая производная заряда по времени (А), I_m — максимальная сила тока (А), q_m — максимальный заряд (Кл).

Действующие значения переменного тока

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}} \qquad U = \frac{U_m}{\sqrt{2}} \qquad \mathcal{E} = \frac{\mathcal{E}_m}{\sqrt{2}}$$

Здесь I — действующее значение силы переменного тока (А), I_m — максимальное значение силы тока (А), U — действующее значение напряжения (В), U_m — максимальное напряжение (В), $\mathcal{E}$ — действующая ЭДС (В), $\mathcal{E}_m$ — максимальная ЭДС (В).

Индуктивное, емкостное и полное сопротивления в цепи переменного тока

$$X_L = \omega L \qquad X_C = \frac{1}{\omega C} \qquad Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

Здесь X_L — индуктивное сопротивление (Ом), X_C — емкостное сопротивление (Ом), ω — циклическая частота переменного тока (рад/с), Z — полное сопротивление (Ом), R — активное сопротивление (Ом).

Закон Ома для полной цепи переменного тока

$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}} \qquad I_m = \frac{U_m}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}}$$

Здесь I — действующее значение силы переменного тока (А), U — действующее значение напряжения переменного тока (В), I_m — максимальная сила переменного тока (А), U_m — максимальное напряжение переменного тока (В). Остальные величины названы в предыдущей формуле.

Средняя мощность в цепи переменного тока

$$P = UI\cos\varphi$$

Здесь P — мощность переменного тока (Вт), U — его действующее напряжение (В), I — действующая сила тока (А), $\cos\varphi$ — коэффициент мощности переменного тока (безразмерный), φ — сдвиг фаз между током и напряжением (рад).

Коэффициент мощности переменного тока

$$\cos\varphi = \frac{R}{Z} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}$$

Здесь все величины названы в предыдущих формулах.

Коэффициент трансформации трансформатора

$$k = \frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2}$$

Здесь k — коэффициент трансформации трансформатора (безразмерный), U_1 — напряжение на первичной обмотке (В), U_2 — напряжение на вторичной обмотке (В), N_1 — число витков в первичной обмотке (безразмерное), N_2 — число витков во вторичной обмотке (безразмерное).

Формулы длины электромагнитной волны в вакууме (воздухе)

$$\lambda = cT \qquad \lambda = \frac{c}{\nu}$$

Здесь λ — длина волны (м), $c = 3 \cdot 10^8$ м/с — скорость света в вакууме, T — период колебаний (с), ν — частота колебаний (Гц).

Плотность потока электромагнитного излучения

$$I = \frac{\Delta W}{S\Delta t}$$

Здесь I — плотность потока электромагнитного излучения (Вт/м^2), ΔW — электромагнитная энергия, проходящая через некоторую поверхность (Дж), S — площадь этой поверхности (м^2), Δt — время прохождения энергии (с).

Свободные электромагнитные колебания в идеальном колебательном контуре подчиняются закону сохранения энергии: полная энергия электромагнитных колебаний $E_{\text{эл-м}}$ равна максимальной энергии электрического поля конденсатора $E_{\text{эл max}}$, или равна максимальной энергии магнитного поля катушки индуктивости $E_{\text{м max}}$, или равна сумме мгновенных электрической $E_{\text{эл}}$ и магнитной $E_{\text{м}}$ энергий поля конденсатора и катушки в любой промежуточный момент:

$$E_{\text{эл-м}} = E_{\text{эл max}} = E_{\text{м max}} = E_{\text{эл}} + E_{\text{м}}.$$

Это закон можно записать, развернув значения энергии электрического и магнитного полей через их параметры:

$$E_{\text{эл max}} = \frac{CU_{\max}^2}{2} = \frac{LI_{\max}^2}{2} = \frac{Cu^2}{2} + \frac{Li^2}{2}.$$

В этом уравнении максимальную энергию электрического поля в зависимости от известных величин можно выразить как $E_{\text{эл max}} = \dfrac{q_{\max}^2}{2C}$ или $E_{\text{эл max}} = \dfrac{q_{\max}U_{\max}}{2}$, а его мгновенную энергию — соответственно как $E_{\text{эл}} = \dfrac{q^2}{2C}$ или $E_{\text{эл}} = \dfrac{qu}{2}$. Здесь q, u и i — мгновенные значения заряда, напряжения и силы тока.

Всякий реальный колебательный контур (рис. 318) имеет сопротивление проводов R. Если ему один раз сообщить энергию, например, зарядив конденсатор C, то колебания в нем будут затухающими из-за потерь энергии на джоулево тепло. График затухающих колебаний силы тока изображен на рис. 319.

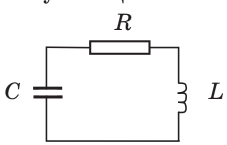


Рис. 318

Чтобы колебания были незатухающими, колебательный контур надо пополнять энергией, например, включив в него источник переменного напряжения (рис. 320). Если частота пополнения контура энергией будет равна собственной частоте колебаний контура, то в контуре возникнет электрический резонанс — явление резкого возрастания максимальной силы тока

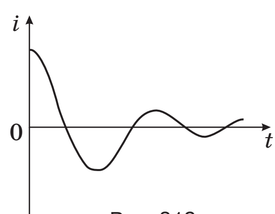


Рис. 319

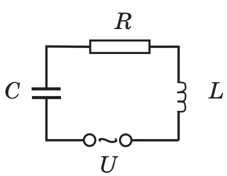


Рис. 320

в контуре (амплитуды силы тока), когда частота пополнения контура энергией становится равной собственной частоте колебаний в контуре.

При вращении проводящего контура в магнитном поле в нем вследствие явления электромагнитной индукции возникает переменный ток.

Действующим (эффективным) значением переменного тока называют силу такого постоянного тока, который, проходя по контуру, выделяет в единицу времени столько же тепла, что и данный переменный ток. Измерительные приборы, включенные в цепь переменного тока, показывают его действующие значения.

Если в цепь переменного тока включить катушку индуктивности, то в ней возникнет ток самоиндукции, который, согласно правилу Ленца, будет препятствовать изменению переменного тока. Из-за этого колебания силы тока в контуре будут отставать по фазе от колебаний напряжения, поэтому катушка индуктивности, включенная в контур, оказывает индуктивное сопротивление $X_L = \omega L$ переменному току.

Если в цепь переменного тока включить конденсатор, то изменение напряжения на его обкладках будет отставать по фазе от изменения силы тока, поэтому конденсатор будет оказывать емкостное сопротивление $X_C = \dfrac{1}{\omega C}$ переменному току.

Индуктивное и емкостное сопротивления вместе называются реактивным сопротивлением.

Сопротивление R, которое оказывают проводники цепи, называется активным сопротивлением. Джоулево тепло выделяется только на активном сопротивлении — в этом состоит главное отличие активного сопротивления от емкостного и индуктивного сопротивлений.

Рис. 321

Устройство для изменения напряжения переменного тока называется трансформатором T (рис. 321).

Действие трансформатора основано на явлении электромагнитной индукции. Трансформатор состоит из замкнутого ферромагнитного сердечника, на который надеты обмотки. Та обмотка, которую подключают к источнику изменяемого напряжения, называется первичной, а та, с которой измененное напряжение подается на потребитель — вторичной.

Если число витков во вторичной обмотке больше числа витков в первичной, то трансформатор называется повышающим, а если меньше — то понижающим. Величина k, показывающая, во сколько раз трансформатор изменяет напряжение переменного тока, называется коэффициентом трансформации трансформатора.

Напряжение на обмотках прямо пропорционально числу витков в них:

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2}.$$

Поскольку КПД трансформатора очень высок, работа тока в его обеих обмотках примерно одинакова. Поэтому силы тока в обмотках I_1 и I_2 обратно пропорциональны числу витков N_1 и N_2 в них:

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{N_2}{N_1}.$$

Электромагнитные волны — это распространение в пространстве электромагнитных колебаний.

Микроисточником электромагнитных волн является возбужденный атом, макроисточником — колебательный контур. Электромагнитные волны излучают ускоренно движущиеся заряженные частицы.

Электромагнитные волны являются поперечными волнами, т.к. векторы электрической напряженности $\vec{E}$ и магнитной индукции $\vec{B}$ в электромагнитной волне колеблются перпендикулярно ее перемещению $\vec{S}$ (рис. 322).

В вакууме электромагнитные волны распространяются с максимальной скоростью $c = 3 \cdot 10^8$ м/с.

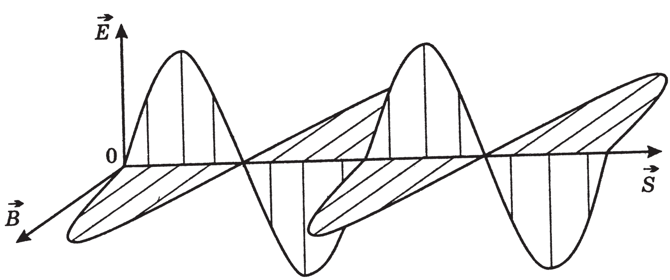


Рис. 322

Амплитуда электромагнитной волны пропорциональна квадрату ее частоты, а ее энергия пропорциональна частоте в четвертой степени. Электромагнитные волны обладают всеми свойствами волн: интерференцией, дифракцией, дисперсией и поляризацией.

На рис. 323 изображена шкала электромагнитных волн, на которой электромагнитные волны расположены в порядке возрастания их частоты или в порядке убывания длины волны.

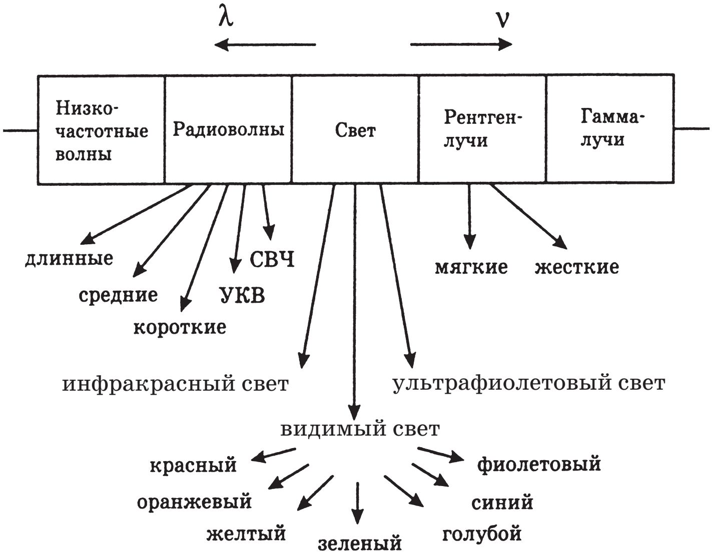


Рис. 323

Тема 3. ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ОПТИКА

Оптика — раздел физики, в котором изучается излучение света, его распространение и взаимодействие с веществом.

Различают геометрическую, волновую и квантовую оптику.

В геометрической оптике не учитывается природа света, а его распространение в пространстве рассматривается, исходя из представлений о световых лучах. Световой луч — это линия, вдоль которой распространяется световая энергия.

Ниже приведены формулы геометрической оптики.

Закон отражения

$$\alpha = \beta$$

Здесь α — угол падения (рад), β — угол отражения (рад).

Закон преломления

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\gamma} = n_{21} \qquad \frac{\sin\alpha}{\sin\gamma} = \frac{v_1}{v_2}$$

Здесь α — угол падения (рад), γ — угол преломления (рад), n_{21} — показатель преломления второй среды относительно первой (безразмерный), v_1 — скорость света в первой среде (м/с), v_2 — скорость света во второй среде (м/с).

Физический смысл абсолютного показателя преломления

$$n = \frac{c}{v}$$

Здесь n — абсолютный показатель преломления (безразмерный), c — скорость света в вакууме (м/с), v — скорость света в прозрачной среде (м/с).

Физический смысл относительного показателя преломления

$$n_{21} = \frac{v_1}{v_2}$$

Здесь n_{21} — показатель преломления второй среды относительно первой, v_1 — скорость света в первой среде (м/с), v_2 — скорость света во второй среде.

Связь относительного показателя преломления двух сред с их абсолютными показателями преломления

$$n_{21} = \frac{n_2}{n_1}$$

Здесь n_{21} — относительный показатель преломления сред (безразмерный), n_1 — абсолютный показатель преломления первой среды, n_2 — абсолютный показатель преломления второй среды.

Формула предельного угла полного отражения

$$\sin\alpha_0 = \frac{n_2}{n_1}, \quad \text{при } n_2 = 1 \quad \sin\alpha_0 = \frac{1}{n_1}$$

Здесь α_0 — предельный угол полного отражения (рад), n_1 — абсолютный показатель преломления первой среды (безразмерный), n_2 — абсолютный показатель преломления второй среды (безразмерный).

Формула линзы

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F} \qquad \frac{1}{d} + \frac{1}{f} = D$$

Здесь d — расстояние от предмета до линзы (м), f — расстояние от линзы до изображения (м), F — фокусное расстояние линзы (м), D — оптическая сила линзы (дптр).

Формула оптической силы линзы

$$D = \frac{1}{F}$$

Все величины названы в предыдущей формуле

Линейное увеличение линзы

$$\Gamma = \frac{H}{h} \qquad \Gamma = \frac{f}{d}$$

Здесь Γ — линейное увеличение линзы (безразмерное), H — линейный размер изображения (м), h — линейный размер предмета (м), d — расстояние от предмета до линзы (м), f — расстояние от линзы до изображения (м).

Линейное увеличение лупы

$$\Gamma = \frac{d_0}{F}$$

Здесь $d_0 = 25$ см — расстояние наилучшего зрения, F — фокусное расстояние лупы.

Свет в однородной и изотропной среде распространяется прямолинейно. Доказательством этому служит образование тени и полутени. Если источник света S точечный, то позади непрозрачного предмета M образуется тень (рис. 324, a),

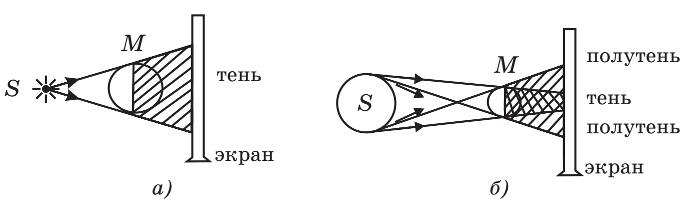


Рис. 324

а если источник света S протяженный, то позади предмета M образуются тень и полутени (рис. 324, *б*).

Точечным источником света называют абстрактный источник, представляющий собой светящуюся материальную точку. Если точечный источник света удален в бесконечность, то его лучи падают на освещаемый предмет параллельным пучком.

Световой луч не может быть бесконечно тонким. При прохождении сквозь отверстие, в котором умещается несколько длин волн, он расширяется вследствие дифракции и загибает в область геометрической тени.

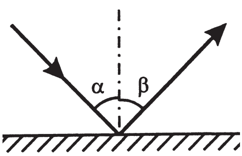


Рис. 325

При падении световых лучей на непрозрачную гладкую преграду они меняют направление, возвращаясь в прежнюю среду. Это явление называется отражением света. Угол между падающим лучом и перпендикуляром к отражающей свет поверхности называется углом падения α. Угол между отраженным лучом и перпендикуляром к отражающей поверхности называется углом отражения β (рис. 325).

Законы отражения:

- луч падающий и луч отраженный всегда лежат в одной плоскости с перпендикуляром, проведенным в точку падения к отражающей поверхности, по разные стороны от него;
- угол отражения всегда равен углу падения, $\alpha = \beta$.

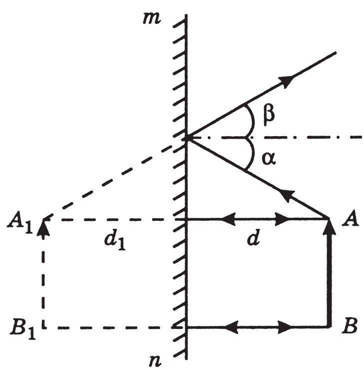


Рис. 326

Если луч падает перпендикулярно отражающей поверхности, то угол падения равен нулю, поэтому и угол отражения тоже равен нулю. В этом случае луч отражается в обратном направлении — сам по себе.

На законе отражения основано получение изображения в плоском зеркале.

Плоское зеркало mn дает мнимое и прямое изображение A_1B_1, равное по размеру предмету AB и расположенное от зеркала на таком же расстоянии, что и предмет (рис. 326). Исключение составляет случай, когда на плоское зеркало падает пучок сходящихся лучей (рис. 327) — в этом случае изображение S получится действительным.

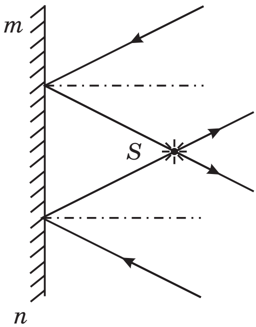


Рис. 327

Если поверхности двух плоских зеркал образуют угол φ (рис. 328), количество изображений N в такой системе зеркал можно определить по формуле

$$N = \frac{360^0}{\varphi} - 1.$$

При переходе света из одной прозрачной среды в другую меняется направление светового луча. Это явление называется преломлением света. Угол между преломленным лучом и перпендикуляром к преломляющей поверхности называется углом преломления (рис. 329).

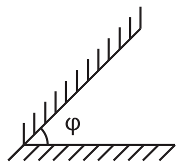


Рис. 328

Законы преломления:

– луч падающий и луч преломленный всегда лежат в одной плоскости с перпендикуляром, опущенным в точку падения луча к преломляющей поверхности, по разные стороны от перпендикуляра;
– отношение синуса угла падения к синусу угла преломления есть величина постоянная для данных двух сред и называется показателем преломления второй среды относительно первой n_{21}:

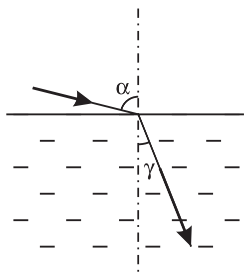


Рис. 329

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\gamma} = n_{21}.$$

При этом первой средой является та среда, в которой распространяется падающий луч, а второй средой — та, в которой распространяется преломленный луч. Например, если свет переходит из воды в стекло, то n_{21} — это показатель преломления стекла относительно воды, а если наоборот, из стекла в воду, то n_{21} — показатель преломления воды относительно стекла.

Если луч переходит из вакуума (воздуха) в прозрачную среду, то показатель преломления этой среды относительно вакуума называется абсолютным показателем преломления этой среды n. Значение абсолютного показателя преломления каждой среды приводится в справочных данных.

Абсолютный показатель преломления среды показывает, во сколько раз скорость света в вакууме больше, чем в данной среде:

$$n = \frac{c}{v}.$$

Относительный показатель преломления n_{21} равен отношению абсолютного показателя преломления второй среды к относительному показателю преломления первой среды:

$$n_{21} = \frac{n_2}{n_1}.$$

Физический смысл относительного показателя преломления: относительный показатель преломления показывает, во сколько раз отличается скорость света в первой среде от скорости света во второй среде: $n_{21} = \dfrac{v_1}{v_2}$.

Та среда, у которой абсолютный показатель преломления больше, называется оптически более плотной. Если свет переходит из оптически более плотной среды в оптически менее плотную, например, из воздуха в воду, то угол падения больше угла преломления. И наоборот, если луч переходит из оптически более плотной среды в оптически менее плотную, например, из воды в воздух, то угол падения меньше угла преломления (рис. 330).

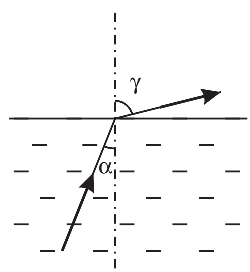


Рис. 330

В случае перехода луча из оптически более плотной среды в оптически менее плотную существует такой угол падения α_0, при котором преломленный луч скользит по границе раздела сред с разной оптической плотностью. При этом угол преломления равен 90^0. Такой угол падения называется предельным

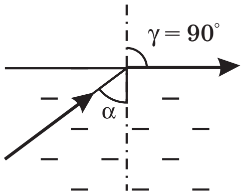


Рис. 331

углом полного отражения (рис. 331). Если луч упадет на поверхность под углом больше предельного, то он полностью отразится обратно в первую среду (рис. 332). Такое явление называется полным отражением.

Проходя сквозь плоскопараллельную пластинку из вещества, оптически более плотного, чем окружающая среда, луч не меняет своего направления, а лишь смещается на расстояние x (рис. 333). Смещение луча x тем больше, чем толще пластинка и чем больше показатель преломления ее вещества.

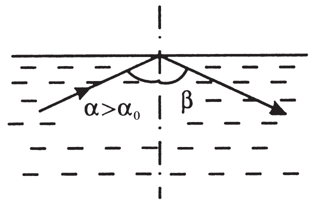


Рис. 332

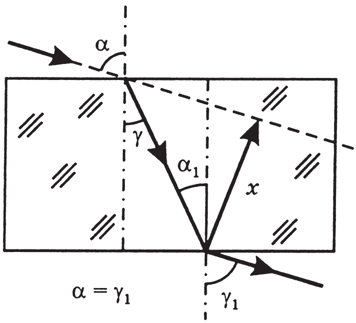


Рис. 333

Проходя сквозь треугольную призму, изготовленную из оптически более плотного, чем окружающая среда, вещества, луч дважды преломляется, отклоняясь к ее основанию (рис. 334). При этом изображение S_1 источника света S смещается к вершине призмы. Угол φ, лежащий против основания призмы, называется преломляющим углом призмы. Угол θ между направлениями упавшего на призму и вышедшего из призмы лучей называется углом отклонения луча. Угол отклонения θ зависит от угла падения луча на призму α_1, преломляющего угла призмы φ и показателя преломления n вещества, из которого она изготовлена.

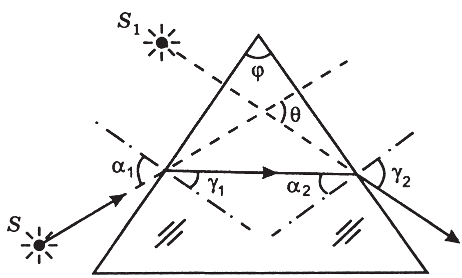


Рис. 334

Линзой называют прозрачное для света тело, ограниченное сферическими или иными криволинейными поверхностями, одна из которых может быть плоской. Если линза в средней части толще, чем у краев, то она называется выпуклой, а если наоборот, — то вогнутой.

Двояковыпуклая линза называется собирающей, т.к. она собирает после преломления параллельные лучи в одной точке (рис. 335, *а*).

Вершины сферических сегментов P_1 и P_2, образующих линзу, называются ее полюсами. Точка, в которой сливаются полюсы бесконечно тонкой линзы, называется ее главным оптическим центром O.

Прямая mn, проходящая через центры сфер O_1 и O_2, поверхности которых образуют линзу, называется главной оптической осью линзы. Точка, в которой пересекаются лучи, падающие на линзу параллельно ее главной оптической оси, называется фокусом линзы F. Фокус линзы F делит расстояние между центром сферы O_1 и главным оптическим центром линзы пополам, поэтому центр O_1 называют двойным фокусом линзы $2F$.

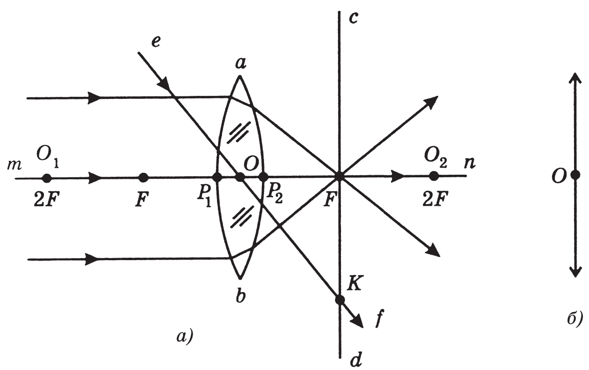


Рис. 335

Расстояние OF от фокуса линзы до ее главного оптического центра называется фокусным расстоянием линзы и тоже обозначается буквой F. Собирающая линза имеет два действительных фокуса F и два двойных фокуса $2F$, расположенных по обе стороны линзы. На рис. 335, *б*) показано условное изображение собирающей линзы.

Любой луч, проходящий через главный оптический центр линзы O, не преломляется. Такой луч называется побочной осью линзы.

Плоскость cd, проходящая через фокус линзы перпендикулярно ее главной оптической оси, называется фокальной плоскостью линзы.

Главное свойство фокальной плоскости собирающей линзы: она является геометрическим местом точек, в которых пересекаются параллельные лучи, падающие на собирающую линзу под разными углами (рис. 336).

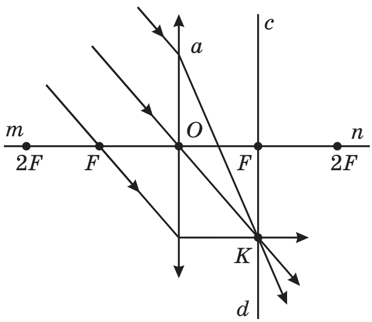


Рис. 336

Чтобы узнать, как пойдет после преломления произвольный луч, упавший на собирающую линзу, надо провести через главный оптический центр линзы побочную ось, параллельную произвольному лучу и построить с другой стороны линзы главную фокальную плоскость cd. Побочная ось не преломится в линзе и пересечет главную фокальную плоскость cd в некоторой точке К. А поскольку побочная ось параллельна произвольному лучу, то он после преломления тоже пойдет через точку К (рис. 337).

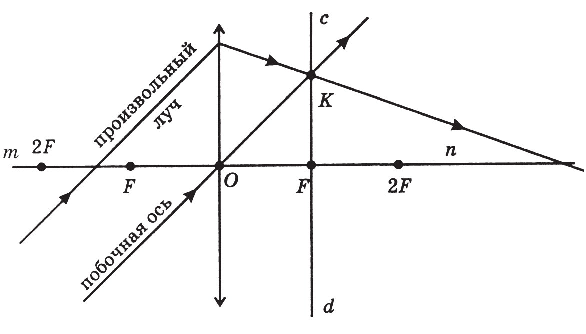


Рис. 337

Если на линзу падает пучок параллельных лучей, значит, их источник расположен в бесконечности, т.е. расстояние от источника до линзы $d = \infty$. Если такие лучи параллельны главной оптической оси, то после преломления они пересекутся в фокусе линзы F — там появится действительное изображение S_1 источника S, удаленного в бесконечность (рис. 338, *а*). Световые лучи обратимы. Это значит, что если в фокус собирающей линзы поместить точечный источник света S, то после преломления в линзе его лучи пойдут параллельно главной оптической оси линзы и изображение S_1 источника уйдет в бесконечность, т.е. расстояние от линзы до изображения $f = \infty$ (рис. 338, *б*).

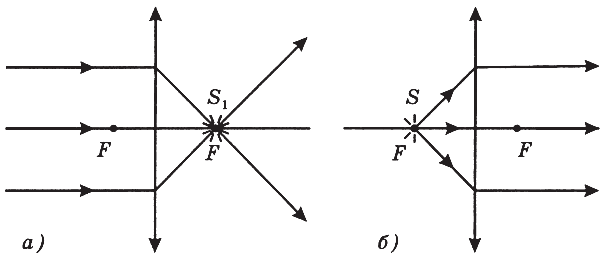


Рис. 338

Как правило, если в условии задачи не сказано, о какой линзе идет речь, значит, это собирающая линза. Если у вас имеется хотя бы часть линзы, изображение в ней строится так же, как если бы это была целая линза.

Двояковогнутая линза рассеивает пучки параллельных лучей, падающих на нее, поэтому она называется рассеивающей линзой. Если пучок лучей падает на рассеивающую линзу параллельно ее главной оптической оси, то после преломления в линзе их мнимые продолжения пересекаются в одной точке,

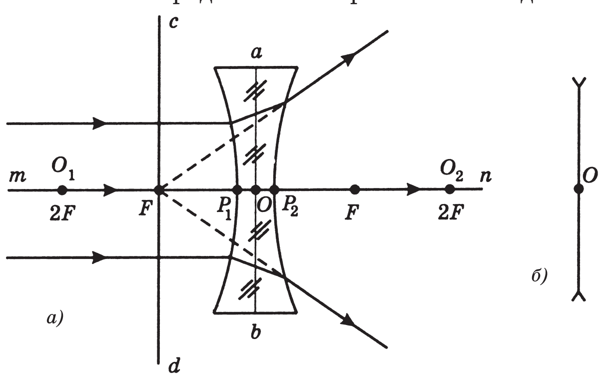


Рис. 339

которая является мнимым фокусом F рассеивающей линзы (рис. 339, *а*). Рассеивающая линза имеет два мнимых фокуса F, расположенных на главной оптической оси по обе стороны от нее на середине отрезка O_1O. На рис. 339, *б*) показано условное изображение рассеивающей линзы.

Плоскость c*d*, перпендикулярная главной оптической оси и проходящая через фокус рассеивающей линзы, называется главной фокальной плоскостью этой линзы.

Главное свойство фокальной плоскости рассеивающей линзы: она является геометрическим местом точек, в которых пересекаются мнимые продолжения любых параллельных лучей, падающих на линзу под разными углами (рис. 340).

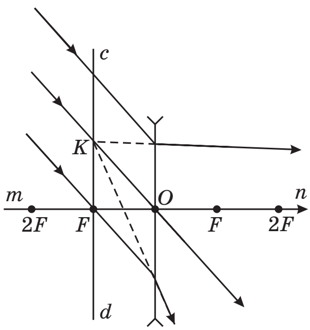


Рис. 340

Чтобы узнать, как пойдет упавший на рассеивающую линзу произвольный луч после преломления, надо провести параллельную ему побочную ось и построить главную фокальную плоскость *cd* с той же стороны линзы, где лежит и произвольный луч. Точку K, в которой побочная ось пересечет главную фокальную плоскость, надо соединить с точкой падения произвольного луча на линзу его мнимым (штриховым) продолжением, а сам луч пойдет в противоположном направлении (рис. 341).

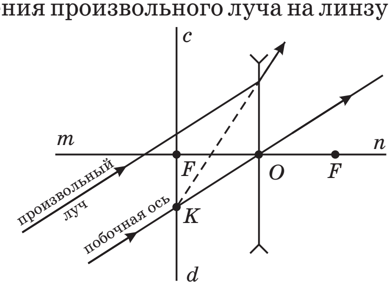


Рис. 341

Мнимые лучи и мнимые изображения предметов принято изображать штриховыми линиями.

Чтобы построить изображение светящейся точки в линзе, надо знать, где пересекутся после преломления испущенные этой точкой два любых луча. Лучше выбрать лучи, про которые вы знаете, как они пойдут после преломления.

Чтобы построить изображение предмета AB, надо сначала построить изображение точки A, не лежащей на главной оптической оси. Для этого сначала из точки A проведем к линзе луч, параллельный главной оптической оси, — после преломления он пойдет через фокус. Затем из этой же точки A провести через главный оптический центр линзы О побочную ось. Точка A_1, в которой после преломления пересекутся эти два луча, и будет изображением точки A. Затем, если предмет AB был перпендикулярен главной оптической оси mn, опустить из точки A_1 на главную оптическую ось перпендикуляр и в его основании на оси получить изображение B_1 точки B.

Если предмет AB находится за двойным фокусом собирающей линзы, то его действительное изображение A_1B_1 будет обратным (перевернутым), уменьшенным и расположится между фокусом F и двойным фокусом $2F$ по другую сторону линзы (рис. 342, *а*). Если предмет AB расположен в двойном фокусе $2F$, то его действительное изображение A_1B_1 будет обратным, равным по размерам самому предмету и тоже расположенным в двойном фокусе по другую сторону линзы (рис. 342, *б*). Если предмет

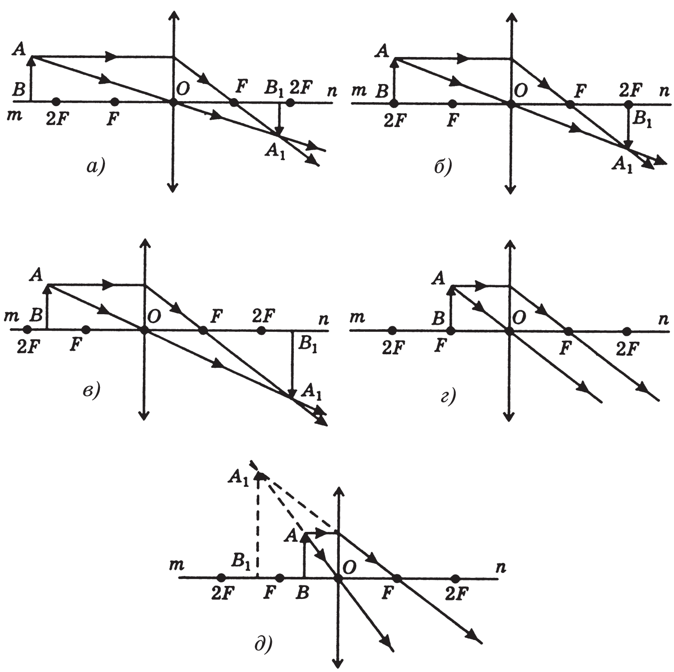


Рис. 342

AB находится между двойным фокусом $2F$ и фокусом F, то его действительное изображение A_1B_1 будет увеличенным, обратным и расположится за $2F$ по другую сторону линзы (рис. 342, *в*). Если предмет AB находится в фокусе линзы F, то его изображение уйдет в бесконечность (рис. 342, *г*). И наконец, если предмет AB находится между фокусом F и линзой, то его мнимое изображение A_1B_1 в собирающей линзе будет прямым, увеличенным и расположится с той же стороны линзы, что и сам предмет AB (рис. 343, *д*).

Изображение A_1B_1 предмета AB в рассеивающей линзе будет всегда мнимым, прямым и уменьшенным (этим оно отличается от мнимого изображения в собирающей линзе, там оно увеличенное, см. рис. 342, *д*) и расположенным по ту же сторону линзы, что и сам предмет (рис. 343).

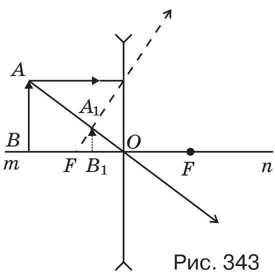


Рис. 343

Если требуется построить изображение предмета AB в системе собирающая линза — плоское зеркало, то сначала постройте изображение A_1B_1 в линзе (рис. 344, *а*). Это изображение A_1B_1 станет предметом по отношению к зеркалу. Затем постройте изображение A_2B_2 предмета A_1B_1 уже в плоском зеркале (рис. 344, *б*). Это изображение A_2B_2 станет вторым предметом по отношению к линзе. И, наконец, постройте еще одно изображение A_3B_3 предмета A_2B_2 в линзе (рис. 344, *в*). Изображение A_3B_3 и станет окончательным изображением предмета AB, даваемым системой линза — зеркало.

Если требуется построить изображение предмета в системе двух линз, например, собирающих, то сначала постройте изображение A_1B_1 предмета AB в первой, левой линзе (рис. 345). Это изображение A_1B_1 станет предметом для второй, правой линзы. Теперь постройте изображение A_2B_2 предмета A_1B_1 в правой линзе. Это изображение A_2B_2 и станет окончательным изображение предмета AB, даваемым этой системой линз.

Величина D, обратная фокусному расстоянию, называется оптической силой линзы: $D = \dfrac{1}{F}$.

Оптическая сила линзы может быть положительной и отрицательной. Положительной считается оптическая сила собирающей линзы, а отрицательной — рассеивающей.

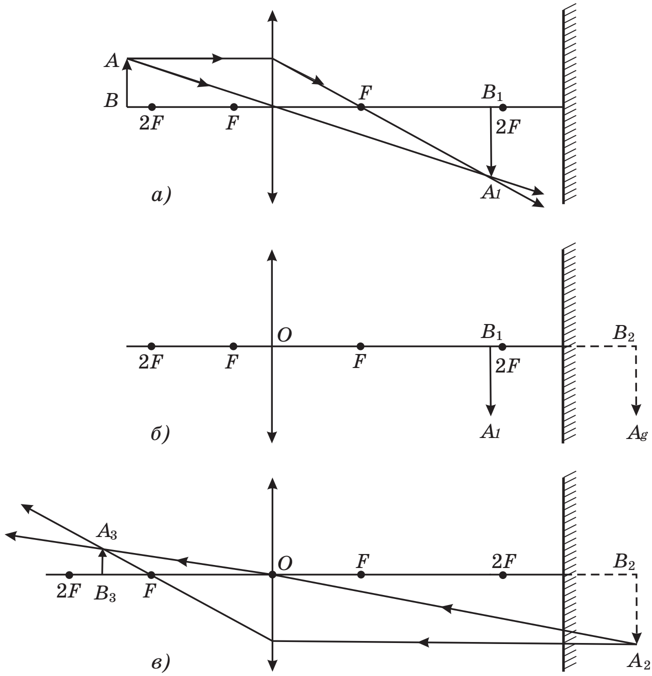


Рис. 344

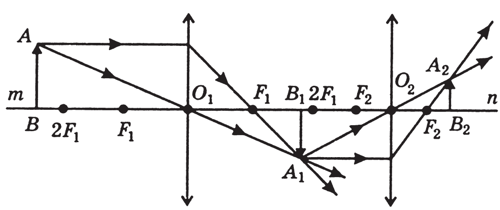


Рис. 345

Расстояние от предмета до линзы d и расстояние от линзы до изображения f связывает с фокусным расстоянием линзы F и ее оптической силой D формула линзы

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F}, \qquad \frac{1}{d} + \frac{1}{f} = D.$$

Если линза собирающая, но изображение в ней мнимое, то эта формула принимает вид:

$$\frac{1}{d}-\frac{1}{f}=\frac{1}{F}=D.$$

Если линза рассеивающая, то формула линзы принимает вид:

$$\frac{1}{d}-\frac{1}{f}=-\frac{1}{F}=-D.$$

Если на линзу падает пучок сходящихся лучей, то точка их пересечения представляет собой мнимый предмет. В этом случае формула собирающей линзы с действительным изображением принимает вид:

$$-\frac{1}{d}+\frac{1}{f}=\frac{1}{F}=D.$$

Увеличением линзы Г называют отношение линейного размера предмета к линейному размеру изображения:

$$\Gamma=\frac{H}{h}, \qquad \Gamma=\frac{f}{d}.$$

Лупой называют короткофокусную собирающую линзу, предназначенную для относительно небольшого увеличения изображения. Рассматриваемый предмет помещают между фокусом и лупой, благодаря чему получают прямое и увеличенное изображение. Увеличение лупы определяет формула

$$\Gamma=\frac{d_0}{F}$$

Здесь $d_0 = 25$ см — расстояние наилучшего зрения, F — фокусное расстояние лупы.

Если у человека нормальное зрение, то параллельные лучи, падающие на хрусталик глаза, пересекаются на сетчатке. При этом формула линзы имеет вид:

$$\frac{1}{d}+\frac{1}{f}=D_{\text{глаза}}.$$

У близорукого человека параллельные лучи, упав на утолщенный хрусталик, пересекаются внутри глаза перед сетчаткой. Чтобы они пересекались на сетчатке, требуются очки со стеклами, аналогичными рассеивающей линзе. Применительно к глазу в таких очках формула линзы имеет вид:

$$\frac{1}{d}+\frac{1}{f}=D_{\text{глаза}}-D_{\text{очков}}.$$

У дальнозоркого человека параллельные лучи, упав на хрусталик, пересекутся за сетчаткой. Чтобы восстановить зрение, требуются очки со стеклами, аналогичными собирающей линзе. Применительно к дальнозоркому глазу формула линзы имеет вид:

$$\frac{1}{d}+\frac{1}{f}=D_{\text{глаза}}+D_{\text{очков}}.$$

Если в условии задачи записано: оптическая сила рассеивающей линзы $D=-4$ дптр, то в предыдущую формулу подставляйте только модуль этого числа, т.к. минус в ней уже учтен.

Если линзы сложены вплотную, то оптическая сила системы таких линз равна алгебраической сумме оптических сил каждой линзы в отдельности — с учетом их знаков. Например, если сложили вплотную собирающую линзу с фокусным расстоянием $F_1 = 20$ см и рассеивающую с фокусным расстоянием $F_2 = 25$ см, то оптическая сила такой системы линз будет равна:

$$D=\frac{1}{F_1}-\frac{1}{F_2}=\frac{1}{0{,}2\,м}-\frac{1}{0{,}25\,м}=1\text{ дптр}.$$

При вычислении оптической силы не забывайте переводить размерность фокусных расстояний — сантиметры в метры, иначе допустите грубую ошибку.

Если линзы расположены на расстоянии друг от друга, то определять оптическую силу или фокусное расстояние такой системы линз подобным образом — просто складывая оптические силы каждой линзы — нельзя. В этом случае фокусным расстоянием F такой системы линз является расстояние от последнего пересечения лучей, упавших на первую линзу параллельно ее главной оптической оси, до последней линзы.

Тема 4. ВОЛНОВАЯ И КВАНТОВАЯ ОПТИКА

Световые волны — это электромагнитные волны с длиной волны от нескольких десятков микрон у инфракрасного света до сотых долей микрона у ультрафиолетового. На шкале электромагнитных волн световые волны располагаются между сверхвысокочастотными радиоволнами и рентгеновскими лучами. Свет обладает дуализмом, т.е двойственностью свойств, — он одновременно и волна, и поток частиц. Когда свет распространяется в пространстве, то обнаруживает свои волновые свойства: интерференцию, дифракцию, дисперсию и поляризацию. Когда он взаимодействует с веществом, то обнаруживает свои квантовые свойства — свойства частиц.

Ниже приведены формулы волновой и квантовой оптики.

Условие максимума на дифракционной решетке

$$d\sin\varphi = k\lambda$$

Здесь d — период решетки (м), φ — угол дифракции (рад), k — порядок максимума (безразмерный), λ — длина световой волны (м).

Формула Планка

$$E_\gamma = h\nu \qquad E\gamma = \hbar\omega, \qquad \text{где} \qquad \hbar = \frac{h}{2\pi}$$

Здесь E_γ — энергия порции излучения или энергия фотона (Дж), $h = 6{,}62 \cdot 10^{-34}$ Дж · с — постоянная Планка, ν — частота световой волны (Гц), $\hbar = 1{,}05 \cdot 10^{-34}$ Дж · с — постоянная Планка (с черточкой), ω — циклическая частота (рад/с).

Формула Эйнштейна для фотоэффекта

$$E = A_{\text{вых}} + E_k \qquad\qquad h\nu = A_{\text{вых}} + \frac{m_e v^2}{2}$$

Здесь E — энергия фотона (Дж), $A_{\text{вых}}$ — работа выхода электрона из металла (Дж), E_k — кинетическая энергия электрона (Дж), h — постоянная Планка (Дж · с), ν — частота световой волны (Гц), m_e — масса электрона (кг), v — скорость электрона (м/с).

Формула для расчета красной границы фотоэффекта

$$A_{вых} = h\nu_0 \qquad A_{вых} = h\frac{c}{\lambda_0}$$

Здесь $A_{\text{вых}}$ — работа выхода электрона из металла (Дж), h — постоянная Планка (Дж · с), c — скорость света в вакууме (м/с), ν_0 — красная граница фотоэффекта по частоте (Гц), λ_0 — красная граница фотоэффекта по длине волны.

Масса и импульс фотона

$$m = \frac{h\nu}{c^2} \qquad\qquad p = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}$$

Здесь m — масса фотона (кг), p — импульс фотона (кг · м/с), λ — длина волны (м), c — скорость света в вакууме (м/с). Остальные величины названы в предыдущей формуле.

Длина волны де Бройля

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{h}{p}.$$

Здесь λ — длина волны де Бройля (м), h — постоянная Планка (Дж · с), m — масса частицы (кг), v — скорость частицы (м/с), p — импульс частицы (кг · м/с).

Чтобы наблюдать интерференцию света, нужны когерентные источники. Два независимых источника света не могут быть когерентными, поэтому в опытах с интерференцией света световые пучки от одного источника разделяли на два пучка и заставляли их проходить разные расстояния, создавая тем самым разность хода, а затем соединяли. При этом, если разность их хода содержала четное число полуволн, то наблюдали усиление света, а если — нечетное, то ослабление, т.е. свет плюс свет давал темноту. Так было доказано, что свет есть волна.

Интерференцию с дифракцией света можно наблюдать с помощью дифракционной решетки — пластинки с нанесенными на нее чередующимися прозрачными и непрозрачными полосами — до нескольких тысяч на миллиметре ее длины. При этом ширина прозрачной полосы такова, что в ней укладывается несколько световых длин волн, вследствие чего световые волны, упав на решетку, дифрагируют под разными углами и на экране наблюдается интерференционная картина: чередование темных и светлых полос. Полоса под центром решетки всегда светлая, т.к. световые волны приходят сюда от симметричных прозрачных полос в одной фазе, — это нулевой максимум (порядок максимума $k = 0$). Слева и справа от нулевого максимума через темные полосы располагаются симметричные максимумы первого порядка, затем второго, третьего и т.д. (рис. 346).

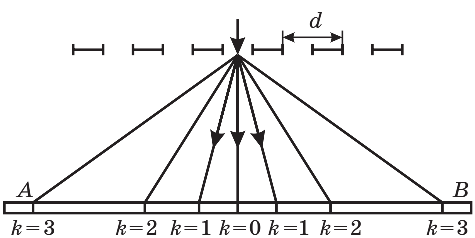


Рис. 346

Сумма ширины прозрачной и непрозрачной полос решетки называется ее периодом d. Его можно определить, разделив длину решетки l на общее число полос на ней N:

$$d = \frac{l}{N}.$$

С помощью дифракционной решетки по формуле $d\sin\varphi = k\lambda$ можно экспериментально определить неизвестную длину световой волны.

Дисперсией света называется зависимость показателя преломления вещества от длины световой волны. Из-за дисперсии световые волны с разной длиной волны по-разному преломляются веществом, что приводит к разложению белого света на цветные монохроматические (т.е. одного цвета) лучи (рис. 347).

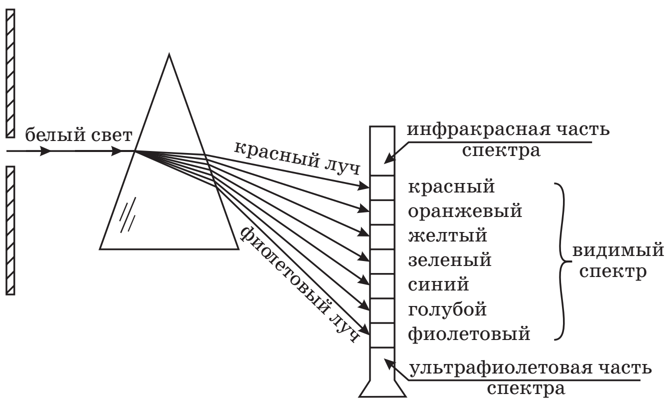


Рис. 347

Слабее других световых лучей преломляются инфракрасные лучи. У них набольшая из световых волн длина волны и наименьшая частота, в соответствии с формулой

$$\nu = \frac{c}{\lambda}.$$

У инфракрасных лучей наименьший показатель преломления n и поэтому, в соответствии с формулой

$$v = \frac{c}{n},$$

наибольшая скорость света в веществе. Инфракрасные лучи являются тепловыми лучами. Именно они переносят световую энергию Солнца через холод космического пространства на Землю, где, взаимодействуя с земной атмосферой, эта энергия превращается в тепло.

Спектр лучей видимого света очень узок — он лежит в диапазоне длин волн от $8 \cdot 10^{-7}$ м у красных лучей до $4 \cdot 10^{-7}$ м у фиолетовых. В спектре видимых лучей наблюдается следующий порядок по мере уменьшения длины волны и скорости света в веществе и увеличения частоты: красный, оранжевый, желтый, зеленый, голубой, синий, фиолетовый (легко запомнить их порядок по фразе: Каждый Охотник Желает Знать, Где Сидит Фазан). Если с помощью линзы собрать лучи всех цветов видимого спектра, то вновь получим белый свет.

За видимой фиолетовой границей света лежит область ультрафиолетовых лучей с еще меньшей, чем у фиолетовых длиной волны и еще большей частотой. Ультрафиолетовые лучи обладают проникающей способностью сквозь непрозрачные для видимого света тела, но стекло их полностью поглощает. У металлов ультрафиолетовый свет вызывает явление фотоэффекта. В малых дозах ультрафиолетовые лучи способствуют выработке у человека витамина Д, а в больших они опасны, т.к. приводят к болезням крови и опухолям.

Вид спектра зависит от агрегатного состояния светящегося вещества, его химического состава и температуры и не зависит от способа возбуждения свечения. В зависимости от агрегатного состояния вещества спектры бывают сплошные, полосатые и линейчатые.

Сплошной спектр излучают светящиеся твердые и жидкие вещества и высокотемпературная плазма.

Полосатый спектр излучают газы в молекулярном состоянии.

Линейчатый спектр излучают газы в атомарном состоянии.

Каждая линия линейчатого спектра соответствует излучению одного атома данного вещества, поэтому по ней можно судить о наличии данного химического элемента. Метод изучения химического состава веществ по их спектрам называется спектральным анализом. Спектральный анализ — наиболее точный метод исследования состава веществ, с его помощью можно обнаружить вещество, даже если его масса составляет 10^{-10} г. Каждое вещество испускает линии того цвета, которые само поглощает.

Атом вещества в возбужденном состоянии испускает электромагнитную волну, в которой вектор электрической напряженности $\vec{E}$ — световой вектор — колеблется только в одной плоскости. Такая волна называется плоскополяризованной. Атомы светящегося вещества испускают световые волны, в которых световой вектор колеблется в разнообразных плоскостях. Такой свет называется естественным. Существуют вещества, например, кристаллы турмалина, после прохождения сквозь которые световая волна становится плоскополяризованной. Это явление называется поляризацией света, а сами вещества — поляризаторами. Поляризация света подтверждает поперечность световых волн.

Атом вещества, переходя из более возбужденного в менее возбужденное состояние, испускает световую волну, обладающую определенной порцией энергии E_γ. Эта порция энергии называется фотон или квант и определяется формулой Планка

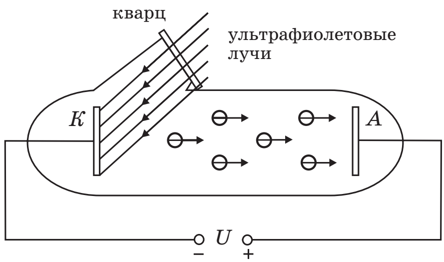


Рис. 348

$$E_\gamma = h\nu.$$

Когда световая волна падает на вещество, ее энергия (квант или фотон) передается атомам вещества и их валентные электроны переходят на более удаленные от ядра орбиты. Это явление называется внутренним фотоэффектом. При достаточно большой порции энергии фотона электроны могут быть выбитыми из вещества — произойдет внешний фотоэффект.

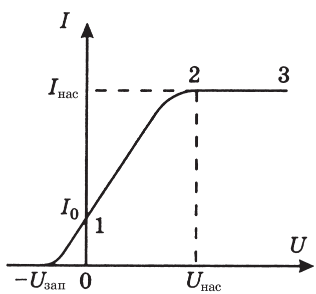


Рис. 349

Для наблюдения внешнего фотоэффекта в вакуумную трубку помещают катод и анод, на которые подают высокое напряжение, и освещают катод К ультрафиолетовым светом сквозь кварцевое стекло, поскольку обычное стекло ультрафиолетовые лучи не пропускает (рис. 348). Выбитые светом электроны (фотоэлектроны) устремляются к положительному аноду А, и в цепи возникает фототок. На рис. 349 показана вольтамперная характеристика фотоэффекта, т.е. зависимость силы фототока I от приложенного к электродам напряжения U.

В отсутствие напряжения между катодом и анодом можно обнаружить в трубке слабый ток I_0, образованный немногими выбитыми светом фотоэлектронами, импульс которых позволил им достичь анода. Чтобы и этот ток прекратить, надо подать на анод отрицательный относительно катода потенциал. Такое напряжение, при которых фототок прекращается, называется запирающим напряжением $U_{зап}$.

При небольших напряжениях на электродах, когда на аноде плюс, а на катоде минус, сила тока растет прямо пропорционально приложенному напряжению (участок 1–2 графика), т.к. все большее число выбитых светом из металла электронов достигает анода. При этом выполняется закон Ома для участка цепи.

При некотором достаточно большом напряжении, называемом напряжением насыщения $U_{нас}$, все выбитые светом электроны достигают анода. Дальнейшее увеличение напряжения уже не приводит к росту силы тока (участок 2–3). При этом закон Ома уже не выполняется. Такой ток называется током насыщения $I_{нас}$. Теперь, чтобы увеличить силу тока, надо увеличить световой поток, т.е. энергию света, падающего на катод в единицу времени. Тогда свет выбьет из катода больше электронов, и сила тока возрастет.

Русский ученый А. Столетов установил законы внешнего фотоэффекта:

1 **закон:** сила фототока насыщения $I_{нас}$ прямо пропорциональна падающему на катод световому потоку Φ, т.е. световой энергии, падающей в единицу времени:

$$I_{нас} = k\Phi.$$

Коэффициент пропорциональности k называется светочувствительностью трубки.

2 **закон:** кинетическая энергия летящих к аноду фотоэлектронов не зависит от падающего на катод светового потока, а зависит только от частоты световой волны. С увеличением частоты световой волны, падающей на катод, кинетическая энергия фотоэлектронов увеличивается.

3 **закон:** каждому металлу свойственна частота ν_0 или длина $\lambda_0 = \dfrac{c}{\nu_0}$ световой волны, при которой у данного металла наступает фотоэффект. Такая частота ν_0 или длина волны λ_0 называется красной границей фотоэффекта (порогом фотоэффекта, или длинноволновой границей, или коротковолновой границей фотоэффекта). Если металл освещать светом с большей, чем λ_0, длиной волны (или с меньшей, чем ν_0, частотой), то фотоэффект не наступит при любой световой энергии, а если длина волны λ будет меньше λ_0 или частота ν будет больше ν_0. то фотоэффект наступит при даже небольшой энергии света.

Фотоэффект практически безинерционен — он наступает через 10^{-9} с от момента освещения катода.

Законы фотоэффекта обосновал А. Эйнштейн, исходя из закона сохранения энергии. Он записал формулу

$$E = A_{\text{вых}} + E_k \qquad \text{или} \qquad h\nu = A_{\text{вых}} + \frac{m_e v^2}{2},$$

которую называют уравнением Эйнштейна для фотоэффекта. Согласно этой формуле большей частоте ν соответствует и большая кинетическая энергия фотоэлектронов, выбитых светом из данного металла, поскольку остальные величины в этих формулах постоянны.

Если частота световой волны, падающей на металл, меньше красной границы фотоэффекта ν_0 (или длина волны λ больше λ_0), то фотону не хватит энергии даже на то, чтобы вырвать электрон из металла, т. е. его энергия $E_\gamma < A_{\text{вых}}$, и фотоэффекта не будет. Если частота $\nu = \nu_0$, то энергии фотону хватит только на то, чтобы вырвать электрон из металла, а на сообщение ему кинетической энергии ее уже не хватит. В этом случае

$$E_\gamma = A_{\text{вых}} \qquad \text{или} \qquad E_\gamma = h\nu_0 = h\frac{c}{\lambda_0}.$$

С помощью этих формул можно рассчитать красную границу фотоэффекта ν_0 или λ_0.

Если же $\nu > \nu_0$ (или $\lambda < \lambda_0$), то $E_\gamma > A_{\text{вых}}$, и энергии фотону хватит и на вырывание электрона из металла, и на сообщение ему кинетической энергии. В этом случае фотоэффект будет наблюдаться.

Если в условии задачи идет речь о запирающем напряжении, то работу запирающего электрического поля $A = eU$ надо приравнять кинетической энергии выбитых электронов:

$$A = E_k \qquad \text{или} \qquad eU = \frac{m_e v^2}{2}.$$

Энергию любого светового источника Е можно представить как произведение целого числа фотонов N в нем и энергии одного фотона E_γ:

$$E = NE_\gamma = Nh\nu = Nh\frac{c}{\lambda}.$$

Энергию света, падающую на единицу площади освещаемой поверхности в единицу времени, называют интенсивностью света I. Интенсивность, как и энергия света, прямо пропорциональна числу фотонов, излучаемых источником света.

Массу и импульс фотона определяют формулы

$$m = \frac{h\nu}{c^2} \qquad \text{и} \qquad p = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}.$$

Доказательством наличия у фотона импульса, а следовательно, и массы, послужили опыты П. Лебедева, в которых свет оказывал давление на легкую вертушку, расположенную в вакууме, — при ее освещении она вращалась. Световое давление играет большую роль в космических явлениях.

Поскольку фотоны, представляющие собой электромагнитные волны, обладают свойствами, присущими частицам вещества, то французский физик де Бройль выдвинул гипотезу, согласно которой и частицы вещества обладают волновыми свойствами. Он записал формулу длины волны, присущей частицам вещества, которая получила название длины волны де Бройля:

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{h}{p}.$$

Гипотеза де Бройля легла в основу квантовой механики — науки о свойствах и поведении элементарных частиц и состоящих из них атомов и молекул.

Тема 5. ТЕОРИЯ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ. ФИЗИКА АТОМА

В теории относительности рассматриваются явления, происходящие при релятивистских скоростях — скоростях, сравнимых со скоростью света в вакууме с $= 3 \cdot 10^8$ м/с, т.е. скоростях порядка $10^7 - 10^8$ м/с. При таких скоростях уравнения, закономерные для кинематики и динамики классических скоростей, принимают иной вид. В атомной физике рассматриваются внутриатомные явления, т.е. явления, происходящие в микромире — пространстве, ограниченном размерами атома, к которым законы макромира — мира тел, сравнимых по размерам с человеческим, тоже неприменимы, здесь властвуют уравнения квантовой механики. Правда, при переходе от релятивистских скоростей к скоростям классическим соотношения релятивистской кинематики и динамики переходят в уравнения классической механики. Так же и при переходе от размеров микромира к размерам макромира квантовые соотношения переходят в привычные уравнения классической электродинамики. Здесь выполняется принцип соответствия, сформулированный Н. Бором: всякая новая теория, если она верна, не отвергает законы старой, многократно проверенной опытным путем теории, а включает их в себя как частный случай.

Ниже приведены основные уравнения теории относительности и атомной физики.

Замедление времени при релятивистских скоростях

$$t = \frac{t_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Здесь t_0 — интервал времени между событиями по часам неподвижного наблюдателя, расположенного в движущейся системе отсчета, например, по часам космонавтов в космическом корабле, (с), t — интервал времени между этими же событиями по часам наблюдателя в неподвижной системе отсчета, например, по часам землян, (с), v — скорость движущейся системы отсчета — космического корабля (м/с), c — скорость света в вакууме (м/с).

Релятивистское сокращение длины

$$l = l_0\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

Здесь l_0 — длина тела, измеренная неподвижным наблюдателем, находящимся в движущейся системе отсчета, например, космонавтом в космическом корабле, (м), l — длина этого же тела, измеренная наблюдателем в неподвижной системе отсчета, например, наблюдателем на Земле, (м), v — скорость движущейся системы (м/с), c — скорость света в вакууме (м/с).

Сложение релятивистских скоростей

$$v = \frac{v_0 + v_1}{1 + \frac{v_0 v_1}{c^2}}$$

Здесь v_1 _ скорость тела относительно движущейся системы отсчета (м/с), v_0 — скорость движущейся системы отсчета относительно неподвижной (м/с), v — скорость этого же тела относительно неподвижной системы отсчета (м/с), c — скорость света в вакууме (м/с).

Зависимость массы от скорости

$$m = \frac{m_o}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Здесь m_0 — масса покоя (кг), m — масса движущегося тела (кг), v — скорость тела (м/с), c — скорость света в вакууме (м/с).

Связь энергии и массы

$$E = mc^2 \qquad E_0 = m_0c^2 \qquad E = E_0 + E_k \qquad \Delta E = \Delta mc^2$$

Здесь E — полная энергия (Дж), m — масса движущегося тела (кг), c — скорость света в вакууме (м/с), E_0 — энергия покоя (Дж), m_0 — масса покоя (кг), E_k — кинетическая энергия тела (Дж), ΔE — изменение полной энергии тела (Дж), Δm — изменение массы тела (кг).

Связь полной энергии релятивистской частицы с ее энергией покоя и импульсом

$$E^2 = E_0^2 + (pc)^2$$

Здесь E — полная энергия частицы (Дж), E_0 — ее энергия покоя (Дж), p — импульс частицы (кг · м/с) , c — скорость света в вакууме)м/с).

Энергия фотона (кванта), излученного атомом

$$h\nu = E_n - E_m$$

Здесь h — постоянная Планка (Дж · с), ν — частота излученной волны (Гц), E_n — большая энергия стационарного состояния атома (Дж), E_m — меньшая энергия стационарного состояния атома (Дж).

Формула массового числа

$$A = Z + N$$

Здесь A — массовое число или сумма числа протонов и нейтронов (нуклонов) в ядре (безразмерное), Z — зарядовое число или число протонов в ядре (безразмерное), N — число нейтронов в ядре (безразмерное).

Формула активности радиоактивного вещества

$$a = \frac{N_0 - N}{t}$$

Здесь a — активность (Бк), N_0 — исходное число ядер (безразмерное), N — число оставшихся ядер через время t (безразмерное), t — время распада (с).

Закон радиоактивного распада

$$N = N_о \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$$

Здесь N_0 — число ядер в начальный момент времени (безразмерное), N — число ядер через время t (безразмерное), t — время распада (с), T — период полураспада (с).

Формула дефекта массы

$$\Delta M = Zm_p + Nm_n - M_я$$

Здесь ΔM — дефект массы (кг), Z — число протонов (безразмерное), m_p — масса протона (кг), N — число нейтронов (безразмерное), m_n — масса нейтрона (кг), $M_я$ — масса ядра (кг).

Формула энергии связи, выраженной в джоулях (Дж)

$$E_{св} = \Delta Mc^2 \qquad E_{св} = (Zm_p + Nm_n - M_я)c^2$$

Здесь $E_{св}$ — энергия связи (Дж), c — скорость света в вакууме (м/с). Остальные величины названы в предыдущей формуле.

Формула энергии связи, выраженной в мегаэлектронвольтах (МэВ)

$$E_{св} = 931\Delta М$$

Здесь $E_{св}$ — энергия связи (МэВ), ΔM — дефект массы (а.е.м.).

Формула удельной энергии связи

$$\varepsilon_{св} = \frac{E_{св}}{A}$$

Здесь $\varepsilon_{св}$ — удельная энергия связи (Дж/нуклон), $E_{св}$ — энергия связи (Дж), А — массовое число (безразмерное)

Формула дозы излучения

$$D = \frac{E}{m}$$

Здесь D — поглощенная доза излучения (Гр), E — поглощенная энергия (Дж), m — масса вещества, поглотившего энергию ионизирующего излучения (кг).

Обозначения некоторых элементарных частиц

${}^{0}_{-1}e$ — бета-частица или электрон, ${}^{1}_{1}\mathrm{H}$ — протон (ядро атома водорода), ${}^{2}_{1}\mathrm{H}$ — изотоп водорода дейтерий, ${}^{3}_{1}\mathrm{H}$ — изотоп водорода тритий, ${}^{4}_{2}\mathrm{He}$ — альфа-частица (ядро гелия), ${}^{1}_{0}n$ — нейтрон.

А. Теория относительности

В основе теории относительности лежат постулаты Эйнштейна:

1-й постулат или принцип относительности Эйнштейна — все законы природы инвариантны по отношению к любым инерциальным системам отсчета.

Это означает, что все природные явления — физические, и химические, и биологические — происходят во всех инерциальных системах одинаково и записываются одинаковыми уравнениями.

2-й постулат или принцип постоянства скорости света: скорость света в вакууме постоянна и абсолютна, т.е. одинакова по отношению к любым инерциальным системам отсчета.

Это означает, что свет движется в любых инерциальных системах отсчета всегда по инерции и его скорость ни увеличить, ни уменьшить невозможно, она максимальна для любых объектов природы. Со скоростью света в вакууме могут двигаться только частицы поля — фотоны или, что то же самое, кванты. Ни одна из частиц вещества, имеющая ненулевую массу покоя, не может достичь скорости света в вакууме. Правда, в веществе электроны могут двигаться со световой скоростью, — этот факт установил опытным путем П. Черенков.

Из этих постулатов вытекают все основные положения и уравнения теории относительности. Одним из них является принцип относительности пространственно разделенных событий: события, одновременные в одной инерциальной системе отсчета, не одновременны в другой, движущейся с иной скоростью.

Отсюда следует, что чем быстрее движется инерциальная система отсчета, тем медленнее для наблюдателей в неподвижной системе протекают события в движущейся системе отсчета (формула эффекта замедления времени.

$$t = \frac{t_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

Если скорость системы является классической, т.е. во много раз меньше скорости света в вакууме, то под корнем отношение $\frac{v^2}{c^2}$ становится близким к нулю и $t = t_0$, т.е. промежуток времени между одними и теми же событиями в неподвижной и подвижной инерциальных системах отсчета становится одинаковым.

Другим следствием постулатов Эйнштейна является сокращение длины тела при релятивистских скоростях

$$l = l_0\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}.$$

Из нее следует, что чем быстрее движется инерциальная система отсчета, тем меньше в ней длина тела для наблюдателя, находящегося в неподвижной системе. Если скорость v во много раз меньше скорости света с, то $\frac{v^2}{c^2} \approx 0$ и $l = l_0$, т.е. длина одного и того же тела в неподвижной и подвижной инерциальных системах отсчета одинакова.

При релятивистских скоростях относительные скорости тел определяет формула

$$v = \frac{v_0 + v_1}{1 + \frac{v_0 v_1}{c^2}}.$$

Согласно этой формуле даже если подвижная инерциальная система удаляется относительно неподвижной со скоростью c, а в ней некоторое тело движется относительно подвижной системы тоже со скоростью с, то скорость этого тела относительно неподвижной системы отсчета будет не 2с, как это требует правило сложения классических скоростей, а будет равна:

$$v = \frac{c+c}{1+\frac{c^2}{c^2}} = c.$$

Но если скорость подвижной системы v_0 и скорость тела в ней v_1 будут классическими, т.е. во много раз меньше скорости света в вакууме (порядка 10^6 м/с и меньше), то дробь $\frac{v_0 v_1}{c^2}$ в знаменателе формулы будет близка к нулю, и тогда будет справедливым правило сложения скоростей Галилея:

$$v = v_0 + v_1.$$

С увеличением скорости возрастает релятивистская масса тела, движущегося с релятивистской скоростью. Если скорость тела во много раз меньше скорости света в вакууме, то дробь $\frac{v^2}{c^2} = 0$ и масса покоя m_0 тела равна его массе m при движении, как это имеет место в классической механике.

В релятивистской механике масса тела неразрывно связана с его энергией знаменитой формулой взаимосвязи массы и энергии Эйнштейна

$$E = mc^2.$$

Согласно этой формуле изменение энергии тела всегда связано с изменением его массы. Даже находясь в покое, тело обладает энергией покоя E_0, которая огромна и тоже определяется его массой покоя m_0. Если тело движется с релятивистской скоростью, то его кинетическую энергию нельзя определять по формуле

$$E_k = \frac{mv^2}{2},$$

а следует пользоваться только формулой

$$E_k = E - E_0.$$

По современным представлениям атом состоит из электронной оболочки и ядра. Первый шаг к созданию теории внутриатомных явлений сделал в начале 20-го столетия Н. Бор, сформулировав два своих постулата.

Постулаты Бора:

– **1-й постулат** или постулат стационарных состояний атома — атом может находиться в стационарных состояниях, когда он энергию не поглощает и не излучает, сколь угодно долго;
– **2-й постулат** или правило частот: при переходе из одного стационарного состояния в другое атом излучает или поглощает энергию порциями строго определенной величины. Этой порцией энергии является квант или фотон $h\nu$. Каждый квант равен разности энергий стационарных состояний атома:

$$h\nu = E_n - E_m.$$

На рис. 350 изображена схема стационарных энергетических уровней атома водорода. Нижний энергетический уровень с номером $n = 1$ соответствует основному состоянию атома, остальные уровни соответствуют возбужденным состояниям атома.

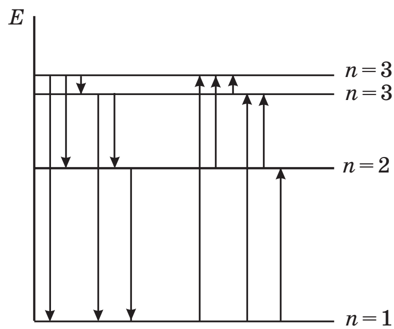


Рис. 350

В основном состоянии атом излучать энергию не может, а может только поглощать, причем не любую, а порцию энергии определенной величины. При этом он переходит на более высокие стационарные энергетические уровни в зависимости от величины поглощенной порции энергии. Этот переход на рис. 350 изображен вертикальными стрелками, направленными вверх.

Находясь в возбужденном стационарном состоянии, атом может излучить порцию энергии. При этом он перейдет на нижний энергетический уровень, номер которого зависит от величины излученной порции энергии, — что соответствует переходу его электрона с более удаленной орбиты на первую, ближайшую к ядру орбиту. Такой переход на рис. изображен вертикальными стрелками, направленными вниз.

Если атом водорода перейдет с возбужденных стационарных уровней в основное состояние, то он излучит невидимые ультрафиолетовые лучи с набором соответствующих частот, который называется серией Лаймана. Если он перейдет с более высоких энергетических уровней на второй уровень ($n = 2$), то излучит видимый свет с набором частот, который называется серией Бальмера. Если атом водорода перейдет с более высоких энергетических уровней на третий уровень ($n = 3$), то атом излучит невидимый инфракрасный свет с набором частот, который называется серией Пашена.

Ядро атома включает в себя положительно заряженные частицы — протоны и нейтральные частицы — нейтроны. Протоны и нейтроны вместе называются нуклоны.

Когда атом нейтрален, число протонов в ядре равно числу электронов на орбите. Суммарное число протонов и нейтронов ядра называется массовым числом A (или M). Массовое число A равно сумме числа нейтронов N и зарядового числа Z , т.е. числа протонов в ядре. Зарядовое число Z равно порядковому номеру элемента в таблице Менделеева.

Массы ядер и элементарных частиц в атомной физике измеряют в атомных единицах массы — сокращенно а.е.м.

$$1 \text{ а.е.м.} = 1{,}66 \cdot 10^{-27} \text{ кг}.$$

Энергию ядер и частиц в атомной физике измеряют в мегаэлектронвольтах — сокращенно МэВ.

$$1 \text{ МэВ} = 1{,}6 \cdot 10^{-31} \text{ кг}.$$

Если некоторый элемент обозначен $^{A}_{Z}X$ — это означает, что в его ядре Z протонов и $N = A - Z$ нейтронов. Например, обозначение элемента полония $^{214}_{64}\text{Po}$ означает, что в его ядре имеется 64 протона и $214 - 64 = 150$ нейтронов.

Изотопами одного и того же элемента называются разновидности его атомов, в ядрах которых содержится одинаковое число протонов, но разное число нейтронов. Из-за этого изотопы одного и того же элемента имеют одинаковые химические, но разные радиоактивные свойства.

Между нуклонами ядра действуют самые мощные силы природы — ядерные силы. Ядерные силы удерживают нуклоны в ядре, препятствуя их распаду из-за одновременного действия кулоновых сил отталкивания одноименно заряженных протонов. Ядерные силы короткодействующие, они действуют на расстояниях порядка $10^{-14} - 10^{-15}$ м.

Благодаря ядерным силам ядра атомов обладают огромной энергией связи. Энергия связи атомного ядра — это минимальная энергия, необходимая для расщепления ядра на отдельные частицы.

Суммарная масса частиц, необходимых для образования ядра, всегда меньше массы готового ядра из этих частиц на величину дефекта массы ΔM. Дефект массы — это разность между суммарной массой частиц, необходимых для образования ядра, и массой ядра из этих частиц. Формулы

$$E_{св} = \Delta M\ c^2 \qquad \text{или} \qquad E_{св} = (Zm_p + Nm_n - M_я)\ c^2$$

устанавливают связь между дефектом массы и энергией связи.

Для характеристики прочности ядра введено понятие удельной энергии связи. Удельная энергия связи — это энергия связи, приходящаяся на один нуклон. Максимальную удельную энергию связи имеют элементы средней части таблицы Менделеева.

Химические элементы с массовым числом более 83 обладают естественной радиоактивностью. Радиоактивностью называется способность ядер одних элементов превращаться в ядра других элементов с испусканием элементарных частиц.

В состав радиоактивного излучения входят альфа-частицы, бета-частицы и гамма-лучи.

Альфа-частицы $^4_2\mathrm{He}$ это ядра гелия. Бета-частицы $^{0}_{-1}e$ — это быстрые электроны. Гамма-лучи — это электромагнитные волны с наименьшей на шкале электромагнитных волн длиной волны и наибольшей частотой.

При радиоактивном распаде происходит смещение элемента из одной клетки таблицы Менделеева в другую. При альфа-распаде ядро некоторого элемента $^A_Z\mathrm{X}$, испуская альфа-частицу $^4_2\mathrm{He}$, теряет два протона и два нейтрона (всего 4 нуклона), и новый элемент $^{A-4}_{Z-2}\mathrm{Y}$ переходит на две клетки к началу таблицы Менделеева. Символически реакция альфа-распада записывается следующим образом:

$$^A_Z\mathrm{X} \rightarrow {}^{A-4}_{Z-2}\mathrm{Y} + {}^4_2\mathrm{He}.$$

При бета-распаде ядро некоторого элемента $^A_Z\mathrm{X}$, испустив бета-частицу, т.е. быстрый электрон $^{0}_{-1}e$, переходит на одну клетку к концу таблицы Менделеева. Символически такая реакция выглядит следующим образом:

$$^{A}_{Z}\mathrm{X} \rightarrow {}^{A}_{Z+1}\mathrm{Y} + {}^{0}_{-1}e.$$

Излучение гамма-лучей не сопровождается превращением одних химических элементов в другие, но всегда имеет место при ядерных реакциях.

Разные радиоактивные элементы распадаются с разной быстротой, характеристикой которой является их активность a:

$$a = \frac{N_0 - N}{t}.$$

Единица активности в СИ — беккерель (Бк): Бк = с$^{-1}$.

Кроме активности, быстроту распада целого куска радиоактивного вещества характеризуют постоянной величиной, которая называется периодом полураспада элемента. Период полураспада элемента T — это время, за которое распадется половина имеющихся ядер данного элемента.

Зависимость количества остающихся не распавшимися ядер N от времени распада t описывает закон радиоактивного распада

$$N = N_{о} \cdot 2^{-\frac{t}{T}}.$$

Он справедлив только для статистически большого количества ядер.

Превращение ядер одних химических элементов в ядра других элементов, происходящее вследствие взаимодействия исходных ядер с элементарными частицами или другими ядрами, называется ядерной реакцией.

Все ядерные реакции подчиняются закону сохранения зарядового и массового чисел. Это значит, что сумма массовых чисел до реакции равна сумме массовых чисел после реакции. То же самое касается и зарядовых чисел. Кроме этого, все ядерные реакции подчиняются законам сохранения импульса и энергии.

Однако сумма масс исходных ядра и частицы, вступивших в реакцию, может быть не равна сумме масс ядра и частицы — продуктов реакции. Если сумма масс продуктов реакции больше суммы масс исходных ядра и частицы, вступивших в реакцию, то такая реакция протекает с поглощением энергии и называется эндотермической реакцией. А если сумма масс продуктов реакции меньше суммы масс исходных ядра и частицы, то такая реакция протекает с выделением энергии в виде гамма-квантов и называется экзотермической.

Разность между суммами масс ядра и частицы — продуктов реакции и ядра и частицы, вступивших в реакцию, выраженная в энергетических единицах, называется энергетическим выходом или энергией реакции.

При бомбардировке ядер урана $^{235}_{92}U$ медленными нейтронами ядро распадается на два сильно радиоактивных осколка с выделением от 2 до 3 нейтронов, которые тоже могут вступить в реакцию деления. Возникает цепная реакция деления, сопровождающаяся выделением огромной энергии.

Экзотермическая ядерная реакция деления ядра урана $^{235}_{92}U$ под воздействием нейтронов, при которой число вновь образующихся при каждом акте деления нейтронов больше числа нейтронов до деления, называется цепной реакцией деления.

Отношение числа образовавшихся после акта деления нейтронов N_2, которые тоже вступили в реакцию, к числу нейтронов N_1, попавших в ядра урана перед актом деления, называется коэффициентом размножения нейтронов k:

$$k = \frac{N_2}{N_1}.$$

Если k меньше 1, то реакция затухнет, если k примерно равен 1, то реакция будет управляемой, если k достигнет всего лишь 1,01, то реакция примет взрывной характер.

Масса куска урана, соответствующая коэффициенту размножения нейтронов, равному единице, называется критической массой. Критическая масса урана $^{235}_{92}U$ около 50 кг.

Если масса куска урана превысит критическую массу, то произойдет ядерный взрыв, поэтому уран хранят в кусках меньшей массы.

Ядерный взрыв сопровождается выделением огромной механической и тепловой энергии при температуре в десятки миллионов градусов. При этом возникает сильное радиоактивное излучение, губительное для всего живого.

Термоядерными реакциями называются экзотермические реакции синтеза легких ядер. Чтобы осуществить термоядерную реакцию, надо сблизить легкие ядра, между которыми действуют силы кулоновского отталкивания, на расстояние действия ядерных сил притяжения, т.е. ближе, чем на 10^{-13} м. Для этого необходимы сверхвысокие температуры порядка сотен миллионов градусов, поэтому для осуществления термоядерной реакции приходится затратить энергию ядерного взрыва. В этих условиях атомы лишаются своих электронных оболочек, и возникает четвертое состояние вещества — высокотемпературная плазма.

Различные виды радиоактивных излучений по-разному взаимодействуют с веществом. Проникая в ткани живых организмов, они оказывают вредное воздействие — мутации. Наибольшей проникающей способностью обладают гамма-лучи и лишенные заряда нейтроны. Биологическое воздействие на живые организмы характеризуется поглощенной дозой D — величиной, равной отношению поглощенной организмом энергии E к его массе m:

$$D = \frac{E}{m}.$$

Единица поглощенной дозы в СИ — грей (Гр): Гр = Дж/кг = = $м^2 \cdot с^{-2}$.

Наилучшей поглощающей радиоактивные излучения способностью обладает свинец, поэтому радиоактивные препараты и образцы хранят в свинцовых контейнерах.

ПРОБНЫЙ ЭКЗАМЕН по разделу IV. КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ. ОПТИКА. ТЕОРИЯ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ. АТОМНАЯ ФИЗИКА

Часть 1

А1. На рис. 351 изображены разные математические маятники. Какую пару маятников надо выбрать для изучения зависимости периода маятников от их длины?

1) *а* 2) *б* 3) *в* 4) *г*

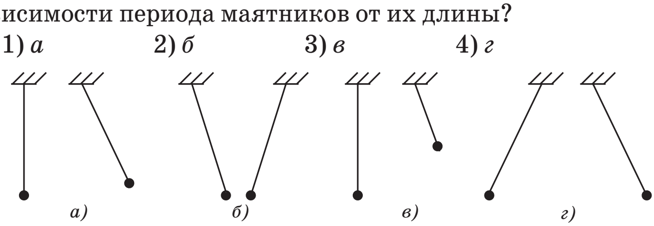


Рис. 351

А2. На рис. 351 изображены разные математические маятники. Какую пару маятников надо выбрать для изучения зависимости частоты колебаний маятников от их массы?

1) *а* 2) *б*
3) *в* 4) частота не зависит от массы

А3. На рис. 352 изображены графики двух гармонических колебаний 1 и 2. Как соотносятся их максимальные скорости?

1) $\frac{v_1}{v_2} = 2$ 2) $\frac{v_2}{v_1} = 1$

3) $\frac{v_1}{v_2} = 4$ 4) $\frac{v_2}{v_1} = 4$

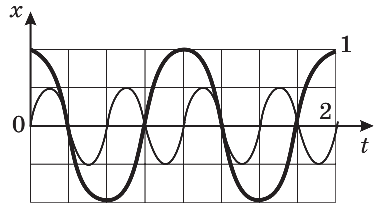


Рис. 352

А4. В процессе гармонических колебаний не изменяются

1) амплитуда и фаза 2) смещение и период
3) фаза и частота 4) амплитуда и частота

А5. Чему равна максимальная сила, действующая на маятник массой 100 г, если жесткость его пружины 10 Н/м, а амплитуда колебаний 2 см?

1) 0,1 Н 2) 0,2 Н 3) 0,4 Н 4) 0,8 Н

А6. Чему равен период колебаний, уравнение которых имеет вид: $x = 0{,}4 \sin 0{,}5(0{,}5\pi t + \pi)$? Все величины выражены в единицах СИ.

1) 2 с 2) 4 с 3) 8 с 4) 5 с

А7. Нить математического маятника отклонили от вертикали на угол α, и при этом он поднялся на высоту h над прежним положением. Когда его отпустили, циклическая частота колебаний маятника стала равна

1) $\sqrt{\frac{h}{g}(1-\sin\alpha)}$ 2) $\sqrt{\frac{h\sin\alpha}{g}}$

3) $\sqrt{\frac{h}{g(1-\cos\alpha)}}$ 4) $\sqrt{\frac{g}{h}(1-\cos\alpha)}$

А8. Период колебаний пружинного маятника 2 с. Каким станет период, если жесткость пружины увеличить в 2 раза, а массу уменьшить в 2 раза?

1) 2 с 2) 4 с 3) 1 с 4) 0,5 с

А9. Амплитуда колебаний маятника 2 см. Какой путь пройдет маятник за время, равное 1,5 периода?

1) 3 см 2) 4 см 3) 8 см 4) 12 см

А10. Уравнение колебаний материальной точки массой 100 г $x = 0{,}02\cos(\pi t + 0{,}5\pi)$. Чему примерно равна полная механическая энергия колебаний? Все величины в уравнении выражены в единицах СИ.

1) 19,7 мкДж 2) 9,8 мкДж
3) 31,4 мкДж 4) 1,6 мкДж

А11. Длину математического маятника уменьшили на 30% . Как при этом изменилась частота его колебаний?

1) уменьшилась примерно в 1,5 раза
2) уменьшилась примерно в 1,3 раза
3) увеличилась примерно в 1,2 раза
4) увеличилась примерно в 1,7 раза

А12. Математический маятник длиной l совершил N полных колебаний за время t. Ускорение свободного падения можно определить по формуле

1) $g = N\left(\frac{2\pi l}{t}\right)^2$ 2) $g = 2N\sqrt{l\frac{\pi}{t}}$

3) $g = l\left(\frac{2\pi N}{t}\right)^2$ 4) $g = 2l\sqrt{\pi\frac{N}{t}}$

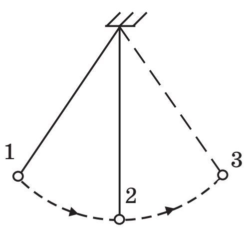


Рис. 353

А13. На рис. 353 изображен математический маятник, начинающий движение из положения 1. В каких положениях сила, действующая на маятник, по модулю максимальна? Сопротивлением пренебречь.

1) 1 2) 2
3) 1, 2 и 3 4) 1 и 3

А14. Если длину математического маятника увеличить в 4 раза, то циклическая частота его колебаний

1) уменьшится в 4 раза 2) увеличится в 2 раза
3) уменьшится в 2 раза 4) увеличится в 4 раза

А15. Какому уравнению колебаний соответствует график, изображенный на рис. 354?

1) $x = -2 \sin 0{,}5\,\pi t$ 2) $x = -2 \sin (\pi t + 0{,}5\pi)$
3) $x = 2 \sin (0{,}5\pi t + 0{,}5\pi)$ 4) $x = -2 \cos (\pi t + \pi)$

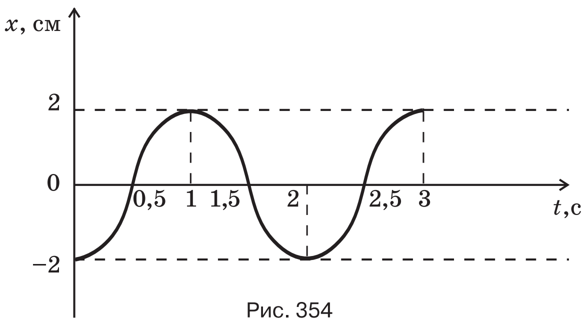


Рис. 354

А16. Маятниковые часы спешат. Чтобы они шли точно, надо

1) увеличить длину маятника
2) увеличить массу маятника
3) уменьшить массу маятника
4) уменьшить длину маятника

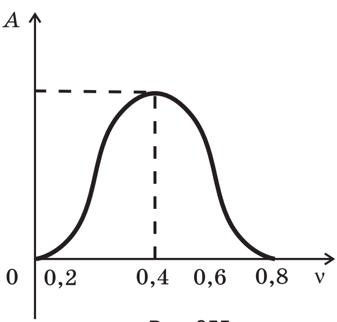


Рис. 355

А17. На рис. 355 изображена резонансная кривая, отражающая зависимость амплитуды колебаний математического маятника A от частоты вынужденных колебаний ν. Чему равна длина маятника? Полученный ответ выразите в метрах.

1) 2,4 м 2) 0,5 м
3) 4,2 м 4) 1,6 м

А18. Математический маятник отклонили от положения равновесия и отпустили. Через какую наименьшую долю периода его кинетическая энергия станет максимальной?

1) $0{,}25T$ 2) $0{,}5T$ 3) T 4) $1{,}5T$

А19. Если увеличить амплитуду колебаний математического маятника, то как изменятся его: частота, максимальная кинетическая энергия, максимальная потенциальная энергия:

1) частота увеличится, кинетическая и потенциальная энергии не изменятся
2) частота не изменится, а кинетическая и потенциальная энергии увеличатся
3) частота уменьшится, кинетическая энергия уменьшится, а потенциальная увеличится
4) частота не изменится, кинетическая энергия увеличится, а потенциальная уменьшится

А20. Математический маятник совершает гармонические колебания. В таблице приведена зависимость смещения маятника от времени колебаний. Чему примерно равно максимальное ускорение маятника?

t, с	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2
x, см	4	2	0	2	4	2	0

1) 0,2 м/с^2 2) 1,4 м/с^2 3) 4,0 м/с^2 4) 2,5 м/с^2

А21. Скорость маятника массой 1 кг изменяется со временем по закону $v = 4 \sin 5t$. Какое уравнение описывает изменение кинетической энергии маятника:

1) $4 \cos 5t$ 2) $8 \cos^2 5t$
3) $20 \cos^2 5t$ 4) $8 \sin^2 5t$

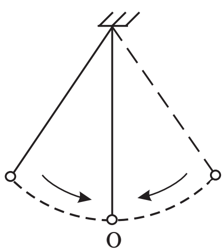


Рис. 356

А22. Как направлен вектор ускорения при прохождении математическим маятником точки О (рис. 356)?

1) влево 2) вправо
3) вверх 4) вниз

А23. Груз висит на пружине, и при этом деформация пружины составляет 40 см. С каким периодом станет колебаться груз, если его немного оттянуть на пружине вниз?

1) 0,314 с 2) 0,628 с
3) 1,256 с 4) 2,512 с

А24. Механический резонанс — это

1) резкое возрастание амплитуды колебаний вследствие увеличения внешней силы

2) резкое возрастание амплитуды колебаний вследствие уменьшения сопротивления среды
3) резкое возрастание частоты колебаний вследствие увеличения частоты воздействия внешней силы
4) резкое возрастание амплитуды колебаний при приближении собственной частоты к частоте внешней силы

А25. Математический мятник массой 400 г и длиной 2 м отклонили на угол 60^0 от положения равновесия. Его максимальная потенциальная энергия в этот момент составила

1) 4 Дж 2) 8 Дж 3) 2 Дж 4) 16 Дж

А26. Период колебаний маятника 6 с. Через 2 с от начала колебания фаза колебания станет равна

1) $\pi/4$ 2) $2/3\ \pi$ 3) $1/3\ \pi$ 4) $\pi/2$

А27. В воздухе длина волны 3 м, а ее скорость 340 м/с. Чему равна скорость этой волны в воде, если там ее длина волны 12 м?

1) 800 м/с 2) 1360 м/с
3) 680 м/с 4) 1224 м/с

А28. Чему равна частота колебаний частиц в волне, если за 1 мин волна пробегает 30 м, а длина волны 20 см?

1) 4 Гц 2) 40 Гц 3) 25 Гц 4) 2,5 Гц

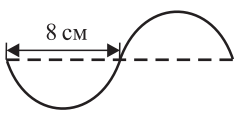


Рис. 357

А29. На рис. 357 изображена поперечная волна. Частота колебаний частиц среды, в которой она распространяется, 4 Гц. Чему равна скорость волны?

1) 0,16 м/с 2) 0,32 м/с
3) 0,64 м/с 4) 0,8 м/с

А30. Ход одной волны до места их наложения друг на друга 6 м, а другой 9 м. Длина волны 3 м. В месте их наложения наблюдается

1) максимум вследствие явления дифракции
2) минимум вследствие явления интерференции
3) минимум вследствие явления дисперсии
4) максимум вследствие явления интерференции

А31. Кто чаще машет крыльями?

1) шмель 2) муха 3) комар 4) бабочка

А32. Если сильнее оттянуть струну гитары, то

1) тон звука станет выше
2) изменится тембр звука
3) увеличится скорость звука
4) увеличится громкость звука

А33. Эхолот уловил звук, отраженный от морского дна, через время t после его испускания. Скорость звука в воде v. Глубина моря равна

1) $2vt$ 2) vt 3) $0{,}5\ vt$ 4) $0{,}25\ vt$

А34. После прохождения отверстия в преграде плоская волна стала сферической. Это явление объясняется

1) интерференцией 2) дифракцией
3) дисперсией 4) поляризацией

А35. Наибольшей скорость звуковой волны является в

1) вакууме 2) воздухе
3) воде 4) металле

А36. Неверным является утверждение, что волны переносят

1) кинетическую энергию
2) вещество среды
3) импульс
4) потенциальную энергию

А37. Интенсивность волны 50 Вт/м^2. Энергия, переносимая волной за 2 мин через площадку 40 см^2, равна

1) 0,04 Дж 2) 24 Дж
3) 250 Дж 4) 40 Дж

А38. Длина волны 2,5 м. Сколько гребней укладывается на расстоянии 0,2 км?

1) 5000 2) 40 3) 50 4) 80

А39. Продольные волны распространяются только

1) в жидкостях 2) в твердых телах
3) в воздухе 4) в любых упругих средах

А40. Слышимым для человеческого уха является звук с частотой

1) 0,5 Гц 2) 8 Гц 3) 100 Гц 4) 3 кГц

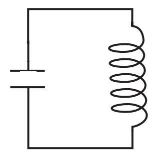


Рис. 358

А41. На рис. 358 изображен колебательный контур. Циклическая частота колебаний в нем равна

1) $4 \cdot 10^4$ рад/с
2) $2{,}5 \cdot 10^3$ рад/с
3) $8 \cdot 10^3$ рад/с
4) $5{,}5 \cdot 10^3$ рад/с

А42. В колебательном контуре частота электромагнитных колебаний 0,1 МГц, а максимальная сила тока 0,628 А. Какой максимальный заряд проходит через поперечное сечение проводника?

1) 6,28 нКл 2) 10 пКл
3) 3,14 нКл 4) 1 мкКл

А43. Между колебаниями заряда и напряжения в идеальном колебательном контуре разность фаз составляет

1) 0 2) π 3) $0{,}5\,\pi$ 4) $0{,}25\,\pi$

А44. Емкость конденсатора колебательного контура 20 мкФ, максимальная энергия магнитного поля катушки 1 мДж. Максимальное напряжение на обкладках конденсатора равно

1) 0,2 В 2) 1 В 3) 10 В 4) 200 В

А45. Уравнение колебаний напряжения на обкладках конденсатора имеет вид $u = 0{,}5 \cos 10^6 \pi t$. Период колебаний равен

1) 10 мкс 2) 2 мкс 3) 0,2 мкс 4) 100 мкс

А46. Максимальная энергия магнитного поля катушки идеального колебательного контура равна 0,4 мкДж, мгновенная энергия магнитного поля в некоторый момент равна 0,1 мкДж. Во сколько раз в этот момент мгновенная энергия электрического поля больше мгновенной энергии магнитного поля?

1) в 2 раза 2) в 3 раза
3) в 4 раза 4) в 1,5 раза

А47. Уравнение колебаний силы тока в колебательном контуре $i = 3{,}14 \sin 5 \cdot 10^5 \pi t$. Все величины выражены в единицах СИ. Максимальный заряд на обкладках конденсатора равен

1) 0,5 мкКл 2) 10 мкКл
3) 4 мкКл 4) 2 мкКл

А48. Максимальная энергия электрического поля конденсатора идеального колебательного контура 5 мДж, максимальная сила тока в катушке 0,01 А. Индуктивность катушки равна

1) 100 Гн 2) 1 Гн 3) 10 Гн 4) 50 Гн

А49. Максимальная энергия магнитного поля катушки идеального колебательного контура 5 мДж, емкость конденсатора 0,01 мкФ. Максимальный заряд на обкладках конденсатора равен

1) 2,5 мкКл 2) 10 мкКл
3) 50 мкКл 4) 0,1 мкКл

А50. При увеличении расстояния между обкладками конденсатора в 4 раза период электромагнитных колебаний

1) уменьшается в 4 раза
2) увеличивается в 4 раза
3) увеличивается в 2 раза
4) уменьшается в 2 раза

А51. При параллельном подключении к конденсатору идеального колебательного контура второго такого же конденсатора частота колебаний

1) увеличится в 2 раза 2) уменьшится в 4 раза
3) увеличится в $\sqrt{3}$ раз 4) уменьшится в $\sqrt{2}$ раз

А52. На рис. 359 приведен график гармонических колебаний силы тока в колебательном контуре. Для момента времени $t = 1$ с

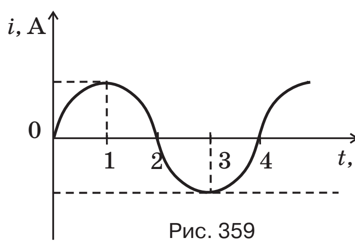


Рис. 359

1) энергия магнитного поля катушки равна энергии электрического поля конденсатора
2) энергия электрического поля конденсатора максимальна, а энергия магнитного поля катушки равна 0
3) энергия электрического поля конденсатора равна 0, а энергия магнитного поля катушки максимальна
4) энергия магнитного поля катушки вдвое больше энергии электрического поля конденсатора

А53. На рис. 360 вверху приведен график зависимости заряда на обкладках конденсатора колебательного контура от времени. На каком из графиков, расположенных ниже, показан процесс изменения магнитного поля катушки?

1) *а* 2) *б* 3) *в* 4) *г*

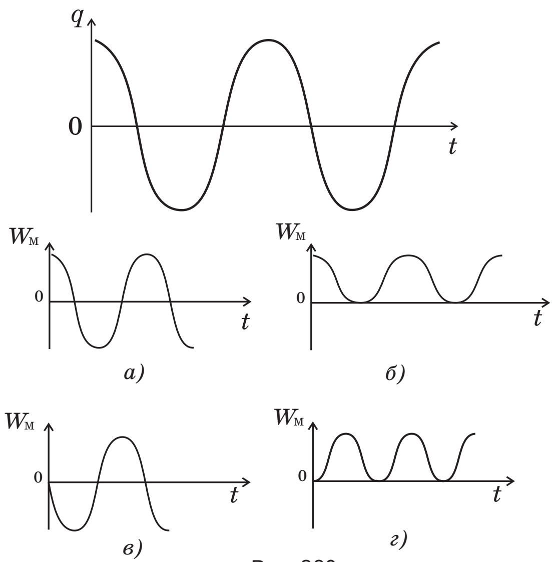


Рис. 360

А54. Сила переменного тока меняется по закону

$$i = 2{,}8 \sin 128\, t.$$

Чему равно действующее значение переменного тока?

1) 6 А 2) 1,4 А 3) 2 А 4) 8 А

А55. Напряжение на концах первичной обмотки трансформатора 11 В, сила тока в ней 4 А. Напряжение на концах вторичной обмотки трансформатора 220 В, сила тока в ней 0,125 А. Чему равен КПД трансформатора?

1) 62,5% 2) 80% 3) 100% 4) 75,5%

А56. Пробивное напряжение конденсатора 300 В. Будет ли пробит этот конденсатор, если его включить в сеть переменного тока на 220 В?

1) не будет пробит
2) будет пробит
3) недостаточно данных
4) это зависит от металла, из которого изготовлены обкладки

А57. Амперметр, включенный в цепь переменного тока, показывает

1) амплитудную силу тока
2) мгновенную силу тока
3) действующую силу тока
4) среднюю за период силу тока

А58. В первичной обмотке трансформатора содержится 150 витков, напряжение на ней 200 В. Во вторичной обмотке на 450 витков больше. Напряжение на вторичной обмотке равно

1) 600 В 2) 800 В 3) 1200 В 4) 1000 В

А59. Вольтметр, включенный в цепь переменного тока, показал напряжение 220 В. Амплитудное напряжение в этой цепи равно

1) 440 В 2) 220 В 3) 308 В 4) 616 В

А60. В участок цепи переменного тока включены последовательно резистор сопротивлением 30 Ом и катушка индуктивности сопротивлением 40 Ом. Действующее значение силы тока в участке 2 А. Найти максимальное напряжение на этом участке.

1) 140 В 2) 20 В 3) 134 В 4) 71 В

Рис. 361

А61. В участок цепи переменного тока включены последовательно резистор и катушка индуктивности (рис. 361). Действующее напряжение на резисторе 30 В, на катушке индуктивности 40 В. Найти действующее напряжение на всем участке.

1) 10 В 2) 50 В 3) 70 В 4) 140 В

А62. Радиоволны являются

1) продольными и их длина волны больше, чем у рентгеновских лучей
2) поперечными и их длина волны больше, чем у инфракрасных лучей
3) поперечными и их длина волны больше, чем у лучей видимого света
4) продольными и их длина волны меньше, чем у ультрафиолетовых лучей

А63. Чтобы электромагнитные волны были высокочастотными, в колебательном контуре

1) емкость конденсатора должна быть большой, а индуктивность малой
2) емкость конденсатора и индуктивность катушки должны быть большими
3) емкость конденсатора и индуктивность катушки должны быть малыми
4) емкость конденсатора должна быть малой, а индуктивность большой

А64. Период колебаний в электромагнитной волне равен 2 нс. Длина волны в воздухе равна

1) 1,5 м 2) 60 см 3) 5 км 4) 15 м

А65. Индуктивность катушки колебательного контура увеличили на 44% . При этом длина электромагнитной волны

1) увеличилась в 1,2 раза
2) увеличилась в 4,4 раза
3) уменьшилась в 2,4 раза
4) уменьшилась в 5,6 раза

А66. С момента испускания радаром электромагнитной волны и до момента ее приема радаром прошло 10 мкс. Расстояние между радаром и самолетом равно

1) 50 км 2) 3 км 3) 6 км 4) 1,5 км

А67. Источником электромагнитных волн является

1) постоянный ток, текущий по проводнику
2) покоящийся заряд
3) заряд, движущийся равномерно и прямолинейно
4) заряд, движущийся равномерно по окружности

А68. Гипотеза Максвелла состоит в том, что

1) каждая точка фронта электромагнитной волны служит источником вторичных волн
2) проходя сквозь отверстие, в котором помещается несколько длин волн, электромагнитная волна меняет направление
3) переменные электрические и магнитные поля способны порождать друг друга
4) когерентные электромагнитные волны, налагаясь друг на друга, способны усиливать или ослаблять волновой процесс

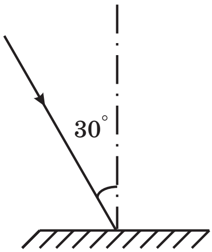


Рис. 362

А69. Угол падения луча на зеркало 30^0 (рис. 362). Угол между отраженным лучом и поверхностью зеркала равен

1) 0^0 2) 30^0 3) 45^0 4) 60^0

А70. Луч падает перпендикулярно поверхности плоского зеркала. Угол его отражения равен:

1) 0^0 2) 45^0 3) 90^0 4) 60^0

А71. Плоское зеркало дает

1) мнимое и прямое изображение, расположенное от зеркала на равном с предметом расстоянии
2) действительно и прямое изображение, расположенное от зеркала на вдвое большем расстоянии, чем предмет
3) мнимое и прямое изображение, расположенное на вдвое меньшем расстоянии, чем предмет
4) действительное и обратное изображение, расположенное от зеркала на вдвое меньшем расстоянии, чем предмет

А72. На каком рисунке верно показано штриховое изображение A_1B_1 стрелки AB, даваемое плоским зеркалом *mn* (рис. 363)?

1) а 2) б 3) в 4) *г*

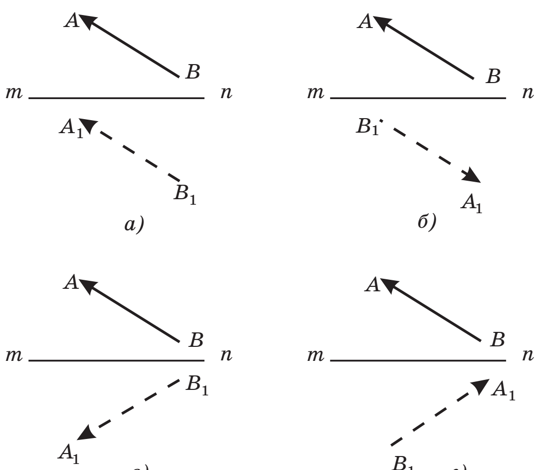


Рис. 363

А73. Угол падения луча на плоское зеркало равен 45^0. Каким станет угол между лучом, падающим на плоское зеркало, и отраженным лучом, если угол падения увеличить на 20^0?

1) 110^0 2) 130^0 3) 35^0 4) 75^0

А74. Расстояние между источником света и его изображением в плоском зеркале было равно 40 см. Источник света отодвинули от зеркала на 5 см. Теперь расстояние между источником и его изображением стало равно

1) 45 см 2) 90 см 3) 50 см 4) 70 см

А75. Синус предельного угла полного внутреннего отражения для воды равен 0,75. Угол падения луча на поверхность воды от источника света, расположенного на глубине, равен 60^0. При этом луч света от источника

1) не выйдет воды в воздух
2) выйдет из воды в воздух
3) будет скользить по поверхности воды
4) выйдет или не выйдет, зависит от яркости светового луча

А76. Относительный показатель преломления равен отношению

1) угла падения к углу преломления
2) синуса угла преломления к синусу угла падения
3) косинуса угла падения к косинусу угла преломления
4) синуса угла падения к синусу угла преломления

А77. Луч переходит из стекла в воду. При этом

1) угол падения равен углу преломления
2) угол падения больше угла преломления
3) угол падения меньше угла преломления
4) угол падения может быть больше или меньше угла преломления в зависимости от величины угла падения

А78. Угол падения луча из воздуха на поверхность воды равен 45^0, абсолютный показатель преломления воды 1,33. Косинус угла преломления примерно равен

1) 0,85 2) 0,68 3) 0,53 4) 0,45

А79. Показатель преломления воды 1,33, скорость света в вакууме $3 \cdot 10^8$ м/с. Скорость света в воде меньше скорости света в вакууме примерно на

1) $0{,}82 \cdot 10^8$ м/с 2) $0{,}74 \cdot 10^8$ м/с
3) $0{,}56 \cdot 10^8$ м/с 4) $0{,}38 \cdot 10^8$ м/с

А80. Абсолютный показатель преломления воды 1,33, абсолютный показатель преломления стекла 1,5. Отношение скорости света в стекле к скорости света в воде равно

1) 1,1 2) 1,4 3) 0,89 4) 0,68

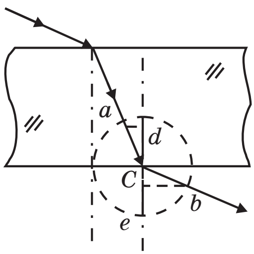


Рис. 364

А81. На рис. 364 показан ход луча через прозрачную пластинку. Точка C — центр окружности, изображенной штриховой линией, отрезки aC и bC — ее радиусы. Показатель преломления вещества пластинки равен

1) $\dfrac{ad}{bC}$ 2) $\dfrac{be}{ad}$

3) $\dfrac{bC}{aC}$ 4) $\dfrac{aC}{dC}$

А82. Стеклянная треугольная призма в воздухе отклоняет луч, падающий на ее боковую грань,

1) к вершине и изображение источника смещается к вершине
2) к основанию и изображение источника смещается к основанию
3) к основанию, а изображение источника смещается к вершине
4) к вершине, а изображение источника смещается к основанию

А83. Предмет находится в двойном фокусе собирающей линзы. Его изображение будет

1) мнимым, прямым, равным предмету и расположенным в двойном фокусе по другую сторону линзы
2) действительным, обратным, увеличенным и расположенным между фокусом и двойным фокусом по другую сторону линзы
3) действительным, обратным, равным предмету и расположенным в фокусе по другую сторону линзы
4) действительным, обратным, равным предмету и расположенным в двойном фокусе по другую сторону линзы

А84. Оптическая сила линзы равна 5 дптр. Фокусное расстояние линзы равно

1) 2,5 м 2) 25 см 3) 5 см 4) 20 см

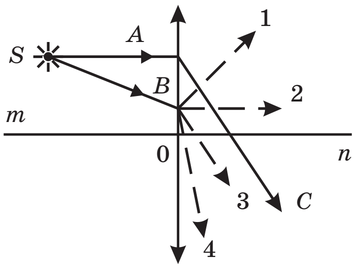


Рис. 365

А85. Высота предмета 1 м, расстояние от него до собирающей линзы 2 м, расстояние от линзы до изображения 20 см. Высота изображения равна

1) 40 см 2) 25 см
3) 10 см 4) 50 см

А86. Предмет расположен в фокусе рассеивающей линзы с фокусным расстоянием 20 см. Расстояние от линзы до изображения равно

1) бесконечности 2) 20 см
3) 10 см 4) 40 см

А87. Какой из лучей, изображенных штриховой линией на рис. 365, показывает ход луча *SB* после преломления в собирающей линзе, если луч *SA* идет после преломления в ней по направлению *AC*?

1) *B*1 2) *B*2 3) *B*3 4) *B*4

А88. Расстояние от предмета до собирающей линзы 8 см, фокусное расстояние линзы 10 см. Изображение, даваемое линзой, будет

1) мнимым, обратным и уменьшенным
2) мнимым, прямым и увеличенным
3) действительным, обратным и увеличенным
4) действительным, прямым и увеличенным

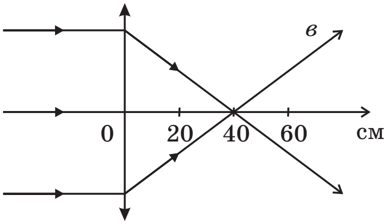


Рис. 366

А89. Чему равна оптическая сила линзы (рис. 366)?

1) 0,025 дптр
2) 4 дптр
3) 40 дптр
4) 2,5 дптр

А90. Изображение, даваемое рассеивающей линзой, является

1) мнимым, обратным и уменьшенным
2) мнимым, прямым и уменьшенным
3) действительным, обратным и увеличенным
4) действительным, прямым и увеличенным

А91. Фокусное расстояние собирающей линзы 20 см. На каком расстоянии от линзы должен располагаться предмет, чтобы его изображение было действительным, обратным и уменьшенным?

1) 30 см 2) 45 см 3) 10 см 4) 25 см

А92. Ученик читал учебник в очках, держа его на расстоянии 20 см от глаз, а когда снял очки, стал держать его на расстоянии 12,5 см. Чему равна оптическая сила очков? Считать расстояние от хрусталика глаза до сетчатки и фокусное расстояние хрусталика неизменными.

1) 4 дптр 2) –2,5 дптр
3) + 6 дптр 4) –3 дптр

А93. Поперечность световых волн подтверждает явление

1) дифракции 2) поляризации
3) интерференции 4) дисперсии

А94. Линейчатый спектр дают

1) высокотемпературная плазма
2) газы в молекулярном состоянии
3) жидкости
4) газы в атомарном состоянии

А95. Длина световой волны $6 \cdot 10^{-7}$ м. Частота колебаний светового вектора в ней равна

1) $1{,}8 \cdot 10^{15}$ Гц 2) $2{,}5 \cdot 10^{16}$ Гц
3) $9 \cdot 10^{12}$ Гц 4) $5 \cdot 10^{14}$ Гц

А96. Период колебаний светового вектора $2 \cdot 10^{-15}$ с. На какой длине уложится $5 \cdot 10^{8}$ длин волн этого света?

1) 1 м 2) 60 см
3) 0,5 км 3) 300 м

А97. Угол дифракции для лучей с длиной волны 0,5 мкм на дифракционной решетке с периодом 0,002 мм, образующих максимум второго порядка на экране, равен

1) 30^0 2) 45^0 3) 60^0 4) 90^0

А98. Наибольшей частотой обладают волны

1) синего цвета
2) оранжевого цвета
3) зеленого цвета
4) желтого цвета

А99. По мере уменьшения скорости света в стекле линии спектра следует расположить так:

1) фиолетовый, зеленый, желтый, красный
2) красный, желтый, зеленый, фиолетовый
3) желтый, красный, фиолетовый, зеленый
4) зеленый, фиолетовый, красный, желтый

А100. Период дифракционной решетки — это

1) время полного колебания светового вектора
2) ширина прозрачной полосы
3) время прохождения светом расстояния от решетки до экрана
4) сумма ширины прозрачной и непрозрачной полос

А101. На отрезке длиной 2 м содержится электромагнитных волн с частотой $6 \cdot 10^{14}$ Гц

1) $1{,}2 \cdot 10^8$
2) $4 \cdot 10^6$
3) $9 \cdot 10^5$
4) $3 \cdot 10^8$

А102. Лучи Рентгена на шкале электромагнитных волн расположены между

1) радиоволнами и световыми волнами
2) световыми волнами и гамма-лучами
3) ультрафиолетовым и инфракрасным излучением
4) видимым светом и ультрафиолетовым излучением

А103. Когерентными являются волны с одинаковой

1) световой энергией
2) частотой волны
3) освещенностью экрана
4) яркостью источника

А104. Каким явлением объясняется радужная окраска мыльного пузыря?

1) дифракцией
2) дисперсией
3) интерференцией
4) поляризацией

А105. В каком цвете будет видна красная гвоздика, если ее рассматривать через синее стекло?

1) коричневом
2) черном
3) фиолетовом
4) вишневом

А106. На треугольную стеклянную призму падают параллельные зеленый и синий лучи. После преломления они

1) останутся параллельными
2) разойдутся
3) пересекутся
4) в зависимости от сорта стекла разойдутся или пересекутся

А107. При переходе света из стекла в воздух

1) длина волны уменьшается, а скорость света увеличивается
2) увеличивается и длина волны, и скорость света
3) уменьшается и длина волны, и скорость света
4) длина волны увеличивается, а скорость света уменьшается

А108. Скорость света в стекле с показателем преломления 1,5 примерно равна

1) $3 \cdot 10^8$ м/с 2) $2 \cdot 10^8$ м/с
3) $1,5 \cdot 10^8$ м/с 4) $1 \cdot 10^8$ м/с

А109. Чем отличается призменный спектр от дифракционного?

1) обратным расположением цветов в спектре
2) яркостью
3) шириной спектральных линий
4) ничем

А110. Красной границей фотоэффекта для некоторого металла являются зеленые лучи. Фотоэффект наступит, если на этот металл упадут лучи

1) красные 2) синие
3) оранжевые 4) желтые

А111. Импульс фотона равен

1) mc^2 2) $\frac{h}{c\lambda}$ 3) $\frac{h\nu}{c^2}$ 4) $\frac{h}{\lambda}$

А112. Масса фотона равна

1) $0,5\,mc^2$ 2) $\frac{hc}{\lambda}$ 3) $\frac{h\nu}{c^2}$ 4) $\frac{h}{\lambda}$

А113. Чтобы в состоянии насыщения увеличить силу фототока, надо

1) увеличить длину световой волны, падающей на катод
2) увеличить частоту световой волны

3) увеличить площадь катода
4) увеличить энергию света

А114. Кинетическая энергия электронов, выбитых светом из катода, зависит
1) от времени освещения
2) от длины световой волны
3) от площади катода
4) от световой энергии

А115. Произведение элементарного заряда на запирающее напряжение равно

1) mc 2) $\frac{e}{m}$ 3) $A_{\text{выхода}}$ 4) mc^2

А116. Длина световой волны в вакууме λ_1, длина световой волны в некоторой среде λ_2. Скорость света в вакууме c. Скорость света в этой среде

1) $c\frac{\lambda_1}{\lambda_2}$ 2) $c\frac{\lambda_2}{\lambda_1}$ 3) $c\lambda_1\lambda_2$ 4) $c\left(\frac{\lambda_1}{\lambda_2}\right)^2$

А117. Скорость выбитых из катода электронов увеличится, если
1) увеличить энергию падающего на катод света
2) увеличить длину световой волны
3) увеличить площадь катода
4) увеличить частоту световой волны

А118. Энергия фотона, падающего на катод, 10 эВ. Максимальная кинетическая энергия электронов, выбитых светом из катода, равна 4 эВ. Работа выхода электронов из катода равна
1) 14 эВ 2) 7 эВ 3) 6 эВ 4) 40 эВ

А119. На рис. 367 изображены линейчатые спектры водорода, аргона и неизвестного газа. В химический состав этого газа входят атомы

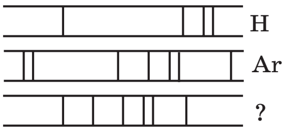


Рис. 367

1) водорода и другого вещества
2) только аргона
3) водорода и аргона
4) аргона и другого веществ

А120. Ученый де Бройль высказал гипотезу, что частицы вещества обладают волновыми свойствами. Эта гипотеза в дальнейшем

1) не была подтверждена экспериментально
2) была подтверждена в опытах по фотоэффекту
3) была подтверждена в опытах по электризации через влияние
4) была подтверждена в опытах по дифракции электронов

А121. Длина волны де Бройля составляет $2 \cdot 10^{-12}$ м. Чему равен ее импульс?

1) $6{,}6 \cdot 10^{-34}$ кг · м/с 2) $2{,}3 \cdot 10^{-18}$ кг · м/с
3) $3{,}3 \cdot 10^{-22}$ кг · м/с 4) $1{,}8 \cdot 10^{-28}$ кг · м/с

А122. Два фотона летят навстречу друг другу каждый со скоростью с. Их скорость относительно друг друга равна

1) $0{,}5c$ 2) $2c$ 3) 0 4) c

А123. Спектр атома водорода непродолжительное время наблюдали на Земле и в космическом корабле, движущемся с постоянной скоростью. Результаты наблюдения показали, что

1) спектры одинаковы
2) цвета спектров различны
3) ширина спектральных линий на Земле меньше, чем в космическом корабле
4) порядок расположения линий в спектре на Земле обратный порядку их расположения в космическом корабле

А124. Звезда каждую секунду теряет световую энергию $1{,}8 \cdot 10^{26}$ Дж и при этом ее масса уменьшается на $k \cdot 10^{8}$ кг. Коэффициент пропорциональности k равен

1) 1,8 2) 0,2 3) 9,6 4) 20

А125. Какое из утверждений является первым постулатом Эйнштейна?

1) все законы механики выполняются в любых инерциальных системах отсчета одинаковым образом
2) в неинерциальных системах отсчета законы Ньютона не выполняются
3) в любых инерциальных системах отсчета свободное тело сохраняет свою скорость

4) все законы природы выполняются в любых инерциальных системах отсчета одинаковым образом

А126. Навстречу космическому кораблю будущего, движущемуся в вакууме со скоростью $2 \cdot 10^8$ м/с относительно звезд, летит фотон со скоростью $3 \cdot 10^8$ м/с. Скорость фотона относительно корабля равна

1) $1 \cdot 10^8$ м/с 2) $3 \cdot 10^8$ м/с
3) $5 \cdot 10^8$ м/с 4) $6 \cdot 10^8$ м/с

А127. Два фотона движутся во взаимно перпендикулярных направлениях со скоростями по c каждый. Их скорость относительно друг друга равна

1) $2c$ 2) 0 3) $c\sqrt{2}$ 4) c

А128. Космонавты, простившись со своими сверстниками, слетали с релятивистской скоростью за пределы Солнечной системы и вернулись на Землю. При этом они обнаружили, что

1) сверстники моложе их
2) возраст их и сверстников одинаков
3) сверстники старше их
4) одни сверстники старше, другие моложе, в зависимости от места их проживания на земном шаре

А129. Время по часам космонавтов между событиями на корабле равно t_0. Корабль летит со скоростью 0,6 c, где c — скорость света в вакууме. Время между этими же событиями по часам землян равно

1) $2t_0$ 2) $0,5t_0$ 3) $1,25t_0$ 4) $2,5t_0$

А130. Длина стержня, измеренная космонавтами на корабле, равна l_0. Корабль летит со скоростью 0,8 c, где c — скорость света в вакууме. Длина этого же стержня по мерке землян равна

1) $0,6l_0$ 2) $0,8l$ 3) l_0 4) $4l_0$

А131. Релятивистская частица с массой покоя m_0 летит со скоростью 0,6 c. Ее масса равна

1) $1,25m_0$ 2) m_0 3) $2m_0$ 4) $2,5m_0$

А132. Тело с массой покоя 2 кг обладает энергией покоя

1) $9 \cdot 10^{16}$ Дж 2) $1,8 \cdot 10^{17}$ Дж
3) $6 \cdot 10^8$ Дж 4) $2,4 \cdot 10^{16}$ Дж

А133. Энергия движущегося тела равна $2{,}2 \cdot 10^{17}$ Дж, энергия покоя этого тела $9 \cdot 10^{16}$ Дж. Кинетическая энергия тела равна

1) $1{,}3 \cdot 10^{17}$ Дж 2) $1{,}12 \cdot 10^{17}$ Дж
3) $2{,}2 \cdot 10^{16}$ Дж 4) $6{,}8 \cdot 10^{16}$ Дж

А134. Кинетическая энергия релятивистской частицы E_k, ее масса покоя m_0. Полная энергия частицы равна

1) $m_0c^2 - E_k$ 2) $m_0c^2 + E_\text{k}$
3) $2m_0c^2$ 4) $E_\text{k} - m_0c^2$

А135. Количество нейтронов в ядре атома фосфора $^{31}_{15}P$ равно

1) 15 2) 31 3) 8 4) 16

А136. В результате бомбардировки бериллия $^{9}_{4}Be$ альфа-частицами образуется ядро углерода $^{12}_{6}C$ и вылетает

1) нейтрон 2) протон
3) электрон 4) мезон

А137. Количество разных гамма-квантов при переходе атома водорода между четвертым и первым (основным) энергетическими уровнями равно

1) 4 2) 8 3) 10 4) 12

А138. Период полураспада это

1) время распада ядра на два осколка
2) время распада всех ядер
3) время распада половины ядер
4) время распада ядра на нуклоны

А139. Массовое число это

1) число ядер в куске урана
2) масса ядра
3) масса нуклонов в ядре
4) число нуклонов в ядре

А140. Возбужденный атом перешел из энергетического состояния E_n в энергетическое состояние E_m. Длина волны излученного кванта равна

1) $\dfrac{E_n - E_m}{hc}$ 2) $\dfrac{hc}{E_n - E_m}$

3) $\dfrac{hc}{E_n + E_m}$ 4) $hc(E_n - E_m)$

А141. При бета-распаде элемент смещается на
1) две клетки к началу таблицы Менделеева
2) две клетки к концу таблицы Менделеева
3) на одну клетку к началу таблицы Менделеева
3) на одну клетку к концу таблицы Менделеева

А142. Аннигиляция — это превращение
1) нейтрального атома в положительный ион
2) нейтрального атома в отрицательный ион
3) частиц вещества в полевые частицы
4) полевых частиц в частицы вещества

А143. Бета-частицы это поток
1) нейтронов 2) электронов
3) ядер гелия 4) гамма-квантов

А144. Альфа-частицы это
1) гамма-кванты 2) релятивистские электроны
3) ядра гелия 4) протоны

А145. Дефект массы — это разность между массами
1) протонов и нейтронов ядра
2) нейтрона и протона
3) протона и электрона
4) отдельных нуклонов и ядра

А146. Первый постулат Бора утверждает, что
1) при переходе атома из состояния с большей энергией в состояние с меньшей излучается гамма-квант
2) все законы природы выполняются в инерциальных системах отсчета одинаково
3) вся масса атома сосредоточена в его ядре, а электроны вращаются на большом удалении от ядра, поэтому атом внутри как бы пустой
4) атом может находиться в стационарных состояниях, когда он энергию не излучает

А147. Какая частица образуется в результате ядерной реакции ${}_{3}^{7}\mathrm{Li} + {}_{1}^{2}\mathrm{H} \rightarrow {}_{4}^{8}\mathrm{Be} + ?$
1) протон 2) нейтрон
3) β-частица 4) α-частица

А148. При α-распаде элемент смещается на
1) две клетки к началу таблицы Менделеева

2) две клетки к концу таблицы Менделеева
3) на одну клетку к началу таблицы Менделеева
4) на одну клетку к концу таблицы Менделеева

А149. Изотопами называются элементы
1) с одинаковым числом нейтронов, но разным числом протонов
2) с одинаковым числом протонов и нейтронов, но разным числом электронов
3) с одинаковым числом протонов, но разным числом нейтронов
4) с одинаковым числом протонов, но разным числом электронов

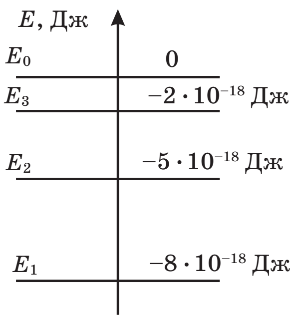


Рис. 368

А150. Атом в состоянии с энергией E_1 (рис. 368) поглотил гамма-квант с энергией $3 \cdot 10^{-18}$ Дж. При этом он может
1) перейти только в состояние с энергией E_2
2) перейти в состояние с энергией E_3
3) перейти в состояние с энергией E_0
4) ионизироваться

А151. Радон $^{219}_{86}Rn$ после одного α-распада и двух β-распадов превратился в элемент со следующими зарядовым и массовым числами:

1) $Z = 86$	2) $Z = 84$	3) $Z = 80$	4) $Z = 88$
$A = 215$	$A = 213$	$A = 222$	$A = 219$

А152. При облучении ядер урана $^{235}_{92}U$ тепловыми нейтронами ядро делится на
1) протоны и нейтроны
2) 2 осколка и α-частицы
3) 2 осколка и нейтроны
4) электроны, протоны и нейтроны

Часть 2

В1. Пружинный маятник оттянули от положения равновесия на 1,5 см и отпустили. Какой путь пройдет маятник за 1 с, если период его колебаний 0,2 с?

В2. Уравнение гармонических колебаний маятника $x = A\cos 2\pi t$. Все величины выражены в единицах СИ. Через сколько времени, считая от момента $t = 0$, потенциальная энергия маятника станет равна его кинетической энергии?

В3. Нить математического маятника отклонили от вертикали на угол α, и при этом он поднялся на высоту h над прежним положением. Чему стала равна циклическая частота колебаний маятника, когда его отпустили?

В4. Через сколько времени, считая от начала колебания, происходящего по закону косинуса, смещение колеблющейся точки составит половину амплитуды? Период колебания 12 с.

В5. Один математический маятник за определенное время совершил 10 колебаний, а другой маятник за это же время совершил 5 колебаний. Разность их длин 15 см. Определить длины маятников l_1 и l_2.

В6. Масса Земли больше массы Луны в 81 раз, а радиус Земли больше радиуса Луны в 3,6 раза. Определить, как изменится период колебания математического маятника, если его перенести с Земли на Луну.

В7. Амплитуда гармонических колебаний 2 см, полная энергия колебаний $3 \cdot 10^{-5}$ Дж. Найти смещение маятника, считая от начала колебания, в тот момент, когда на него действует сила 2,25 мН.

В8. Маятник совершает гармонические колебания около положения равновесия с циклической частотой 5 рад/с. В какой момент времени, считая от начала колебания, смещение маятника составит 3,2 см, а скорость станет равна 0,16 м/с?

В9. Две точки, лежащие на одном луче, колеблются в противофазе. Расстояние от одной из них до источника колебаний 1 м, а от него до другой точки 1,1 м. Скорость волны 2,5 м/с. Найти период колебаний частиц в волне.

В10. В идеальном колебательном контуре с конденсатором емкостью C_1 и катушкой с индуктивностью L максимальная сила тока в катушке I_0.

Между обкладками конденсатора имеется диэлектрик. Какую работу надо совершить, чтобы очень быстро вынуть диэлектрик из конденсатора в тот момент, когда сила тока в катушке равна нулю? Емкость конденсатора без диэлектрика C_2.

В11. Первичная обмотка трансформатора содержит 12 000 витков, напряжение на ней 120 В. Сколько витков имеет вторичная обмотка, если ее сопротивление 0,5 Ом, сила тока во вторичной обмотке 1 А, а напряжение на потребителе 3,5 В?

В12. В цепи переменного тока стандартной частоты 50 Гц сила тока изменяется по закону $i = 2 \sin \omega t$. Какое количество теплоты выделится в цепи за один период, если цепь изготовлена из медной проволоки длиной 1 м с площадью поперечного сечения 1 мм^2? Удельное сопротивление меди $1{,}7 \cdot 10^{-8}$ Ом · м.

В13. Уравнение колебаний напряжения в колебательном контуре $u = 8 \cos 2\pi \cdot 10^4\, t$. В какой момент времени, считая от начала колебаний, энергия электрического поля конденсатора станет максимальной?

В14. Сила тока в открытом колебательном контуре изменяется по закону $i = 0{,}2 \cos 5 \cdot 10^5\, \pi t$ (м). Найти длину электромагнитной волны в воздухе. Ответ округлить до десятых долей километра.

В15. К потолку комнаты высотой 2,5 м прикреплена люминесцентная лампа длиной 80 см. На высоте 1 м от пола располагается непрозрачный горизонтальный диск радиусом 50 см. Центр лампы и диска лежат на одной вертикали. Найти диаметр тени диска на полу. Ответ дать с точностью до десятых метра.

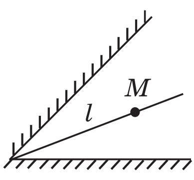


Рис. 369

В16. Найти расстояние между двумя мнимыми изображениями точки M в зеркалах, расположенных под углом 30° друг к другу (рис. 369), если эта точка находится на биссектрисе этого угла и на известном расстоянии $l = 10$ см между линией пересечения зеркал и точкой.

В17. Угол падения лучей на плоскопараллельную пластинку равен 60^0, смещение луча по выходе из пластинки 0,7 см. Найти длину луча в толще пластинки. Показатель преломления вещества пластинки равен 1,7.

В18. Высота изображения предмета 4 см, расстояние от экрана, на котором получено изображение, до собирающей линзы 50 см. Чему равна оптическая сила линзы, если высота предмета 80 см?

B19. При освещении дифракционной решетки белым светом спектры второго и третьего порядков частично перекрывают друг друга. На линию какого цвета в спектре второго порядка накладывается синяя линия с длиной волны 0,45 мкм спектра третьего порядка?

B20. Определить абсолютный показатель преломления среды, в которой свет с энергией кванта ε имеет длину волны λ.

B21. Источник света испускает в течение 4 с $8 \cdot 10^{10}$ фотонов с длиной волны 0,5 мкм. Какова мощность излучения?

B22. Две частицы движутся навстречу друг другу со скоростями 0,4с и 0,6с относительно неподвижных объектов. В начале наблюдения расстояние между ними 1,5 км. Через сколько времени они столкнутся? Ответ округлить до целых микросекунд.

B23. Масса движущегося электрона превышает его массу покоя в 40 000 раз. С какой скоростью движется электрон?

B24. Найти удельную энергию связи ядра кислорода $^{16}_{8}O$ в МэВ. Масса ядра кислорода 15,99052 а.е.м., масса протона 1,00783 а.е.м., масса нейтрона 1,00866 а.е.м.

B25. Период полураспада радия 1600 лет. Определить, через сколько времени число оставшихся атомов уменьшится в 4 раза.

B26. В процессе термоядерного синтеза ядра гелия выделяется энергия 4,2 пДж. Молярная масса гелия $4 \cdot 10^{-3}$ кг/моль. Какая масса гелия образуется каждые 10 с на Солнце, если мощность солнечного излучения $4 \cdot 10^{20}$ МВт?

B27. Покоившийся мезон с массой $2{,}5 \cdot 10^{-28}$ кг распался на два гамма-кванта. Найти длину волны каждого из них.

B28. Покоившийся мезон с массой m_0 распался на два гамма-кванта. Найти импульс каждого из них.

Часть 3

C1. На краю стола укреплен невесомый блок, способный вращаться без трения. Через блок перекинута невесомая нить, к одному концу которой привязан брусок массой m_1, неподвижно лежащий на столе, а к другому концу прикреплен пружинный маятник массой m_2 (рис. 370). Коэффициент трения между основанием бруска и столом μ. Амплитуда колебаний маятника А. Чему равен период его колебаний?

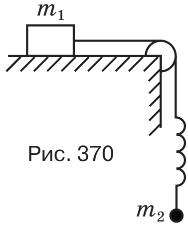


Рис. 370

С2. Найти частоту малых колебаний шарика массой m, подвешенного на пружинках с жесткостями k_1 и k_2 (рис. 371).

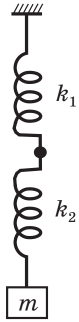


Рис. 371

С3. Найти частоту малых колебаний шарика массой m, подвешенного на пружинках с жесткостями k_1 и k_2 (рис. 372).

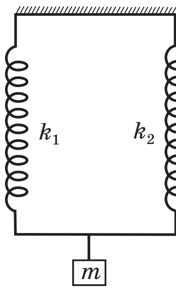


Рис. 372

С4. В шар массой M попала пуля массой m, летевшая со скоростью v. При этом шар с пулей стал совершать гармонический колебания вдоль горизонтальной оси (рис. 373). Жесткость пружины k. Определить амплитуду колебаний. Трением пренебречь.

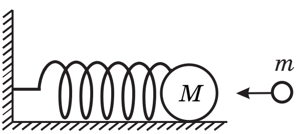


Рис. 373

С5. По дну сферической емкости радиусом R без трения движется маленький кубик (рис. 374). Найти период его колебаний.

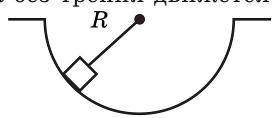


Рис. 374

С6. Два малых шарика массами m каждый на пружине жесткостью k совершают колебания на горизонтальной поверхности без трения (рис. 375). Чему равен период колебаний?

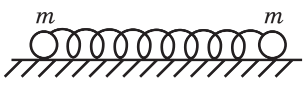


Рис. 375

С7. Два наклонных к горизонту желоба составляют между собой угол (рис. 376). Левый желоб наклонен к горизонту под углом 60^0, а правый — под углом 30^0. С вершины левого же-

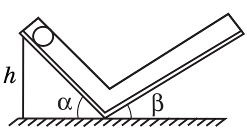


Рис. 376

лоба, расположенной на высоте 50 см над горизонтальной поверхностью, начинает скользить без трения маленький шарик. С какой частотой он будет совершать колебания, скользя вверх и вниз по этим желобам? Ответ округлить до целого числа.

С8. Металлический стержень массой $m = 100$ г и длиной $l = 1$ м подвешен за середину к пружине с жесткостью $k = 10$ Н/м. Стержень совершает гармонические колебания с амплитудой $A = 10$ см в однородном магнитном поле индукцией $B = 0{,}01$ Тл, направленном перпендикулярно плоскости колебаний (рис. 377). Найти максимальную разность потенциалов U_m, возникающую на концах стержня. Ответ округлить до сотых долей вольта.

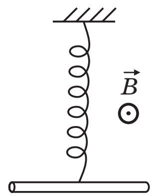


Рис. 377

С9. Маленький шарик массой m совершает гармонические колебания на нити (рис. 378). Во сколько раз изменится период его колебаний, если шарику сообщить заряд q и поместить его в вертикальное однородное электрическое поле конденсатора емкостью C с зарядом на обкладках q_0 и расстоянием между обкладками d?

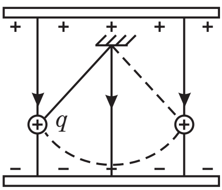


Рис. 378

С10. Посередине между двумя зарядами q на расстоянии r от каждого находится в равновесии маленький шарик массой m с зарядом q_0 (рис. 379). С какой частотой станет колебаться шарик, если его немного сместить влево на расстояние А? Сопротивлением пренебречь.

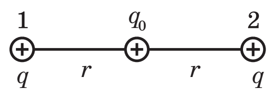


Рис. 379

С11. Конденсатор емкостью C и две катушки с индуктивностями L_1 и L_2 образуют колебательный контур (рис. 380). Определить максимальную силу тока I_m в этом контуре. Известно, что максимальная разность потенциалов на обкладках конденсатора равна U_m. Активным сопротивлением пренебречь.

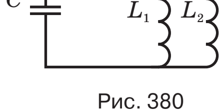


Рис. 380

С12. В электрической цепи, изображенной на рис. 381, ЭДС источника 10 В, емкость конденсатора 4 мкФ, индуктивность катушки 3 мГн, сопротивление лампы 8 Ом, сопротивление резистора 6 Ом. Сначала ключ К замкнут. Какое количество теплоты выделится на лампе после размыкания ключа? Внутренним сопротивлением источника пренебречь.

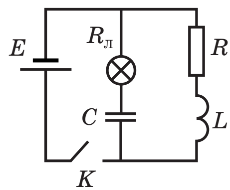


Рис. 381

С13. Найти наибольший показатель преломления вещества треугольной призмы, сечение которой представляет собой равносторонний треугольник, если проходящий сквозь нее луч преломляется в точках, равноотстоящих от вершины призмы.

С14. На поверхности воды с показателем преломления n плавает без погружения плоский диск площадью S. На него сверху падает рассеянный свет. Определить глубину тени под диском. Рассеянием света в воде пренебречь.

С15. Расстояние между двумя собирающими линзами 40 см. На расстоянии 8 см от левой собирающей линзы с фокусным расстоянием 10 см слева от нее ставят вертикальную стрелку высотой 20 мм. Чему будет равна высота изображения стрелки, даваемого системой этих линз, если фокусное расстояние второй линзы 25 см?

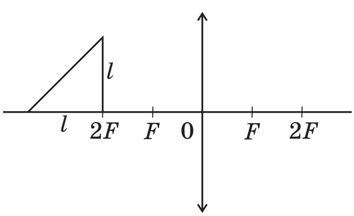


Рис. 382

С16. Слева от собирающей линзы с фокусным расстоянием F находится равнобедренный прямоугольный треугольник с длиной катета l. Один из катетов треугольника расположен на главной оптической оси линзы, а вершина прямого угла совпадает с ее двойным фокусом (рис. 382). Вершина острого угла треугольника, расположенная на главной оптической оси, находится за двойным фокусным расстоянием линзы. Найти площадь изображения треугольника.

С17. Освещенный шарик на пружине колеблется вдоль вертикали с частотой 2 Гц. После преломления в линзе его изображение проецируется на вертикальный экран, расположенный перпендикулярно главной оптической оси линзы. Максимальная скорость шарика 0,1 м/с, расстояние от шарика до экрана 1 м. Амплитуда колебаний изображения на экране 10 см. Чему равно фокусное расстояние линзы F?

С18. На дифракционную решетку с периодом 0,01 мм падает нормально параллельный пучок лучей света с длиной волны 600 нм. За решеткой параллельно ее плоскости расположена тонкая собирающая линза с фокусным расстоянием 5 см. Найти расстояние между максимумами первого и второго порядков на экране, расположенном в фокальной плоскости линзы.

С19. Если скорость выбитого из металла фотоэлектрона увеличить в 3 раза, то во сколько раз надо увеличить запирающее напряжение на электродах?

С20. Катод освещается светом с длиной волны λ. К катоду и аноду подсоединен плоский воздушный конденсатор с площадью обкладок S и расстоянием между ними d. При освещении катода возникший фототок через некоторое время прекратился, и при этом на обкладках конденсатора появился заряд q. Определить красную границу фотоэффекта λ_0. Масса электрона m_e и модуль его заряда e известны.

С21. Катод освещается светом с длиной волны 200 нм. Работа выхода электронов из него $4{,}5 \cdot 10^{-10}$ нДж. Вылетевшие из катода фотоэлектроны попадают в однородное магнитное поле индукцией 2 Тл перпендикулярно линиям магнитной индукции и начинают двигаться по окружности. Найти диаметр этой окружности.

С22. Во сколько раз увеличивается масса частицы с массой покоя m_0 и зарядом q, когда она пролетит между точками электрического поля с разностью потенциалов U?

С23. Чему равна длина волны гамма-кванта, у которого энергия равна средней кинетической энергии теплового движения атомов идеального газа, если ν молей газа занимают объем V под давлением p?

С24. Формула радиуса первой боровской орбиты электрона $r_0 = \dfrac{\hbar}{kme}$. Определить его ускорение и скорость.

С25. В атоме водорода выполняется условие квантования $h = \pi r p$, где h — постоянная Планка, r — радиус орбиты электрона, p — импульс электрона. Найти кинетическую энергию электрона на орбите.

С26. Релятивистский позитрон налетает на покоящийся электрон. В результате аннигиляции возникают два одинаковых гамма-кванта, разлетающиеся под углом друг к другу. Определить этот угол, если масса покоя m_0 и кинетическая энергия позитрона E_k известны.

С27. На рис. 383 изображена схема энергетических уровней атома. Электрон, летевший со скоростью $2 \cdot 10^6$ м/с, налетел на атом, который до этого покоился в состоянии с энергией 4 эВ. После соударения электрон отскочил, приобретя дополнительную энергию. Найти импульс электрона после столкновения. Атом не испустил фотон.

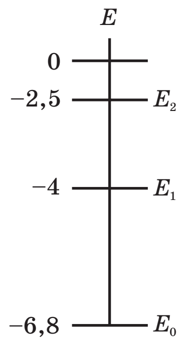


Рис. 383

С28. Определить энергию, выделяющуюся при распаде одного ядра урана, если известно, что при захвате ураном нейтрона образуются ядра бария, криптона и три нейтрона. Удельные энергии связи бария 8,38 МэВ, криптона 8,55 МэВ и урана 7,59 МэВ.

С29. Неподвижный свободный атом радия $^{226}_{88}Ra$ испытал альфа-распад с образованием изотопа родона $^{222}_{86}Rn$. Какую кинетическую энергию получил при этом атом родона? Масса атома радия 226,0254 а.е.м., масса атома родона 222,0175 а.е.м., масса альфа-частицы 4,0026 а.е.м., скорость света в вакууме $3 \cdot 10^8$ м/с.

С30. Радиоактивный препарат с активностью $2 \cdot 10^{12}$ Бк помещен в калориметр с водой при 27 ^{0}C. Сколько времени потребуется, чтобы превратить в пар 5 г воды, если препарат испускает альфа-частицы с энергией 10 МэВ, причем вся эта энергия полностью превращается во внутреннюю энергию воды. Удельная теплоемкость воды 4200 Дж/(кг · К), удельная теплота парообразования $2{,}3 \cdot 10^6$ Дж/кг.

ОТВЕТЫ НА ЗАДАНИЯ ПРОБНОГО ЭКЗАМЕНА по разделу IV. КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ. ОПТИКА. ТЕОРИЯ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ. ФИЗИКА АТОМА

Часть 1

А1. Чтобы определить зависимость частоты колебаний маятника от его длины, надо выбрать маятники с разными длинами (рис. 354, в).

Правильный ответ 3).

А2. Согласно формуле $\nu = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{l}}$ частота не зависит от массы маятника.

Правильный ответ 4).

А3. Периоду колебаний 1 соответствуют 4 клетки, а периоду колебаний 2 — только две (рис. 355). Значит, период колебаний 1 вдвое больше периода колебаний 2. Амплитуде колебаний 1 соответствуют 2 клетки, амплитуде колебаний 2 — одна, значит, амплитуда колебаний 1 тоже вдвое больше амплитуды колебаний 2. Скорость колебаний согласно формуле $\upsilon = \omega A = \frac{2\pi}{T}A$ обратно пропорциональна периоду T, но прямо пропорциональна амплитуде A, следовательно,

$$\frac{\upsilon_1}{\upsilon_2} = \frac{2\pi A_1 T_2}{T_1 \cdot 2\pi A_2} = \frac{2A_2 T_2}{2T_2 A_2} = 1.$$

Значит, скорости колебаний 1 и 2 одинаковы.

Правильный ответ 2).

А4. Параметрами, не изменяющимися в процессе гармонических колебаний, являются амплитуда, циклическая частота, период и начальная фаза.

Правильный ответ 4).

А5. По закону Гука модуль максимальной силы упругости

$$F_{\max} = kA = 10 \cdot 0{,}02\ \text{Н} = 0{,}2\ \text{Н}.$$

Правильный ответ 2).

А6. Внесем в нашем уравнении число 0,5 в скобки. Получим:

$$x = 0{,}4\sin(0{,}25\pi t + 0{,}5\pi).$$

Теперь сравним полученное уравнение с уравнением гармонических колебаний, записанным в общем виде:

$$x = A\cos(\omega t + \alpha_0).$$

Из сравнения следует, что выражение $0{,}25\pi$, стоящее между скобкой и временем t, есть циклическая частота ω. Значит,

$$\omega = 0{,}25\pi. \qquad \text{Но } \omega = \frac{2\pi}{T}.$$

Следовательно, $0{,}25\pi = \dfrac{2\pi}{T}$, откуда $T = 8$ с.
Правильный ответ 3).

А7. Циклическую частоту математического маятника определяет формула

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}.$$

Длину маятника можно связать с высотой, на которую его подняли, следующим образом. Из рис. 384 следует, что

$l - h = l\cos\alpha$, откуда $l - l\cos\alpha = h$

и
$$l = \frac{h}{1-\cos\alpha}.$$

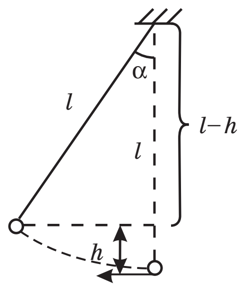


Рис. 384

С учетом этого $\omega = \sqrt{\dfrac{g}{h}(1-\cos\alpha)}$.

Правильный ответ 4).

А8. В первом случае период колебаний

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{m_1}{k_1}},$$

а во втором случае $$T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{m_2}{k_2}},$$

причем $k_2 = 2k_1$ и $m_1 = 2m_2$.

С учетом этих равенств,

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{2\pi\sqrt{\dfrac{m_1}{k_1}}}{2\pi\sqrt{\dfrac{m_2}{k_2}}} = \sqrt{\frac{m_1k_2}{k_1m_2}} = \sqrt{\frac{2m_2 2k_1}{k_1m_2}} = 2,$$

откуда $$T_2 = \frac{T_1}{2} = \frac{2}{2}\ \text{с} = 1\ \text{с}.$$

Правильный ответ 3).

А9. За время, равное одному периоду, маятник 4 раза отклонится от положения равновесия и при этом пройдет путь, равный 4 амплитудам, т.е. 2 см · 4 = 8 см. Еще за 0,5 периода маятник дважды отклонится от положения равновесия, т.е. пройдет путь 2 см · 2 = 4 см. Тогда путь, пройденный за время, равное 1,5 периода,

$$8\ \text{см} + 4\ \text{см} = 12\ \text{см}.$$

Правильный ответ 4).

А10. Полная механическая энергия колебаний равна их максимальной кинетической энергии:

$$W = W_{k\,\max} = \frac{mv_{\max}^2}{2},$$

где максимальная скорость $v_{\max} = \omega A$, поэтому

$$W = \frac{m(\omega A)^2}{2}.$$

Из сопоставления данного уравнения с уравнением колебаний в общем виде $x = A\cos(\omega t + \alpha_0)$ следует, что $A = 0{,}02$ м и $\omega = \pi$ рад/с $= 3{,}14$ рад/с. С учетом этих данных

$$W = \frac{0{,}1(3{,}14 \cdot 0{,}02)^2}{2}\ \text{Дж} = 19{,}7 \cdot 10^{-6}\ \text{Дж} = 19{,}7\ \text{мкДж}.$$

А11. Согласно условию новая длина маятника

$$l_2 = l_1 - 0{,}3l_1 = 0{,}7l_1.$$

До уменьшения длины его частота была

$$\nu_2 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{l_1}},$$

а после уменьшения она стала

$$\nu_2 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{l_2}} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{0{,}7l_1}}.$$

Тогда отношение частот

$$\frac{\nu_2}{\nu_1}=\frac{\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{0,7l_1}}}{\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{l_1}}}=\sqrt{\frac{l_1}{0,7l_1}}\approx 1,2.$$

Правильный ответ 3).

А12. Период колебаний математического маятника

$$T=\frac{t}{N}=2\pi\sqrt{\frac{l}{g}},$$

Откуда $\left(\frac{t}{N}\right)^2=4\pi^2\frac{l}{g}$ и $g=l\left(\frac{2\pi N}{t}\right)^2$.

Правильный ответ 3).

А13. Сила, действующая на маятник, является равнодействующая силы натяжения нити и силы тяжести. Сила тяжести mg во всех положениях одинакова (рис. 385), а сила натяжения $F_н$ по мере приближения к положению 2 возрастает и в положении 2 становится наибольшей. Поэтому и равнодействующая этих сил, равная в положении 2 разности $F_н - mg$, тоже максимальна.

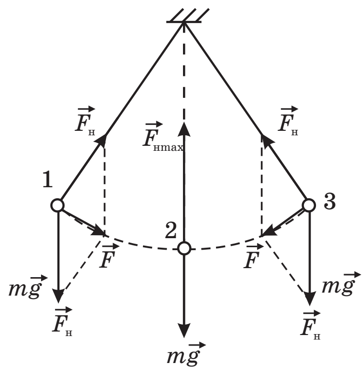


Рис. 385

Правильный ответ 2).

А14. Циклическая частота математического маятника связана с его длиной формулой $\omega_1=\sqrt{\frac{g}{l}}$. Если длину маятника увеличит в четыре раза, то его новая циклическая частота $\omega_2=\sqrt{\frac{g}{4l}}=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{g}{l}}=\frac{\omega_1}{2}$, т.е. при этом циклическая частота уменьшится в 2 раза.

Правильный ответ 3).

А15. Из графика на рис. 357 следует, что период колебания равен $T = 2$ с, а амплитуда колебаний в момент $t = 0$ по модулю максимальна и равна -2 см. Значит, колебания косинусоидальные. Циклическая частота $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2} = \pi$ рад. Следовательно, уравнением колебаний является уравнение

$$x = -2\cos(\pi t + \pi).$$

Правильный ответ 4).

А16. Если часы спешат, значит, их период меньше, чем у часов, идущих точно. Период маятниковых часов определяется формулой

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}.$$

Следовательно, чтобы эти часы шли точно, надо увеличить длину l маятника.

Правильный ответ 1).

А17. Из рис. 355 следует, что соответствующая максимальной амплитуде резонансная частота равна 0,4 Гц. Частота колебаний математического маятника определяется формулой

$$\nu = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{l}},$$

откуда

$$l = \frac{g}{(2\pi\nu)^2} = \frac{10}{(2\cdot 3{,}14\cdot 0{,}4)}\ \text{м} \approx 1{,}6\ \text{м}.$$

Правильный ответ 4).

А18. По мере движения маятника из состояния покоя при отклонении к положению равновесия возрастает его скорость, и в прежнем положении равновесия она становится максимальной, а вместе с ней становится максимальной и его кинетическая энергия согласно формуле

$$W_k = \frac{mv^2}{2}.$$

Это случится через четверть периода: $\frac{T}{4} = 0{,}25\,T$.

Правильный ответ 1).

А19. Частота колебаний математического маятника определяется формулой

$$\nu = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{l}},$$

значит, она не зависит от амплитуды колебаний. Максимальная кинетическая энергия определяется формулой

$$W_{k\,\max} = \frac{mv_{\max}^2}{2}, \qquad \text{где} \qquad v_{\max} = \omega A = 2\pi\nu A.$$

Значит, если увеличить амплитуду, максимальная кинетическая энергия увеличится. Максимальная потенциальная энергия по закону сохранения механической энергии при колебаниях равна максимальной потенциальной энергии, поэтому она тоже увеличится.

Правильный ответ 2).

А20. Из таблицы следует, что амплитуда колебаний $A = 4$ см, а период $T = 0{,}8$ с. Максимальное ускорение определяется формулой $a_{\max} = \omega^2 A,$

где угловая скорость $\omega = \dfrac{2\pi}{T},$

поэтому $a_{\max} = \left(\dfrac{2\pi}{T}\right)^2 A = \left(\dfrac{2\cdot 3{,}14}{0{,}8}\right)^2 \cdot 0{,}04\ \text{м/с}^2 \approx 2{,}5\ \text{м/с}^2.$

Правильный ответ 4).

А21. Формула кинетической энергии

$$W_k = \frac{mv^2}{2}.$$

Подставим в нее численное значение массы маятника и вместо скорости правую часть данного в условии уравнения:

$$W_k = \frac{1(4\sin 5t)^2}{2} = 8\sin^2 5t.$$

Правильный ответ 4).

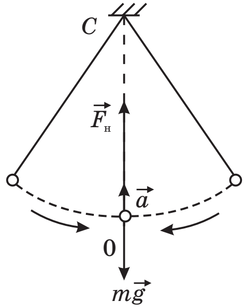


Рис. 386

А22. На маятник, движущийся по дуге окружности с центром в точке подвеса С (рис. 386), действуют две силы: сила натяжения нити $F_н$, направленная вверх, и сила тяжести mg, направленная вниз. Сила натяжения больше силы тяжести, потому что, когда тело движется по окружности, равнодействующая сил направлена по радиусу к центру окружности, т.е. в этом случае вверх. А вектор ускорения всегда направлен туда же, куда равнодействующая, т.е. тоже вверх.

Правильный ответ 3).

А23. Период колебаний груза на пружине определяет формула

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}.$$

Когда груз неподвижен, сила тяжести уравновешена силой упругости, равной по модулю kx согласно закону Гука:

$$mg = kx, \text{ откуда } \frac{m}{k} = \frac{x}{g}.$$

С учетом этого равенства

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{x}{g}} = 2\cdot 3{,}14\sqrt{\frac{0,4}{10}}\ \text{с} = 1{,}256\ \text{с}.$$

Правильный ответ 3).

А24. Механический резонанс — это резкое возрастание амплитуды колебаний при приближении собственной частоты к частоте внешней силы.

Правильный ответ 4).

А25. Максимальная потенциальная энергия маятника $W_p = mgh$, где h — высота подъема маятника над прежним положением равновесия (рис. 384). Из рис. 384

$$h = l - l\cos\alpha = l\,(1 - \cos\alpha).$$

С учетом этого равенства

$$W_p = mgl\,(1 - \cos\alpha) = 0{,}4\cdot 10\cdot 2(1 - \cos 60^0)\ \text{Дж} = 4\ \text{Дж}.$$

Правильный ответ 1).

А26. Фаза колебания определяется формулой

$$\alpha = \frac{2\pi}{T}t = \frac{2\pi}{6}2 = 2/3\,\pi.$$

Правильный ответ 2).

А27. При переходе волны из одной среды в другую период колебаний частиц сохраняется. В первой среде $\lambda_1 = \upsilon_1 T$, во второй среде $\lambda_2 = \upsilon_2 T$.

Тогда $$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{\upsilon_1 T}{\upsilon_2 T} = \frac{\upsilon_1}{\upsilon_2},$$

откуда $$\upsilon_2 = \upsilon_1 \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = 340\frac{12}{3} = 1360 \text{ м/с}.$$

Правильный ответ 2).

А28. Длина волны связана с частотой формулой $\lambda = \dfrac{\upsilon}{\nu}$, откуда частота $\nu = \dfrac{\upsilon}{\lambda}$. Волны в однородной среде распространяются равномерно, поэтому скорость волны

$$\upsilon = \frac{S}{t} = \frac{30}{60} \text{ м/с} = 0{,}5 \text{ м/с}.$$

С учетом значения скорости $\nu = \dfrac{0,5}{0,2}$ Гц $= 2{,}5$ Гц.

Правильный ответ 4).

А29. Из рис. 357 следует, что половина длины волны $\dfrac{\lambda}{2} = 8$ см, значит, вся длина волны $\lambda = 16$ см $= 0{,}16$ м. Скорость волны

$$\upsilon = \lambda\nu = 0{,}16 \cdot 4 \text{ м/с} = 0{,}64 \text{ м/с}.$$

Правильный ответ 3).

А30. Наложение когерентных волн друг на друга с образованием максимумов и минимумов называется интерференцией. Чтобы узнать, что будет наблюдаться в месте их наложения, разделим разность хода волн на половину длины волны:

$$\frac{\Delta r}{0{,}5\lambda} = \frac{9-6}{1{,}5} = 2.$$

Значит, разность хода содержит четное число полуволн, что соответствует максимуму.

Правильный ответ 4).

А31. Чем больше частота колебаний крыльев насекомых, тем выше тон их звучания. Следовательно, чаще машет крыльями комар.

Правильный ответ 3).

А32. Громкость звука зависит от амплитуды колебаний звучащего тела. Чем сильнее оттянуть струну, тем с большей амплитудой она станет колебаться и тем громче будет звук.

Правильный ответ 4).

А33. Глубина моря равна произведению скорости звука в воде и времени его прохождения глубины моря. Это время равно половине времени t, поэтому глубина

$$h = 0{,}5vt.$$

Правильный ответ 3).

А34. Явление изменения хода волны при прохождении сквозь отверстие, в котором укладывается несколько длин волн, называется дифракцией.

Правильный ответ 2).

А35. Чем более упругая среда, тем быстрее в ней распространяется механическая волна. Поэтому наибольшей является скорость звука в металле.

Правильный ответ 4).

А36. Механические волны не переносят вещество, а лишь переносят форму среды: гребни или впадины, сгущения или разрежения.

Правильный ответ 2).

А37. Интенсивность волны определяется формулой

$$I = \frac{W}{St},$$

откуда энергия волны

$$W = ISt = 50 \cdot 40 \cdot 10^{-4} \cdot 120 \text{ Дж} = 24 \text{ Дж}.$$

Правильный ответ 2).

А38. Число гребней равно отношению расстояния к длине волны:

$$N = \frac{S}{\lambda} = \frac{200}{2{,}5} = 80.$$

Правильный ответ 4).

А39. Продольные волны распространяются в любых упругих средах.

Правильный ответ 4).

А40. Слышимым человеческим ухом является интервал частот от 16 Гц до 20 000 Гц. Поэтому человек с нормальным слухом услышит звук с частотой 100 Гц.

Правильный ответ 3).

А41. Циклическая частота электромагнитных колебаний в колебательном контуре (рис. 358) равна

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{16 \cdot 10 \cdot 10^{-9}}} \text{ рад/с} = 2{,}5 \cdot 10^3 \text{ рад/с}.$$

Правильный ответ 2).

А42. Максимальный заряд

$$q_{max} = \frac{I_{max}}{\omega}, \qquad \omega = 2\pi\nu,$$

поэтому

$$q_{max} = \frac{I_{max}}{2\pi\nu} = \frac{0{,}628}{2 \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}1 \cdot 10^6} \text{ Кл} = 1 \cdot 10^{-6} \text{ Кл} = 1 \text{ мкКл}.$$

Правильный ответ 4).

А43. Напряжение на обкладках конденсатора максимально, когда максимален его заряд. Значит, колебания напряжения и заряда происходят в одной фазе, поэтому разность фаз равна 0.

Правильный ответ 1).

А44. По закону сохранения энергии максимальная энергия магнитного поля катушки равна максимальной энергии электрического поля конденсатора:

$$W_{\text{М max}} = W_{\text{ЭЛ max}} = \frac{CU^2_{max}}{2}, \text{ откуда}$$

$$U_{max} = \sqrt{\frac{2W_{M\,max}}{C}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 10^{-3}}{20 \cdot 10^{-6}}} \text{ В} = 10 \text{ В}.$$

Правильный ответ 3).

А45. Из сравнения данного уравнения с уравнением колебаний напряжения, записанным в общем виде, $u = U_{max} \cos \omega t$, следует, что циклическая частота колебаний $\omega = 10^6\,\pi$ рад/с. Циклическая частота связана с периодом формулой $\omega = \dfrac{2\pi}{T}$, следовательно,

$$\frac{2\pi}{T} = 10^6\,\pi, \text{ откуда } T = 2 \cdot 10^{-6}\ \text{с} = 2\ \text{мкс}.$$

Правильный ответ 2).

А46. Согласно закону сохранения энергии максимальная энергия магнитного поля катушки идеального колебательного контура $W_{\text{М max}}$ равна сумме мгновенной энергии магнитного поля $W_{\text{М}}$ и мгновенной энергии электрического поля $W_{\text{эл}}$. Следовательно, мгновенная энергия электрического поля

$$W_{\text{эл}} = W_{\text{М max}} - W_{\text{М}} = 0{,}4\ \text{мкДж} - 0{,}1\ \text{мкДж} = 0{,}3\ \text{мкДж}.$$

Значит, мгновенная энергия электрического поля больше мгновенной энергии магнитного поля в $\frac{W_{эл}}{W_{М}} = \frac{0{,}3}{0{,}1} = 3$ раза.

Правильный ответ 2).

А47. Из сравнения данного уравнения $i = 3{,}14 \sin 5 \cdot 10^5\,\pi t$ с уравнением колебаний силы тока, записанным в общем виде, $i = I_{\max} \sin \omega t$, следует, что максимальная сила тока $I_{\max} = 3{,}14$ А, а циклическая частота колебаний тока $\omega = 5 \cdot 10^5\,\pi$ рад/с.

Максимальная сила тока в колебательном контуре связана с максимальным зарядом формулой $I_{\max} = \omega\, q_{\max}$, откуда

$$q_{\max} = \frac{I_{\max}}{\omega} = \frac{3{,}14}{5 \cdot 10^5 \cdot 3{,}14}\ \text{Кл} = 2 \cdot 10^{-6}\ \text{Кл} = 2\ \text{мкКл}.$$

Правильный ответ 4).

А48. По закону сохранения энергии максимальная энергия электрического поля конденсатора идеального колебательного контура $W_{\text{эл max}}$ равна максимальной энергии магнитного поля катушки $W_{\text{М max}} = \frac{LI_{\max}^2}{2}$. Следовательно, $W_{\text{эл max}} = \frac{LI_{\max}^2}{2}$, откуда

$$L = \frac{2W_{эл\,\max}}{I_{\max}^2} = \frac{2 \cdot 5 \cdot 10^{-3}}{0{,}01^2}\ \text{Гн} = 100\ \text{Гн}.$$

Правильный ответ 1).

А49. По закону сохранения энергии максимальная энергия электрического поля конденсатора идеального колебательного контура $W_{\text{эл max}} = \frac{q_{\max}^2}{2C}$ равна максимальной энергии магнитного поля катушки $W_{\text{М max}}$.

Следовательно, $$W_{\text{М}\max} = \frac{q_{\max}^2}{2C},$$
откуда
$$q_{\max} = \sqrt{2CW_{M\max}} = \sqrt{2 \cdot 0{,}01 \cdot 10^{-6} \cdot 5 \cdot 10^{-3}}\ \text{Кл} =$$
$$= 10 \cdot 10^{-6}\ \text{Кл} = 10\ \text{мкКл}.$$

Правильный ответ 2).

А50. По формуле Томсона период электромагнитных колебаний в идеальном колебательном контуре $T = 2\pi\sqrt{LC}$, где емкость плоского конденсатора
$$C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d}.$$

С учетом этого выражения
$$T = 2\pi\sqrt{L\frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d}}.$$

Согласно это формуле если расстояние d между обкладками увеличить в 4 раза, то период уменьшится в 2 раза.

Правильный ответ 4).

А51. Частота колебаний в идеальном колебательном контуре до подключения второго конденсатора определяется формулой $\nu_1 = \dfrac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$. При параллельном подключении к первому конденсатору второго такой же емкости общая емкость станет вдвое больше, поэтому новая частота
$$\nu_2 = \frac{1}{2\pi\sqrt{L \cdot 2C}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{\nu_1}{\sqrt{2}}.$$

Следовательно, частота уменьшится в $\sqrt{2}$ раз.

Правильный ответ 4).

А52. В момент времени $t = 1$ с в соответствии с графиком на рис. 359 сила тока максимальна, значит, максимальная энергия магнитного поля согласно формуле
$$W_{\text{М}\max} = \frac{LI_{\max}^2}{2}.$$

В этот момент энергия электрического поля конденсатора равна 0.

Правильный ответ 3).

А53. Когда заряд на обкладках конденсатора колебательного контура максимален, ток в катушке отсутствует, поэтому и энергия магнитного поля в ней равна нулю. Кроме того, изменения энергии магнитного поля не являются гармоническими, потому что энергия магнитного поля пропорциональна квадрату силы тока согласно формуле $W_{\text{м}} = \dfrac{Li^2}{2}$. Следовательно, процесс изменения магнитного поля в катушке колебательного контура изображен на рис. 360, г).

Правильный ответ 4).

А54. Из сопоставления данного нам уравнения

$$i = 2{,}8 \sin 128\, t$$

и уравнения колебаний силы тока в общем виде

$$i = I_{\max} \sin \omega t,$$

следует, что максимальная сила тока

$$I_{\max} = 2{,}8 \text{ А}.$$

Действующее значение переменного тока

$$I = \frac{I_{\max}}{\sqrt{2}} = \frac{2,8}{1,4} \text{ А} = 2 \text{ А}.$$

Правильный ответ 3).

А55. КПД трансформатора – это отношение работы тока во вторичной обмотке к работе тока в первичной обмотке, выраженное обычно в процентах:

$$\eta = \frac{A_2}{A_1} 100\% = \frac{U_2 I_2 t}{U_1 I_1 t} 100\% = \frac{U_2 I_2}{U_1 I_1} 100\% =$$

$$= \frac{220 \cdot 0,125}{11 \cdot 4} 100\% = 62{,}5\ \%.$$

Правильный ответ 1).

А56. На первый взгляд, конденсатор пробит не будет, ведь, чтобы его пробить, надо подать на его обкладки напряжение, превышающее пробивное напряжение 300 В, а в сети всего 220 В. Но надо знать, что 220 В — это действующее напряжение переменного тока, а его максимальное напряжение

$$U_{\max} = U\sqrt{2} = 220\sqrt{2} \text{ В} = 308 \text{ В} > 300 \text{ В},$$

значит, конденсатор будет пробит.

Правильный ответ 2).

А57. Амперметр, включенный в цепь переменного тока, показывает действующую силу тока.

Правильный ответ 3).

А58. Напряжения на обмотках трансформатора прямо пропорциональны числу витков в них:

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2},$$

откуда $$U_2 = U_1 \frac{N_2}{N_1} = 200 \frac{150 + 450}{150} \text{ В} = 800 \text{ В}.$$

Правильный ответ 2).

А59. Вольтметр в цепи переменного тока показывает действующее напряжение, которое связано с амплитудным формулой

$$U = \frac{U_{\max}}{\sqrt{2}},$$

откуда $$U_{\max} = U\sqrt{2} = 220 \cdot 1{,}4 \text{ В} = 308 \text{ В}.$$

Правильный ответ 3).

А60. Максимальное напряжение на участке U_{m} равно произведению действующего напряжения U на $\sqrt{2}$: $U_{\text{m}} = U\sqrt{2}$. Действующее напряжение, как это следует из закона Ома, равно произведению действующей силы тока I и полного сопротивления участка

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2}.$$

После подстановки получим:

$$U_{\text{m}} = I\sqrt{R^2 + X_L^2}\,\sqrt{2} = I\sqrt{2\left(R^2 + X_L^2\right)} =$$

$$= 2\sqrt{2\left(30^2 + 40^2\right)} \text{ В} = 71 \text{ В}.$$

Правильный ответ 4).

А61. Действующее напряжение на всем участке U равно произведению действующей силы тока I и полного сопротивления участка

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2}: \qquad U = IZ = I\sqrt{R^2 + X_L^2}.$$

Сопротивление резистора по закону Ома равно отношению действующего напряжения на резисторе U_R к силе тока в нем:

$$R = \frac{U_R}{I}.$$

Поскольку при последовательном соединении сила тока в резисторе и катушке индуктивности одинакова, то по закону Ома индуктивное сопротивление катушки

$$X_L = \frac{U_l}{I},$$

где U_L — действующее напряжение на катушке индуктивности. С учетом этих равенств действующее напряжение на всем участке

$$U = I\, I\sqrt{\left(\frac{U_R}{I}\right)^2 + \left(\frac{U_L}{I}\right)^2} = \sqrt{I^2\frac{U_R^2}{I^2} + I^2\frac{U_L^2}{I^2}} =$$

$$= \sqrt{U_R^2 + U_L^2} = \sqrt{30^2 + 40^2}\ \text{В} = 50\ \text{В}.$$

Правильный ответ 2).

А62. Радиоволны являются поперечными и их длина волны больше, чем у лучей видимого света

Правильный ответ 3).

А63. Частота электромагнитных колебаний

$$\nu = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}.$$

Отсюда следует, что при уменьшении индуктивности L и емкости C частота увеличивается. Следовательно, чтобы электромагнитные волны были высокочастотными, емкость конденсатора и индуктивность катушки должны быть малыми.

Правильный ответ 3).

А64. Длина электромагнитной волны в воздухе

$$\lambda = cT = 3 \cdot 10^8 \cdot 2 \cdot 10^{-9}\ \text{м} = 0{,}6\ \text{м} = 60\ \text{см}.$$

Правильный ответ 2).

А65. Длина электромагнитной волны в воздухе до увеличения индуктивности

$$\lambda_1 = cT_1,$$

где по формуле Томсона период

$$T_1 = 2\pi\sqrt{L_1C}.$$

С учетом этой формулы

$$\lambda_1 = c \cdot 2\pi\sqrt{L_1C}.$$

После увеличения индуктивности

$$\lambda_2 = c \cdot 2\pi\sqrt{L_2C},$$

где $$L_2 = L_1 + 0{,}44L_1 = 1{,}44\,L_1.$$

Тогда

$$\lambda_2 = c \cdot 2\pi\sqrt{1{,}44L_1C} = \sqrt{1{,}44} \cdot c \cdot 2\pi\sqrt{L_1C} = 1{,}2\lambda_1.$$

Значит, длина электромагнитной волны увеличилась в 1,2 раза.

Правильный ответ 1).

А66. Расстояние между радаром и самолетом равно произведению скорости электромагнитной волны в воздухе $c = 3 \cdot 10^8$ м/с и половины времени с момента испускания радаром электромагнитной волны и до момента ее приема:

$S = 0{,}5\,ct = 0{,}5 \cdot 3 \cdot 10^8 \cdot 10 \cdot 10^{-6}$ м $= 1{,}5 \cdot 10^3$ м $= 1{,}5$ км.

Правильный ответ 4).

А67. Источником электромагнитных волн являются заряды, движущиеся с ускорением. Заряд, движущийся равномерно по окружности, обладает центростремительным ускорением, поэтому он является источником электромагнитных волн.

Правильный ответ 4).

А68. Гипотеза Максвелла состоит в том, что переменные электрические и магнитные поля способны порождать друг друга.

Правильный ответ 3).

А69. Угол падения равен углу отражения, поэтому угол между отраженным лучом и поверхностью зеркала равен $90^0 - 30^0 = 60^0$ (рис. 387).

Правильный ответ 4).

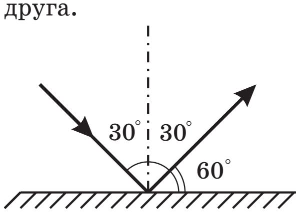


Рис. 387

А70. Угол отражения равен углу падения. А угол падения — это угол между падающим лучом и перпендикуляром к отражающей поверхности, а он при этом равен 0 (рис. 388). Поэтому и угол отражения тоже равен 0.

Правильный ответ 1).

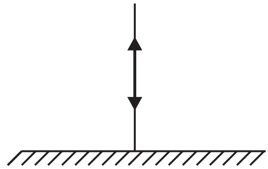


Рис. 388

А71. Плоское зеркало *mn* (рис. 326) дает мнимое и прямое изображение A_1B_1 предмета АВ, расположенное от зеркала на равном с предметом расстоянии.

Правильный ответ 1).

А72. Верное изображение A_1B_1 стрелки АВ показано на рис. 363, *в*.

Правильный ответ 3).

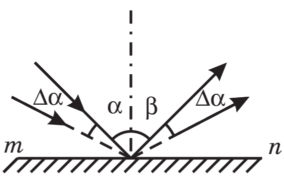


Рис. 389

А73. Обратимся к рис. 389. На нем штрихами изображены падающий и отраженный лучи после увеличения угла падения на $\Delta\alpha = 20^0$. По закону отражения угол между прежним и новым отраженным лучами тоже увеличится на 20^0, и теперь угол между лучом, падающим на плоское зеркало *mn*, и отраженным лучом, станет равен

$$2(\alpha + \Delta\alpha) = 2(45^0 + 20^0) = 130^0.$$

Правильный ответ 2).

А74. Обратимся к рис. 390. После того как источник света *S* из положения 1 отодвинули от зеркала *mn* на расстояние

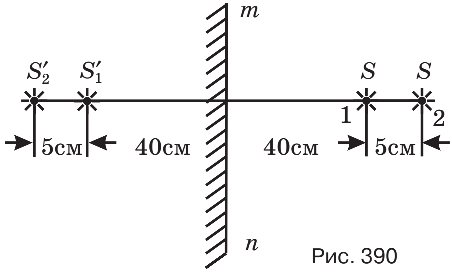


Рис. 390

5 см, прежнее изображение S'_1 тоже отодвинулось на 5 см. И теперь расстояние между источником S в положении 2 и новым изображением S'_2 стало равно

$$2(40 + 5)\text{ см} = 90\text{ см}.$$

Правильный ответ 2).

А75. Луч не выйдет из воды в воздух, если угол падения луча снизу на ее поверхность больше предельного угла полного внутреннего отражения. Синус угла падения у нас равен:

$$\sin 60^0 = \frac{\sqrt{3}}{2} = 0{,}85.$$

Мы видим, что синус угла падения больше синуса предельного угла, который, согласно условию, равен 0,75. Значит, и угол падения больше предельного, поэтому луч не выйдет из воды в воздух.

Правильный ответ 1).

А76. Относительный показатель преломления второй среды относительно первой $n_{2\text{-}1}$ равен отношению синуса угла падения α к синусу угла преломления γ: $n_{2-1} = \dfrac{\sin\alpha}{\sin\gamma}$.

Правильный ответ 4).

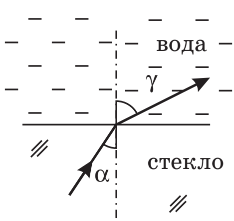


Рис. 391

А77. При переходе луча из оптически более плотного стекла в оптически менее плотную воду угол падения α меньше угла преломления γ (рис. 391).

Правильный ответ 3).

А78. По закону преломления $\dfrac{\sin\alpha}{\sin\gamma} = n$, откуда синус угла преломления $\sin\gamma = \dfrac{\sin\alpha}{n}$, а косинус этого угла

$$\cos\gamma = \sqrt{1 - \sin^2\gamma} = \sqrt{1 - \left(\frac{\sin\alpha}{n}\right)^2} = \sqrt{1 - \left(\frac{\sin 45^0}{1{,}33}\right)^2} = 0{,}85.$$

Правильный ответ 1).

А79. Показатель преломления воды $n = \dfrac{c}{v}$, откуда скорость света в воде $v = \dfrac{c}{n}$.

Следовательно, скорость света в воде меньше скорости света в вакууме на

$$c - v = c - \frac{c}{n} = c\left(1 - \frac{1}{n}\right) = 3 \cdot 10^8 \left(1 - \frac{1}{1,33}\right) \text{ м/с} = 0,74 \cdot 10^8 \text{ м/с}.$$

Правильный ответ 2).

А80. Абсолютный показатель преломления воды $n_в = \dfrac{c}{v_в}$, а абсолютный показатель преломления стекла $n_с = \dfrac{c}{v_с}$. Отношение скорости света в стекле к скорости света в воде найдем, поделив эти равенства друг на друга:

$$\frac{n_в}{n_с} = \frac{cv_с}{v_в c} = \frac{v_с}{v_в} = \frac{1,33}{1,5} = 0,89.$$

Правильный ответ 3).

А81. Плоскопараллельная пластинка не изменяет направление падающего на нее луча, а лишь смещает его. Из рис. 392 следует, что

$$\sin\alpha_1 = \frac{ad}{ac},$$

$$\sin\gamma_1 = \frac{be}{bc},$$

$$\frac{\sin\alpha_1}{\sin\gamma_1} = \frac{1}{n}$$

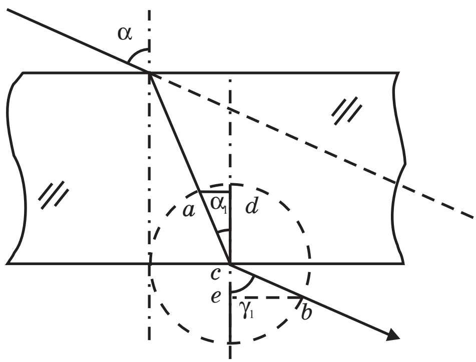


Рис. 392

на границе стекло — воздух.

Откуда $\quad n = \dfrac{\sin\gamma_1}{\sin\alpha_1} = \dfrac{be \cdot ac}{bc \cdot ad} = \dfrac{be}{ad}$, т.к. $ac = bc$.

Правильный ответ 2).

А82. Стеклянная треугольная призма в воздухе отклоняет луч, падающий на ее боковую грань, к основанию, а изображение S_1 источника S смещается к вершине (рис. 334).

Правильный ответ 3).

А83. Если предмет находится в двойном фокусе собирающей линзы, то его изображение будет действительным, обратным, равным предмету и расположенным в двойном фокусе по другую сторону линзы (рис. 342, б).

Правильный ответ 4).

А84. Оптическая сила линзы $D = \frac{1}{F}$, откуда фокусное расстояние линзы

$$F = \frac{1}{D} = \frac{1}{5}\ \text{м} = 20\ \text{см}.$$

Правильный ответ 4).

А85. Линейное увеличение линзы $\Gamma = \frac{H_{изображения}}{h_{предмета}}$ и, с другой стороны, $\Gamma = \frac{f}{d}$. С учетом этих равенств $\frac{H_{изображения}}{h_{предмета}} = \frac{f}{d}$, откуда

$$H_{изображения} = h_{предмета}\frac{f}{d} = 1 \cdot \frac{0{,}2}{2}\ \text{м} = 0{,}1\ \text{м} = 10\ \text{см}.$$

Правильный ответ 3).

А86. Согласно условию расстояние от предмета до линзы $d = F$. Формула рассеивающей линзы $\frac{1}{d} - \frac{1}{f} = -\frac{1}{F}$. С учетом условия

$$\frac{1}{F} - \frac{1}{f} = -\frac{1}{F}, \quad \text{откуда} \quad \frac{1}{f} = 2\frac{1}{F} \quad \text{и} \quad f = \frac{F}{2} = \frac{20}{2}\ \text{см} = 10\ \text{см}.$$

Правильный ответ 3).

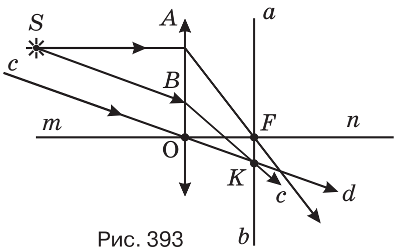


Рис. 393

А87. Обратимся к рис. 393. Поскольку луч SA параллелен главной оптической оси mn, то после преломления он пересечет главную оптическую ось в фокусе линзы F. Построим главную фокальную плоскость ab и проведем через главный оптический центр О побочную ось cd параллельно лучу SB. Побочная ось пересечет главную фокальную плоскость в точке K, через которую пойдет искомый луч BC.

Правильный ответ 3).

А88. Каким будет изображение предмета, зависит от его расположения относительно линзы и ее фокусов. В нашем случае фокусное расстояние линзы 10 см, а расстояние от предмета до линзы 8 см. Значит, предмет АВ расположен между фокусом и линзой. Как видно из построения изображения предмета АВ на рис. 342, *d*, если предмет расположен между фокусом и линзой, то его изображение будет мнимым, прямым и увеличенным.

Правильный ответ 2).

А89. Точка, в которой пересекаются лучи, падающие на линзу параллельно ее главной оптической оси, является фокусом линзы F, а расстояние от фокуса до главного оптического центра линзы О называется ее фокусным расстоянием. Из рис. 366 следует, что фокусное расстояние равно 40 см = 0,4 м. Оптическая сила такой линзы равна:

$$D = \frac{1}{F} = \frac{1}{0{,}4}\ \text{дптр} = 2{,}5\ \text{дптр}.$$

Правильный ответ 4).

А90. Изображение, даваемое рассеивающей линзой, является мнимым, прямым и уменьшенным (рис. 343).

Правильный ответ 2).

А91. Изображение будет действительным, обратным и уменьшенным, если предмет располагается за двойным фокусным расстоянием (рис. 342, *а*). Значит, предмет должен быть расположен от линзы на расстоянии более 40 см.

Правильный ответ 2).

А92. Когда ученик читал без очков, к его глазам применима формула линзы

$$\frac{1}{d_1} + \frac{1}{f} = D_{глаза}.$$

Когда он надел очки, — формула

$$\frac{1}{d_2} + \frac{1}{f} = D_{глаза} + D_{очков}.$$

Вычтем из второй формулы первую:

$$\frac{1}{d_2} + \frac{1}{f} - \frac{1}{d_1} - \frac{1}{f} = D_{глаза} + D_{очков} - D_{глаза}.$$ Получим:

$$D_{очков} = \frac{1}{d_2} - \frac{1}{d_1} = \frac{1}{0,2} - \frac{1}{0,125} \text{ дптр} = -3 \text{ дптр}.$$

Правильный ответ 4).

А93. Поперечность световых волн подтверждает явление поляризации.

А94. Линейчатый спектр дают газы в атомарном состоянии.

А95. Частота колебаний связана с длиной световой волны выражением

$$\nu = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^8}{6 \cdot 10^{-7}} \text{ Гц} = 5 \cdot 10^{14} \text{ Гц}.$$

Правильный ответ 4).

А96. Длину S, на которой уложится $N = 5 \cdot 10^8$ световых волн, можно найти, умножив длину световой волны λ на количество волн N:

$$S = \lambda N, \quad \text{где} \quad \lambda = cT.$$

Тогда

$$S = cTN = 3 \cdot 10^8 \cdot 2 \cdot 10^{-15} \cdot 5 \cdot 10^8 \text{ м} = 300 \text{ м}.$$

Правильный ответ 4).

А97. Из условия максимума на дифракционной решетке $d \sin \varphi = k\lambda$ синус угла дифракции

$$\sin \varphi = \frac{k\lambda}{d} = \frac{2 \cdot 0,5 \cdot 10^{-6}}{0,002 \cdot 10^{-3}} = \frac{1}{2},$$

следовательно, $\varphi = 30^0$.

Правильный ответ 1).

А98. Наибольшей частотой из перечисленных обладают волны синего цвета.

Правильный ответ 1).

А99. Чем сильнее преломляются световые лучи в стекле, тем меньше скорость световых волн. Согласно рис. 347, по мере уменьшения скорости света в стекле линии спектра следует расположить следующим образом: красный, желтый, зеленый, фиолетовый.

Правильный ответ 2).

А100. Период дифракционной решетки это сумма ширины прозрачной и непрозрачной полос.

Правильный ответ 4).

А101. Длину отрезка S, на которой уложится N электромагнитных волн, можно найти, умножив длину волны λ на количество волн N:

$$S = \lambda N, \quad \text{где} \quad \lambda = \frac{c}{\nu}.$$

С учетом этого равенства

$$S = \frac{c}{\nu}N, \quad \text{откуда} \quad N = \frac{S\nu}{c} = \frac{2 \cdot 6 \cdot 10^{14}}{3 \cdot 10^{8}} = 4 \cdot 10^{6}.$$

Правильный ответ 2).

А102. Лучи Рентгена на шкале электромагнитных волн расположены между световыми волнами и гамма-лучами.

Правильный ответ 2).

А103. Когерентными являются волны с одинаковой частотой волны.

Правильный ответ 2).

А104. Радужная окраска мыльного пузыря объясняется дисперсией — разложением солнечного света на цветные лучи.

Правильный ответ 2).

А105. Красной гвоздику мы видим потому, что она отражает красные лучи из лучей солнечного спектра, а остальные поглощает. Синим стекло является потому, что оно пропускает только лучи синего цвета, а остальные поглощает. Если отраженные от гвоздики красные лучи упадут на синее стекло, то оно их поглотит, поэтому сквозь синее стекло красная гвоздика будет выглядеть черной.

Правильный ответ 2).

А106. Стеклянная призма преломляет синие лучи сильнее зеленых, поэтому эти лучи после преломления разойдутся (рис. 351).

Правильный ответ 2).

А107. При переходе света из стекла в воздух период колебаний в световой волне не изменяется, а скорость волны увеличивается. Согласно формуле

$$\lambda = vT$$

при этом увеличивается и длина волны.

Правильный ответ 2).

А108. Скорость света в стекле

$$v = \frac{c}{n} = \frac{3 \cdot 10^8}{1,5} \text{ м/с} = 2 \cdot 10^8 \text{ м/с}.$$

Правильный ответ 2).

109. Согласно формуле $d \sin\varphi = k\lambda$ большей длине волны λ соответствует и больший угол дифракции φ, определяющий отклонение луча от первоначального направления в дифракционной решетке. А так как наибольшую волну имеют лучи красного цвета, то в дифракционной решетке сильнее отклоняются те лучи, которые ближе к красному концу спектра, а в призме — наоборот, те, что ближе к фиолетовому концу. Поэтому призменный спектр является обратным дифракционному.

Правильный ответ 1).

А110. Фотоэффект наступает тогда, когда на металл падают лучи с частотой большей красной границы фотоэффекта для этого металла. Из перечисленных лучей частота волны больше, чем у зеленых, только у лучей синего цвета, поэтому фотоэффект наступит, если на этот металл упадут синие лучи.

Правильный ответ 2).

А111. Импульс фотона

$$p_\gamma = \frac{h}{\lambda}.$$

Правильный ответ 4).

А112. Масса фотона

$$m_\gamma = \frac{h\nu}{c^2}.$$

Правильный ответ 3).

А113. Чтобы в состоянии насыщения увеличить силу фототока, надо увеличить энергию света, за счет которой свет выбьет из металла большее количество электронов, и при этом сила тока насыщения увеличится.

Правильный ответ 4).

А114. Согласно закону Столетова для фотоэффекта кинетическая энергия электронов, выбитых светом из катода, зависит от частоты световой волны, которая связана с длиной волны формулой $\nu = \dfrac{c}{\lambda}$, поэтому при неизменной скорости света c кинетическая энергия электронов зависит от длины световой волны.

Правильный ответ 2).

А115. Работа электрического поля, отталкивающего электроны от анода, равна произведению модуля заряда электрона и запирающего напряжения

$$A_{\text{выхода}} = eU.$$

Правильный ответ 3).

А116. Длина волны в вакууме $\lambda_1 = cT$, длина волны в среде $\lambda_2 = vT$. Разделим эти равенства друг на друга:

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{cT}{vT} = \frac{c}{v}, \qquad \text{откуда} \qquad v = c\frac{\lambda_2}{\lambda_1}.$$

Правильный ответ 2).

А117. Согласно формуле Эйнштейна для фотоэффекта

$$h\nu = A_{\text{вых}} + \frac{m_e v^2}{2},$$

чтобы увеличить скорость v выбитых из данного металла электронов, надо увеличить частоту ν падающей на катод световой волны, т.к. все остальные величины постоянны.

Правильный ответ 4).

А118. Работа выхода электрона из металла A равна разности между энергией падающего на катод фотона E_γ и кинетической энергией выбитого светом электрона E_k:

$$A = E_\gamma - E_k = 10\ \text{эВ} - 4\ \text{эВ} = 6\ \text{эВ}.$$

Правильный ответ 3).

А119. На приведенных спектрах совпадают по вертикали только линии неизвестного газа и водорода (рис. 367). Значит, в неизвестном газе есть атомы водорода, а атомов аргона в нем нет. Но в спектре неизвестного газа есть линии, которые не совпадают и с линиями водорода. Значит, в неизвестном газе есть и атомы другого вещества.

Правильный ответ 1).

А120. Ученый де Бройль высказал гипотезу, что частицы вещества обладают волновыми свойствами. Эта гипотеза в дальнейшем была подтверждена в опытах по дифракции электронов.

Правильный ответ 4).

А121. Длина волны де Бройля λ связана с ее импульсом p формулой

$$\lambda = \frac{h}{p},$$

откуда

$$p = \frac{h}{\lambda} = \frac{6,6 \cdot 10^{-34}}{2 \cdot 10^{-12}}\ \text{кг} \cdot \text{м/с} = 3,3 \cdot 10^{-22}\ \text{кг} \cdot \text{м/с}.$$

Правильный ответ 3).

А122. Два фотона летят навстречу друг другу каждый со скоростью c. Их скорость относительно друг друга равна c согласно второму постулату Эйнштейна: скорость света в вакууме абсолютна и одинакова относительно любых инерциальных систем отсчета.

Правильный ответ 4).

А123. Согласно первому постулату Эйнштейна все явления природы происходят одинаково во всех инерциальных системах отсчета. Поэтому спектры выглядят на Земле и в космическом корабле одинаково.

Правильный ответ 1).

А124. Излученная звездой энергия пропорциональна изменению ее массы:

$$\Delta E = \Delta mc^2. \quad \text{Значит,} \quad 1,8 \cdot 10^{26} = k \cdot 10^8 \cdot 9 \cdot 10^{16},$$

откуда $k = 20$.

Правильный ответ 4).

А125. Первым постулатом Эйнштейна является утверждение, что все законы природы выполняются в любых инерциальных системах отсчета одинаковым образом.

Правильный ответ 4).

А126. Скорость фотона относительно корабля $c = 3 \cdot 10^8$ м/с.
Правильный ответ 2).

А127. Согласно второму постулату Эйнштейна скорость света в вакууме абсолютна и относительно любых инерциальных систем равна c.
Правильный ответ 4).

А128. Космонавты, простившись со своими сверстниками, слетали с релятивистской скоростью за пределы Солнечной системы и вернулись на Землю. При этом они обнаружили, что сверстники моложе их.
Правильный ответ 1).

А129. Время по часам землян

$$t = \frac{t_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{t_0}{\sqrt{1 - \frac{0,36c^2}{c^2}}} = \frac{t_0}{0,8c} = 1,25t_0.$$

Правильный ответ 3).

А130. Длина стержня по мерке землян

$$l = l_0\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = l_0\sqrt{1 - \frac{0,64c^2}{c^2}} = 0,6l_0.$$

Правильный ответ 1).

А131. Масса движущейся частицы

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{0,36c^2}{c^2}}} = \frac{m_0}{0,8c} = 1,25m_0.$$

Правильный ответ 1).

А132. Энергия покоя тела

$$E_0 = m_0c^2 = 2 \cdot (3 \cdot 10^8)^2 \text{ Дж} = 1,8 \cdot 10^{17} \text{ Дж}.$$

Правильный ответ 2).

А133. Кинетическая энергия тела E_k равна разности энергии движущегося тела E и его энергии покоя E_0:

$$E_k = E - E_0 = 2,2 \cdot 10^{17} \text{ Дж} - 9 \cdot 10^{16} \text{ Дж} = 1,3 \cdot 10^{17} \text{ Дж}.$$

Правильный ответ 1).

А134. Полная энергия частицы

$$E = E_0 + E_k, \quad \text{где} \quad E_0 = m_0c^2.$$

С учетом этого равенства полная энергия частицы

$$E = m_0c^2 + E_k.$$

Правильный ответ 2).

А135. В ядре атома фосфора ${}^{31}_{15}\mathrm{P}$ содержится A =31 нуклон и Z = 15 протонов. Поскольку массовое число A, т.е. общее количество нуклонов в ядре равно сумме количества протонов Z и количества нейтронов N в нем, то количество нейтронов

$$N = A - Z = 31 - 15 - 16.$$

Правильный ответ 4).

А136. В ядерной реакции всегда выполняются законы сохранения массового A и зарядового Z чисел: сумма массовых чисел ядер и частиц до реакции равна сумме их массовых чисел после реакции, а также сумма их зарядовых чисел до реакции равна сумме их зарядовых чисел после реакции. Поэтому в предложенной нам ядерной реакции

$${}^{9}_{4}\mathrm{Be} + {}^{4}_{2}\mathrm{He} \to {}^{12}_{6}\mathrm{C} + {}^{1}_{0}n$$

массовое число неизвестной частицы равно: $9 + 4 - 12 = 1$, а ее зарядовое число равно: $4 + 2 - 6 = 0$.

Следовательно, эта частица — нейтрон.

Правильный ответ 1).

А137. Как следует из рис. 350, количество разных гамма-квантов при переходе атома водорода между четвертым и первым (основным) энергетическими уровнями в процессах излучения и поглощения энергии атомом равно 12.

Правильный ответ 4).

А138. Период полураспада — это время распада половины от наличного количества ядер.

Правильный ответ 3).

А139. Массовое число — это число нуклонов в ядре.

Правильный ответ 4).

А140. Энергия излученного возбужденным атомом кванта равна разности его стационарных энергетических состояний:

$$h\nu = E_n - E_m, \quad \text{где частота} \quad \nu = \frac{c}{\lambda}.$$

Таким образом, $h\dfrac{c}{\lambda} = E_n - E_m,$

откуда $\lambda = \dfrac{hc}{E_n - E_m}.$

Правильный ответ 2).

А141. Согласно правилу смещения ${}^{A}_{Z}\mathrm{X} \to {}^{A}_{Z+1}\mathrm{Y} + {}^{0}_{-1}e$ при бета-распаде элемент смещается на одну клетку к концу таблицы Менделеева.

Правильный ответ 4).

А142. Аннигиляция — это превращение частиц вещества в полевые частицы.

Правильный ответ 3).

А143. Бета-лучи — это поток электронов.

Правильный ответ 2).

А144. Альфа-частицы — это ядра гелия.

Правильный ответ 3).

А145. Дефект массы — это разность между массами отдельных нуклонов и ядра.

Правильный ответ 4).

А146. Первый постулат Бора утверждает, что атом может находиться в стационарных состояниях, когда он энергию не излучает.

Правильный ответ 4).

А147. В результате ядерной реакции

$${}^{7}_{3}\mathrm{Li} + {}^{2}_{1}\mathrm{H} \to {}^{8}_{4}\mathrm{Be} + {}^{1}_{0}n \text{ образуется нейтрон.}$$

Правильный ответ 2).

А148. Согласно правилу смещения ${}^{A}_{Z}\mathrm{X} \to {}^{A-4}_{Z-2}\mathrm{Y} + {}^{4}_{2}\mathrm{He}$ при α-распаде элемент смещается на две клетки к началу таблицы Менделеева.

Правильный ответ 1).

А149. Изотопами называются элементы с одинаковым числом протонов, но разным числом нейтронов.

Правильный ответ 3).

А150. Атом в состоянии с энергией E_1 (рис. 368) поглотил гамма-квант с энергией $3 \cdot 10^{-18}$ Дж. При этом его энергия стала равна

$$-8 \cdot 10^{-18}\text{ Дж} + 3 \cdot 10^{-18}\text{ Дж} = 5 \cdot 10^{-18}\text{ Дж}$$

и атом перейдет в состояние с энергией E_2.

Правильный ответ 1).

А151. После одного α-распада радон $^{219}_{86}\mathrm{Rn}$ потеряет α-частицу $^{4}_{2}\mathrm{He}$ и превратится в элемент с зарядовым числом $Z = 86 - 2 = 84$ и массовым числом $A = 219 - 4 = 215$. При последующих двух β-распадах, т.е. потере двух электронов $^{0}_{-1}e$ массовое число не изменится, а зарядовое число увеличится на 2 и станет $Z = 84 + 2 = 86$. В итоге получим элемент с зарядовым числом $Z = 86$ и массовым числом $A = 215$.

Правильный ответ 1).

152. При облучении ядер урана $^{235}_{92}\mathrm{U}$ тепловыми нейтронами ядро делится на 2 радиоактивных осколка и нейтроны.

Правильный ответ 3).

Часть 2

В1. Пружинный маятник оттянули от положения равновесия на 1,5 см и отпустили. Какой путь пройдет маятник за 1 с, если период его колебаний 0,2 с?

Обозначим A — амплитуду колебания, t — время колебания, T — период, S — пройденный путь.

Дано:
$A = 1{,}5$ см
$t = 1$ с
$T = 0{,}2$ с

S — ?

Решение

В пути S, пройденном маятником за 1 с, может укладываться целое число амплитуд, а может — нет.

Чтобы это определить, подсчитаем сначала, сколько периодов T укладывается во времени t:

$$\frac{t}{T} = \frac{1\,c}{0{,}2\,c} = 5.$$

Каждый период, т. е. время полного колебания, соответствует 4 амплитудам: два раза маятник отклоняется в одну сторону и два раза — в другую. Значит, за время $t = 1$ с маятник максимально отклонился от положения равновесия $5 \cdot 4 = 20$ раз.

Следовательно путь S, пройденный им за время t, равен:

$$S = 20\,A = 20 \cdot 1{,}5 \text{ см} = 30 \text{ см}.$$

Ответ: $S = 30$ см.

B2. Уравнение гармонических колебаний маятника $x = A \cos 2\pi t$. Все величины выражены в единицах СИ. Через сколько времени, считая от момента $t = 0$, потенциальная энергия маятника станет равна его кинетической энергии?

Дано:	*Решение*
$x = A\cos 2\pi t$ $W_\text{p} = W_\text{k}$	Возведем в квадрат левые и правые части данного уравнения:
t — ?	$$x^2 = A^2\cos^2 2\pi t. \qquad (1)$$

Теперь умножим левую и правую части этого уравнения на $\dfrac{k}{2}$, где k — жесткость пружинного маятника.

Получим: $$\frac{kx^2}{2} = \frac{kA^2}{2}\cos^2 2\pi t. \qquad (2)$$

Здесь $\dfrac{kx^2}{2} = W_p$ — мгновенная потенциальная энергия маятника, а $\dfrac{kA^2}{2} = W_{p\max}$ — его максимальная потенциальная энергия, равная, согласно закону сохранения механической энергии, сумме мгновенных потенциальной W_p и кинетической W_k энергий в любой момет времени:

$$W_{p\max} = W_p + W_k = 2\,W_p,$$

поскольку $W_p = W_k$ согласно условию задачи.

С учетом этих выражений уравнение (2) можно записать так:

$$W_p = 2W_p\cos^2 2\pi t,$$

откуда $\cos^2 2\pi t = \frac{1}{2}$, а $\cos 2\pi t = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

С учетом этого $2\pi t = \frac{\pi}{4}$, откуда $t = \frac{1}{8}$ с $= 0{,}125$ с.

Ответ: $t = 0{,}125$ с.

В3. Нить математического маятника отклонили от вертикали на угол α, и при этом он поднялся на высоту h над прежним положением. Чему стала равна циклическая частота колебаний маятника, когда его отпустили

Обозначим l длину маятника, g — ускорение свободного падения, ω — циклическую частоту.

Дано:
α
h
g

ω — ?

Решение

Обратимся к рис. 384. Из него следует, что

$$\cos\alpha = \frac{l-h}{l} = 1 - \frac{h}{l},$$

откуда $\frac{h}{l} = 1 - \cos\alpha$ и $l = \frac{h}{1-\cos\alpha}$.

Циклическая частота математического маятника связана с его длиной формулой $\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$. С учетом предыдущего выражения

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{h}(1-\cos\alpha)}.$$

Ответ: $\omega = \sqrt{\frac{g}{h}(1-\cos\alpha)}$.

В4. Через сколько времени, считая от начала колебания, происходящего по закону косинуса, смещение колеблющейся точки составит половину амплитуды? Период колебания 12 с.

Обозначим x смещение точки, A — амплитуду колебания, T — период, t — время колебания.

Дано:
$x = \frac{A}{2}$
$T = 12$ с

S — ?

Решение

Запишем уравнение колебаний:

$$x = A\cos\omega t$$

или с учетом условия задачи

$$\frac{A}{2} = A\cos\omega t,$$

откуда $\cos \omega t = \dfrac{1}{2}$ и $\omega t = \dfrac{\pi}{3}$.

Выразим циклическую частоту через период:

$$\omega = \frac{2\pi}{T}.$$

Подставив это выражение в предыдущую формулу, получим:

$$\frac{2\pi}{T} t = \frac{\pi}{3}, \text{ откуда } t = \frac{T}{6} = \frac{12}{6} \text{ с} = 2 \text{ с}.$$

Ответ: $t = 2$ с.

В5. Один математический маятник за определенное время совершил 10 колебаний, а другой маятник за это же время совершил 5 колебаний. Разность их длин 15 см. Определить длины маятников l_1 и l_2.

Обозначим N_1 число колебаний одного маятника, N_2 — число колебаний другого маятника, l_1 — длину одного маятника, l_2 — длину другого маятника, Δl — разность их длин, t — время колебаний, g — ускорение свободного падения.

Дано:
$N_1 = 10$
$N_2 = 5$
$\Delta l = 15$ см

l_1 — ?
l_2 — ?

Решение

Период колебаний одного маятника можно выразить двумя формулами:

$$T_1 = \frac{t}{N_1} \quad \text{и} \quad T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l_1}{g}}.$$

Значит,
$$\frac{t}{N_1} = 2\pi\sqrt{\frac{l_1}{g}}. \qquad (1)$$

Аналогично для другого маятника

$$\frac{t}{N_2} = 2\pi\sqrt{\frac{l_2}{g}}.$$

Разделим эти равенства друг на друга:

$$\frac{tN_2}{N_1 t} = \frac{2\pi}{2\pi}\sqrt{\frac{l_1 g}{g l_2}}, \qquad \frac{N_2}{N_1} = \sqrt{\frac{l_1}{l_2}},$$

откуда
$$\frac{l_1}{l_2} = \frac{N_2^2}{N_1^2}. \qquad (2)$$

Теперь запишем еще одно уравнение, в которое войдут искомые длины маятников. Если внимательно посмотреть на выражение (1), то можно сделать вывод, что длиннее тот маятник, который за одинаковое время сделает меньше колебаний. Следовательно,

$$l_2 = l_1 + \Delta l. \qquad (3)$$

Выразим из (2) длину l_2 и подставим в (3):

$$l_2 = l_1 \frac{N_1^2}{N_2^2}, \qquad l_1 \frac{N_1^2}{N_2^2} = l_1 + \Delta l,$$

откуда $$l_1 = \frac{\Delta l}{\left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 - 1} = \frac{15}{\left(\frac{10}{5}\right)^2 - 1} \text{ см} = 5 \text{ см},$$

$$l_2 = 5 \text{ см} + 15 \text{ см} = 20 \text{ см}.$$

Ответ: $l_1 = 5$ см, $l_2 = 20$ см.

В6. Масса Земли больше массы Луны в 81 раз, а радиус Земли больше радиуса Луны в 3,6 раза. Определить, как изменится период колебания математического маятника, если его перенести с Земли на Луну.

Обозначим $M_З$ массу Земли, $M_Л$ — массу Луны, $R_З$ — радиус Земли, $R_Л$ — радиус Луны, $g_З$ — ускорение свободного падения на Земле, $g_Л$ — ускорение свободного падения на Луне, $T_З$ — период колебаний на Земле, $T_Л$ — период колебаний на Луне, G — гравитационную постоянную, l — длину маятника.

Дано:

$\frac{M_З}{M_Л} = 81$

$\frac{R_З}{R_Л} = 3{,}6$

$\frac{T_Л}{T_З}$ — ?

Решение

Период колебаний маятника на Земле

$$T_З = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g_З}},$$

где ускорение свободного падения на земле

$$g_З = G\frac{M_З}{R_З^2}.$$

С учетом этого равенства

$$T_З = 2\pi\sqrt{\frac{lR_З^2}{GM_З}}.$$

Аналогично, на Луне

$$T_л = 2\pi\sqrt{\frac{lR_л^2}{GM_л}}.$$

Тогда отношение

$$\frac{T_л}{T_з} = \frac{2\pi}{2\pi}\sqrt{\frac{lR_л^2 GM_з}{GM_л lR_з^2}} = \frac{R_л}{R_з}\sqrt{\frac{M_з}{M_л}} = \frac{1}{3,6}\sqrt{81} = \frac{9}{3,6} = 2,5.$$

Ответ: $\dfrac{T_л}{T_з} = 2,5.$

В7. Амплитуда гармонических колебаний 2 см, полная энергия колебаний $3 \cdot 10^{-5}$ Дж. Найти смещение маятника, считая от начала колебания, в тот момент, когда на него действует сила 2,25 мН.

Обозначим A амплитуду колебаний, x — смещение маятника, W — полную энергию колебаний, W_{km} — максимальную кинетическую энергию маятника, m — его массу, a — мгновенное ускорение маятника, a_m — его максимальное ускорение, υ_m — максимальную скорость маятника, ω — его циклическую частоту, t — время колебаний, F — силу, действующую на маятник.

Дано:
$A = 2$ см
$W = 3 \cdot 10^{-5}$ Дж
$F = 2,25$ мН

x — ?

Решение

Смещение маятника определяет уравнение $x = A\cos\omega t$, а его мгновенное ускорение $a = a_m \cos\omega t$, где $a_m = \omega^2 A$.

Поэтому

$$a = \omega^2 A\cos\omega t = \omega^2 x,$$

откуда

$$x = \frac{a}{\omega^2}. \qquad (1)$$

Ускорение найдем по второму закону Ньютона:

$$a = \frac{F}{m}. \qquad (2)$$

Теперь определим квадрат циклической частоты.

Полная механическая энергия маятника равна его максимальной кинетической энергии:

$$W = W_{km} = \frac{m\upsilon_m^2}{2}, \qquad \text{где} \qquad \upsilon_m = \omega A.$$

С учетом этого

$$W = \frac{m\omega^2 A^2}{2},$$

откуда
$$\omega^2 = \frac{2W}{mA^2}. \qquad (3)$$

Подставим (2) и (3) в (1):
$$x = \frac{FmA^2}{2mW} = \frac{FA^2}{2W}.$$

Произведем вычисления:
$$x = \frac{2,25 \cdot 10^{-3} \cdot (0,02)^2}{2 \cdot 3 \cdot 10^{-5}} \text{ м} = 0,015 \text{ м} = 1,5 \text{ см}.$$

Ответ: $x = 1,5$ см.

В8. Маятник совершает гармонические колебания около положения равновесия с циклической частотой 5 рад/с. В какой момент времени, считая от начала колебания, смещение маятника составит 3,2 см, а скорость станет равна 0,16 м/с?

Обозначим A амплитуду колебаний, x — смещение маятника, v_m — максимальную скорость маятника, v — мгновенную скорость, ω — его циклическую частоту, t — время колебаний.

Дано:
$\omega = 5$ рад/с
$x = 3,2$ см
$v = 0,16$ м/с

t — ?

Решение

Смещение маятника определяет уравнение $x = A\cos\omega t$, а его мгновенную скорость $v = v_m \sin\omega t$, где $v_m = \omega A$, поэтому
$$v = \omega A \sin\omega t.$$

Теперь найдем отношение
$$\frac{v}{x} = \frac{\omega A \sin\omega t}{A\cos\omega t} = \omega \operatorname{tg}\omega t,$$

откуда
$$\operatorname{tg}\omega t = \frac{v}{x\omega} = \frac{0,16}{0,032 \cdot 5} = 1.$$

Следовательно,
$$\omega t = \frac{\pi}{4} \quad \text{и} \quad t = \frac{\pi}{4\omega} = \frac{3,14}{4 \cdot 5} \text{ с} = 0,157 \text{ с}.$$

Ответ: $t = 0,157$ с.

В9. Две точки, лежащие на одном луче, колеблются в противофазе. Расстояние от одной из них до источника колебаний 1 м, а от него до другой точки 1,1 м. Скорость волны 2,5 м/с. Найти период колебаний частиц в волне.

Обозначим α_1 фазу колебаний точки 1, α_2 — фазу колебаний точки 2, $\Delta\alpha$ — разность фаз колебаний точек, S_1 — расстояние от источника волн до точки 1, S_2 — расстояние от источника волн до точки 2, v — скорость волны, T — период колебаний частиц в волне, ω — их циклическую частоту, t_1 — время прохождения волной расстояния S_1, t_2 — время прохождения волной расстояния S_2.

Дано:
$\Delta\alpha = \pi$ рад
$S_1 = 1$ м
$S_2 = 1{,}1$ м
$v = 2{,}5$ м/с

T — ?

Решение

Разность фаз

$$\Delta\alpha = \alpha_2 - \alpha_1, \quad \text{где} \quad \alpha_1 = \omega t_1 \quad \text{и} \quad \alpha_2 = \omega t_2 .$$

Тогда $\qquad \Delta\alpha = \omega\, t_2 - \omega\, t_1 = \omega\,(t_2 - t_1),$

где

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

и

$$t_2 - t_1 = \frac{S_2 - S_1}{v}.$$

С учетом этих равенств

$$\Delta\alpha = \frac{2\pi}{T}\cdot\frac{S_2 - S_1}{v}, \qquad \text{откуда} \qquad T = \frac{2\pi}{\Delta\alpha}\cdot\frac{S_2 - S_1}{v}.$$

Произведем вычисления:

$$T = \frac{2\pi}{\pi}\cdot\frac{1{,}1 - 1}{2{,}5}\ \text{с} = 0{,}08\ \text{с}.$$

Ответ: $T = 0{,}08$ с.

В10. В идеальном колебательном контуре с конденсатором емкостью C_1 и катушкой с индуктивностью L максимальная сила тока в катушке I_0. Между обкладками конденсатора имеется диэлектрик. Какую работу надо совершить, чтобы очень быстро вынуть диэлектрик из конденсатора в тот момент, когда сила тока в катушке равна нулю? Емкость конденсатора без диэлектрика C_2.

Обозначим W_2 максимальную энергию конденсатора с диэлектриком, W_2 – максимальную энергию конденсатора без диэлектрика, W — максимальную энергию магнитного поля катушки, A — работу, совершенную при выемке диэлектрика из конденсатора, q_0 — максимальный заряд конденсатора, C_2 — емкость конденсатора без диэлектрика.

Дано:	***Решение***
C_1 L I_0 C_2	Работа по выемке диэлектрика из конденсатора равна разности максимальных энергий электрического поля конденсатора после и до выемки:
A — ?	

$$A = W_2 - W_1. \qquad (1)$$

Энергию поля конденсатора найдем по формулам

$$W_1 = \frac{q_0^2}{2C_1} \quad \text{и} \quad W_2 = \frac{q_0^2}{2C_2},$$

ведь заряд при выемке диэлектрика сохранялся.

Заряд конденсатора q_0 найдем из закона сохранения энергии, согласно которому максимальная энергия конденсатора до выемки диэлектрика равнялась максимальной энергии магнитного поля катушки, в которую превратилась в процессе колебания максимальная энергия конденсатора:

$$W_1 = W, \quad \text{где} \quad W = \frac{LI_0^2}{2}, \quad \text{поэтому} \quad \frac{q_0^2}{2C_1} = \frac{LI_0^2}{2},$$

откуда

$$q_0^2 = C_1 L I_0^2.$$

С учетом этого

$$W_1 = \frac{LI_0^2}{2} \ (2) \quad \text{и} \quad W_2 = \frac{C_1 L I_0^2}{2C_2}. \qquad (3)$$

Подставим равенства (2) и (3) в выражение (1):

$$A = \frac{C_1 L I_0^2}{2C_2} - \frac{LI_0^2}{2} = \frac{LI_0^2}{2}\left(\frac{C_1}{C_2} - 1\right).$$

Ответ: $A = \dfrac{LI_0^2}{2}\left(\dfrac{C_1}{C_2} - 1\right)$.

В11. Первичная обмотка трансформатора содержит 12 000 витков, напряжение на ней 120 В. Сколько витков имеет вторичная обмотка, если ее сопротивление 0,5 Ом, сила тока во вторичной обмотке 1 А, а напряжение на потребителе 3,5 В?

Обозначим N_1 число витков в первичной обмотке трансформатора, N_2 — число витков во вторичной обмотке, U_1 — напряжение на первичной обмотке, U_2 — напряжение на вторичной обмотке, $U_{\text{потр}}$ — напряжение на потребителе, ΔU — потери напряжения на сопротивлении вторичной обмотки, I_2 — силу тока во вторичной обмотке, R — сопротивление вторичной обмотки.

Дано:	*Решение*
$N_1 = 12\,000$ $U_2 = 120$ В $R = 0{,}5$ Ом $I_2 = 1$ А $\Delta U = 3{,}5$ В	Напряжение на обмотках трансформатора прямо пропорционально числу витков в них:
N_2 — ?	

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2},$$

откуда
$$N_2 = N_1 \frac{U_2}{U_1}. \qquad (1)$$

Напряжение на вторичной обмотке U_2 частично падает на потребителя, а частично теряется из-за сопротивления проводов обмотки. Эти потери согласно закону Ома $\Delta U = I_2 R$.

Поэтому
$$U_2 = U_{\text{потр}} + \Delta U = U_{\text{потр}} + I_2 R. \qquad (2)$$

Подставим правую часть равенства (2) в выражение (1):

$$N_2 = N_1 \frac{U_{потр} + I_2 R}{U_1} = 12000 \frac{3,5 + 1 \cdot 0,5}{120} = 400.$$

Ответ: $N_2 = 400$.

В12. В цепи переменного тока стандартной частоты 50 Гц сила тока изменяется по закону $i = 2 \sin \omega t$. Какое количество теплоты выделится в цепи за один период, если цепь изготовлена из медной проволоки длиной 1 м с площадью поперечного сечения 1 мм²? Удельное сопротивление меди $1{,}7 \cdot 10^{-8}$ Ом · м.

Обозначим ν частоту колебаний, i — мгновенную силу тока, I_m — максимальную силу тока, I — действующую силу переменного тока, ω — циклическую частоту, t — время колебаний, l — длину проволоки, T — период, R — сопротивление проволоки, ρ — удельное сопротивление меди, S — площадь поперечного сечения проволоки, Q — количество теплоты, которое выделится в цепи за один период.

Дано:	*Решение*
$\nu = 50$ Гц $i = 2 \sin \omega t$ $l = 1$ м $S = 1$ мм^2 $\rho = 1{,}7 \cdot 10^{-8}$ Ом · м	По закону Джоуля — Ленца
Q — ?	

$$Q = I^2 R T, \qquad (1)$$

где I — действующая сила переменного тока:

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}. \qquad (2)$$

Из уравнения колебаний тока, данного в условии задачи, следует, что $I_m = 2$ А.

Активное сопротивление цепи R найдем по формуле

$$R = \rho \frac{l}{S}. \tag{3}$$

Период T найдем, зная частоту ν:

$$T = \frac{1}{\nu}. \tag{4}$$

Подставив (2), (3) и (4) в (1), мы решим задачу в общем виде:

$$Q = \left(\frac{I_m}{\sqrt{2}}\right)^2 \rho \frac{l}{S\nu}.$$

Произведем вычисления:

$$Q = \left(\frac{2}{\sqrt{2}}\right)^2 \cdot 1,7 \cdot 10^{-8} \frac{1}{1 \cdot 10^{-6} \cdot 50} \text{ Дж} \approx 6,7 \cdot 10^{-4} \text{ Дж}.$$

Ответ: $Q \approx 6,7 \cdot 10^{-4}$ Дж.

В13. Уравнение колебаний напряжения в колебательном контуре $u = 8 \cos 2\pi \cdot 10^4 t$. В какой момент времени, считая от начала колебаний, энергия электрического поля конденсатора станет максимальной?

Обозначим ω циклическую частоту колебаний, T — период, u — мгновенное напряжение на обкладках конденсатора, t — время колебаний, t_1 — промежуток времени, через который энергия электрического поля конденсатора станет максимальной.

Дано:
$u = 8 \cos 2\pi \cdot 10^4 t$

t_1 — ?

Решение

В момент начала наблюдения, судя по данному уравнению, при $t = 0$ напряжение на обкладках конденсатора было максимальным и, значит, энергия электрического поля тоже была максимальной. Через четверть периода она станет равна нулю, а достигнет максимума энергия магнитного поля катушки индуктивности. Еще через четверть периода энергия электрического поля снова станет максимальной. Таким образом, энергия электрического поля достигнет максимума через половину периода: $t_1 = \dfrac{T}{2}$.

Период найдем через циклическую частоту, которая, согласно данному уравнению,

$$\omega = 2\pi \cdot 10^4 \text{ рад/с.}$$

Поскольку $\omega = \dfrac{2\pi}{T}$, то $2\pi \cdot 10^4 = \dfrac{2\pi}{T}$,

откуда $T = 10^{-4}$ с и $t_1 = 0{,}5 \cdot 10^{-4}$ с $= 5 \cdot 10^{-5}$ с.

Ответ: $t_1 = 5 \cdot 10^{-5}$ с.

B14. Сила тока в открытом колебательном контуре изменяется по закону $i = 0{,}2 \cos 5 \cdot 10^5 \pi t$ м. Найти длину электромагнитной волны в воздухе. Ответ округлить до десятых долей километра.

Обозначим T период колебаний, i — мгновенную силу тока, I_m — максимальную силу тока, ω — циклическую частоту колебаний, t — время колебаний, c — скорость электромагнитной волны в воздухе, λ — длину электромагнитной волны.

Дано:
$i = 0{,}2 \cos 5 \cdot 10^5 \pi t$ м
$c = 3 \cdot 10^8$ м/с

λ — ?

Решение

Длина электромагнитной волны в воздухе определяется формулой $\lambda = cT$, где T — период колебаний вектора напряженности электрического поля (или вектора магнитной индукции). Период определим, зная циклическую частоту колебаний, которая согласно данному нам в условии задачи уравнению равна:

$$\omega = 5 \cdot 10^5\pi \text{ рад/с.}$$

Поскольку

$$\omega = \frac{2\pi}{T}, \quad \text{то} \quad T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{5 \cdot 10^5 \pi} = 4 \cdot 10^{-6} \text{с.}$$

Произведем вычисления:

$$\lambda = 3 \cdot 10^8 \cdot 4 \cdot 10^{-6} \text{ м} = 1200 \text{ м.}$$

Ответ: $\lambda = 1200$ м.

B15. К потолку комнаты высотой 2,5 м прикреплена люминесцентная лампа длиной 80 см. На высоте 1 м от пола располагается непрозрачный горизонтальный диск радиусом 50 см. Центр лампы и диска лежат на одной вертикали. Найти диаметр тени диска на полу. Ответ дать с точностью до десятых метра.

Обозначим H высоту комнаты, l — длину лампы, h — высоту диска над полом, R — радиус диска, D — диаметр тени, x — расстояние от потолка до точки пересечения лучей c (рис. 384).

Дано:
$H = 2{,}5$ м
$l = 80$ см
$h = 1$ м
$R = 50$ см

D — ?

Решение

Выполним чертеж (рис. 394). Из подобия треугольников abc и cfg следует пропорциональность их сторон:

$$\frac{0,5D}{0,5l} = \frac{H - x}{x},$$

откуда
$$D = l\frac{H - x}{x} = l\left(\frac{H}{x} - 1\right). \qquad (1)$$

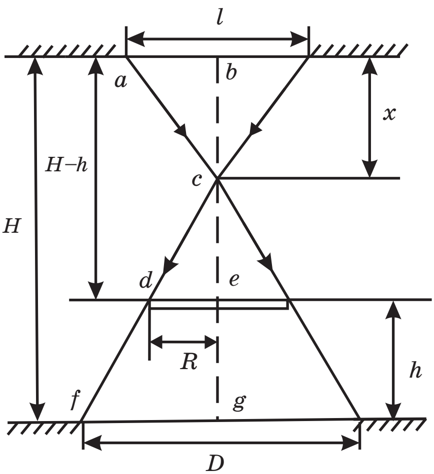


Рис. 394

Отрезок x найдем из подобия треугольников abc и cde:

$$\frac{R}{0,5l} = \frac{H - h - x}{x}$$

или
$$\frac{2R}{l} = \frac{H - h}{x} - 1,$$

откуда
$$\frac{H - h}{x} = 1 + \frac{2R}{l} = \frac{l + 2R}{l} \text{ и } x = \frac{l(H - h)}{l + 2R}. \qquad (2)$$

Подставим (2) в (1):

$$D = l\left(\frac{H\left(l+2R\right)}{l\left(H-h\right)}-1\right) = \frac{H\left(l+2R\right)}{H-h}-l.$$

Произведем вычисления:

$$D = \frac{2,5\left(0,8+2\cdot 0,5\right)}{2,5-0,8}-0,8\ \text{(м)} \approx 1,8\ \text{м}.$$

Ответ: $D \approx 1{,}8$ м.

В16. Найти расстояние между двумя мнимыми изображениями точечного источника света в зеркалах, расположенных под углом 30^0 друг к другу (рис. 395), если источник света S находится на биссектрисе этого угла и на известном расстоянии $l = 10$ см между линией пересечения зеркал и точкой.

Обозначим a угол между зеркалами, L — расстояние между двумя мнимыми изображениями S_1 и S_2 источника S в зеркалах, d — расстояние между источником и каждым его изображением.

Дано:
$a = 30^\circ$
$l = 10$ см

L — ?

Решение

Обратимся к чертежу (рис. 395).

В четырехугольнике $OaSв$ два угла при точках a и $в$ прямые, а угол при точке O, через

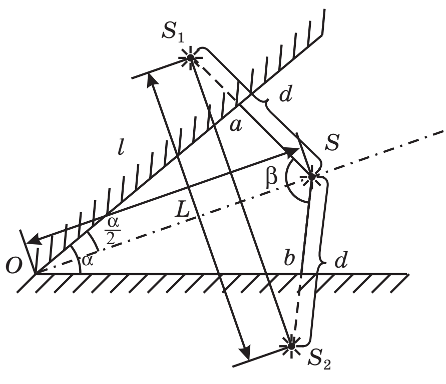


Рис. 395

которую проходит линия пересечения зеркал, равен a, значит, угол β напротив него:

$$\beta = 360^0 - 90^0 - 90^0 - \alpha = 180^0 - \alpha.$$

Теперь рассмотрим треугольник $S_1S\,S_2$. В нем нам известны стороны S_1S и SS_2, каждая из которых имеет длину d, а также угол β между ними. Значит, мы можем найти искомую сторону L по теореме косинусов:

$$L = \sqrt{d^2 + d^2 - 2d \cdot d\cos\beta} = \sqrt{2d^2 - 2d^2\cos\left(180^o - \alpha\right)} =$$

$$= d\sqrt{2(1+\cos\alpha)}. \qquad (1)$$

Отрезок d найдем из прямоугольного треугольника $O\alpha S$, в котором нам известна гипотенуза l, угол $\alpha/2$ и катет αS против него, равный $d/2$. Из этого треугольника следует, что

$$\frac{d}{2} = l\sin\frac{\alpha}{2},$$

откуда
$$d = 2l\sin\frac{\alpha}{2}. \qquad (2)$$

Подставив (2) в (1), получим:

$$L = 2l\sqrt{2(1+\cos\alpha)}\sin\frac{\alpha}{2} = 2l\sqrt{2}\sqrt{1+\cos\alpha}\sin\frac{\alpha}{2}.$$

Из тригонометрии известно, что $\sqrt{1+\cos\alpha} = \sqrt{2}\cos\dfrac{\alpha}{2}$.

С учетом этого

$$L = 2l\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}\cos\frac{\alpha}{2}\sin\frac{\alpha}{2} = 2l\cdot 2\cos\frac{\alpha}{2}\sin\frac{\alpha}{2},$$

где
$$2\cos\frac{\alpha}{2}\sin\frac{\alpha}{2} = \sin\alpha.$$

Тогда окончательно получим:

$$L = 2l\sin\alpha.$$

Поскольку
$$\sin\alpha = \sin 30^0 = \frac{1}{2},$$

то
$$L = 2l\cdot\frac{1}{2} = l = 10\text{ см}.$$

Ответ: $L = 10$ см.

В17. Угол падения лучей на плоскопараллельную пластинку равен 60^0, смещение луча по выходе из пластинки 0,7 см. Найти длину луча в толще пластинки. Показатель преломления вещества пластинки равен 1,7.

Обозначим α угол падения луча на пластинку, x — смещение луча, n — показатель преломления вещества пластинки, l — длину луча в толще пластинки, γ — угол преломления.

Дано:
$\alpha = 60^0$
$x = 0,7$ см
$n = 1,7$

l — ?

Решение

Из рис. 396 следует, что длина луча в толще пластинки l может быть определена из прямоугольного треугольника *авс*:

$$l = \frac{x}{\sin(\alpha - \gamma)},$$

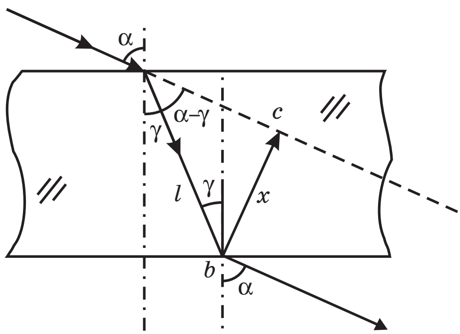


Рис. 396

Синус угла преломления определим из закона преломления:

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\gamma} = n,$$

откуда $$\sin\gamma = \frac{\sin\alpha}{n} = \frac{\sin 60^0}{1{,}7} = \frac{\sqrt{3}}{2\cdot 1{,}7} = \frac{1{,}7}{2\cdot 1{,}7} = \frac{1}{2}.$$

Следовательно, угол преломления $\gamma = 30^0$. Теперь вычислим длину луча в пластинке:

$$l = \frac{0{,}7}{\sin\left(60^0 - 30^0\right)} \text{ см} = 1{,}4 \text{ см}.$$

Ответ: $l = 1{,}4$ см.

В18. Высота изображения предмета 4 см, расстояние от предмета до собирающей линзы 50 см. Чему равна оптическая сила линзы, если высота предмета 80 см?

Обозначим H высоту изображения, d — расстояние от предмета до линзы, h — высоту предмета, D — оптическую силу линзы, f — расстояние от линзы до изображения, Γ — линейное увеличение линзы, F — фокусное расстояние линзы.

Дано:	**Решение**
$H = 4$ см $d = 50$ см $h = 80$ см	Согласно определению оптической силы линзы $$D = \frac{1}{F},$$
D — ?	где по формуле линзы $\frac{1}{F} = \frac{1}{d} + \frac{1}{f}$,

поэтому
$$D = \frac{1}{d} + \frac{1}{f}. \qquad (1)$$

Расстояние от линзы до изображения можно найти, воспользовавшись формулами линейного увеличения линзы:

$$\Gamma = \frac{H}{h} \quad \text{и} \quad \Gamma = \frac{f}{d}, \quad \text{и значит,} \quad \frac{H}{h} = \frac{f}{d},$$

откуда
$$f = \frac{dH}{h}. \qquad (2)$$

Подставив правую часть равенства (2) в формулу (1) вместо f, мы решим задачу в общем виде:

$$D = \frac{1}{d} + \frac{h}{dH} = \frac{1}{d}\left(1 + \frac{h}{H}\right).$$

Произведем вычисления:

$$D = \frac{1}{0{,}5}\left(1 + \frac{0{,}8}{0{,}04}\right) \text{дптр} = 42 \text{ дптр}.$$

Ответ: $D = 42$ дптр.

В19. При освещении дифракционной решетки белым светом спектры второго и третьего порядков частично перекрывают друг друга. На линию какого цвета в спектре второго порядка накладывается синяя линия с длиной волны 0,45 мкм спектра третьего порядка?

Обозначим k_1 и k_2 порядок спектров, накладывающихся друг на друга на экране, λ_2 — длину световой волны, соответствующей спектру третьего порядка, λ_1 — длину световой волны, соответствующей спектру второго порядка.

Дано:	
$k_1 = 2$	
$k_2 = 3$	
$\lambda_2 = 0{,}45$ мкм	
λ_1 — ?	

Решение

Проанализируем условие задачи.

При падении на решетку белого света центральный максимум, образуемый лучами с углом дифракции $\varphi = 0$, остается белым, так как из условия максимума на дифракционной решетке $d \sin \varphi = k\lambda$ видно, что при $\varphi = 0$ разность хода лучей разного цвета равна нулю, т. е. при образовании центрального максимума лучи всех цветов накладываются друг на друга.

В случае же образования бокового максимума разности хода лучей разного цвета и, соответственно, углы дифракции для лучей разных длин волн различны. Поэтому на экране лучи разного цвета, образующие данный боковой максимум, собираются линзой в разных точках, причем фиолетовая полоса оказывается самой близкой к центру, а красная — наиболее удаленной (напомним, что длина волны фиолетового света наименьшая из всех волн видимого спектра, а красного — наибольшая).

Спектры разных порядков будут частично накладываться друг на друга, если в них есть линии, которым соответствует одинаковый угол дифракции.

Запишем условие образования линии, соответствующей световой волне с длиной волны λ_1 в спектре порядка k_1:

$$d \sin \varphi_1 = k_1\lambda_1.$$

Аналогичный вид имеет условие образования линии, соответствующей световой волне с длиной волны λ_2 в спектре порядка k_2:

$$d \sin \varphi_2 = k_2\lambda_2.$$

Если $\varphi_1 = \varphi_2$, то эти линии будут накладываться друг на друга. При этом

$$k_1\lambda_1 = k_2\lambda_2, \qquad \text{откуда} \qquad \lambda_1 = \lambda_2 \frac{k_2}{k_1}.$$

Произведем вычисления:

$$\lambda_1 = 0{,}45 \cdot 10^{-6} \frac{3}{2} \text{ м} = 6{,}75 \cdot 10^{-7} \text{ м — красная линия спектра.}$$

Ответ: $\lambda_1 = 6{,}75 \cdot 10^{-7}$ м — на красную линию спектра.

B20. Определить абсолютный показатель преломления среды, в которой свет с энергией кванта E_γ имеет длину волны λ.

Обозначим n показатель преломления среды, с — скорость света в вакууме, v — скорость света в среде, λ — длину волны в среде, ν — частоту колебаний, E_γ — энергию кванта в среде, h — постоянную Планка.

Дано:	*Решение*
ε_γ λ c h	Показатель преломления среды n связан со скоростью распространения света в этой среде v соотношением $$n = \frac{c}{v}.$$
n — ?	

В свою очередь скорость света в прозрачной среде v связана с длиной волны в этой среде λ и частотой колебаний в волне ν соотношением

$$\lambda = \frac{v}{\nu}, \quad \text{откуда} \quad v = \nu \cdot \lambda.$$

С учетом этого

$$n = \frac{c}{\nu\lambda}. \tag{1}$$

Частоту колебаний в световой волне найдем из формулы Планка, поскольку энергия кванта E_γ нам известна:

$$E_\gamma = h\nu, \quad \text{откуда} \quad \nu = \frac{E_\gamma}{h}. \tag{2}$$

Подставим (2) в (1): $\quad n = \dfrac{ch}{E_\gamma\lambda}.$

Задача решена.

Ответ: $n = \dfrac{ch}{E_\gamma\lambda}.$

B21. Источник света в течение 4 с испускает $8 \cdot 10^{10}$ фотонов с длиной волны 0,5 мкм. Какова мощность излучения?

Обозначим t время испускания числа N фотонов, λ — длину волны, P — мощность излучения, W — энергию испускаемого света E_γ — энергию одного фотона, h — постоянную Планка, c — скорость света в вакууме.

Дано:	***Решение***
$t = 4$ с $N = 8 \cdot 10^{10}$ $\lambda = 0{,}5$ мкм $h = 6{,}62 \cdot 10^{-34}$ Дж · с $c = 3 \cdot 10^8$ м/с	Энергия испускаемого света равна произведению его мощности P и времени свечения t: $W = Pt.$ Эту энергию можно представить как произведение числа фотонов N на энергию одного фотона E_γ:
P — ?	$$W = NE_\gamma.$$

Следовательно, $Pt = NE_\gamma$.

Энергия фотона связана с его длиной световой волны формулой Планка:

$$E_\gamma = h\frac{c}{\lambda}.$$

С учетом этого $Pt = Nh\dfrac{c}{\lambda}$,

откуда

$$P = \frac{Nhc}{\lambda t} = \frac{8 \cdot 10^{10} \cdot 6{,}62 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{0{,}5 \cdot 10^{-6} \cdot 4}\ \text{Вт} \approx 8 \cdot 10^{-9}\ \text{Вт} = 8\ \text{нВт}.$$

Ответ: $P \approx 8$ нВт.

В22. Две частицы в некоторый момент времени находятся на расстоянии 1,5 км друг от друга и движутся навстречу друг другу со скоростями $v_1 = 0{,}4c$ и $v_2 = 0{,}6c$. Через какое время t они столкнутся? Ответ округлить до целых микросекунд.

Обозначим S расстояние между частицами, v_1 — скорость первой частицы, v_2 — скорость второй частицы, c — скорость света в вакууме, t — время сближения частиц, v — скорость, с которой одна из частиц приближается к другой.

Дано:	***Решение***
$S = 1{,}5$ км $v_1 = 0{,}4\,c$ $v_2 = 0{,}6\,c$ $c = 3 \cdot 10^8$ м/с	Время сближения частиц определим из уравнения равномерного движения $$t = \frac{S}{v}, \quad (1)$$
t — ?	где

$$v = \frac{v_1 + v_2}{1 + \dfrac{v_1 v_2}{c^2}} = \frac{0{,}4c + 0{,}6c}{1 + \dfrac{0{,}4c \cdot 0{,}6c}{c^2}} = 0{,}8\ \text{c}. \quad (2)$$

Подставив (2) в (1), мы решим задачу в общем виде:

$$t = \frac{S}{0,8c}$$

Произведем вычисления:

$$t = \frac{1500}{0,8 \cdot 3 \cdot 10^8}\ \text{с} = 6,25 \cdot 10^{-6}\ \text{с} = 6,25\ \text{мкс}.$$

Ответ: $t = 6,25$ мкс.

В23. Масса движущегося электрона превышает его массу покоя в k раз. С какой скоростью движется электрон?

Обозначим m — массу движущегося электрона, m_0 — его массу покоя, c — скорость света в вакууме, v — скорость электрона.

Дано:	*Решение*
$m = km_0$ $c = 3 \cdot 10^8$ м/с v — ?	Запишем формулу зависимости массы электрона от его скорости: $m = \dfrac{m_0}{\sqrt{1 - \dfrac{v^2}{c^2}}}.$

Отсюда определим скорость электрона:

$$\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \frac{m_0}{m}, \qquad 1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2 = \left(\frac{m_0}{m}\right)^2,$$

$$\left(\frac{v}{c}\right)^2 = 1 - \left(\frac{m_0}{m}\right)^2, \qquad \frac{v}{c} = \sqrt{1 - \left(\frac{m_0}{m}\right)^2},$$

откуда

$$\mathrm{v} = \mathrm{c}\sqrt{1 - \left(\frac{m_0}{m}\right)^2} = \mathrm{c}\sqrt{1 - \frac{1}{k^2}} = \frac{c}{k}\sqrt{k^2 - 1}.$$

Ответ: $v = \dfrac{c}{k}\sqrt{k^2 - 1}.$

В24. Найти удельную энергию связи ядра кислорода $^{16}_{8}\mathrm{O}$ в МэВ. Масса ядра кислорода 15,99052 а.е.м., масса протона 1,00783 а.е.м., масса нейтрона 1,00866 а.е.м.

Обозначим $M_{\text{ядра}}$ массу ядра кислорода, A — массовое число, Z — зарядовое число, N — число нейтронов в ядре, $E_{\text{св}}$ — энергию связи ядра, $\varepsilon_{св}$ — удельную энергию связи, m_p — массу протона, m_n — массу нейтрона.

Дано:
$M_{ядра} = 15{,}99052$ а.е.м
$A = 16$
$Z = 8$
$m_p = 1{,}00783$ а.е.м.
$m_n = 1{,}00866$ а.е.м.

$\varepsilon_{св}$ — ?

Решение

Напомним, что удельной энергией связи называют энергию связи, приходящуюся на один нуклон. Поэтому удельная энергия $\varepsilon_{св}$ связи ядра может быть определена отношением всей энергии связи $E_{св}$ ядра к массовому числу:

$$\varepsilon_{св} = \frac{E_{св}}{A}.$$

Энергию связи ядра $E_{св}$ можно определить по формуле

$$E_{св} = 931(Zm_p + Nm_n - M_{ядра})\ \text{МэВ},$$

где

$$N = A - Z.$$

С учетом этого

$$E_{св} = 931(Zm_p + (A - Z)m_n - M_{ядра})\ \text{МэВ}.$$

Подставив это выражение в первую формулу, получим:

$$\varepsilon_{св} = \frac{931\left(Zm_p + (A - Z)m_n - M_{ядра}\right)}{A}.$$

Произведем вычисления:

$$\varepsilon_{св} = \frac{931\left(8 \cdot 1{,}00783 + (16 - 8) \cdot 1{,}00866 - 15{,}99052\right)}{A}\ \text{МэВ/нуклон} =$$

$= 8{,}2$ МэВ/нуклон.

Ответ: $\varepsilon_{св} = 8{,}2$ МэВ/нуклон.

В25. Период полураспада радия 1600 лет. Определить, через сколько времени число оставшихся атомов уменьшится в 4 раза.

Обозначим T период полураспада, N_0 — число ядер радия в начальный момент времени, N — число ядер, оставшихся через время t.

Дано:	***Решение***
$T = 1600$ лет	Запишем закон радиоактивного распада:
$\frac{N_o}{N} = 4$	$$N = N_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}.$$
S — ?	Отсюда

$$2^{\frac{t}{T}} = \frac{N_0}{N} = 4 = 2^2,$$

следовательно, $\frac{t}{T} = 2$, откуда $t = 2T$.

Произведем вычисления:

$$t = 2 \cdot 1600 \text{ лет} = 3200 \text{ лет}.$$

Ответ: $t = 3200$ лет.

B26. В процессе термоядерного синтеза ядра гелия выделяется энергия 4,2 пДж. Молярная масса гелия $4 \cdot 10^{-3}$ кг/моль. Какая масса гелия образуется каждые 10 с на Солнце, если мощность солнечного излучения $4 \cdot 10^{20}$ МВт?

Обозначим E_1 энергию, которая выделяется в процессе термоядерного синтеза ядра гелия, M — молярную массу гелия, t — время выделения энергии, P — мощность излучения, m — массу гелия, N — число образующихся ядер гелия, m_0 — массу одного ядра, N_A — число Авогадро.

Дано:	***Решение***
$E_1 = 4{,}2$ пДж	Массу гелия, образующуюся на Солнце за 10 с, можно найти, умножив число образующихся за это время ядер гелия N на массу одного ядра m_0:
$M = 4 \cdot 10^{-3}$ кг/моль	
$t = 10$ с	
$P = 4 \cdot 10^{20}$ МВт	$$m = Nm_0. \quad (1)$$
m — ?	

Масса одного ядра гелия

$$m_0 = \frac{M}{N_A}. \quad (2)$$

Число ядер гелия N можно найти, если разделить всю энергию E, выделяющуюся за 10 с, на энергию, выделяющуюся при синтезе одного ядра гелия E_1:

$$N = \frac{E}{E_1},$$

где вся выделяющаяся энергия равна произведению мощности процесса и его времени:

$$E = A = Pt.$$

С учетом этого $$N = \frac{Pt}{E_1}. \qquad (3)$$

Нам осталось подставить правые части равенств (2) и (3) в формулу (1), и задача в общем виде будет решена:

$$m = \frac{PtM}{E_1 N_A}.$$

Произведем вычисления:

$$m = \frac{4 \cdot 10^{20} \cdot 10 \cdot 4 \cdot 10^{-3}}{4{,}2 \cdot 10^{-12} \cdot 6{,}02 \cdot 10^{23}} \text{ кг} = 6{,}3 \cdot 10^6 \text{ кг}.$$

Ответ: $m = 6{,}3 \cdot 10^6$ кг.

В27. Покоившийся мезон с массой $2{,}5 \cdot 10^{-28}$ кг распался на два гамма-кванта. Найти длину волны каждого из них.

Обозначим m_0 массу покоя мезона, h — постоянную Планка, c — скорость света в вакууме, ν — частоту световой волны, λ — длину волны, E_0 — энергию покоя мезона, E_γ — энергию гамма-кванта.

Дано:
$m_0 = 2{,}5 \cdot 10^{-28}$ кг
$c = 3 \cdot 10^8$ м/с
$h = 6{,}62 \cdot 10^{-34}$ Дж · с

λ — ?

Решение

По закону сохранения энергии энергия покоя мезона равна энергии двух гамма-квантов: $E_0 = 2E_\gamma$, где $E_0 = m_0 c^2$ и по формуле Планка

$$E_\gamma = h\nu.$$

С учетом этих равенств

$$m_0 c^2 = 2h\nu,$$

откуда $$\nu = \frac{m_0 c^2}{2h}.$$

Выразим длину волны через частоту:

$$\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{c \cdot 2h}{m_0 c^2} = \frac{2h}{m_0 c}.$$

Произведем вычисления:

$$\lambda = \frac{2 \cdot 6{,}62 \cdot 10^{-34}}{2{,}5 \cdot 10^{-28} \cdot 3 \cdot 10^{8}} \text{ м} \approx 1{,}8 \cdot 10^{-14} \text{ м}.$$

Ответ: $\lambda \approx 1{,}8 \cdot 10^{-14}$ м.

В28. Покоящийся мезон с массой m_0 распался на два гамма-кванта. Найти импульс каждого из них.

Обозначим m_γ массу гамма-кванта, c — скорость света в вакууме, p_γ — импульс гамма-кванта.

Дано:	***Решение***
m_0 c	По закону сохранения энергии энергия покоя мезона m_0c^2 равна суммарной энергии двух квантов $2m_\gamma c^2$:
n — ?	

$$m_0c^2 = 2\, m_\gamma c^2,$$

откуда масса каждого кванта

$$m_\gamma = \frac{m_0}{2},$$

а его импульс $$p_\gamma = m_\gamma c = \frac{m_0}{2} c = 0{,}5\, m_0 c.$$

Ответ: $p_\gamma = 0{,}5\, m_0 c$.

Часть 3

С1. На краю стола укреплен невесомый блок, способный вращаться без трения. Через блок перекинута невесомая нить, к одному концу которой привязан брусок массой m_1, неподвижно лежащий на столе, а к другому концу прикреплен пружинный маятник массой m_2. Коэффициент трения между основанием бруска и столом μ. Амплитуда колебаний маятника А. Чему равен период его колебаний?

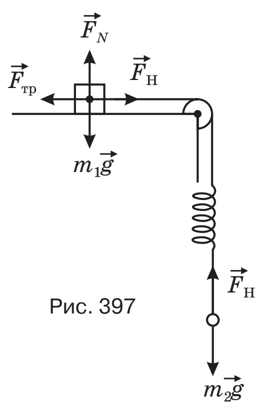


Рис. 397

Обозначим g ускорение свободного падения, F_N — силу реакции опоры, $F_Н$ — силу натяжения нити, $F_{тр}$ — силу трения, a_m — максимальное ускорение маятника, ω — его циклическую частоту, T — период колебаний.

Дано:	*Решение*
m_1 m_2 μ A	Покажем на чертеже силы, приложенные к бруску (рис. 397).
T — ?	На него действуют 4 силы: сила тяжести $m_1\vec{g}$, сила реакции опоры $\vec{F}_N$, сила натяжения нити $\vec{F}_{\text{н}}$ и сила трения $\vec{F}_{\text{тр}}$. Брусок покоится, значит, эти силы уравновешены, т.е. мы можем записать:

$$m_1g = F_N \text{ и } F_{\text{н}} = F_{\text{тр}}\,. \tag{1}$$

Выразим сразу силу трения через известный коэффициент трения:

$$F_{\text{тр}} = \mu F_N = \mu m_1 g. \tag{2}$$

На пружинный маятник в процессе колебаний действует сила тяжести $m_2\vec{g}$, направленная вниз, и сила натяжения нити $\vec{F}_{\text{н}}$. В нижнем положении маятника сила натяжения направлена вверх и по модулю больше силы тяжести. Равнодействующая этих сил

$$m_2a_m = F_{\text{н}} - m_2g$$

или с учетом (1) и (2)

$$m_2a_m = \mu m_1g - m_2g = g(\mu m_1 - m_2),$$

откуда $$a_m = g\frac{\mu m_1 - m_2}{m_2}. \tag{3}$$

Теперь свяжем максимальное ускорение с искомой циклической частотой:

$$a_m = \omega^2 A, \quad \text{откуда} \quad \omega = \sqrt{\frac{a_m}{A}}, \quad \text{где} \quad \omega = \frac{2\pi}{T}.$$

Таким образом, $$\frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{a_m}{A}},$$

откуда

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{A}{a_m}} \quad \text{или с учетом (3)} \quad T = 2\pi\sqrt{\frac{m_2A}{g(\mu m_1 - m_2)}}.$$

Ответ: $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m_2A}{g(\mu m_1 - m_2)}}$.

С2. Найти частоту малых колебаний тела массой m, изображенного на рис. 371. Жесткости пружин k_1 и k_2. Трением пренебречь.

Обозначим W_{p1} потенциальную энергию упругой деформации первой пружины, W_{p2} — потенциальную энергию упругой деформации второй пружины, A_1 — амплитуду колебаний первой пружины, A_2 — амплитуду колебаний второй пружины, A — их суммарную амплитуду колебаний, W_k — кинетическую энергию тела, v_{m} — максимальную скорость тела, ω — его циклическую частоту, ν — частоту колебаний, $F_{\text{упр}1}$ — силу упругости в первой пружине, $F_{\text{упр}2}$ — силу упругости во второй пружине.

Дано:
m
k_1
k_2
ν — ?

Решение

Поскольку нам сказано, что трением в этой системе можно пренебречь, т. е. колебания тела являются идеальными, применим к его движению закон сохранения механической энергии. Будем рассуждать так. Когда мы оттягиваем тело от положения равновесия, например, вниз, мы сообщаем пружинам, а вместе с ними и самому телу запас потенциальной энергии. Потенциальная энергия упругой деформации первой пружины

$$W_{p1} = \frac{k_1 A_1^2}{2}.$$

Аналогично потенциальная энергия второй пружины, растянутой на величину амплитуды ее колебания A_2,

$$W_{p2} = \frac{k_2 A_2^2}{2}.$$

По закону сохранения механической энергии потенциальная энергия упругой деформации обеих пружин превратится в кинетическую энергию колеблющегося тела, когда оно будет «проскакивать» через положение равновесия:

$$W_k = \frac{m v_{\text{m}}^2}{2}.$$

По закону сохранения механической энергии

$$W_k = W_{p1} + W_{p2} \quad \text{или} \quad \frac{m v_{\text{m}}^2}{2} = \frac{k_1 A_1^2}{2} + \frac{k_2 A_2^2}{2}. \qquad (1)$$

Скорость v_m мы можем определить через циклическую частоту колебаний тела ω с помощью формулы $v_m = \omega A$. В свою очередь циклическая частота колебаний ω связана с частотой колебаний ν соотношением $\omega = 2\pi\nu$, поэтому

$$v_m = 2\pi\nu A. \tag{2}$$

Нетрудно догадаться, что амплитуда колебаний равна сумме амплитуд колебаний пружин, т. е. сумме их деформаций в момент, когда мы оттянули тело от положения равновесия. Тогда, подставив эту сумму $A = A_1 + A_2$ в (2), получим:

$$v_m = 2\pi\nu\,(A_1 + A_2). \tag{3}$$

Теперь подставим (3) в (1):

$$\frac{m\left(2\pi\nu\left(A_1 + A_2\right)\right)^2}{2} = \frac{k_1A_1^2}{2} + \frac{k_2A_2^2}{2}$$

или $$m(2\pi\nu(A_1 + A_2))^2 = k_1A_1{}^2 + k_2A_2{}^2. \tag{4}$$

Мы могли бы решить это уравнение относительно искомой частоты, но нам не известны амплитуды колебаний пружин A_1 и A_2. Значит, надо записать еще какое-нибудь уравнение, куда вошли бы эти амплитуды. Здесь следует догадаться, что когда мы действуем на тело с некоторой силой, оттягивая его вниз, то по третьему закону Ньютона с точно такой же силой мы действуем и на каждую пружину, поэтому в них возникают одинаковые силы упругости, которые по закону Гука соответственно равны:

$$F_{\text{упр}1} = -\,k_1A_1 \quad \text{и} \quad F_{\text{упр}2} = -\,k_2A_2.$$

Поскольку силы упругости равны, а жесткости пружин разные, значит, и деформации пружин, т. е. амплитуды их колебаний, будут разными. Но так как сами силы упругости одинаковы, мы можем записать равенство

$$F_{\text{упр}1} = F_{\text{упр}2} \quad \text{или} \quad -\,k_1A_1 = -\,k_2A_2,$$

откуда $$A_2 = A_1\frac{k_1}{k_2}. \tag{5}$$

Если теперь подставить (5) вместо A_2 в (4), то неизвестную нам амплитуду A_1 можно будет вынести за скобки и сократить.

Тогда мы получим одно уравнение с одной искомой частотой, которую сможем уже однозначно определить. Проделаем эти действия:

$$m\left(2\pi\nu\left(A_1 + A_1\frac{k_1}{k_2}\right)\right)^2 = k_1 A_1{}^2 + k_2 A_1{}^2\left(\frac{k_1}{k_2}\right)^2,$$

$$m(2\pi\nu)^2\frac{\left(k_1 + k_2\right)^2}{k_2^2} = \frac{k_1 k_2\left(k_1 + k_2\right)}{k_2^2},$$

откуда $$\nu = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k_1 k_2}{m\left(k_1 + k_2\right)}}.$$

Ответ: $\nu = \dfrac{1}{2\pi}\sqrt{\dfrac{k_1 k_2}{m\left(k_1 + k_2\right)}}$.

С3. Найти период малых колебаний тела массой m, изображенного на рис. 372. Жесткости пружин k_1 и k_2. Трением пренебречь.

Обозначим W_{p1} потенциальную энергию упругой деформации первой пружины, W_{p2} — потенциальную энергию упругой деформации второй пружины, A — их амплитуду колебаний, W_k — кинетическую энергию тела, v_{m} — максимальную скорость тела, ω — его циклическую частоту, ν — частоту колебаний, $F_{\text{упр1}}$ — силу упругости в первой пружине, $F_{\text{упр2}}$ — силу упругости во второй пружине.

Дано:	***Решение***
m k_1 k_2	Здесь мы тоже применим закон сохранения механической энергии, но теперь амплитуда колебаний A обеих пружин и самого тела будет одна и та же. Ведь на сколько мы растянем одну пружину, на столько же растянется вторая и на
T — ?	

такое же расстояние сместится само тело. С учетом этого положения запишем закон сохранения механической энергии следующим образом:

$$W_k = W_1 + W_{p2} \qquad \text{или} \qquad \frac{mv_{\text{m}}^2}{2} = \frac{k_1 A^2}{2} + \frac{k_2 A^2}{2},$$

$$mv_{\text{m}}^2 = A^2(k_1 + k_2) \qquad \text{и} \qquad v_{\text{m}} = A\sqrt{\frac{k_1 + k_2}{m}},$$

где $$v_m = \omega A \quad \text{и} \quad \omega = \frac{2\pi}{T},$$

поэтому $$v_{\text{m}} = \frac{2\pi}{T}A,$$

откуда $$T = \frac{2\pi A}{v_{\text{m}}} = \frac{2\pi A}{A}\sqrt{\frac{m}{k_1 + k_2}} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k_1 + k_2}}.$$

Ответ: $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{k_1 + k_2}}$.

С4. На гладком горизонтальном столе лежит шар массой M, прикрепленный к пружине с жесткостью k (рис. 373). В шар попадает пуля массой m, имеющая в момент удара скорость v, направленную вдоль оси пружины. Считая удар пули абсолютно неупругим и пренебрегая массой пружины и сопротивлением воздуха, определить амплитуду колебаний шара с пулей.

Обозначим v_0 максимальную скорость колебаний шара с пулей, ω — циклическую частоту колебаний, A — амплитуду колебаний.

Дано:
M
k
m
v

A — ?

Решение

Поскольку удар неупругий, то шар с пулей сразу после удара станет двигаться со скоростью v_0, которую мы сможем определить, воспользовавшись законом сохранения импульса системы пуля — шар. По закону сохранения импульса импульс пули до попадания в шар mv равен суммарному импульсу пули с шаром $(M + m)v_0$ после попадания (отметим, что импульс шара до попадания в него пули равен 0, так как шар покоился):

$$mv = (M + m)v_0.$$

Отсюда скорость шара с пулей сразу после удара (а это будет максимальная скорость колебаний шара с пулей)

$$v_0 = \frac{mv}{M + m}. \qquad (1)$$

Максимальная скорость колебаний тела v_0 связана с циклической частотой и амплитудой этих колебаний соотношением

$$v_0 = \omega A. \qquad (2)$$

Циклическая частота колебаний пружинного маятника с пулей

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{M + m}}. \qquad (3)$$

Подставляем (3) в (2):

$$v_0 = A\sqrt{\frac{k}{M + m}}. \qquad (4)$$

Теперь подставим (4) в (1):

$$A\sqrt{\frac{k}{M + m}} = \frac{mv}{M + m}.$$

Отсюда

$$A = \frac{mv}{M + m}\sqrt{\frac{M + m}{k}} = \frac{mv}{\sqrt{k(M + m)}}.$$

Ответ: $A = \dfrac{mv}{\sqrt{k(M + m)}}$.

С5. По дну сферической емкости радиусом R без трения движется маленький кубик (рис. 374). Найти период его колебаний.

Обозначим W_{km} максимальную кинетическую энергию кубика на дне емкости, m — массу кубика, v_m — его максимальную скорость, W_{pm}— максимальную потенциальную энергию кубика на краю емкости, g — ускорение свободного падения, π — число «пи», T — период колебаний кубика, ω — циклическую частоту.

Дано:	
R	
g	
T — ?	

Решение

По закону сохранения механической энергии максимальная кинетическая энергия кубика на дне чаши равна его максимальной потенциальной энергии на ее краю: $W_{pm} = W_{km}$.

По формуле кинетической энергии

$$W_{km} = \frac{mv_{max}^2}{2}. \qquad (1)$$

Максимальную скорость кубика найдем по формуле

$$v_m = \omega A,$$

где A — амплитуда колебаний кубика. Ее мы найдем по теореме Пифагора (см. рисунок):

$$A = \sqrt{R^2 + R^2} = \sqrt{2R^2} = R\sqrt{2}.$$

С учетом этого максимальная скорость кубика на дне емкости

$$v_m = \omega R\sqrt{2}. \quad (2)$$

Подставим (2) в (1):

$$W_{km} = \frac{m\left(\omega R\sqrt{2}\right)^2}{2} = \frac{2m\left(\omega R\right)^2}{2} = m\left(\omega R\right)^2. \quad (3)$$

Максимальную потенциальную энергию кубика определим по формуле потенциальной энергии тела, поднятого на высоту R:

$$W_{pm} = mgR. \ (4)$$

Приравняем правые части равенств (3) и (4):

$$m(\omega R)^2 = mgR, \quad \omega^2 R^2 = gR, \quad \omega^2 R = g, \quad \text{где} \quad \omega = \frac{2\pi}{T}.$$

С учетом этого $$\frac{4\pi^2}{T^2}R = g,$$

откуда $$T = 2\pi\sqrt{\frac{R}{g}}.$$

Ответ: $T = 2\pi\sqrt{\frac{R}{g}}$.

С6. Два небольших шарика массами m_1 и m_2 соединены горизонтальной пружиной с жесткостью k (рис. 398). Пружина сжата, а шарики удерживаются связывающей их горизонтальной нитью. С какой частотой они начнут колебаться, если нить разрезать?

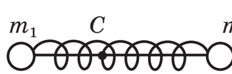


Рис. 398

Обозначим l_1 расстояние от левого шарика до центра масс C этой системы тел, l_2 — расстояние от правого шарика до центра масс C, A_1 — амплитуду колебаний левого шарика, A_2 — амплитуду колебаний правого шарика, F — деформирующую силу, x — деформацию пружины, a_m — максимальное ускорение в момент разрезания нити, ω — циклическую частоту колебаний, ν — частоту колебаний.

Дано:	***Решение***
m_1	
m_2	
k	
ν — ?	

Сначала пружина была сжата с обоих концов. Когда ее сжимали, отдельные кольца смещались относительно положения равновесия, прижимаясь друг к другу. Но где-то было кольцо, которое осталось на месте, не сместилось. Это кольцо находится в центре масс всей системы шариков с пружиной. Причем этот центр масс расположен не посередине пружины, ведь массы шариков разные. Нетрудно сообразить, что расстояния l_1 и l_2 от шариков до неподвижного колечка обратно пропорциональны массе шариков m_1 и m_2, т.е. выполняется соотношение

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{l_2}{l_1}.$$

Это были расстояния, когда пружина еще была не сжата. Когда ее сжали слева на расстояние, равное будущей амплитуде колебаний A_1, а справа — на расстояние A_2, то расстояния от шариков до неподвижного колечка стали равны $l_1 - A_1$ и $l_2 - A_2$. И предыдущее соотношение теперь примет вид:

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{l_2 - A_2}{l_1 - A_1}.$$

Как бы нам от этих l_1 и l_2 уйти? Попробуем для начала уйти от дробей по правилу пропорции. У нас в двух уравнениях должны появиться одинаковые произведения масс на длины — может, потом нам удастся их как-нибудь убрать.

$$m_1 l_1 = m_2 l_2 \qquad \text{и} \qquad m_1 l_1 - m_1 A_1 = m_2 l_2 - m_2 A_2.$$

Если мы теперь во втором уравнении заменим произведение $m_2 l_2$ на равное ему $m_1 l_1$, то вследствие приведения подобных членов эти произведения уйдут и у нас останутся только равные друг другу произведения масс на амплитуды:

$$m_1 l_1 - m_1 A_1 = m_1 l_1 - m_2 A_2, \quad \text{откуда} \quad m_1 A_1 = m_2 A_2. \qquad (1)$$

Теперь применим закон Гука, ведь не зря же нам дали жесткость этой пружины. Согласно этому закону, а также третьему закону Ньютона, сила F, сжимающая пружину, равна произведению ее жесткости k и деформации x. А деформация, очевидно, равна сумме амплитуд $A_1 + A_2$. Тогда согласно сказанному

$$F = kx = k(A_1 + A_2).$$

По второму закону Ньютона эта же сила равна произведению массы одного из шариков, например, m_1, на его максимальное ускорение в момент разрезания нити $a_{\mathrm{m}1}$:

$$F = m_1 a_{\mathrm{m}}.$$

Приравняем правые части последних равенств:

$$k(A_1 + A_2) = m_1 a_{\mathrm{m}}. \tag{2}$$

Максимальное ускорение связано с циклической частотой ω, которая, одинакова у обоих шариков, соотношением

$$a_{\mathrm{m}} = \omega^2 A_1$$

где

$$\omega = 2\pi\nu,$$

поэтому

$$a_{\mathrm{m}1} = (2\pi\nu)^2 A_1. \tag{3}$$

С учетом равенства (3) уравнение (2) примет вид:

$$k(A_1 + A_2) = m_1 (2\pi\nu)^2 A_1. \tag{4}$$

Теперь вернемся к равенству (1). Если из него выразить какую-нибудь амплитуду, например, A_2, и подставить правую часть полученного равенства вместо A_2 в формулу (4), то по вынесении за скобки оставшаяся амплитуда A_1 сократится, и мы найдем частоту, выраженную через жесткость и массы шариков. Приступим. Из (1)

$$A_2 = \frac{m_1}{m_2} A_1, \qquad k\left(A_1 + \frac{m_1}{m_2} A_1\right) = m_1 \left(2\pi\nu\right)^2 A_1,$$

$$k\frac{m_1 + m_2}{m_2} = m_1 \left(2\pi\nu\right)^2,$$

откуда

$$\nu = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k\left(m_1 + m_2\right)}{m_1 m_2}}.$$

Ответ: $\nu = \dfrac{1}{2\pi}\sqrt{\dfrac{k\left(m_1 + m_2\right)}{m_1 m_2}}$.

С7. Два наклонных к горизонту желоба составляют между собой угол (рис. 399). Левый желоб наклонен к горизонту под углом 60^0, а правый — под углом 30^0. С вершины левого желоба, расположенной на высоте 50 см над горизонтальной поверхностью, начинает скользить без трения маленький шарик. С каким периодом он будет совершать колебания, скользя вверх и вниз по этим желобам? Ответ округлить до целого числа.

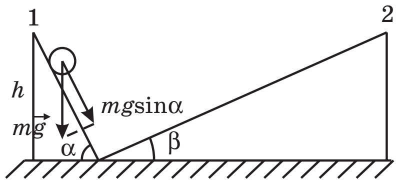


Рис. 399

Обозначим α угол, под которым наклонен к горизонту левый желоб, β — угол, под которым наклонен к горизонту правый желоб, T — время, в течение которого шарик скатится с вершины 1, поднимется на вершину 2, затем скатится с вершины 2 и снова поднимется на вершину 1, т.е период его колебаний, t_1 — время, в течение которого шарик скатится с вершины 1 до основания желоба, t_2 — время, в течение которого шарик скатится с вершины 2 до основания желоба, S_1 — путь, пройденный шариком при спуске с вершины 1 до основания желоба, g — ускорение свободного падения, a_1 — ускорение шарика при скатывании с вершины 1, v_1 — скорость в конце спуска с вершины 1, a_2 — ускорение шарика при скатывании с вершины 2.

Дано:	**_Решение_**
$\alpha = 60^0$ $\beta = 30^0$ $h = 50$ см T — ?	Поскольку трение отсутствует, то сколько времени t_1 шарик скатывается с вершины 1 до основания, столько же он поднимается с основания до вершины 1. И то же самое можно сказать о времени t_2 подъема и таком же времени скатывания с вершины 2. Тогда период T равен:

$$T = 2\,t_1 + 2\,t_2 = 2(t_1 + t_2). \qquad (1)$$

Значит, задача сводится к нахождению времени спуска t_1 шарика с вершины 1 до основания наклонной плоскости и времени его подъема t_2 от основания до вершины 2.

В прямоугольном треугольнике с катетом h и противолежащим ему углом α гипотенуза есть путь S_1, пройденный шариком при спуске с вершины 1. Этот путь найдем по формуле

$$S_1 = \frac{h}{\sin\alpha}.$$

На этом пути на шарик действует скатывающая его сила $mg\sin\alpha$, являющаяся составляющей силы тяжести mg и равная по второму закону Ньютона произведению массы шарика m и его ускорения a_1:

$$mg\sin\alpha = ma_1, \quad \text{откуда} \quad a_1 = g\sin\alpha.$$

Зная ускорение шарика и путь, пройденный им с вершины 1 до основания, мы найдем время этого спуска из формулы кинематики, когда начальная скорость равна нулю:

$$S_1 = \frac{a_1 t_1^2}{2},$$

откуда

$$t_1 = \sqrt{\frac{2S_1}{a_1}} = \sqrt{\frac{2h}{g\sin\alpha\cdot\sin\alpha}} = \frac{1}{\sin\alpha}\sqrt{\frac{2h}{g}}. \qquad (2)$$

Конечная скорость шарика у основания при спуске с вершины 1 является его начальной скоростью при подъеме до вершины 2. Эту скорость v_1 несложно найти по формуле кинематики для случая равнозамедленного движения с ускорением a_2 к вершине 2, когда конечная скорость шарика равна нулю:

$$0 = v_1 - a_2 t_2, \quad \text{где по аналогии} \quad a_2 = g\sin\beta,$$

поэтому

$$v_1 = gt_2\sin\beta.$$

И эта же скорость при равноускоренном спуске без начальной скорости с вершины 1 равна:

$$v_1 = a_1 t_1 = gt_1\sin\alpha.$$

Приравняв правые части двух последних равенств, выразим время t_2 через уже найденное время t_1:

$$gt_2\sin\beta = gt_1\sin\alpha, \text{ откуда } t_2 = t_1\frac{\sin\alpha}{\sin\beta},$$

или с учетом выражения (2)

$$t_2 = \frac{1}{\sin\alpha}\sqrt{\frac{2h}{g}} \cdot \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{1}{\sin\beta}\sqrt{\frac{2h}{g}}. \qquad (3)$$

Теперь подставим правые части равенств (2) и (3) вместо времен t_1 и t_2 в выражение (1):

$$T = 2\left(\frac{1}{\sin\alpha}\sqrt{\frac{2h}{g}} + \frac{1}{\sin\beta}\sqrt{\frac{2h}{g}}\right) = 2\sqrt{\frac{2h}{g}} \cdot \frac{\sin\alpha + \sin\beta}{\sin\alpha \sin\beta}.$$

Произведем вычисления:

$$T = 2\sqrt{\frac{2 \cdot 0,5}{10}} \cdot \frac{\sin 60^0 + \sin 30^0}{\sin 60^0 \sin 30^0}\ \text{с} = 2\ \text{с}.$$

Ответ: $T = 2$ с.

С8. Металлический стержень массой m = 100 г и длиной l = 1 м подвешен за середину к пружине с жесткостью k = 10 Н/м. Стержень совершает гармонические колебания с амплитудой A = 10 см в однородном магнитном поле индукцией B = 0,01 Тл, направленном перпендикулярно плоскости колебаний (рис. 377). Найти максимальную разность потенциалов U_m, возникающую на концах стержня. Ответ округлить до сотых долей вольта.

Обозначим α угол между вектором скорости стержня v и вектором индукции магнитного поля В, который на рис. 377 направлен от чертежа к наблюдателю, т. е. перпендикулярно вектору скорости v, $\mathcal{E}_i$ — ЭДС индукции, возникающую на концах проводника, U — максимальную разность потенциалов, возникающую на концах стержня.

Дано:
$m = 100$ г
$l = 1$ м
$k = 10$ Н/м
$A = 10$ см
$B = 0,01$ Тл
U_m — ?

Решение

Разность потенциалов U, возникшая на концах колеблющегося в магнитном поле стержня, равна ЭДС электромагнитной индукции $\mathcal{E}_i$, которая будет действовать в стержне в процессе его движения в магнитном поле. Из теории магнетизма мы знаем, что ЭДС индукции $\mathcal{E}_i$, возникающая на концах проводника длиной l, движущегося в магнитном поле индукцией B со скоростью v, определяется произведением индукции магнитного поля В, скорости проводника v, его длины l и синуса угла α между направлением магнитного поля и направлением движения проводника. В нашем случае проводник движется перпендикулярно линиям вектора, поэтому синус угла 90° равен единице и

$$U = \mathcal{E}_i = Bvl \sin\alpha = Bvl.$$

Так как B и l — постоянные величины, то разность потенциалов $U = \mathcal{E}_i$ достигнет максимума, когда достигнет максимума скорость стержня:

$$U = Bv_{\text{m}}l.$$

Максимальная скорость стержня

$$v = \omega A.$$

Циклическая частота стержня связана с его массой m и жесткостью пружины k, на которой он подвешен, соотношением $\omega = \sqrt{\dfrac{k}{m}}$.

С учетом этого

$$U = BAl\sqrt{\frac{k}{m}}.$$

Произведем вычисления:

$$U = 0{,}01 \cdot 0{,}1 \cdot 1\sqrt{\frac{10}{0{,}1}}\ \text{В} = 0{,}01\ \text{В}.$$

Ответ: $U = 0{,}01$ В.

С9. Малый шарик массой m, подвешенный на длинной нити, совершает колебания. Во сколько раз изменится частота колебаний шарика, если ему сообщить положительный заряд q и поместить в однородное электрическое поле плоского конденсатора, обкладки которого расположены горизонтально (рис. 378)? Расстояние между обкладками d, на них подано напряжение U.

Обозначим ν_1 частоту колебаний маятника до помещения его в электрическое поле, ν_2 — частоту колебаний маятника в электрическом поле, g — ускорение свободного падения, l — длину нити, F — силу, действующую на заряженный шарик в электрическом поле, E — напряженность электрического поля конденсатора.

Дано:	*Решение*
m q d U	
$\dfrac{\nu_2}{\nu_1}$ — ?	

Словами «малый шарик, подвешенный на длинной нити», нам дают понять, что этот маятник можно считать математическим и применить к его колебаниям законы колебаний математического маятника. Запишем формулу Гюйгенса, определяющую частоту свободных колебаний математического маятника ν_1, когда он был еще не заряжен и не находился в электрическом поле:

$$\nu_1 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{l}}. \quad (1)$$

Когда шарик зарядили и поместили в электрическое поле, на него помимо силы тяжести стала действовать еще электрическая сила, сонаправленная с силой тяжести (поскольку нижняя обкладка, заряженная разноименно с зарядом шарика, стала его к себе притягивать, а верхняя отталкивать). Поэтому шарик, кроме ускорения свободного падения , приобрел еще и дополнительное ускорение, сонаправленное с ускорением свободного падения. Это дополнительное ускорение a обусловлено силой, действующей на заряженный шарик в электрическом поле конденсатора. Тогда формулу Гюйгенса для частоты ν_2 колебаний заряженного шарика в электрическом поле мы должны записать так:

$$\nu_2 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g+a}{l}}. \quad (2)$$

По второму закону Ньютона ускорение a равно отношению силы F к массе шарика m:

$$a = \frac{F}{m}.$$

Силу F, действующую на шарик со стороны поля плоского конденсатора, определим как произведение заряда шарика q и напряженности E поля конденсатора:

$$F = qE.$$

Поскольку поле плоского конденсатора однородное, то его напряженность E связана с напряжением на обкладках U зависимостью

$$E = \frac{U}{d}.$$

С учетом этого

$$F = q\frac{U}{d} \quad \text{и} \quad a = \frac{qU}{md}. \tag{3}$$

Подставим (3) в (2):

$$\nu_2 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g + \dfrac{qU}{md}}{l}} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{mdg + qU}{mdl}}. \tag{4}$$

Нам осталось разделить (4) на (1), и задача будет решена.

$$\frac{\nu_2}{\nu_1} = \frac{2\pi}{2\pi}\sqrt{\frac{(mdg + qU)l}{mdgl}} = \sqrt{1 + \frac{qU}{mdg}}.$$

Ответ: $\dfrac{\nu_2}{\nu_1} = \sqrt{1 + \dfrac{qU}{mdg}}$.

С10. Посередине между двумя зарядами q на расстоянии r от каждого находится в равновесии маленький шарик массой m с зарядом q_0 (рис. 400). С какой частотой станет колебаться шарик, если его немного сместить влево на расстояние A? Сопротивлением пренебречь.

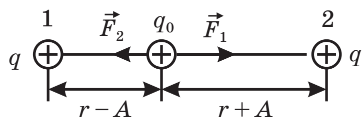


Рис. 400

Обозначим k коэффициент пропорциональности, ν — частоту колебаний шарика, F_1 — силу отталкивания, действующую на шарик со стороны заряда в точке 1, F_2 — силу отталкивания, действующую на шарик со стороны заряда в точке 2, a_m — максимальное ускорение колебаний шарика, ω — циклическую частоту колебаний.

Дано:	*Решение*
q r m q_0 A	Если шарик вывести из положения равновесия (рис. 400), например, приблизив его к заряду в точке 1 на расстояние А, то этот заряд станет отталкивать шарик сильнее, чем заряд в точке 2, от которого шарик удалится, и возникнет равнодействующая сила. По второму закону Ньютона
ν — ?	

$$a_m = \frac{F_1 - F_2}{m}.$$

По закону Кулона

$$F_1 = k\frac{q_0 q}{(r-A)^2} \qquad \text{и} \qquad F_2 = k\frac{q_0 q}{(r+A)^2}.$$

С учетом этих равенств

$$a_m = k\frac{q_0 q}{m}\left(\frac{1}{(r-A)^2} - \frac{1}{(r+A)^2}\right) =$$

$$= k\frac{q_0 q}{m}\cdot\frac{r^2 + 2rA + A^2 - r^2 + 2rA - A^2}{(r-A)^2(r+A)^2} = 4k\frac{q_0 q r A}{(r-A)^2(r+A)^2}.$$

Выразим максимальное ускорение шарика через частоту его колебаний:

$$a_m = \omega^2 A, \quad \text{где } \omega = 2\pi\nu, \quad \text{поэтому} \quad a_m = (2\pi\nu)^2 A.$$

Отсюда

$$\nu = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{a_m}{A}} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{4kq_0 q r A}{A(r-A)^2(r+A)^2}} = \frac{\sqrt{kq_0 q r}}{\pi\left(r^2 - A^2\right)}.$$

Ответ: $\nu = \dfrac{\sqrt{kq_0 q r}}{\pi\left(r^2 - A^2\right)}$.

С11. Конденсатор емкостью C и две катушки с индуктивностями L_1 и L_2 образуют колебательный контур (рис. 380). Определить максимальную силу тока в этом контуре. Известно, что максимальная разность потенциалов на обкладках конденсатора равна U. Активным сопротивлением пренебречь.

Обозначим $W_{\text{эл m}}$ максимальную энергию электрического поля конденсатора, $W_{\text{м m}}$ — максимальную энергию магнитного поля катушек, $W_{\text{м1}}$ — максимальную энергию магнитного поля первой катушки, $W_{\text{м2}}$ — максимальную энергию магнитного поля второй катушки, Φ — магнитный поток, пересекающий катушки, I — максимальную силу тока в неразветвленной части контура, I_1 — максимальную силу тока в первой катушке, I_1 — максимальную силу тока во второй катушке.

Дано:	
C	
L_1	
L_2	
U	
I — ?	

Решение

Применим закон сохранения энергии, согласно которому полная энергия колебаний в контуре сохраняется в процессе колебаний и равна максимальной энергии электрического поля конденсатора или максимальной энергии магнитного поля катушек. Соответственно равны друг другу максимальная энергия электрического поля конденсатора и максимальная энергия магнитного поля катушек:

$$W_{\text{эл m}} = W_{\text{м m}}.$$

Максимальная энергия магнитного поля обеих катушек равна сумме максимальных энергий каждой из них:

$$W_{\text{м m}} = W_{\text{м1}} + W_{\text{м2}},$$

Поэтому $$W_{\text{эл m}} = W_{\text{м1}} + W_{\text{м2}}. \tag{1}$$

Согласно формулам энергии электрического и магнитного полей

$$W_{\text{эл m}} = \frac{CU^2}{2}, \quad W_{\text{м1}} = \frac{LI_1^2}{2} \quad \text{и} \quad W_{\text{м2}} = \frac{LI_2^2}{2},$$

то согласно (1) $$\frac{CU^2}{2} = \frac{LI_1^2}{2} + \frac{LI_2^2}{2}$$

или $$CU_m^2 = LI_1^2 + LI_2^2. \tag{2}$$

Теперь учтем, что обе катушки в процессе электромагнитных колебаний пересекает один и тот же магнитный поток Ф, который, как известно из теории, прямо пропорционален силе тока в катушке, а коэффициентом пропорциональности здесь служит индуктивность катушки L. Поэтому

$$\Phi = L_1I_1, \qquad \Phi = L_2I_2,$$

откуда $$L_1I_1 = L_2I_2. \tag{3}$$

Нам необходимо найти максимальную силу тока I в неразветвленной части контура, которая по первому правилу Кирхгофа равна сумме сил токов I_{m1} и I_{m2} в отдельных катушках:

$$I = I_1 + I_2. \tag{4}$$

Теперь, пользуясь уравнениями (3) и (4), выразим неизвестные нам силы токов I_1 и I_2 через искомый ток I, чтобы потом, подставив их значения в уравнение (2), получить новое уравнение с одним неизвестным I, откуда мы его уже сумеем найти. Для этого найдем из выражения (3), например, I_2 и подставим его значение в (4):

$$I_2 = I_1 \frac{L_1}{L_2}, \qquad I = I_1 + I_1 \frac{L_1}{L_2} = I_1 \frac{L_1 + L_2}{L_2}.$$

Теперь найдем отсюда I_1:

$$I_1 = I \frac{L_2}{L_1 + L_2}.$$

Тогда

$$I_2 = I \frac{L_1 L_2}{L_2 \left(L_1 + L_2\right)} = I \frac{L_1}{L_1 + L_2}.$$

Подставим два последних равенства в (2):

$$CU^2 = L_1 \left(I \frac{L_2}{L_1 + L_2}\right)^2 + L_2 \left(I \frac{L_1}{L_1 + L_2}\right)^2,$$

$$CU^2 = I^2 \frac{L_1 L_2^2}{\left(L_1 + L_2\right)^2} + I^2 \frac{L_1^2 L_2}{\left(L_1 + L_2\right)^2}, \qquad CU^2 = I^2 \frac{L_1 L_2}{L_1 + L_2},$$

откуда

$$I = U \sqrt{\frac{C\left(L_1 + L_2\right)}{L_1 L_2}}.$$

Ответ: $I = U \sqrt{\dfrac{C\left(L_1 + L_2\right)}{L_1 L_2}}$.

С12. В электрической цепи, изображенной на рис. 381, ЭДС источника 10 В, емкость конденсатора 4 мкФ, индуктивность катушки 3 мГн, сопротивление лампы 8 Ом, сопротивление резистора 6 Ом. Сначала ключ K замкнут. Какое количество теплоты выделится на лампе после размыкания ключа? Внутренним сопротивлением источника пренебречь.

Обозначим $\mathcal{E}$ ЭДС источника, C — емкость конденсатора, L — индуктивность катушки, R_1 — сопротивление лампы, R_2 — сопротивление резистора, r — внутреннее сопротивление источника тока, I_1 — силу тока в замкнутой цепи, I_2 — силу тока в колебательном контуре, t — время затухания колебаний, Q_1 — количество теплоты, выделившейся в лампе, Q_2 — количество теплоты, выделившейся в резисторе, $W_{эл}$ — энергия электрического поля конденсатора, $W_м$ — энергия магнитного поля катушки, U — напряжение на конденсаторе.

Дано:
$\mathcal{E} = 10$В
$C = 4$ мкФ
$L = 3$ мГн
$R_1 = 8$ Ом
$R_2 = 6$ Ом

Q_1 — ?

Решение

При размыкании ключа К в колебательном контуре, состоящем из конденсатора, катушки, лампы и резистора, возникнут затухающие электромагнитные колебания. Энергия электрического поля конденсатора и магнитного поля катушки по окончании колебаний выделится в виде джоулева тепла на лампе и резисторе. По закону сохранения энергии

$$W_{эл} + W_м = Q_1 + Q_2. \qquad (1)$$

Энергию электрического поля конденсатора определим по формуле

$$W_{эл} = \frac{CU^2}{2},$$

где, поскольку ток через конденсатор при замкнутом ключе не идет и потому на лампе в этом случае падения напряжения нет, ЭДС источника равна напряжению на конденсаторе,

$$\mathcal{E} = U, \quad \text{поэтому} \quad W_{эл} = \frac{C\mathcal{E}^2}{2}. \qquad (2)$$

Энергию магнитного поля, возникшего в катушке при прохождении по ней тока I_1, когда ключ К был заперт, определим по формуле

$$W_м = \frac{LI_1^2}{2}.$$

Силу тока I_1 найдем по закону Ома для всей цепи:

$$I_1 = \frac{\mathcal{E}}{R_2}.$$

С учетом этого $$W_м = \frac{L\mathcal{E}^2}{2R_2^2}. \qquad (3)$$

Подставив правые части равенств (2) и (3) в формулу (1), получим:

$$\frac{C\mathcal{E}^2}{2} + \frac{L\mathcal{E}^2}{2R_2^2} = Q_1 + Q_2. \tag{4}$$

По закону Джоуля — Ленца количества теплоты Q_1 и Q_2, которые выделятся на лампе и резисторе при прохождении убывающего тока I_2, равны:

$$Q_1 = I_2{}^2R_1t \qquad \text{и} \qquad Q_2 = I_2{}^2R_2t.$$

Отсюда

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{I_2^2R_1t}{I_2^2R_2t} = \frac{R_1}{R_2},$$

откуда

$$Q_2 = Q_1\frac{R_2}{R_1}. \tag{5}$$

Подставив правую часть выражения (5) в равенство (4), получим одно уравнение с одним неизвестным Q_1:

$$\frac{C\mathcal{E}^2}{2} + \frac{L\mathcal{E}^2}{2R_2^2} = Q_1 + Q_1\frac{R_2}{R_1},$$

$$\frac{\mathcal{E}^2}{2}\left(C + \frac{L}{R_2^2}\right) = Q_1\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right),$$

$$Q_1 = \frac{\mathcal{E}^2R_1\left(CR_2^2 + L\right)}{2R_2^2\left(R_1 + R_2\right)}.$$

Произведем вычисления:

$$Q_1 = \frac{10^2 \cdot 8\left(4 \cdot 10^{-6} \cdot 6^2 + 3 \cdot 10^{-3}\right)}{2 \cdot 6^2\left(8 + 6\right)}\ \text{Дж} = 2{,}5 \cdot 10^{-3}\ \text{Дж} = 2{,}5\ \text{мДж}.$$

Ответ: $Q_1 = 2{,}5$ мДж.

С13. Найти наибольший показатель преломления вещества треугольной призмы, сечение которой представляет собой равносторонний треугольник, если проходящий сквозь нее луч преломляется в точках, равноотстоящих от вершины призмы (рис. 401).

Обозначим φ преломляющий угол призмы, α — угол падения луча, γ — угол преломления луча, n — показатель преломления вещества призмы.

Дано:	**Решение**
$\varphi = 60^0$	
n — ?	

Обратимся к рисунку 401. Отрезки md и nd — это перпендикуляры, проведенные к граням призмы в точках падения и выхода лучей. Угол φ при вершине равен 60^0, значит в треугольнике abc углы при вершинах a и c, а также при точках m и n тоже по 60^0, ведь этот треугольник равносторонний согласно условию задачи. Тогда угол преломления луча $\gamma = 90^0 - 60^0 = 30^0$.

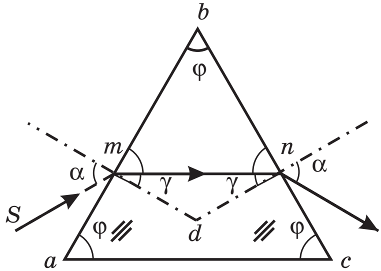


Рис. 401

По закону преломления

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\gamma} = n .$$

Поскольку $\sin 30^0 = \dfrac{1}{2}$, то $\dfrac{\sin\alpha}{\frac{1}{2}} = n$ или $2\sin\alpha = n$.

В предельном случае, когда $\alpha = 90^0$, $\sin\alpha = 1$ и $n = 2$.

Ответ: $n = 2$.

С14. На поверхности воды с показателем преломления n плавает без погружения плоский диск площадью S. На него сверху падает рассеянный свет. Определить глубину тени под диском (рис. 402). Рассеянием света в воде пренебречь.

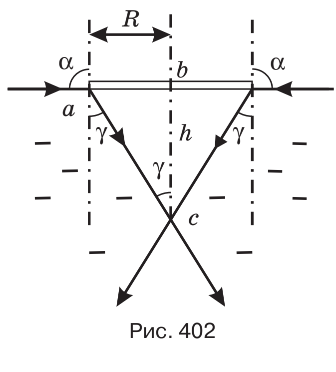


Рис. 402

Обозначим R радиус диска, α — угол падения лучей на воду, γ — угол преломления лучей, h — глубину тени.

Дано:	***Решение***
n S $\alpha = 90^0$	
h — ?	

Конус тени образуют лучи, упавшие на воду почти под углом 90^0. Глубину тени можно определить из треугольника *абс*:

$$h = R\,\mathrm{ctg}\,\gamma. \quad (1)$$

Радиус диска выразим через его площадь:

$$S = \pi R^2, \quad \text{откуда} \quad R = \sqrt{\frac{S}{\pi}}. \quad (2)$$

По закону преломления

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\gamma} = n,$$

где $$\sin\alpha = \sin 90^0 = 1,$$

поэтому $$\sin\gamma = \frac{1}{n}.$$

$$\mathrm{ctg}\,\gamma = \frac{\cos\gamma}{\sin\gamma} = \frac{\sqrt{1-\sin^2\gamma}}{\sin\gamma} = \frac{\sqrt{1-\dfrac{1}{n^2}}}{\dfrac{1}{n}} = n\frac{\sqrt{n^2-1}}{n} = \sqrt{n^2-1}. \quad (3)$$

С учетом (2) и (3) формула (1) примет вид:

$$h = \sqrt{\frac{S}{\pi}}\sqrt{n^2-1} = \sqrt{\frac{S}{\pi}\left(n^2-1\right)}.$$

Ответ: $h = \sqrt{\dfrac{S}{\pi}\left(n^2-1\right)}$.

С15. Расстояние между двумя собирающими линзами 40 см. На расстоянии 8 см от левой собирающей линзы с фокусным расстоянием 10 см слева от нее ставят вертикальную стрелку высотой 20 мм. Чему будет равна высота изображения стрелки, даваемого системой этих линз, если фокусное расстояние второй линзы 25 см?

Обозначим l расстояние между линзами, d_1 — расстояние от предмета до линзы $Л_1$, F_1 — фокусное расстояние линзы $Л_1$, h_1 — высоту стрелки, F_2 — фокусное расстояние линзы $Л_2$, H_2 — высоту изображения стрелки, даваемого системой линз, f_1 — расстояние от линзы $Л_1$ до первого изображения,

d_2 — расстояние от первого изображения до линзы Л$_2$, f_2 — расстояние от линзы Л$_2$ до второго изображения, H_1 — высота первого изображения.

Дано:
$l = 40$ см
$d_1 = 8$ см
$F_1 = 10$ см
$h_1 = 20$ мм
$F_2 = 25$ см

H_2 — ?

Решение

Построим сначала изображение A_1B_1 предмета AB в линзе Л$_1$. Поскольку предмет расположен между фокусом и линзой, его изображение будет мнимым, увеличенным и прямым. Это изображение A_1B_1 станет предметом для второй линзы, а его изображением будет стрелка A_2B_2 (рис. 403).

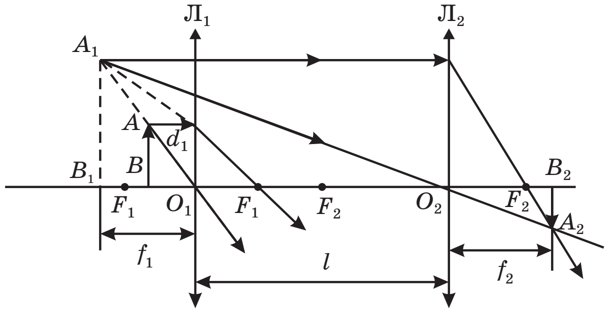


Рис. 403

Запишем формулу линзы применительно к линзам Л$_1$ и Л$_2$:

$$\frac{1}{d_1} - \frac{1}{f_1} = \frac{1}{F_1} \qquad (1)$$

и

$$\frac{1}{d_2} + \frac{1}{f_2} = \frac{1}{F_2}. \qquad (2)$$

Знак «минус» мы поставили в первой формуле, потому что первое изображение мнимое.

Поскольку речь идет о размерах предмета и изображения, воспользуемся формулами

$$\Gamma_1 = \frac{H_1}{h_1} \text{ и } \Gamma_1 = \frac{f_1}{d_1},$$

следовательно,

$$\frac{H_1}{h_1} = \frac{f_1}{d_1}. \qquad (3)$$

Аналогично для второй линзы, для которой предметом станет первое изображение A_1B_1 высотой H_1, запишем:

$$\Gamma_2 = \frac{H_2}{H_1} \quad \text{и} \quad \Gamma_2 = \frac{f_2}{d_2},$$

поэтому
$$\frac{H_2}{H_1} = \frac{f_2}{d_2}. \tag{4}$$

Теперь обратим внимание на то, что, как это следует из чертежа, расстояние d_2 от первого изображения A_1B_1 до второй линзы Л$_2$

$$d_2 = f_1 + l. \tag{5}$$

Итак, мы получили 5 уравнений с пятью неизвестными. Чтобы уменьшить их число, давайте сначала выразим из формулы (1) расстояние f_1 от первого изображения до линзы Л$_1$ и подставим его в равенства (3) и (5). Так мы приблизимся к определению высоты первого изображения H_1 и расстояния d_2 от него до линзы Л$_2$.

Из (1) $\quad \dfrac{1}{f_1} = \dfrac{1}{d_1} - \dfrac{1}{F_1}, \quad$ откуда $\quad f_1 = \dfrac{d_1F_1}{F_1 - d_1},$

поэтому
$$\frac{H_1}{h_1} = \frac{d_1F_1}{(F_1 - d_1)d_1},$$

откуда
$$H_1 = \frac{h_1F_1}{F_1 - d_1}, \tag{6}$$

и, кроме того,
$$d_2 = \frac{d_1F_1}{F_1 - d_1} + l. \tag{7}$$

Теперь найдем из формулы (2) расстояние f_2 от линзы Л$_2$ до второго изображения A_2B_2 и подставим его в формулу (4), где находится искомая высота второго изображения H_2:

Из (2)
$$\frac{1}{f_2} = \frac{1}{F_2} - \frac{1}{d_2},$$

откуда
$$f_2 = \frac{d_2F_2}{d_2 - F_2}. \tag{8}$$

Из (4)
$$H_2 = H_1\frac{f_2}{d_2}$$

или с учетом (8)

$$H_2 = H_1 \frac{d_2 F_2}{(d_2 - F_2) d_2} = H_1 \frac{F_2}{d_2 - F_2}.$$

Вот теперь нам осталось подставить сюда правые части равенств (6) и (7), в которых все величины нам известны:

$$H_2 = \frac{h_1 F_1}{F_1 - d_1} \cdot \frac{F_2}{\dfrac{d_1 F_1}{F_1 - d_1} + l - F_2} = \frac{h_1 F_1 F_2}{d_1 F_1 + (l - F_2)(F_1 - d_1)}.$$

Задача в общем виде решена. Выразим высоту h_1 в сантиметрах: 20 мм = 2 см.

Произведем вычисления:

$$H_2 = \frac{2 \cdot 10 \cdot 25}{8 \cdot 10 + (40 - 25)(10 - 8)} \text{ см} \approx 4{,}5 \text{ см}.$$

Ответ: $H_2 \approx 4{,}5$ см.

С16. Слева от собирающей линзы с фокусным расстоянием *F* находится равнобедренный прямоугольный треугольник *ABC* с длиной катета *l*. Вершина прямого угла располагается в двойном фокусе линзы, а один из катетов лежит на ее главной оптической оси (рис. 404). Найти площадь изображения треугольника.

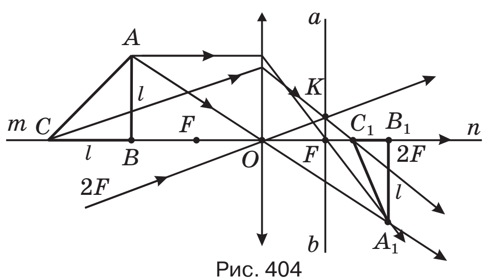


Рис. 404

Обозначим r катет C_1B_1 треугольника, являющегося изображением треугольника *ABC*.

Дано:	**Решение**
F l S — ?	Построим изображение $A_1B_1C_1$ треугольника *ABC* в линзе. При этом учтем, что катет *AB* перпендикулярен главной оптической оси линзы и его основание располагается в двой-

ном фокусе. Значит, изображение A_1B_1 этого катета по другую сторону линзы тоже будет перпендикулярно ее главной оптической оси и точка B_1 тоже попадет в двойной фокус линзы. Кроме того, длина катета AB равна длине его изображения A_1B_1, поскольку если предмет находится в двойном фокусе и перпендикулярен главной оптической оси, то его изображение по размеру будет равно размеру предмета.

Чтобы построить изображение точки C, проведем произвольный луч, затем параллельную ему побочную ось и построим фокальную плоскость ab. Через точку пересечения побочной оси и фокальной плоскости K пойдет после преломления в линзе произвольный луч. Он пересечет главную оптическую ось в точке C_1, которая и будет изображением точки C. Площадь треугольника $A_1B_1C_1$ равна половине произведения его катетов:

$$S = \frac{rl}{2}, \qquad \text{где} \qquad r = C_1B_1.$$

По формуле линзы для точек C и C_1

$$\frac{1}{l+2F} + \frac{1}{2F-r} = \frac{1}{F}.$$

Отсюда найдем отрезок r:

$$F(2F-r) + F(l+2F) = (l+2F)(2F-r),$$

$$2F^2 - rF + F(l+2F) = 2F(l+2F) - r(l+2F),$$

$$r(l+2F) - rF = 2F(l+2F) - F(l+2F) - 2F^2,$$

$$rl + rF = F(l+2F) - 2F^2, \qquad r(l+F) = F(l+2F-2F),$$

откуда
$$r = \frac{lF}{l+F}.$$

Подставив правую часть этого выражения в первую формулу, мы решим задачу:

$$S = \frac{l^2F}{2(l+F)}.$$

Задача решена.

Ответ: $S = \dfrac{l^2F}{2(l+F)}$.

С17. Освещенный шарик на пружине колеблется вдоль вертикали с частотой ν. После преломления в линзе его изображение проецируется на вертикальный экран, расположенный перпендикулярно главной оптической оси линзы. Максимальная скорость шарика υ_m, расстояние от шарика до экрана L = 1 м. Амплитуда колебаний изображения на экране A. Чему равно фокусное расстояние линзы F?

Обозначим A_0 амплитуду колебаний шарика, d — расстояние от шарика до линзы, f — расстояние от линзы до изображения.

Дано:
ν
υ_m
L
A

F — ?

Решение

Для определения фокусного расстояния воспользуемся формулой линзы

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F},$$

откуда
$$F = \frac{df}{d+f}. \qquad (1)$$

Тогда согласно формуле линейного увеличения

$$\Gamma = \frac{A}{A_0} \qquad \text{и} \qquad \Gamma = \frac{f}{d},$$

поэтому
$$\frac{A}{A_0} = \frac{f}{d}, \qquad (2)$$

причем
$$d + f = L. \qquad (3)$$

Теперь выразим d и f через A, A_0 и L. Правда, амплитуда A_0 нам не известна, но мы ее найдем, зная скорость υ_m и частоту ν.

Из (3)
$$f = L - d.$$

С учетом этого
$$\frac{A}{A_0} = \frac{L-d}{d},$$

$$Ad = A_0L - A_0d, \qquad \text{откуда} \qquad d = \frac{A_0L}{A+A_0} \qquad (4)$$

и
$$f = L - \frac{A_0L}{A+A_0} = L\frac{A+A_0-A_0}{A+A_0} = L\frac{A}{A+A_0}. \qquad (5)$$

Подставим (4) и (5) в (1):

$$F = \frac{A_0LAL}{(A+A_0)(A+A_0)\left(\dfrac{A_0L}{A+A_0}+\dfrac{AL}{A+A_0}\right)} = \frac{AA_0L}{(A+A_0)^2}. \qquad \textbf{(6)}$$

Из теории колебаний известно, что

$$v_m = \omega A_0,$$

где $\omega = 2\pi\nu$ — циклическая (угловая) частота.

С учетом этого $\qquad v_m = 2\pi\nu A_0,$

откуда

$$A_0 = \frac{v_m}{2\pi\nu}. \qquad \textbf{(7)}$$

Нам осталось подставить (7) в (6):

$$F = \frac{v_m AL}{2\pi\nu\left(A + \dfrac{v_m}{2\pi\nu}\right)} = \frac{v_m AL}{2\pi\nu A + v_m}.$$

Ответ: $F = \dfrac{v_m AL}{2\pi\nu A + v_m}$.

С18. Дифракционная решетка содержит N штрихов на длине l. На нее нормально к ее поверхности падают параллельные монохроматические лучи света с длиной волны λ. Между решеткой и экраном находится тонкая собирающая линза с фокусным расстоянием F. Найти расстояние x между симметричными максимумами первого порядка на экране, расположенном в фокальной плоскости mn параллельно плоскости линзы ab (рис. 405).

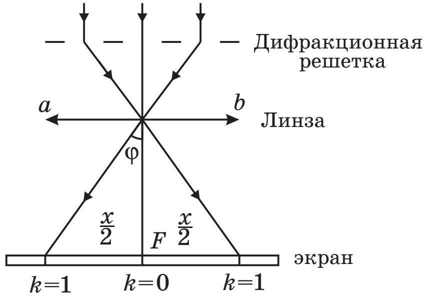


Рис. 405

Обозначим d период решетки, φ — угол дифракции,

Дано:	***Решение***
N l λ F k	Запишем формулу максимума на дифракционной решетке: $$d\sin\varphi = k\lambda. \quad (1)$$ Период решетки
x — ?	$$d = \frac{l}{N}. \quad (2)$$

Теперь надо связать угол дифракции φ с расстоянием x. Из чертежа следует, что половина этого расстояния $\frac{x}{2}$ расположена против угла φ и является катетом в прямоугольном треугольнике, где другим катетом служит фокусное расстояние F — ведь экран расположен в фокальной плоскости линзы. Значит, мы можем записать:

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{x}{2F}.$$

Но в формулу (1) входит не тангенс, а синус угла дифракции. Выразить синус через тангенс несложно, но этого делать не нужно — углы дифракции обычно столь малы, что их синус равен тангенсу и равен самому углу, выраженному в радианах. Поэтому мы смело можем записать вместо тангенса в последней формуле синус:

$$\sin\varphi = \frac{x}{2F}. \quad (3)$$

Осталось подставить равенства (2) и (3) в формулу (1) и из полученного выражения отыскать искомое расстояние x между симметричными максимумами. Проделаем эти действия:

$$\frac{l}{N}\cdot\frac{x}{2F} = k\lambda.$$

Отсюда

$$x = \frac{2FN\lambda}{l}.$$

Ответ: $x = \dfrac{2FN\lambda}{l}$.

С19. Если скорость выбитого из металла фотоэлектрона увеличить в 3 раза, то во сколько раз надо увеличить запирающее напряжение на электродах?

Обозначим A работу запирающего электрического поля, отталкивающего фотоэлектроны от анода, E_k — кинетическую энергию летящих к аноду фотоэлектронов, e — модуль заряда электрона, m_e — его массу, U_1 — запирающее напряжение на электродах до увеличения их скорости, U_2 — запирающее напряжение на электродах после увеличения их скорости, υ_1 — скорость фотоэлектронов до ее увеличения, υ_2 — скорость фотоэлектронов после ее увеличения.

Дано:

$\dfrac{\upsilon_2}{\upsilon_1} = 3$

$\dfrac{U_2}{U_1}$ — ?

Решение

Чтобы выбитые светом из катода электроны не долетели до анода, надо чтобы на аноде был минус и при этом работа запирающего электрического поля A, как минимум, равнялась (или превосходила) кинетическую энергию летящих к аноду фотоэлектронов:

$$A = E_k.$$

Как это следует из формулы работы электрического поля, где зарядом является электрон, $A = eU$.

А кинетическая энергия электрона

$$E_k = \frac{m_e \upsilon^2}{2}.$$

Следовательно,

$$eU = \frac{m_e \upsilon^2}{2}.$$

До увеличения скорости электрона эта формула имеет вид:

$$eU_1 = \frac{m_e \upsilon_1^2}{2},$$

а после увеличения $$eU_2 = \frac{m_e \upsilon_2^2}{2}.$$

Разделим эти равенства друг на друга:

$$\frac{eU_2}{eU_1} = \frac{m_e \upsilon_2^2 \cdot 2}{2 m_e \upsilon_1^2}, \quad \text{откуда} \quad \frac{U_2}{U_1} = \frac{\upsilon_2^2}{\upsilon_1^2} = \left(\frac{\upsilon_2}{\upsilon_1}\right)^2 = 3^2 = 9.$$

Ответ: $\dfrac{U_2}{U_1} = 9.$

С20. Катод освещается светом с длиной волны λ. К катоду и аноду подсоединен плоский воздушный конденсатор с площадью обкладок S и расстоянием между ними d (рис. 406). При освещении катода возникший фототок через некоторое время прекратился,

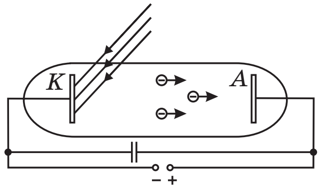


Рис. 406

и при этом на обкладках конденсатора появился заряд q. Определить красную границу фотоэффекта. Масса электрона m_e и модуль его заряда e известны.

Обозначим c скорость света в вакууме, h — постоянную Планка, E_k — кинетическую энергию электрона, ν — частоту световой волны, $A_{\text{вых}}$ — работу выхода электрона из катода, λ_0 — красную границу фотоэффекта, A — работу электрического поля между электродами, U — напряжение на обкладках конденсатора, C — емкость конденсатора, ε_0 — электрическую постоянную.

Дано:	*Решение*
λ, S, d, q, m_e, e, c	
λ_0 — ?	

Решение

Согласно уравнению Эйнштейна для фотоэффекта энергия фотона $h\nu$, упавшего на катод, расходуется на совершение работы выхода электрона из катода и на сообщение этому электрону кинетической энергии:

$$h\nu = A_{\text{вых}} + E_k. \quad (1)$$

Частота световой волны связана с ее длиной волны формулой

$$\nu = \frac{c}{\lambda}, \quad (2)$$

где c — скорость света в вакууме.

Теперь выразим работу выхода электрона через красную границу фотоэффекта. Согласно формуле

$$A_{\text{вых}} = h\frac{c}{\lambda_0}. \quad (3)$$

Кинетическая энергия выбитых светом электронов должна быть равна работе электрического поля конденсатора:

$$E_k = A = eU, \quad (4)$$

Напряжение связано с зарядом на обкладках конденсатора и его емкостью соотношением

$$U = \frac{q}{C}, \tag{5}$$

Емкость плоского воздушного конденсатора определяет формула

$$C = \frac{\varepsilon_0 S}{d}. \tag{6}$$

Осталось выполнить необходимые подстановки и найти искомую красную границу фотоэффекта. Подставим (6) в (5):

$$U = \frac{qd}{\varepsilon_0 S}. \tag{7}$$

Теперь подставим (7) в (4):

$$E_k = \frac{eqd}{\varepsilon_0 S}. \tag{8}$$

Нам осталось подставить выражения (2), (3) и (8) в формулу (1) и из полученного соотношения определить красную границу фотоэффекта λ_0. Выполним эти действия:

$$h\frac{c}{\lambda} = h\frac{c}{\lambda_0} + \frac{eqd}{\varepsilon_0 S}.$$

Отсюда

$$\lambda_0 = \frac{\varepsilon_0 S\lambda hc}{\varepsilon_0 Shc - eqd\lambda}.$$

Ответ: $\lambda_0 = \dfrac{\varepsilon_0 S\lambda hc}{\varepsilon_0 Shc - eqd\lambda}$.

С21. Катод освещается светом с длиной волны 200 нм. Работа выхода электронов из него $4,5 \cdot 10^{-10}$ нДж. Вылетевшие из катода фотоэлектроны попадают в однородное магнитное поле индукцией 2 Тл перпендикулярно линиям магнитной индукции и начинают двигаться по окружности. Найти диаметр этой окружности.

Обозначим λ длину световой волны, $A_{вых}$ — работу выхода электронов, h — постоянную Планка, n — частоту падающей на металл волны, c — скорость света в вакууме, e — модуль заряда электрона, m_e — массу электрона, B — индукцию магнитного поля, $F_л$ — силу Лоренца, $a_ц$ — центростремительное ускорение электрона, v — его линейную скорость, R — радиус орбиты электрона, d — диаметр его орбиты.

Дано:
$B = 2$ Тл
$\lambda = 200$ нм
$A_{вых} = 4{,}5 \cdot 10^{-10}$ нДж
$c = 3 \cdot 10^8$ м/с
$h = 6{,}62 \cdot 10^{-34}$ Дж · с
$e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл
$m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ кг

d — ?

Решение

На электрон в магнитном поле действует сила Лоренца $F_Л$, направленная по радиусу к центру окружности, которая является его траекторией. По второму закону Ньютона эта сила равна произведению массы электрона m_e и его центростремительного ускорения а$_ц$:

$$F_Л = m_e a_ц. \qquad (1)$$

Когда электрон влетает в магнитное поле перпендикулярно линиям магнитной индукции, сила Лоренца равна:

$$F_Л = Bve. \qquad (2)$$

Центростремительное ускорение найдем по формуле

$$a_ц = \frac{v^2}{R} = \frac{2v^2}{d}, \qquad (3)$$

ведь радиус $$R = \frac{d}{2}.$$

Подставим правые части равенств (2) и (3) в формулу (1):

$$Bve = m_e \frac{2v^2}{d}, \quad \text{откуда} \quad d = \frac{2m_e v}{Be}. \qquad (4)$$

Скорость электрона, влетевшего в магнитное поле, определим из формулы Эйнштейна для фотоэффекта

$$h\nu = A_{вых} + \frac{m_e v^2}{2},$$

откуда $$v = \sqrt{\frac{2}{m_e}\left(h\nu - A_{вых}\right)}.$$

Подставим правую часть этого равенства в формулу (4) вместо скорости:

$$d = \frac{2m_e}{Be}\sqrt{\frac{2}{m_e}\left(h\nu - A_{вых}\right)} = \frac{2}{Be}\sqrt{2m_e\left(h\nu - A_{вых}\right)}. \qquad (5)$$

Теперь выразим частоту световой волны ν через известную нам длину волны λ. Согласно формуле

$$\nu = \frac{c}{\lambda}.$$

Нам осталось подставить правую часть этой формулы в выражение (5), и задача в общем виде будет решена:

$$d = \frac{2}{Be}\sqrt{2m_e\left(h\frac{c}{\lambda} - A_{\text{вых}}\right)}.$$

Выразим все величины в единицах СИ:

200 нм $= 200 \cdot 10^{-9}$ м $= 2 \cdot 10^{-7}$ м, $4{,}5 \cdot 10^{-10}$ нДж $= 4{,}5 \cdot 10^{-19}$ Дж.

Произведем вычисления:

$$d = \frac{2}{2 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}}\sqrt{2 \cdot 9{,}1 \cdot 10^{-31}\left(6{,}62 \cdot 10^{-34}\,\frac{3 \cdot 10^{8}}{2 \cdot 10^{-7}} - 4{,}5 \cdot 10^{-19}\right)}\ \text{м} \approx$$

$$\approx 6{,}2 \cdot 10^{-6}\ \text{м} = 6{,}2\ \text{мкм}.$$

Ответ: $d = 6{,}2$ мкм.

С22. Во сколько раз увеличивается масса частицы с массой покоя m_0 и зарядом q, когда она пролетит между точками электрического поля с разностью потенциалов U?

Обозначим m массу движущейся частицы, A — работу электрического поля, разогнавшего частицу, E — полную энергию частицы, E_0 — энергию покоя, E_k — кинетическую энергию частицы, c — скорость света в вакууме.

Дано:

m_0

q

U

c

$\dfrac{m}{m_0}$ — ?

Решение

Полная энергия частицы, разогнанной электрическим полем,

$$E = E_0 + E_k, \quad \text{где } E = mc^2,$$

$$E_0 = m_0c^2$$

и

$$E_k = A = qU.$$

С учетом этих равенств

$$mc^2 = m_0c^2 + qU.$$

Разделим каждый член этого равенства на m_0c^2:

$$\frac{mc^2}{m_0c^2} = \frac{m_0c^2}{m_0c^2} + \frac{qU}{m_0c^2},$$

$$\frac{m}{m_0} = 1 + \frac{qU}{m_0 c^2}.$$

Ответ: $\frac{m}{m_0} = 1 + \frac{qU}{m_0 c^2}$.

C23. Чему равна длина волны гамма-кванта, у которого энергия равна средней кинетической энергии теплового движения атомов идеального газа, если ν молей газа занимают объем V под давлением p?

Обозначим E_γ энергию гамма-кванта, h — постоянную Планка, c — скорость света в вакууме, R — молярную газовую постоянную, T — абсолютную температуру газа, k — постоянную Больцмана, $N_А$ — число Авогадро, $\bar{E}_k$ — среднюю кинетическую энергию теплового движения атомов газа.

Дано:
ν
V
p
c
h

λ — ?

Решение

По формуле Планка энергия гамма-кванта

$$E_\gamma = h\nu, \quad \text{где частота} \quad \nu = \frac{c}{\lambda},$$

поэтому

$$E_\gamma = h\frac{c}{\lambda}. \qquad (1)$$

Средняя кинетическая энергия теплового движения атомов газа

$$\bar{E}_k = \frac{3}{2}kT.$$

Абсолютную температуру газа найдем из уравнения Менделеева — Клапейрона: $pV = \nu RT$,

откуда $$T = \frac{pV}{\nu R}.$$

С учетом этого равенства

$$\bar{E}_k = \frac{3}{2}k\frac{pV}{\nu R}.$$

Постоянная Больцмана $k = \frac{R}{N_A}$, поэтому

$$\bar{E}_k = \frac{3}{2}\frac{R}{N_A}\cdot\frac{pV}{\nu R} = \frac{3pV}{2N_A\nu}. \qquad (2)$$

Приравняем правые части равенств (1) и (2):

$$h\frac{c}{\lambda} = \frac{3pV}{2N_A\nu}, \quad \text{откуда} \quad \lambda = \frac{2hcN_A\nu}{3pV}.$$

Ответ: $\lambda = \dfrac{2hcN_A\nu}{3pV}$.

С24. Формула радиуса первой боровской орбиты электрона $r_0 = \dfrac{\hbar}{kme}$. Определить ускорение и скорость электрона на орбите.

Обозначим r_0 радиус первой боровской орбиты электрона, $\hbar$ — постоянную Планка (с черточкой), k — коэффициент пропорциональности, m — массу электрона, e — модуль заряда электрона, v — скорость электрона, a — его центростремительное ускорение, F — силу Кулона.

Дано:

$r_0 = \dfrac{\hbar}{kme}$

$k = 9 \cdot 10^9$ Н $\cdot$ м^2/Кл^2

$m = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ кг

$e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл

$\hbar = 1{,}05 \cdot 10^{-34}$ Дж $\cdot$ с

v — ?

a — ?

Решение

По второму закону Ньютона сила Кулона, действующая на электрон со стороны ядра, равна произведению его массы на центростремительное ускорение:

$$F = ma. \qquad (1)$$

По закону Кулона

$$F = k\frac{e^2}{r_0^2}$$

или с учетом условия

$$F = k^3\left(\frac{me^3}{\hbar^2}\right)^2. \qquad (2)$$

Приравняв правые части равенств (1) и (2), определим ускорение электрона:

$$k^3\left(\frac{me^3}{\hbar^2}\right)^2 = ma, \quad \text{откуда } a = mk^3\left(\frac{e^3}{\hbar^2}\right)^2.$$

Произведем вычисления:

$$a = 9{,}1 \cdot 10^{-31}(9 \cdot 10^9)^3\left(\frac{\left(1{,}6 \cdot 10^{-19}\right)^3}{\left(1{,}05 \cdot 10^{-34}\right)^2}\right)^2 \text{ м/с}^2 \approx 10^{23} \text{ м/с}^2.$$

Линейную скорость найдем из формулы кинематики: $a = \frac{v^2}{r_0}$, откуда $v = \sqrt{ar_0}$ или с учетом значения радиуса, данного в условии,

$$v = \sqrt{a\frac{\hbar^2}{kme^2}} = \frac{\hbar}{e}\sqrt{\frac{a}{km}}.$$

Произведем вычисления:

$$v = \frac{1,05 \cdot 10^{-34}}{1,6 \cdot 10^{-19}}\sqrt{\frac{10^{23}}{9 \cdot 10^9 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31}}}\ \text{м/с} \approx 2 \cdot 10^6\ \text{м/с}.$$

Ответ: $a = 10^{23}$ м/с^2, $v = 2 \cdot 10^6$ м/с.

С25. В атоме водорода электрон вращается вокруг ядра. Для его орбиты выполняется условие квантования $h = \pi rp$, где h — постоянная Планка, r — радиус орбиты, p — импульс электрона. Найти кинетическую энергию электрона на орбите.

Обозначим e модуль заряда электрона и ядра атома водорода, E_k — кинетическую энергию электрона, ε_0 — электрическую постоянную, ε — диэлектрическую проницаемость среды, m_e — массу электрона, F — силу притяжения электрона к ядру, a — ускорение электрона, r — радиус его орбиты, p — импульс электрона.

Дано:
$h = \pi rp$
$h = 6,62 \cdot 10^{-34}$ Дж · с
$e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл
$k = 9 \cdot 10^9$ Н · м^2/Кл^2
$h = 6,62 \cdot 10^{-34}$ Дж · с
$m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}$ кг
$\varepsilon = 1$

E_k — ?

Решение

На электрон в атоме водорода действует со стороны ядра сила притяжения F, равная по второму закону Ньютона произведению его массы m_e и его центростремительного ускорения a:

$$F = m_e a. \qquad (1)$$

По закону Кулона эта сила прямо пропорциональна произведению модулей зарядов электрона и ядра e и обратно пропорциональна квадрату радиуса орбиты электрона r:

$$F = k\frac{e^2}{r^2}. \qquad (2)$$

Центростремительное ускорение электрона равно отношению квадрата его линейной скорости v к радиусу орбиты r:

$$a = \frac{v^2}{r}. \qquad (3)$$

Подставим (3) в (1) и приравняем правые части полученного равенства и формулы (2):

$$F = m_e \frac{v^2}{r}, \qquad m_e \frac{v^2}{r} = k\frac{e^2}{r^2},$$

где $$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}, \qquad \text{поэтому} \qquad m_e v^2 = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r}.$$

Кинетическая энергия равна:

$$E_k = \frac{m_e v^2}{2} = \frac{e^2}{8\pi\varepsilon_0 r}. \qquad (4)$$

Выразим кинетическую энергию через импульс, ведь он входит в условие квантования, которое нам дано:

$$p = m_e v$$

и

$$E_k = \frac{m_e v^2}{2},$$

значит,

$$v = \frac{p}{m_e} \qquad \text{и} \qquad E_k = \frac{m_e p^2}{2m_e^2} = \frac{p^2}{2m_e}. \qquad (5)$$

Теперь выразим из условия квантования импульс и подставим правую часть полученного выражения в формулу (5):

$$p = \frac{h}{\pi r} \qquad \text{и тогда} \qquad E_k = \frac{h^2}{2m_e\pi^2 r^2}. \qquad (6)$$

Мы ушли от неизвестной скорости электрона на орбите. Теперь надо исключить из решения радиус его орбиты r. Для этого достаточно выразить его из формулы (4) и подставить в формулу (6). Тогда у нас останется только искомая кинетическая энергия, а остальные величины будут известны. Из формулы (4)

$$r = \frac{e^2}{8\pi\varepsilon_0 E_k}.$$

Теперь подставим правую часть этого выражения в (6), после чего и найдем искомую кинетическую энергию:

$$E_k = \frac{h^2 \cdot 64\pi^2\varepsilon_0^2 E_k^2}{2m_e\pi^2 e^4} = \frac{32h^2\varepsilon_0^2 E_k^2}{m_e e^4},$$

откуда

$$E_k = \frac{m_e}{2}\left(\frac{e^2}{4\varepsilon_0 h}\right)^2.$$

Произведем вычисления:

$$E_k = \frac{9{,}1 \cdot 10^{-31}}{2}\left(\frac{\left(1{,}6 \cdot 10^{-19}\right)^2}{4 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot 6{,}62 \cdot 10^{-34}}\right)^2 \text{ Дж} \approx 5 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}.$$

Ответ: $E_k = 5 \cdot 10^{-19}$ Дж.

С26. Релятивистский позитрон налетает на покоящийся электрон. В результате аннигиляции возникают два одинаковых гамма-кванта, разлетающиеся под углом друг к другу. Определить этот угол, если масса покоя m_0 и кинетическая энергия позитрона E_k известны.

Обозначим m_0 массу покоя электрона, E_k — кинетическую энергию позитрона, c — скорость света в вакууме, p_+ — импульс позитрона перед ударом об электрон, p_γ — импульс каждого из одинаковых гамма-квантов, E_γ — энергию каждого гамма-кванта, m — массу каждого гамма-кванта.

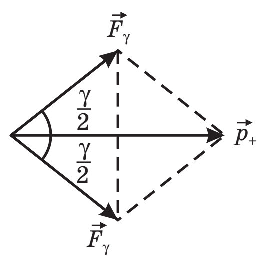


Рис. 407

Дано:	***Решение***
E_k m_0 c	
φ — ?	

По закону сохранения импульса векторная сумма импульсов позитрона и электрона до столкновения равна векторной сумме гамма-квантов после него. Но импульс электрона равен нулю, ведь он покоился.

С учетом этого в скалярной записи, как это следует из рис. 407,

$$\cos\frac{\varphi}{2} = \frac{p_+}{2p_\gamma}.$$

Импульс каждого из гамма-квантов $p_\gamma = mc$, а его энергия $E_\gamma = mc^2$, поэтому

$$\frac{p_\gamma}{E_\gamma} = \frac{m_\gamma c}{m_\gamma c^2}, \quad \text{откуда} \quad p_\gamma = \frac{E_\gamma}{c}.$$

С учетом этого

$$\cos\frac{\varphi}{2} = \frac{p_+ c}{2E_\gamma}. \tag{1}$$

Теперь применим закон сохранения энергии, согласно которому сумма энергий покоя электрона и позитрона (они одинаковы, поскольку одинаковы массы покоя электрона и позитрона) $2m_0c^2$ и кинетической энергии позитрона E_k равна суммарной энергии двух гамма-квантов $2E_\gamma$:

$$2m_0c^2 + E_k = 2E_\gamma.$$

Отсюда

$$E_\gamma = \frac{2m_0c + E_k}{2} \tag{2}$$

Нам не известен импульс позитрона p_+. Полная энергия позитрона E связана с его импульсом формулой

$$E^2 = E_0{}^2 + (p_+c)^2, \text{ где } E_0 = m_0c^2,$$

поэтому

$$E^2 = (m_0c^2)^2 + (p_+c)^2 \tag{3}$$

С другой стороны,

$$E = m_0c^2 + E_k \quad \text{или} \quad E^2 = (m_0c^2 + E_k)^2. \tag{4}$$

Приравняв правые части равенств (3) и (4), получим:

$$(m_0c^2)^2 + (p_+c)^2 = (m_0c^2 + E_k)^2,$$

$$m_0c^2)^2 + (p_+c)^2 = (m_0c^2)^2 + 2m_0c^2E_k + E_k{}^2,$$

$$(p_+c)^2 = 2m_0c^2E_k + E_k{}^2$$

Отсюда

$$p_+ = \frac{\sqrt{E_k\left(2m_0c^2 + E_k\right)}}{c}. \tag{5}$$

Теперь подставим в формулу (1) равенства (2) и (5):

$$\cos 0{,}5\,\varphi = \frac{c\sqrt{E_k\left(2m_0c^2 + E_k\right)}}{2c} \cdot \frac{2}{2m_0c + E_k} = \sqrt{\frac{E_k}{2m_0c^2 + E_k}}. \tag{6}$$

Поскольку $$\cos 0{,}5\,\varphi = \sqrt{\frac{1+\cos\varphi}{2}},$$

то

$$\cos\varphi = 2\cos^2 0{,}5\,\varphi - 1. \qquad (7)$$

Нам осталось подставить в равенство (7) выражение (6):

$$\cos\varphi = 2\,\frac{E_k}{2m_0c^2 + E_k} - 1 = \frac{2E_k - 2m_0c^2 - E_k}{2m_0c^2 + E_k} = \frac{E_k - 2m_0c^2}{E_k + 2m_0c^2},$$

$$\varphi = arc\cos\frac{E_k - 2m_0c^2}{E_k + 2m_0c^2}.$$

Ответ: $\varphi = arc\cos\dfrac{E_k - 2m_0c^2}{E_k + 2m_0c^2}$.

С27. На рис. 383 изображена схема энергетических уровней атома. Электрон, летевший со скоростью $2 \cdot 10^6$ м/с, налетел на атом, который до этого покоился в состоянии с энергией 4 эВ. После соударения электрон отскочил, приобретя дополнительную энергию. Найти импульс электрона после столкновения.

Обозначим m_e массу электрона, v_1 — скорость электрона до столкновения с атомом, v_2 — скорость электрона после столкновения с атомом, E_1 — энергию атома в состоянии покоя, E_2 — энергию атома после удара об него электрона, ΔE — изменение энергии атома, p — импульс электрона после столкновения, E_{k1} — кинетическую энергию электрона до столкновения с атомом, E_{k2} — кинетическую энергию электрона после столкновения.

Дано:
$m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ кг
$v_1 = 2 \cdot 10^6$ м/с
$E_1 = 4$ эВ

p — ?

Решение

До столкновения с атомом электрон имел кинетическую энергию

$$E_{k1} = \frac{m_e v_1^2}{2}.$$

При соударении покоившийся атом отдал электрону часть своей энергии, перейдя в состояние с энергией $E_2 = 6{,}8$ эВ. Следовательно, атом отдал электрону часть своей энергии

$$\Delta E = E_1 - E_2 = -4\text{ эВ} - (-6{,}8)\text{ эВ} = 2{,}8\text{ эВ} =$$
$$= 2{,}8 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}\text{ Дж} = 4{,}5 \cdot 10^{-19}\text{ Дж}.$$

Теперь кинетическая энергия электрона

$$E_{k2} = \frac{m_e v_2^2}{2} = \frac{m_e v_1^2}{2} + \Delta E,$$

откуда скорость электрона после столкновения

$$v_2 = \sqrt{v_1^2 + \frac{2\Delta E}{m_e}}.$$

Новый импульс электрона

$$p = m_e v_2 = m_e \sqrt{v_1^2 + \frac{2\Delta E}{m_e}} = \sqrt{m_e\left(m_e v_1^2 + 2\Delta E\right)}.$$

Произведем вычисления:

$$p = \sqrt{9{,}1 \cdot 10^{-31}\left(9{,}1 \cdot 10^{-31} \cdot 4 \cdot 10^{12} + 2 \cdot 4{,}5 \cdot 10^{-19}\right)}\text{ кг} \cdot \text{м/с} =$$
$$= 2 \cdot 10^{-24}\text{ кг} \cdot \text{м/с}.$$

Ответ: $p = 2 \cdot 10^{-24}$ кг · м/с.

С28. Определить энергию, выделяющуюся при распаде одного ядра урана, если известно, что при захвате ураном нейтрона образуются ядра бария, криптона и три нейтрона. Удельные энергии связи бария 8,38 МэВ, криптона 8,55 МэВ и урана 7,59 МэВ.

Обозначим $E_{\text{уд Ba}}$ удельную энергию связи ядра бария, $E_{\text{уд Kr}}$ — удельную энергию связи ядра криптона, $E_{\text{уд U}}$ — удельную энергию связи ядра урана, $E_{\text{св Ba}}$ — энергию связи бария, $E_{\text{св Kr}}$ — энергию связи криптона, E_1 — энергию, выделяющуюся при распаде одного ядра урана, A_{Ba} — массовое число бария, A_{Kr} — массовое число криптона, m_{n} — массу нейтрона, с — скорость света в вакууме, E_{U} — энергию покоя ядра урана, E_{Ba} -энергию покоя ядра бария, E_{n} — энергию покоя нейтрона, E_{Kr} — энергию покоя ядра криптона, M_{U} — массу ядра урана, M_{Ba} — массу ядра бария, M_{Kr} — массу ядра криптона, m_{P} — массу протона, Z_{U} и N_{U} — зарядовое число ядра урана и число нейтронов в нем, Z_{Ba} и N_{Ba} — зарядовое число и число нейтронов в ядре бария, Z_{Kr} и N_{Kr} — зарядовое число ядра криптона и число нейтронов нем.

Дано:
$E_{\text{уд Ba}} = 8{,}38$ МэВ
$E_{\text{уд Kr}} = 8{,}55$ МэВ
$E_{\text{уд U}} = 7{,}59$ МэВ
$A_{\text{Ba}} = 142$
$A_{\text{Kr}} = 91$
$Z_{\text{Ba}} = 56$
$Z_{\text{Kr}} = 36$
$m_{\text{n}} = 1{,}00899$ а.е.м.
$c = 3 \cdot 10^8$ м/с
$\text{M}_{\text{U}} = 235{,}1175$ а.е.м.
$m_{\text{P}} = 1{,}00759$ а.е.м.

E_1 — ?

Решение

Энергия, выделяющаяся в результате ядерной реакции

$$^{235}_{92}\text{U} + {}^{1}_{0}\text{n} \to {}^{142}_{56}\text{Ba} + {}^{91}_{36}\text{Kr} + 3\,{}^{1}_{0}\text{n} + \gamma,$$

равна разности между энергией ядер и частиц, вступивших в реакцию, и энергией частиц — продуктов реакции:

$$E_1 = E_{\text{U}} + E_{\text{n}} - E_{\text{Ba}} - E_{\text{Kr}} - 3E_{\text{n}}.$$

Энергию ядра E_1 в ядерной физике принято измерять в мегаэлектронвольтах (МэВ). Для этого достаточно умножить число 931 на разность масс ядра урана с нейтроном и продуктов реакции:

$$E_1 = 931(\text{M}_{\text{U}} + m_{\text{n}} - M_{\text{Ba}} - M_{\text{Kr}} - 3m_{\text{n}})\ \text{МэВ}.$$

Массы ядра урана и нейтрона, выраженные в атомных единицах массы (а.е.м.), можно найти в справочной литературе (например, в учебнике химии или в конце задачника по физике Рымкевича). Массы радиоактивных изотопов бария и криптона, пересыщенных нейтронами, придется определять, т.к. в справочниках вы их вряд ли найдете, там есть только массы стабильных ядер.

Определим массы ядер бария и криптона через их энергии связи. Энергию связи ядра бария можно определить по формуле

$$E_{\text{св Ba}} = E_{\text{уд Ba}} A_{\text{Ba}}.$$

С другой стороны, энергия связи может быть выражена через массы нуклонов, входящих в состав ядра, и массу готового ядра:

$$E_{\text{св Ba}} = 931(Z_{\text{Ba}} m_{\text{P}} + N_{\text{Ba}} m_{\text{n}} - M_{\text{Ba}}),$$

поэтому

$$E_{\text{удBa}} A_{\text{Ba}} = 931(\,Z_{\text{Ba}} m_{\text{P}} + N_{\text{Ba}} m_{\text{n}} - M_{\text{Ba}}),$$

откуда

$$M_{\mathrm{Ba}} = Z_{\mathrm{Ba}} m_{\mathrm{P}} + N_{\mathrm{Ba}} m_{\mathrm{n}} - \frac{E_{уд Ba} A_{Ba}}{931}.$$

Аналогично, масса криптона равна

$$M_{\mathrm{Kr}} = Z_{\mathrm{Kr}} m_{\mathrm{P}} + N_{\mathrm{Kr}} m_{\mathrm{n}} - \frac{E_{уд Kr} A_{Kr}}{931}.$$

Здесь

$$N_{\mathrm{Ba}} = A_{\mathrm{Ba}} - Z_{\mathrm{Ba}} \quad \text{и} \quad N_{\mathrm{Kr}} = A_{\mathrm{Kr}} - Z_{\mathrm{Kr}}.$$

Массу ядра урана тоже можно было бы определить таким же образом, но для упрощения решения мы взяли ее из справочника.

С учетом этого

$$E_1 = 931\left(M_{\mathrm{U}} + m_{\mathrm{n}} - Z_{\mathrm{Ba}} m_{\mathrm{P}} - \left(A_{\mathrm{Ba}} - Z_{\mathrm{Ba}}\right) m_{\mathrm{n}} - \frac{E_{\text{удBa}} A_{\mathrm{Ba}}}{931} - \right.$$

$$\left. - Z_{\mathrm{Kr}} m_{\mathrm{P}} - \left(A_{\mathrm{Kr}} - Z_{\mathrm{Kr}}\right) m_{\mathrm{n}} - \frac{E_{\text{удKr}} A_{\mathrm{Kr}}}{931} - 3 m_{\mathrm{n}} \right).$$

Произведем вычисления:

$$E_1 = 931(235{,}1175 + 1{,}00899 - 56 \cdot 1{,}00759 - (142 -$$

$$- 56)1{,}00899 - \frac{8{,}38 \cdot 142}{931} - 36 \cdot 1{,}00759 - (91 - 36)1{,}00899 -$$

$$- \frac{8{,}55 \cdot 91}{931} - 3 \cdot 1{,}00899)\ \text{МэВ} = 200\ \text{МэВ}.$$

Ответ: $E_1 = 200$ МэВ.

С29. Неподвижный свободный атом радия $^{226}_{88}\mathrm{Ra}$ испытал альфа-распад с образованием изотопа родона $^{222}_{86}\mathrm{Rn}$. Какую кинетическую энергию получил при этом атом родона? Масса атома радия 226,0254 а.е.м., масса атома родона 222,0175 а.е.м., масса альфа-частицы 4,0026 а.е.м., скорость света в вакууме $3 \cdot 10^8$ м/с.

Обозначим m_{Ra} массу атома радия, m_{Rn} — массу атома родона, m_{He} — массу альфа-частицы, c — скорость света в вакууме, $E_{k\,\mathrm{Rn}}$ — кинетическую энергию атома родона, $E_{0\,\mathrm{Ra}}$ — энергию покоя атома радия, $E_{0\,\mathrm{Rn}}$ — энергию покоя атома родона, $E_{0\,\mathrm{He}}$ — энергию покоя альфа-частицы, $E_{k\,\mathrm{He}}$ — кинетическую энергию альфа-частицы, v_{Rn} — скорость атома родона, v_{He} — скорость альфа-частицы.

Дано:
$m_{Ra} = 226{,}0254$ а.е.м.
$m_{Rn} = 222{,}0175$ а.е.м.
$m_{He} = 4{,}0026$ а.е.м.
$c = 3 \cdot 10^8$ м/с

$E_{k\,Rn}$ — ?

Решение

Чтобы лучше разобраться в решении, запишем сначала саму ядерную реакцию:

$$^{226}_{88}\mathrm{Ra} \to ^{222}_{86}\mathrm{Rn} + ^{4}_{2}\mathrm{He}.$$

При любой ядерной реакции выполняется закон сохранения энергии, согласно которому энергия покоя радия $E_{0\,\mathrm{Ra}}$ равна сумме энергии покоя родона $E_{0\,\mathrm{Rn}}$, его кинетической энергии $E_{k\,\mathrm{Rn}}$, энергии покоя альфа-частицы $E_{0\,\mathrm{He}}$ и его кинетической энергии $E_{k\,\mathrm{He}}$:

$$E_{0\,\mathrm{Ra}} = E_{0\,\mathrm{Rn}} + E_{k\,\mathrm{Rn}} + E_{0\,\mathrm{He}} + E_{k\,\mathrm{He}}$$

или с учетом формулы энергии покоя этот же закон можно записать так:

$$m_{\mathrm{Ra}}c^2 = m_{\mathrm{Rn}}c^2 + E_{k\,\mathrm{Rn}} + m_{\mathrm{He}}c^2 + E_{k\,\mathrm{He}}. \qquad (1)$$

Теперь запишем закон сохранения импульса. Поскольку импульс радия до альфа-распада был равен нулю, ведь ядро радия покоилось, значит, по модулю импульс родона равен импульсу альфа-частицы:

$$m_{\mathrm{Rn}}v_{\mathrm{Rn}} = m_{\mathrm{He}}v_{\mathrm{He}}.$$

Чтобы перейти к кинетическим энергиям возведем левую и правую части последнего равенства в квадрат и разделим на 2 — ведь от этого само равенство не нарушится:

$$m_{\mathrm{Rn}}\frac{m_{\mathrm{Rn}}v_{\mathrm{Rn}}^2}{2} = m_{\mathrm{He}}\frac{m_{\mathrm{He}}v_{\mathrm{He}}^2}{2}$$

или

$$m_{\mathrm{Rn}}E_{k\,\mathrm{Rn}} = m_{\mathrm{He}}E_{k\,\mathrm{He}},$$

откуда

$$E_{k\,\mathrm{He}} = E_{k\,\mathrm{Rn}}\frac{m_{\mathrm{Rn}}}{m_{\mathrm{He}}}. \qquad (2)$$

Теперь подставим правую часть равенства (2) вместо кинетической энергии гелия в уравнение (1) и перенесем все члены, содержащие кинетическую энергию в одну сторону равенства, а массы — в другую:

$$E_{k\,\mathrm{Rn}} + E_{k\,\mathrm{He}}\frac{m_{\mathrm{Rn}}}{m_{\mathrm{He}}} = c^2\left(m_{\mathrm{Ra}} - m_{\mathrm{Rn}} - m_{\mathrm{He}}\right).$$

Отсюда $$E_{k\,\mathrm{Rn}} = \frac{m_{\mathrm{He}}c^2\left(m_{\mathrm{Ra}} - m_{\mathrm{Rn}} - m_{\mathrm{He}}\right)}{m_{\mathrm{Rn}} + m_{\mathrm{He}}}.$$

Задача в общем виде решена. Выразим массу альфа-частицы в килограммах:

4,0026 а.е.м. = $4{,}0026 \cdot 1{,}67 \cdot 10^{-27}$ кг = $6{,}7 \cdot 10^{-27}$ кг.

Произведем вычисления:

$$E_{k\,\mathrm{Rn}} = \frac{6{,}7 \cdot 10^{-27} \cdot 9 \cdot 10^{16}\left(226{,}0254 - 222{,}0175 - 4{,}0026\right)}{222{,}0175 + 4{,}0026}\ \text{Дж} =$$

$$= 1 \cdot 10^{-14}\ \text{Дж} = 0{,}01\ \text{пДж}.$$

Ответ: $E_{k\,\mathrm{Rn}} = 0{,}01$ пДж.

С30. Радиоактивный препарат с активностью $2 \cdot 10^{12}$ Бк помещен в калориметр с водой при 27 ^{0}С. Сколько времени потребуется, чтобы превратить в пар 5 г воды, если препарат испускает альфа-частицы с энергией 10 МэВ, причем вся эта энергия полностью превращается во внутреннюю энергию воды. Удельная теплоемкость воды 4200 Дж/(кг · К), удельная теплота парообразования $2{,}3 \cdot 10^6$ Дж/кг.

Обозначим a активность препарата, t_1 — начальную температуру воды, t_2 — температуру кипения воды, m — массу воды, E — энергию всех альфа-частиц, E_1 — энергию одной альфа-частицы, ΔN — количество испущенных препаратом альфа-частиц, t — время, необходимое для превращения воду в пар, c — удельную теплоемкость воды, r — удельную теплоту парообразования.

Дано:
$a = 2 \cdot 10^{12}$ Бк
$t_1 = 27\ ^0$С
$t_2 = 100\ ^0$С
$m = 5$ г
$E_1 = 10$ МэВ
$c = 4200$ Дж/(кг · К)
$r = 2{,}3 \cdot 10^6$ Дж/кг

t — ?

Решение

Вся энергия E, которая необходима для нагревания воды до точки кипения и превращения ее в пар, равна энергии одной альфа-частицы, умноженной на количество альфа-частиц, испущенных препаратом за время t:

$$E = E_1 \Delta N. \tag{1}$$

Количество испущенных альфа-частиц входит в формулу активности препарата:

$$a = \frac{\Delta N}{t}, \qquad \text{откуда} \qquad t = \frac{\Delta N}{a}. \qquad (2)$$

Из формулы (1) $\qquad \Delta N = \dfrac{E}{E_1}.$

Подставим в (2): $\qquad t = \dfrac{E}{aE_1}.$

Энергия E расходуется на нагревание воды и превращение ее в пар, поэтому

$$E = cm(t_2 - t_1) + rm = m(c(t_2 - t_1) + r).$$

Подставим правую часть этого выражения в предыдущую формулу:

$$t = \frac{m\left(c\left(t_2 - t_1\right) + r\right)}{aE_1}.$$

Выразим все величины в единицах СИ (кроме единиц температуры, поскольку разность температур в шкалах Цельсия и Кельвина одинакова): 5 г = 0,005 кг, 10 МэВ = $1{,}6 \cdot 10^{-12}$ Дж.

Произведем вычисления:

$$t = \frac{0{,}05\left(4200\left(100 - 27\right) + 2{,}3 \cdot 10^{6}\right)}{2 \cdot 10^{12} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-12}}\ \text{с} = 4{,}1 \cdot 10^{4}\ \text{с}.$$

Ответ: $t = 4{,}1 \cdot 10^4$ с.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Сокращения единиц измерений

м	(метр),	с	(секунда),
рад	(радиан),	кг	(килограмм),
Н	(ньютон),	Дж	(джоуль),
Вт	(ватт),	К	(кельвин),
Кл	(кулон).	В	(вольт).
Ф	(фарад),	А	(ампер),
Тл	(тесла),	Вб	(вебер),
Гн	(генри),	Гц	(герц),
дптр	(диоптрия),	Бк	(беккерель),
Гр	(грей)		

Физические константы

Ускорение свободного падения	9,80665 м/с^2 (при решении задач принимать 9,8 м/с^2)
Средний радиус Земли	6370 км
Масса Земли	$5{,}98 \cdot 10^{24}$ кг

Среднее расстояние Земли от Солнца	$1{,}5 \cdot 10^{8}$ км
Гравитационная постоянная	$6{,}67 \cdot 10^{-11}$ Н $\cdot$ м^{2} $\cdot$ кг$^{-2}$
Абсолютный нуль температуры	$-273{,}15^{\circ}$С При решении задач принимать -273°С
Число Авогадро	$6{,}02 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$
Число Лошмидта	$2{,}69 \cdot 10^{25}$ м$^{-3}$
Заряд электрона	$1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл
Масса электрона	$9{,}1 \cdot 10^{-31}$ кг
Число Фарадея	$9{,}65 \cdot 104$ Кл/моль
Скорость света в вакууме	$2{,}99793 \cdot 108$ м/с (при решении задач принимать $3 \cdot 108$ м/с)
Скорость звука в воздухе при 0°	332 м/с
Масса протона	$1{,}6724 \cdot 10^{-27}$ кг
Масса нейтрона	$1{,}6746 \cdot 10^{-27}$ кг
Постоянная Планка	$6{,}62 \cdot 10^{-34}$ Дж $\cdot$ с
Масса альфа-частицы	$6{,}64 \cdot 10^{-27}$ кг или 4,00274 а.е.м.

Единицы СИ

Основные

масса	килограмм (кг),
путь, перемещение, длина, амплитуда	метр (м),
время, период	секунда (с),
температура	кельвин (К),
количество вещества	моль (моль),
сила тока	ампер (А),
сила света	кандела (кд).

Дополнительные

фаза, плоский угол	радиан (рад),
телесный угол	стерадиан (ср).

Производные

площадь	метр в квадрате ($м^2$),
объем	метр в кубе ($м^3$),
скорость	метр в секунду (м/с),
ускорение	метр в секунду за секунду ($м/с^2$),
угловая скорость, циклическая скорость	радиан в секунду (рад/с),

частота колебаний	герц (Гц = с$^{-1}$),
гравитационная постоянная	ньютон на метр в квадрате, деленный на килограмм в квадрате (Н · м^2/кг^2),
сила, вес	ньютон (Н = кг · м/с^2),
момент силы	ньютон на метр (Н · м),
жесткость	ньютон на метр (Н/м)
давление, модуль упругости (модуль Юнга)	паскаль (Па = Н/м^2),
энергия, работа, количество теплоты	джоуль (Дж = Н · м),
объемная плотность энергии	джоуль на метр в кубе (Дж/м^3),
мощность, поток энергии	ватт (Вт = Дж/с),
импульс тела	килограмм-метр на секунду (кг · м/с),
плотность	килограмм на метр в кубе (кг/м^3),
импульс силы	ньютон на секунду (Н · с),
молярная масса	килограмм на моль (кг/моль),

молярная газовая постоянная, молярная теплоемкость	джоуль на моль-кельвин (Дж/(моль · К)),
постоянная Больцмана, теплоемкость тела	джоуль на кельвин (Дж/К),
удельная теплоемкость	джоуль на килограмм-кельвин (Дж/(кг · К)),
удельные теплота плавления, теплота парообразования, теплота сгорания	джоуль на килограмм (Дж/кг),
заряд	кулон (Кл = А · с)
напряженность электрического поля	вольт на метр (В/м или Н/Кл),
электрическая постоянная	фарад на метр (Ф/м),
потенциал, напряжение, ЭДС	вольт (В = Дж/Кл),
электроемкость	фарад (Ф = Кл/В),
поверхностная плотность заряда	кулон на метр в квадрате (Кл/м^2),
концентрация частиц	метр в минус третьей степени (м$^{-3}$),
сопротивление	ом (Ом = В/А),
удельное сопротивление	ом на метр (Ом · м),

электропроводность	сименс (См = $Ом^{-1}$)
плотность тока	ампер на метр в квадрате ($А/м^2$),
индукция магнитного поля	тесла (Тл = Н/(А · м),
магнитная постоянная	генри на метр (Гн/м),
магнитный поток	вебер (Вб = Тл · $м^2$ или Вб = Вс),
индуктивность	генри (Гн = В · с/А или Гн = Вб/А),
плотность потока энергии	ватт на метр в квадрате
(интенсивность)	($Вт/м^2$),
оптическая сила линзы	диоптрия (дптр = $м^{-1}$),
световой поток	люмен (лм = св · ср),
освещенность поверхности	люкс (лк = $Вт/м^2$),
световая эффективность	люмен на ватт (лм/Вт),
постоянная Стефана–Больцмана	джоуль на метр в квадрате–секунда-кельвин в четвертой степени (Дж/($м^2$ · с · $К^4$)),
интегральная светимость (интегральная плотность излучения	джоуль на кельвин в кубе, деленный на метр в квадрате–секунда (Дж · $К^3$/$м^2$ · *с*)),

постоянная Вина	метр на кельвин (м · К),
постоянная Планка	джоуль на секунду (Дж · с),
постоянная Ридберга	секунда в минус первой степени или герц (Гц = $с^{-1}$),
удельная энергия связи ядра	джоуль на нуклон (Дж/нуклон),
активность радиоактивного элемента	распад в секунду (распад/с или $с^{-1}$),
поглощенная доза	грей (Гр = Дж/кг),

Некоторые приставки для преобразования внесистемных единиц в СИ

Приставка	Числовое значение	Сокращенное обозначение
атто	10^{-18}	а
фемто	10^{-15}	ф
пико	10^{-12}	п
нано	10^{-9}	н
микро	10^{-6}	мк
милли	10^{-3}	м
санти	10^{-2}	с
деци	10^{-1}	д

дека	10^1	да
гекто	10^2	г
кило	10^3	к
мега	10^6	М
гига	10^9	Г
тера	10^{12}	Т

Перевод некоторых единиц в СИ

1 Å (ангстрем) = 10^{-10} м

1 нм (нанометр) = 10^{-9} м

1 мкм (микрометр) = 10^{-6} м

1 мм (миллиметр) = 10^{-3} м

1 см (сантиметр) = 10^{-2} м

1 дм (дециметр) = 10^{-1} м

1 км (километр) = 10^3 м

1 Мм (мегаметр) = 10^6 м

1 Гм (гигаметр) = 10^9 м

1 Тм (тераметр) = 10^{12} м

1 мм^2 = 10^{-6} м^2

1 см^2 = 10^{-4} м^2

1 дм^2 = 10^{-2} м^2

1 мм^3 = 10^{-9} м^3

1 см^3 = 10^{-6} м^3

1дм^3 =1 л=10^{-3} м^3

1 ч = 3600 с

1 мин = 60 с

1 нс = 10^{-9} с

1 мг = 10^{-6} кг

1 г = 10^{-3} кг

1 г/см^3 = 10^3 кг/м^3

1 кПа = 1000 Па

1 мм рт. ст. = 133 Па

1 атм = 760 мм рт. ст. = 10^5 Па

1 Т = 10^3 кг

1 гВт = 10^2 Вт

1 кВт = 10^3 Вт

1 МВт = 10^6 Вт

1 Мм/с = 10^6 м/с

1 м/мин = $\frac{1}{60}$ м/с

1 км/ч = $\frac{1000}{3600}$ м/с

1 кН = 10^3 Н

1 кал (калория) = 4,186 Дж

1 ккал (килокалория) = 4186 Дж

1 нКл = 10^{-9} Кл

1 мкКл = 10^{-6} Кл

1 мКл = 10^{-3} Кл

1 Кл/см^2 = 10^4 Кл/см^2

1 об/мин = $\frac{1}{60}$ об/с

1 км/с = 1000 м/с

1 кдж = 10^3 Дж

1 МДж = 10^6 Дж

1 В/см = 100 В/м

1 кВ/см = 10^5 В/м

1 мВ = 10^{-3} В

1 мА = 10^{-3} А

1 мкА = 10^{-6} А

1 Ом · мм^2/м = 10^{-6} Ом · м

Некоторые сведения из математики

Правила действия со степенями и корнями

$$a^x \cdot a^y = a^{(x+y)}$$

$$\frac{1}{a^x} = a^{-x}$$

$$\frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$$

$$a^x \cdot b^x = (ab)^x$$

$$(a^x)^y = a^{xy}$$

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}} = \left(\sqrt[n]{a}\right)^m$$

$$\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$$

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$$

$$\frac{1}{\sqrt[n]{\frac{a}{b}}} = \sqrt[n]{\frac{b}{a}}$$

Тождества сокращенного умножения

$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$ — квадрат двучлена

$(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$ — куб двучлена

$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ — разность квадратов

$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$ — разность кубов

$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$ — сумма кубов

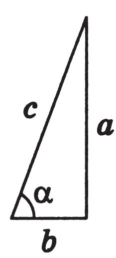
Тригонометрические функции острого угла

$$\sin\alpha = \frac{a}{c}$$

$$\cos\alpha = \frac{b}{c}$$

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{a}{b}$$

$$\operatorname{ctg}\alpha = \frac{b}{a}$$



Теорема косинусов

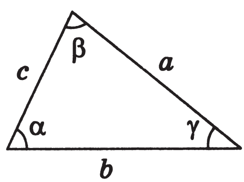
$$a^2 = c^2 + b^2 - 2cb$$

Теорема синусов

$$\frac{\sin\alpha}{a} = \frac{\sin\beta}{b} = \frac{\sin\gamma}{c}$$

Теорема Пифагора

$$c^2 = a^2 + b^2$$



Формулы корней квадратных уравнений

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$x^2 + px + q = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

$$x_{1,2} = \frac{-\frac{b}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 - ac}}{a}$$

Значения тригонометрических функций некоторых углов

$\left(\frac{180\alpha}{\pi}\right)^\circ$	0°	30°	45°	60°	90°	180°
α рад	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π
$\sin\alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0
$\cos\alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1
$\operatorname{tg}\alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	–	0
$\operatorname{ctg}\alpha$	–	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	–

Тригонометрические функции половинного аргумента

$$\sin\frac{\alpha}{2} = \pm\sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{2}}$$

$$\cos\frac{\alpha}{2} = \pm\sqrt{\frac{1+\cos\alpha}{2}}$$

$$\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2} = \frac{\sin\alpha}{1+\cos\alpha}$$

Тригонометрические функции двойного аргумента

$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$$

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2\operatorname{tg}\alpha}{1-\operatorname{tg}^2\alpha}$$

Формулы приведения

α	$\alpha+\frac{\pi}{2}$	$\alpha+\pi$	$\alpha+\frac{3\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}-\alpha$	$\pi-\alpha$	$\frac{3\pi}{2}-\alpha$
sin	$\cos\alpha$	$-\sin\alpha$	$-\cos\alpha$	$\cos\alpha$	$\sin\alpha$	$-\cos\alpha$
cos	$-\sin\alpha$	$\cos\alpha$	$\sin\alpha$	$\sin\alpha$	$\cos\alpha$	$-\sin\alpha$
tg	$-\mathrm{ctg}\,\alpha$	$\mathrm{tg}\,\alpha$	$-\mathrm{ctg}\,\alpha$	$\mathrm{ctg}\,\alpha$	$-\mathrm{tg}\,\alpha$	$\mathrm{ctg}\,\alpha$
ctg	$-\mathrm{tg}\,\alpha$	$\mathrm{ctg}\,\alpha$	$-\mathrm{tg}\,\alpha$	$\mathrm{tg}\,\alpha$	$-\mathrm{ctg}\,\alpha$	$\mathrm{tg}\,\alpha$

Основные тригонометрические тождества

$$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$$

$$1+\mathrm{ctg}^2\,\alpha=\frac{1}{\sin^2\alpha}$$

$$\mathrm{tg}\,\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$$

$$\mathrm{ctg}\,\alpha=\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$$

$$1+\mathrm{tg}^2\,\alpha=\frac{1}{\cos^2\alpha}$$

$$\mathrm{tg}\,\alpha=\frac{1}{\mathrm{ctg}\,\alpha}$$

$$1+\cos 2\alpha=2\cos^2\alpha$$

$$1-\cos 2\alpha=2\sin^2\alpha$$

Преобразование суммы тригонометрических функций и произведение

$$\sin\alpha + \sin\beta = 2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$$

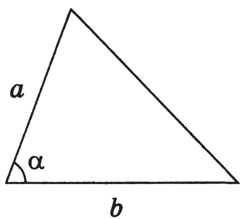
$$\sin\alpha - \sin\beta = 2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\sin\frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$\cos\alpha + \cos\beta = 2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$\cos\alpha + \cos\beta = -2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\sin\frac{\alpha-\beta}{2}$$

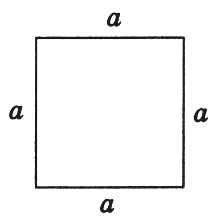
Площадь треугольника

$$S = \frac{ab}{2}\sin\alpha$$



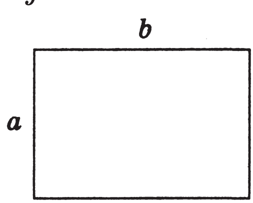
Площадь квадрата

$$S = a^2$$



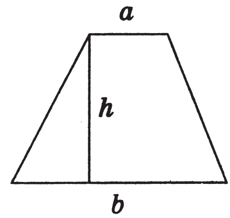
Площадь прямоугольника

$$S = ab$$



Площадь трапеции

$$S = \frac{ab}{2}h$$



Площадь сферы радиусом R (диаметром D)

$S = 4\pi R^2 = \pi D^2$, где $R = \dfrac{D}{2}$

Площадь круга радиусом R (диаметром D)

$$S = \pi R^2 = \frac{\pi D^2}{4}$$

Длина окружности радиусом R (диаметром D)

$$l = 2\pi R = \pi D$$

Объем сферы радиусом R (диаметром D)

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{1}{6}\pi D^3$$

Объем цилиндра высотой H с радиусом основания R

$$V = \pi R^2 H$$

Объем куба со стороной a

$$V = a^2$$

Объем конуса высотой H с радиусом основания R

$$V = \frac{1}{3}\pi R^2 H$$

СОДЕРЖАНИЕ

Учебное издание

Ирина Леонидовна Касаткина

**ФИЗИКА
ДЛЯ СТАРШЕКЛАССНИКОВ
И АБИТУРИЕНТОВ.
Интенсивный курс
подготовки к ЕГЭ**

Руководитель проекта	*Фролова Ж.*
Ответственный редактор	*Ингерлейб М.*
Обложка:	
Верстка	*Бакулина Н.*
Иллюстрации:	*Баева Э.*
Корректура:	*Бутко И.*

Подписано в печать 15.07.2011. Формат $84 \times 108\ ^1/_{32}$.
Бум. тип. № 2. Гарнитура SchoolBookC. Печать офсетная.
Усл. печ. л 26,87. Тираж 5000 экз.

Заказ №   .