Приложения

Приложение 1

Некоторые сведения о векторах

Различают два вида физических величин: скалярные и векторные.

Величины, для задания которых достаточно только числового значения, называют скалярными. Примеры скалярных величин — время, масса, температура и т. д.

Величины, характеризующиеся числовым значением (модулем) и направлением, называются векторными величинами. К ним относятся: перемещение, скорость, ускорение, сила и др.

Векторы изображают в виде направленного отрезка, который начинается в некоторой точке и заканчивается стрелкой, указывающей его направление (рис. 1). Длина стрелки в выбранном масштабе равна модулю вектора.

Рис. 1

Векторы принято обозначать буквами со стрелками над ними, например $\vec{s}$. Те же буквы без стрелок означают модуль вектора, в нашем примере s.

Сложение векторов

Первый способ (правило треугольника). Пусть даны два вектора $\vec{a}$ и $\vec{b}$ (рис. 2, *а*). Найдём их сумму, т. е. результирующий вектор $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$. Для этого перенесём вектор $\vec{b}$ параллельно самому себе так, чтобы его начало оказалось совмещённым с концом вектора $\vec{a}$ (рис. 2, *б*). Тогда вектор $\vec{c}$, проведённый из начала вектора $\vec{a}$ в конец вектора $\vec{b}$, будет представлять собой результирующий вектор $\vec{c}$.

Второй способ (правило параллелограмма). Перенесём вектор $\vec{b}$ (или $\vec{a}$) так, чтобы начала обоих векторов оказались совмещёнными (исходящими из одной точки — рис. 2, *в*). Достроим параллелограмм, считая, что векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ составляют две его стороны. Проведём диагональ из точки, в которой совмещены начала векторов. Эта диагональ есть результирующий вектор $\vec{c}$.

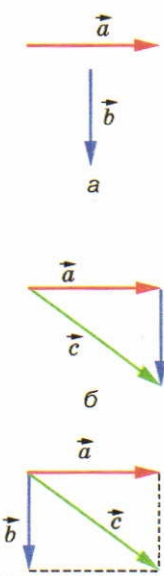

Рис. 2

Оба рассмотренных способа дают одинаковые результаты. Однако в случае сложения нескольких векторов первый способ оказывается более простым и удобным.

Вычитание векторов

Разностью двух векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ называют такой вектор $\vec{c} = \vec{a} - \vec{b}$, который в сумме с вектором $\vec{b}$ даёт вектор $\vec{a}$, т. е. $\vec{c} + \vec{b} = \vec{a}$.

Допустим, что надо найти вектор $\vec{c}$, являющийся разностью векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ (рис. 3, *а*).

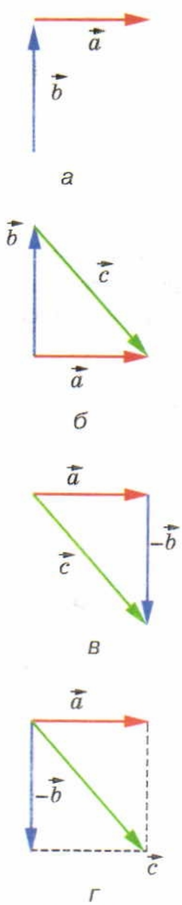

Рис. 3

Первый способ. Для построения вектора $\vec{c}$ перенесём векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ параллельно самим себе и расположим их так, чтобы они исходили из одной точки (рис. 3, *б*). Затем соединим их концы вектором, направленным от конца вектора $\vec{b}$ к концу вектора $\vec{a}$. Этот вектор и есть вектор $\vec{c}$.

Второй способ. Разность векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ может быть представлена в виде $\vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-\vec{b})$. Поэтому вектор $\vec{c} = \vec{a} - \vec{b}$ можно получить, сложив вектор $\vec{a}$ с вектором, равным по модулю вектору $\vec{b}$, но имеющим противоположное ему направление, т. е. с вектором $-\vec{b}$ (рис. 3, *в* и *г*).

Проекции вектора на координатные оси

Пусть дан вектор $\overrightarrow{AB}$, лежащий в плоскости XOY (рис. 4). Опустим из начала вектора A и его конца B перпендикуляры на ось OX (A_1 — проекция точки A, B_1 — проекция точки B). Длина отрезка A_1B_1 — проекция вектора $\overrightarrow{AB}$ на ось OX.

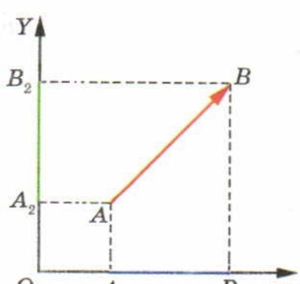

Рис. 4

Аналогично из точек A и B опустим перпендикуляры на ось OY. Точки A_2 и B_2 — проекции точек A и B на ось OY, соответственно длина отрезка A_2B_2 — проекция вектора $\overrightarrow{AB}$ на ось OY.

Проекцию обычно обозначают той же буквой, что и сам вектор, с добавлением индекса, указывающего ось, на которую спроецирован вектор. Например, проекция вектора $\vec{s}$ на ось OX обозначается s_x.

Проекциям векторов на координатные оси приписывают знаки. Проекцию вектора на ось считают положительной, если от проекции начала вектора к проекции его конца нужно идти по направлению оси (рис. 5, *а*). В противном случае проекцию вектора

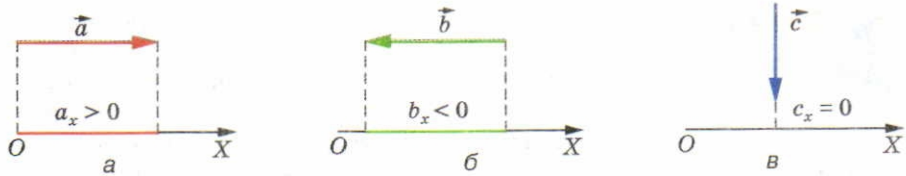

Рис. 5

считают отрицательной (рис. 5, *б*). Если вектор перпендикулярен оси, то его проекция на эту ось равна нулю (рис. 5, *в*).

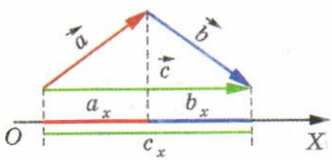

Рис. 6

На рис. 6 показаны векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ и результирующий вектор $\vec{c}$, а также проекции этих векторов на ось OX. Из рис. 6 видно, что **проекция суммы векторов на координатную ось равна сумме проекций складываемых векторов на ту же ось:**

$$c_x = a_x + b_x.$$

Поскольку вычитание векторов сводится к их сложению, это правило относится и к проекции разности векторов.

Приложение 2

Симметрия в природе, искусстве, технике и физике

В главе 8 вы узнали о свойствах и структуре кристаллов, этих «удивительных угловатых тел», как называли их в древности.

Поражающие правильностью очертания кристаллов вызывали у древних людей суеверные чувства. «Такое могли сотворить только боги», — утверждали они. Люди долго не понимали, что кристаллы растут без всякого магического вмешательства из растворов, расплавов, паров и в твёрдых каменных породах.

Симметрия формы кристалла и его физические свойства обусловлены симметрией его внутренней структуры. Но симметрия царит не только в мире кристаллов. Симметрична форма бабочки, жука, червяка, гриба, цветка и др.

Большое значение имеет симметрия в искусстве (живописи, музыке, литературе, архитектуре и др.), в науке и технике. В связи с этим уместно отметить, что своим развитием учение о симметрии обязано в первую очередь естествоиспытателям, углублённо изучавшим кристаллические образования (И. Кеплер, О. Браве, Е. С. Фёдоров, П. Кюри и др.).

Основные преобразования симметрии

Математик любит прежде всего симметрию.
Дж. Максвелл

Прежде чем говорить об использовании идей симметрии в искусстве, науке и технике, обратимся к основам учения о симметрии.