

****§ 20. Условия равновесия тел**

Дайте мне точку опоры, и я
сдвину Землю.

Архимед

Если тело покоится относительно инерциальной системы отсчёта, то говорят, что оно находится в равновесии. Изучение условий равновесия тел имеет большое практическое значение, поскольку важно, чтобы здания, мосты, туннели, скульптуры, монументы и другие постройки находились в покое относительно земли. Знание условий равновесия необходимо при конструировании машин и механизмов.

Условия равновесия тела или системы тел изучают в разделе физики, называемом **статикой**.

Из второго закона Ньютона следует, что если равнодействующая приложенных к телу сил равна нулю, то тело (материальная точка) движется равномерно и прямолинейно или покоится. Отсюда следует **первое условие равновесия тела**:

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n = 0. \quad (3.1)$$

Для равновесия тела необходимо, чтобы векторная сумма действующих на него сил была равна нулю.

Если мы имеем дело с протяжённым твёрдым телом, то для его равновесия первого условия равновесия недостаточно. Например, пусть на линейку действуют две равные по модулю, но противоположно направленные силы, приложенные в разных точках (силы \vec{F}_1 и \vec{F}_2 на рис. 3.1). Опыт показывает, что под их действием линейка поворачивается вокруг некоторой оси, т. е. не находится в равновесии.

Выясним, какое ещё условие должно выполняться, чтобы тело находилось в равновесии. Для этого нам понадобится физическая величина, которая называется моментом силы.

Моментом силы относительно оси вращения тела называют физическую величину, равную произведению модуля силы, приложенной к телу, на её плечо:

$$M = Fd. \quad (3.2)$$

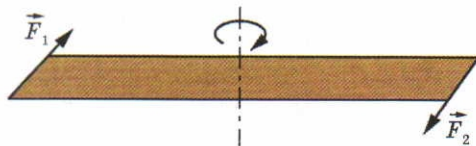


Рис. 3.1

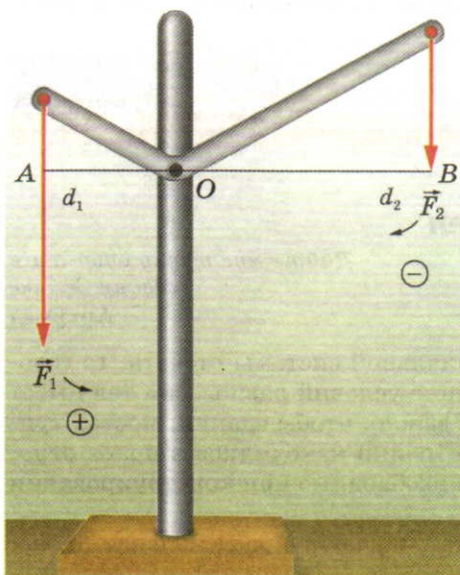


Рис. 3.2

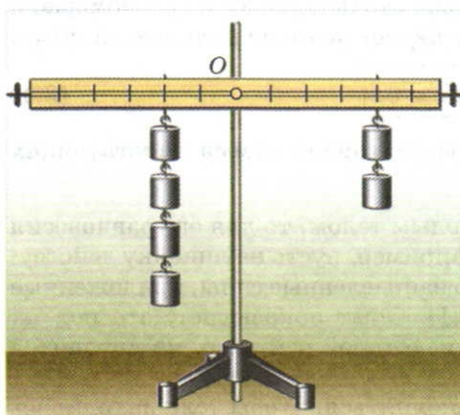


Рис. 3.3

Сила $F_1 = 4P$ (рис. 3.3), её плечо $d_1 = 2l$, а её момент $M_1 = F_1 d_1 = 8Pl$. (Эта сила вращала бы рычаг против часовой стрелки, поэтому её момент имеет знак «плюс».)

Сила $F_2 = 2P$, её плечо $d_2 = 4l$, а момент $M_2 = -F_2 d_2 = -8Pl$. (Эта сила вращала бы рычаг по часовой стрелке, поэтому её момент имеет знак «минус».)

Момент M_3 силы реакции опоры \vec{N} равен нулю, так как $M_3 = N d_3$; но $d_3 = 0$, поскольку линия действия силы \vec{N} проходит через точку опоры.

Плечо силы — это расстояние от оси вращения до линии действия силы.

Так, на рис. 3.2 d_1 (длина отрезка AO) — плечо силы \vec{F}_1 , а d_2 (длина отрезка OB) — плечо силы \vec{F}_2 .

Единицу момента силы получим из формулы (3.2):

$$[M] = 1 \text{ Н} \cdot 1 \text{ м} = 1 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Ньютон-метр равен моменту силы, создаваемому силой 1 Н относительно оси, расположенной на расстоянии 1 м от линии действия силы.

Момент силы будем считать *положительным*, если сила приводит к вращению тела (например, рычага) против часовой стрелки, и *отрицательным*, если — по часовой стрелке (см. рис. 3.2).

Используя понятие момента силы, с помощью опытов установим условие равновесия рычага. Пусть рычаг укреплен на оси в муфте штатива (рис. 3.3). По обе стороны от его точки опоры O можно подвешивать на проволочных петлях разные грузы и в разных точках. Изменяя положение грузов, добьемся равновесия рычага.

Обозначим через P вес одного груза, через d_1 и d_2 — плечи сил \vec{F}_1 и \vec{F}_2 , действующих на рычаг со стороны грузов слева и справа.

Вычислим моменты сил, действующих на рычаг. (Рычаг считаем лёгким и пренебрегаем силой тяжести, действующей на него, а также трением в его оси.)

Вычислим сумму моментов сил, действующих на рычаг:

$$M_1 + M_2 + M_3 = F_1 d_1 - F_2 d_2 = 8Pl - 8Pl = 0,$$

или

$$F_1 d_1 - F_2 d_2 = 0. \quad (3.3)$$

Следовательно, в случае равновесия рычага сумма моментов действующих на него сил равна нулю.

Это утверждение справедливо не только для рычага, но и для других случаев равновесия тела, имеющего ось вращения.

Тело, способное вращаться вокруг неподвижной оси, находится в равновесии, если алгебраическая сумма моментов всех действующих на него сил относительно любой оси вращения равна нулю:

$$M_1 + M_2 + \dots + M_n = 0. \quad (3.4)$$

Это *второе условие равновесия* для тел, имеющих ось вращения. Его называют также *правилом (уравнением) моментов сил*.

Условия равновесия тел позволяют определить выигрыш в силе, получаемый с помощью простых механизмов — приспособлений, которые ещё в древности использовали «для получения большой силы из малой». Простейший из них — *рычаг*, с которым вы уже знакомы.

Уравнение (3.3) можно записать в виде

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{d_2}{d_1}.$$

Отсюда следует, что если $d_2 > d_1$, то $F_1 > F_2$, следовательно, рычаг может обеспечить выигрыш в силе в $\frac{d_2}{d_1}$ раз.

Рычаг служит элементом многих орудий труда: ножниц, плоскогубцев, рукоятки ручного тормоза автомобиля, стрелы подъёмного крана и др.

ЗАДАЧА

Бревно массой $m = 200$ кг и длиной $l = 10$ м лежит на двух опорах, одна из которых расположена у его правого конца, а другая — на расстоянии $l_1 = 2$ м от его левого конца. Какая сила давления действует на каждую опору?

Решение. На бревно действуют следующие силы: сила тяжести $m\vec{g}$, а также реакции опор \vec{N}_1 и \vec{N}_2 (рис. 3.4). Бревно находится в равновесии, поэтому векторная сумма сил, действующих на него, равна нулю:

$$\vec{N}_1 + \vec{N}_2 + m\vec{g} = 0.$$

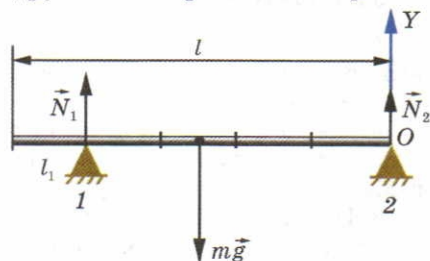


Рис. 3.4

Запишем это уравнение для проекций сил на ось OY , которую направим вертикально вверх:

$$N_1 + N_2 - mg = 0. \quad (1)$$

Поскольку бревно не вращается, то алгебраическая сумма моментов сил равна нулю относительно любой оси вращения. Выбрав в качестве оси вращения опору 1 , запишем относительно неё уравнение моментов:

$$N_2(l - l_1) - mg\left(\frac{l}{2} - l_1\right) = 0. \quad (2)$$

(Момент силы \bar{N}_1 равен нулю, поскольку линия её действия проходит через ось вращения и плечо этой силы равно нулю.)

Выразим из уравнения (2) модуль силы N_2 :

$$N_2 = \frac{mg(l - 2l_1)}{2(l - l_1)}. \quad (3)$$

С учётом этого из уравнения (1) найдём:

$$N_1 = \frac{mgl}{2(l - l_1)}. \quad (4)$$

Согласно третьему закону Ньютона силы давления бревна на опоры равны по модулю силам реакции опор:

$$F_1 = N_1, \quad F_2 = N_2.$$

Подставив числовые значения величин в формулы (3) и (4), получим:

$$F_1 = 1250 \text{ Н}, \quad F_2 = 750 \text{ Н}.$$

Проверьте себя

1. Каково первое условие равновесия твёрдых тел?
2. Какую физическую величину называют моментом силы?
3. Что называют плечом силы?
4. В чём состоит правило моментов сил?
5. Каковы условия равновесия тела, имеющего ось вращения?
6. В каком месте надо толкать тяжёлую дверь, чтобы её открыть: вблизи петель или около ручки? Почему?

УПРАЖНЕНИЕ 16

1. Два человека держат трубу массой 10 кг и длиной 5 м . Один из них держит её за конец, а другой — на расстоянии $0,5 \text{ м}$ от противоположного конца. Определите силы давления, действующие на руки каждого человека.

2. Доска массой 20 кг лежит на опоре, находящейся на расстоянии $1/3$ её длины от одного из концов. Какую силу нужно приложить к короткому концу, чтобы удержать доску в равновесии в горизонтальном положении?

3. На трубе длиной 6 м и массой 120 кг на расстоянии 2 м от одного из её концов подвешен груз массой 1 кг . Концы трубы находятся на опорах. Определите силы реакции опор.