1. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ВВЕДЕНИЕ: УРАВНЕНИЯ, В КОТОРЫХ ОДНИ ТОЛЬКО БУКВЫ, А ЧИСЕЛ ПОЧТИ СОВСЕМ НЕТ

Вы уже имеете определенный опыт решения уравнений в курсе математики. Физические уравнения, с которыми мы уже немного поработали в 7 классе, отличаются от привычных математических уравнений тем, что состоят они практически только из букв, одни из которых обозначают известные величины, а другие – неизвестные. Решить такое уравнение – это значит выразить неизвестную искомую величину через известные величины.

В данном параграфе мы потренируемся в решении физических уравнений, которые потом будут появляться у нас в процессе решения физических задач.

Прежде всего отметим, что в физических уравнениях используются как большие (прописные), так и малые (строчные) латинские буквы, а также некоторые буквы греческого алфавита (главным образом малые). Кроме того, часто используются буквы с индексами как вверху, так и внизу, например: $C_в$, $C^к$, m_1, m_2 и т.д. Ясно, что буквы m_1 и m_2 обозначают разные величины.

Буквы, которые будут использоваться в данной главе

1. Латинские прописные: *C* (цэ), *D* (дэ), *H* (аш), *L* (эл), *M* (эм), *N* (эн), *Q* (ку), *R* (эр), *T* (тэ), *V* (вэ), *W* (дубль вэ).

2. Латинские строчные: *a* (а), *b* (бэ), *c* (цэ), *d* (дэ), *h* (аш), *k* (ка), *l* (эл), *m* (эм), *n(эн)*, *q* (ку), *r* (эр), *s*(эс), *t* (тэ), *v* (вэ), *x* (икс), *y* (игрек).

3. Греческие прописные: Δ (де́льта), Φ (фи).

4. Греческие строчные: α (а́льфа), β (бэта), δ (де́льта), λ (ла́мбда), μ (мю), ν (ню), η (эта), æ (ка́ппа), θ (тэта), ρ (ро), π (пи).

Строчная греческая буква π будет использоваться исключительно для обозначения числа Пи: $\pi = 3{,}141592654\ldots$, которое равно отношению длины окружности к диаметру.

Особо скажем о прописной греческой букве Δ (дельта). В физике она обычно используется *не для обозначения какой-либо физической величины*, а для обозначения *изменения физической величины.* Например, запись Δa означает:

Δa = (изменение величины a) = (конечное значение величины a) − (начальное значение величины a),

то есть если утром температура воздуха была равна $t^{\text{нач}} = 20°\text{C}$, а днем $t^{\text{кон}} = 30°\text{C}$, то *изменение температуры равно:*

$$\Delta t = t^{\text{кон}} - t^{\text{нач}} = 30°\text{C} - 20°\text{C} = 10°\text{C}.$$

Итак, запомните: две буквы Δa обозначают *не* произведение величины Δ на величину a, а одну величину Δa, точно так же, как два слова «Петя Иванов» обозначают одного человека, а не двух.

Решение физических уравнений

Прежде чем мы приступим в физическим уравнениям, давайте вспомним, как решаются привычные нам математические уравнения первой степени с одним неизвестным.

Пример 1. $2x = 3$.

Читатель: Это уж слишком просто! $x = \frac{3}{2}$.

Автор: А вы уверены, что x равен именно $\frac{3}{2}$, а не $\frac{2}{3}$?

Читатель: Да, в общем-то.

Автор: А на чем основана Ваша уверенность?

Читатель: Честно говоря, я над этим не задумывался…

Автор: Давайте разберемся. Пусть у нас имеется верное числовое равенство, например: 5=5. Если мы разделим обе части этого равенства на одно и то же число, не равное нулю, то равенство не нарушится. Например: $\frac{5}{3} = \frac{5}{3}$ или $\frac{5}{101} = \frac{5}{101}$ и т.д. Наше уравнение $2x = 3$ – это тоже равенство. И если мы разделим обе части этого равенства на одно и то же число, не равное нулю, то равенство не нарушится. Разделим обе части уравнения на 2 и получим: $\frac{2x}{3}=\frac{3}{2}$. Сокращаем двойки: $\frac{\cancel{2}x}{\cancel{2}}=\frac{3}{2}$ и получаем ответ $\underline{x=\frac{3}{2}}$.

Пример 2. $ax = b$.

Читатель: Разделим обе части уравнения на a и получим ответ:

$$\frac{\cancel{a}x}{\cancel{a}}=\frac{b}{a} \Rightarrow x=\frac{b}{a}.$$

(Здесь и далее стрелка $\Rightarrow$ будет означать: «отсюда следует».)

Автор: Подождите! Я же не сказал Вам, какую величину надо найти. Это в математике неизвестное всегда обозначают через x или уж в крайнем случае через y, а в физике это совершенно необязательно. Пусть x и b – известные величины, а найти надо a.

Читатель: Тогда $\frac{a\cancel{x}}{\cancel{x}}=\frac{b}{x} \Rightarrow \underline{a=\frac{b}{x}}$.

Автор: Совершенно верно. Замечу лишь, что это справедливо, если $x \neq 0$.

Уравнения, в которых неизвестное содержится только в одной части уравнения

Пример 3. $Q = cm\Delta t$, найти Δt.

Договоримся, что в этом и всех последующих примерах данного параграфа все величины в уравнениях, кроме тех, которые требуется определить, считаются известными.

Разделим обе части уравнения на величину cm. Получим: $\frac{Q}{cm}=\frac{cm\Delta t}{cm}$. Дробь в правой части можно сократить: $\frac{Q}{cm}=\frac{\cancel{cm}\Delta t}{\cancel{cm}} \Rightarrow$ $\frac{Q}{cm}=\Delta t$. Поменяв местами правую и левую части, получим окончательный ответ $\underline{\underline{\Delta t=\frac{Q}{cm}}}$.

Пример 4. $m_1L = mc(t-t_к)$, найти m.

Разделим обе части уравнения на выражение $c(t-t_к)$. Получим:

$$\frac{m_1 L}{c(t-t_к)}=\frac{mc(t-t_к)}{c(t-t_к)}.$$

Сократим дробь в правой части уравнения и получим ответ:

$$\frac{m_1 L}{c(t-t_к)}=\frac{m\cancel{c}\cancel{(t-t_к)}}{\cancel{c}\cancel{(t-t_к)}} \Rightarrow \frac{m_1 L}{c(t-t_к)}=m, \quad \underline{m=\frac{m_1 L}{c(t-t_к)}}.$$

А теперь для разнообразия попробуем решить чисто математическое уравнение.

Пример 5. $2x=\frac{1}{2}$.

Читатель: Это просто: $\frac{\cancel{2}x}{\cancel{2}}=\frac{\frac{1}{\cancel{2}}}{\cancel{2}}$; двойки сокращаются, получаем $x=1$.

Автор: Значит, разделив $\frac{1}{2}$ на 2, Вы получили 1?

Читатель: Совершенно верно.

Автор: Поздравляю Вас! Вы имеете шанс сказочно разбогатеть! И знаете на чем? На торговле яблоками. В самом деле, берем пол-яблока, делим эту половинку пополам и получаем… целое яблоко! Ну а дальше, как говорится, дело техники.

Читатель: Да, что-то здесь не так…

Автор: Надо просто вспомнить правило деления дроби на дробь. Смотрите сами: $\frac{1}{2}:2=\frac{1}{2}:\frac{2}{1}=\frac{1\cdot 1}{2\cdot 2}=\frac{1}{4}$. Следовательно, $x=\frac{1}{2}:2=\frac{1}{4}$. И заметьте, результат вполне логичен: разделив половинку пополам, мы получили четвертинку.

Пример 6. $ax=\frac{b}{c}$, **найти** x.

Способ 1. Разделим обе части на a, получим: $\frac{ax}{a}=\frac{b}{c}:a \Rightarrow$
$x=\frac{b}{c}:\frac{a}{1} \Rightarrow \quad \underline{x=\frac{b}{ac}}.$

Способ 2.

1. Умножим обе части на c, получим: $cax=\cancel{c}\frac{b}{\cancel{c}} \Rightarrow cax=b$.

2. Разделим обе части уравнения на ca и получим ответ: $\frac{\cancel{c}\cancel{a}x}{\cancel{c}\cancel{a}}=\frac{b}{ca} \Rightarrow \underline{x=\frac{b}{ca}}.$

Пример 7. $\rho = \frac{m}{v}$, найти v.

1. Домножим обе части на v, получим $\rho \cdot v = \frac{m}{\cancel{v}} \cancel{v} \Rightarrow \rho v = m$.

2. Теперь разделим обе части уравнения на ρ и получим ответ: $\frac{\cancel{\rho} v}{\cancel{\rho}} = \frac{m}{\rho} \Rightarrow v = \frac{m}{\rho}$.

Пример 8. $x + 2 = 3$.

Читатель: Ну, это пример для первого класса: $x=3-2$, $\underline{x=1}$.

Автор: А не могли ли Вы пояснить Ваши действия?

Читатель: А что тут особенно пояснять? Я перенес двойку из левой части уравнения в правую, поменяв ее знак на противоположный. Вот и всё.

Автор: А *на каком основании* Вы перенесли двойку из левой части уравнения в правую, да еще поменяв ее знак на противоположный?

Читатель: Это такое правило.

Автор: Такое правило, конечно, существует, но важно понимать, на чем это правило основано. Поясним это на конкретном примере. Рассмотрим числовое равенство:

$$2 + 3 = 5. \quad (1)$$

Если мы отнимем от обеих частей этого равенства по тройке, то равенство не нарушится: $2 + 3 - 3 = 5 - 3$. Учитывая, что $3-3=0$, можем записать:

$$2 = 5 - 3. \quad (2)$$

Итак, мы получили равенство (2) из равенства (1), произведя вычитание из обеих частей одного и того же числа 3. Но если мы сравним равенства (1) и (2), то увидим, что *чисто внешне* получилось так, как *если бы* мы перенесли число 3 из левой части равенства в правую, поменяв у него знак на противоположный.

Пример 9. $m_1 + m_2 = M$, найти m_1.

Перенесем m_2 в правую часть уравнения, поменяв знак на противоположный, и получим ответ: $\underline{m_1 = m - m_2}$.

Пример 10. $b + ax = c$, найти x.

1. Перенесем b в правую часть уравнения, поменяв у него знак на противоположный: $ax = c-b$.

2. Разделим обе части уравнения на a:

$$\frac{\cancel{a}x}{\cancel{a}} = \frac{c-b}{a} \Rightarrow \underline{x = \frac{c-b}{a}}.$$

Пример 11. $m_1L = mc(t-t_1)$, **найти** t.

Способ 1.

1. Раскроем скобки, получим: $m_1L = mct - mct_1$.

2. Перенесем член $(-mct_1)$ в левую часть, изменив знак «–» на «+»:

$$m_1L = mct \boxed{-mct_1}$$

$$+mct_1 + m_1L = mct.$$

3. Разделим обе части на mc и получим: $\dfrac{mct_1 + m_1L}{mc} = \dfrac{\cancel{mc}t}{\cancel{mc}}$.

Отсюда ответ: $\dfrac{mct_1 + m_1L}{mc} = t$ или $\underline{t = \dfrac{mct_1 + m_1L}{mc}}$.

Способ 2.

1. Разделим обе части уравнения на mc:

$$\frac{m_1L}{mc} = \frac{\cancel{mc}(t_1 - t)}{\cancel{mc}} \Rightarrow \frac{m_1L}{mc} = t - t_1.$$

2. Перенесем $(-t_1)$ в левую часть, поменяв знак «–» на «+» и получим ответ:

$$\frac{m_1L}{mc} = t \boxed{-t_1} \Rightarrow +t_1 + \frac{m_1L}{mc} = t \Rightarrow$$

$$\underline{t = t_1 + \frac{m_1L}{mc}}. \qquad (1)$$

Читатель: При решении первым способом мы, вроде бы, получили другой ответ…

Автор: Тот же самый! Чтобы убедиться в этом, достаточно привести выражение (1) к общему знаменателю:

$$t = t_1^{\backslash mc} + \frac{m_1L^{\backslash 1}}{mc} = \frac{mct_1 + m_1L}{mc}.$$

Получилось то же значение t, что и при решении способом 1.

Пример 12. $\rho_2 = \rho_1(1 - \beta\Delta t)$, **найти** β.

1. Разделим обе части уравнения на ρ_1:

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{\cancel{\rho_1}(1-\beta\Delta t)}{\cancel{\rho_1}} \Rightarrow \frac{\rho_2}{\rho_1} = 1 - \beta\Delta t.$$

2. Перенесем $(-\beta\Delta t)$ в левую часть, а $\left(\frac{\rho_2}{\rho_1}\right)$ – в правую часть уравнения, поменяв у них знаки на противоположные:

$$\boxed{\frac{\rho_2}{\rho_1}} = 1\boxed{-\beta\Delta t} \qquad +\beta\Delta t = 1 - \frac{\rho_2}{\rho_1}.$$

3. Разделим обе части уравнения на Δt и получим ответ:

$$\frac{\beta\cancel{\Delta t}}{\cancel{\Delta t}} = \frac{\left(1 - \frac{\rho_2}{\rho_1}\right)}{\Delta t} \Rightarrow \underline{\beta = \frac{1}{\Delta t}\left(1 - \frac{\rho_2}{\rho_1}\right)}. \qquad (1)$$

Читатель: А почему $\dfrac{\left(1 - \frac{\rho_2}{\rho_1}\right)}{\Delta t} = \dfrac{1}{\Delta t}\left(1 - \dfrac{\rho_2}{\rho_1}\right)$?

Автор: Потому что для произвольного числа a справедливо $\frac{a}{\Delta t} = \frac{1}{\Delta t}\cdot a$, так как по правилу умножения дробей $\frac{1}{\Delta t}\cdot a = \frac{1}{\Delta t}\cdot\frac{a}{1} = \frac{1\cdot a}{\Delta t\cdot 1} = \frac{a}{\Delta t}$. То есть разделить число a на Δt или умножить его на дробь $\frac{1}{\Delta t}$ – это одно и то же.

Полученное нами выражение (1) для β можно (при желании) преобразовать:

$$\beta = \frac{1}{\Delta t}\left(1^{\backslash\rho_1} - \frac{\rho_2^{\backslash 1}}{\rho_1}\right) = \frac{1}{\Delta t}\left(\frac{\rho_1 - \rho_2}{\rho_1}\right) = \underline{\frac{\rho_1 - \rho_2}{\Delta t\rho_1}}.$$

Уравнения, в которых неизвестное содержится в обеих частях уравнения

Пример 13. $3x + 2 = 2x + 4$.

Основная идея решения таких уравнений состоит в том, чтобы собрать все члены, содержащие неизвестную величину, в одной части уравнения, а не содержащие – в другой:

$$3x \boxed{+2} = \boxed{2x} + 4$$

$$-2x + 3x = +4 - 2 \quad \Rightarrow \quad \underline{x = 2.}$$

Пример 14. $ax + b = cx + d$, найти x.

$$ax \boxed{+b} = \boxed{cx} + d \quad \Rightarrow -cx + ax = +d - b.$$

Вынесем за скобку x: $x(a - c) = d - b$. Разделим обе части на $(a–c)$ и получим:

$$\frac{x\cancel{(a-c)}}{\cancel{(a-c)}} = \frac{(d-b)}{(a-c)} \quad \Rightarrow \quad \underline{x = \frac{d-b}{a-c}}.$$

Пример 15. $c_1m_1t_1 + Ct_2 = (c_1m_1 + C)\theta$, найти C.

1. Раскроем скобки в правой части уравнения:

$$c_1m_1t_1 + Ct_2 = c_1m_1\theta + C\theta.$$

2. Перенесем $C\theta$ в левую часть уравнения, а $c_1m_1t_1$ – в правую:

$$\boxed{c_1m_1t_1} + Ct_2 = c_1m_1\theta \boxed{+C\theta} \quad \Rightarrow -C\theta + Ct_2 = c_1m_1\theta - c_1m_1t_1.$$

3. Вынесем в левой части C за скобки:

$$C(t_2 - \theta) = c_1m_1\theta - c_1m_1t_1.$$

4. Разделим обе части уравнения на $(t_2 - \theta)$, получим:

$$\frac{C\cancel{(t_2-\theta)}}{\cancel{(t_2-\theta)}} = \frac{c_1m_1\theta - c_1m_1t_1}{(t_2-\theta)} \quad \Rightarrow \quad C = \frac{c_1m_1\theta - c_1m_1t_1}{t_2 - \theta}.$$

Ответ получен, но «для красоты» можно еще в числителе вынести за скобки c_1m_1: $\underline{C = \frac{c_1m_1(\theta - t_1)}{t_2 - \theta}}.$

Системы уравнений

Пример 16. $\begin{cases} 3x = 9; & (1) \\ yx = 15. & (2) \end{cases}$

Уравнение (1) содержит только одно неизвестное x, поэтому решить его не представляет труда: $x = \frac{9}{3} \Rightarrow x = 3.$

Зная значение x, мы можем подставить его в уравнение (2) и найти y: $y \cdot 3 = 15 \Rightarrow y = \frac{15}{3} \Rightarrow y = 5$.

Запишем ответ: $\begin{cases} x = 3; \\ y = 5. \end{cases}$

Пример 17. $\begin{cases} lk = L; & (1) \\ Vk^3 = V_0. & (2) \end{cases}$ Найти k и V.

1. Из уравнения (1), которое содержит только одно неизвестное k, найдем k: $k = \frac{L}{l}$.

2. Подставим значение k в уравнение (2): $V\left(\frac{L}{l}\right)^3 = V_0$.

3. Умножим обе части на дробь $\frac{l^3}{L^3}$:

$$V\frac{L^3}{l^3} \cdot \frac{l^3}{L^3} = V_0\frac{l^3}{L^3} \Rightarrow V = V_0\frac{l^3}{L^3}.$$

Запишем ответ: $\begin{cases} k = \frac{L}{l}; \\ V = V_0\frac{l^3}{L^3}. \end{cases}$

Пример 18. $\begin{cases} \Delta l = l_0\alpha\Delta t; & (1) \\ Q = c\rho V\Delta t. & (2) \end{cases}$

В этой системе неизвестны Δt и Δl, требуется найти *только* Δl.

Поскольку величину Δt с нас не спрашивают, то и не будем ее искать. Приступим сразу к поиску Δl. Для этого разделим левую часть уравнения (1) на левую часть уравнения (2), а правую часть уравнения (1) на правую часть уравнения (2) и приравняем полученные отношения. (Равенство при этом не нарушится, так как если, например, 5=5 и 3=3, то 5/3=5/3.)

$$\frac{\Delta l}{Q} = \frac{l_0\alpha\cancel{\Delta t}}{c\rho V\cancel{\Delta t}}.$$

Неизвестная нам величина Δt сократилась. Теперь умножим обе части уравнения на Q и получим ответ:

$$\frac{\Delta l}{\cancel{Q}}\cancel{Q} = \frac{l_0\alpha}{c\rho V}Q \;\Rightarrow\; \underline{\Delta l = \frac{l_0 \alpha Q}{c\rho V}}.$$

Пример 19. $\begin{cases} x + y = 3; & (1) \\ x + 2y = 5. & (2) \end{cases}$

Такую систему можно решить несколькими методами, из которых наиболее простой *метод подстановки.*

Выразим из уравнения (1) неизвестное x через неизвестное y:

$$x = 3 - y, \qquad (3)$$

а теперь *подставим* это значение x в уравнение (2):

$$(3 - y) + 2y = 5 \;\Rightarrow\; 3 - y + 2y = 5 \;\Rightarrow\; 3 + y = 5 \;\Rightarrow$$
$$\Rightarrow\; y = 5 - 3 \;\Rightarrow\; y = 2.$$

Значение y мы нашли. *Подставим* это значение в (3) и получим значение x: $x = 3 - y = 3 - 2 = 1$.

Запишем окончательный ответ: $\begin{cases} x = 1; \\ y = 2. \end{cases}$

Пример 20. $\begin{cases} (L + c_в \Delta t) m_x = \lambda m; & (1) \\ m_в = m + m_x. & (2) \end{cases}$ Найти m и m_x.

1. Из уравнения (2) выразим m через m_x:

$$m = m_в - m_x. \qquad (3)$$

2. Подставим значение m в уравнение (1):

$(L + c_в\Delta t)m_x = \lambda(m_в - m_x) \Rightarrow (L + c_в\Delta t)m_x = \lambda m_в - \lambda m_x.$

3. Перенесем $(-\lambda m_x)$ в левую часть:

$$(L + c_в\Delta t)m_x = \lambda m_в \boxed{-\lambda m_x} \Rightarrow +\lambda m_x + (L + c_в\Delta t)m_x = \lambda m_в.$$

4. Вынесем m_x за скобки как общий множитель:

$$m_x(\lambda + L + c_в\Delta t) = \lambda m_в.$$

5. Разделим обе части уравнения на $(\lambda + L + c_в\Delta t)$ и получим значение m_x:

$$\frac{m_x \cancel{(\lambda + L + c_в \Delta t)}}{\cancel{(\lambda + L + c_в \Delta t)}} = \frac{\lambda m_в}{(\lambda + L + c_в \Delta t)} \Rightarrow m_x = \frac{\lambda m_в}{\lambda + L + c_в \Delta t}.$$

6. Значение неизвестной величины m_x найдено. Подставим это значение в выражение (3) и найдем значение m:

$$m = m_в - m_x = m_в - \frac{\lambda m_в}{\lambda + L + c_в \Delta t}.$$

Ответ получен, но «для красоты» последнее выражение можно преобразовать:

$$m = m_в^{\backslash \lambda + L + c_в \Delta t} - \frac{\lambda m_в^{\backslash 1}}{\lambda + L + c_в \Delta t} = \frac{m_в \lambda + m_в L + m_в c_в \Delta t - \lambda m_в}{\lambda + L + c_в \Delta t} =$$

$$= \frac{m_в L + m_в c_в \Delta t}{\lambda + L + c_в \Delta t} = \frac{m_в (L + c_в \Delta t)}{\lambda + L + c_в \Delta t}.$$

Запишем окончательный ответ: $$\begin{cases} m_x = \dfrac{\lambda m_в}{\lambda + L + c_в \Delta t}; \\ m = \dfrac{m_в (L + c_в \Delta t)}{\lambda + L + c_в \Delta t}. \end{cases}$$

Задания для самостоятельного решения

Задания очень легкие

А1. $Q = Lm$, найти m.
А2. $\Delta U = Lm$, найти L.
А3. $Q = \lambda m$, найти λ.
А4. а) $m_1 = \rho_1 V$, найти ρ_1;
б) $m_1 = \rho_1 V$, найти V.
А5. $Q = c\Delta t$, найти Δt.
А6. $Q = qm$, найти m.
А7. а) $V = V_0\beta$, найти V_0;
б) $V = V_0\beta$, найти β.
А8. $m_л + m_в = M$, найти $m_л$.
А9. $v_1 + v_2 = V$, найти v_2.
А10. $x + y = m_2$, найти y.
А11. $m_с + m_а = M$, найти $m_с$.

Задания легкие

Б1. $\lambda m_x = Lm$, найти L.
Б2. $xL = Q_2 - Q_1$, найти x.
Б3. а) $\lambda m = cm_а\Delta t$, найти λ;
б) $\lambda m = cm_а\Delta t$, найти c.
Б4. $Q = c(t_1 - t_2)$, найти c.
Б5. а) $\Delta l = l_0\alpha t$, найти l_0;
б) $\Delta l = l_0\alpha t$, найти α;
с) $\Delta l = l_0\alpha t$, найти t.
Б6. $M = \rho(V - v)$, найти ρ.
Б7. а) $Q = mc\Delta t$, найти c;
б) $Q = mc\Delta t$, найти m.
Б8. а) $Q = m\rho V\Delta t$, найти ρ;
б) $Q = m\rho V\Delta t$, найти V.

Б9. а) $c\rho\Delta V = \beta Q$, найти ρ;

б) $c\rho\Delta V = \beta Q$, найти ΔV.

Б10. а) $\eta qm = Mc\Delta t$, найти η;

б) $\eta qm = Mc\Delta t$, найти q;

в) $\eta qm = Mc\Delta t$, найти m.

Б11. а) $d\Phi = \kappa S\Delta t$, найти S;

б) $d\Phi = \kappa S\Delta t$, найти Δt.

Б12. а) $\beta_1 V_1\Delta t_1 = \beta_2 V_2 t_2$, найти β_1;

б) $\beta_1 V_1\Delta t_1 = \beta_2 V_2 t_2$, найти V_1.

Б13. а) $m = \rho nabc$, найти n;

б) $m = \rho nabc$, найти ρ.

Б14. а) $\Delta\rho = -\beta\rho_0\Delta t$, найти ρ_0;

б) $\Delta\rho = -\beta\rho_0\Delta t$, найти Δt.

Б15. $(m_1 - m_0)\lambda = c_2 m_2 t_2$, найти λ.

Б16. $mc(t - t_0) = m_1\lambda$, найти m.

Б17. а) $Q = m(c\Delta t + \lambda)$, найти Δt;

б) $Q = m(c\Delta t + \lambda)$, найти λ.

Б18. $\lambda m_в = cm(t_к - t_н)$, найти $t_к$.

Б19. $Q = mc(t_2 - t_1)$, найти t_2.

Б20. $Q = C(t_1 - t_2)$, найти t_1.

Б21. $\Delta m = V(\rho - \rho_1)$, найти ρ.

Б22. $M = \rho(V_н - V_к)$, найти $t_к$.

Б23. $\dfrac{Q}{m} = q$, найти m.

Б24. $\dfrac{m}{v} = \rho$, найти v.

Б25. $\dfrac{Q}{m_1} = \lambda$, найти m_1.

Б26. $\dfrac{Q}{M} = L$, найти M.

Б27. $v = \dfrac{S}{t}$, найти t.

Задания средней сложности

В1. $(m_1 - m_2)\lambda = c_2 m_2 t$, найти m_2.

В2. а) $\rho Vc(t_1 - t_0) = \rho_1 V_1\lambda$, найти ρ;

б) $\rho Vc(t_1 - t_0) = \rho_1 V_1\lambda$, найти V;

в) $\rho Vc(t_1 - t_0) = \rho_1 V_1\lambda$, найти c;

г) $\rho Vc(t_1 - t_0) = \rho_1 V_1\lambda$, найти ρ_1;

д) $\rho Vc(t_1 - t_0) = \rho_1 V_1\lambda$, найти V_1;

е) $\rho Vc(t_1 - t_0) = \rho_1 V_1\lambda$, найти λ.

В3. $Q = m(c\Delta t + \lambda)$, найти m.

В4. а) $Q = \rho abc(c_1\Delta t + \lambda)$, найти ρ;

б) $Q = \rho abc(c_1\Delta t + \lambda)$, найти a.

В5. а) $Q = mc(\theta - t_1)$, найти m;

б) $Q = mc(\theta - t_1)$, найти c.

В6. $l = l_0(1 - \alpha t)$, найти l_0.

В7. а) $\Delta l = \alpha l_0(t_2 - t_1)$, найти α;

б) $\Delta l = \alpha l_0(t_2 - t_1)$, найти l_0.

В8. $S = S_0(1 - 2\alpha t)$, найти S_0.

В9. $\Delta V = \dfrac{\pi d^2}{4}\Delta h$, найти Δh.

В10. $m = \rho\pi D^2 h$, найти h.

В11. $V_2 = V_1(1+\beta t)$, найти V_1.

В12. $\rho_2 = \rho_1(1-\beta t)$, найти ρ_1.

В13. $Q = \rho VabcΔt$, найти a.

В14. $c_1m_1\Delta t_1 = c_2m_2\Delta t_2$, найти m_2.

В15. $\Phi = -\dfrac{S(t_2 - t_1)}{d}$, найти d.

В16. $\rho = -\dfrac{\Delta\rho}{\beta\Delta t}$, найти β.

В17. $(L + c_в\Delta t)m_x = \lambda m$, найти L.

В18. $c_в(\theta - t_1) = x(L + c_в(t_2 - \theta))$, найти t_1.

В19. $Q = \rho abc(c_в\Delta t + \lambda)$, найти λ.

В20. $c_в\rho Sh(t_1 - t_0) = \lambda\rho Sh$, найти t_1.

В21. $l_1 = l_0(1 + \alpha t_1)$, найти t_1.

В22. $\Delta l = \alpha l_1(t_2 - t_1)$, найти t_2.

В23. $S = S_0(1 + 2\alpha t)$, найти t.

В24. $\rho_2 = \rho_1(1 + \beta\Delta t)$, найти Δt.

В25. $Q = nmc_{уд}(t_н - t_к)$, найти $t_к$.

В26. $\eta q\rho V = c(t_к - t_н)$, найти $t_н$.

В27. $c_1m_1t_1 + c_2m_2t_2 = (c_1m_1 + c_2m_2)\theta$, найти m_1.

В28. $c_3m_3(t_3 - \theta) = (c_1m_1 + c_2m_2)(\theta - t_1)$, найти θ.

В29. $m_1c_1t_1 + m_2c_2t_2 = (m_1 + m_2)ct$, найти m_1.

В30. $c_вm_вt_в + c_лm_лt_л = (c_вm_в + c_лm_л)\theta$, найти $c_в$.

В31. $m_1t_1 + m_2t_2 = (m_1 + m_2)\theta$, найти m_1.

В32. $V_1t_1 + V_2t_2 = (V_1 + V_2)t$, найти V_2.

В33. $c_1m_1t_1 + Ct_2 = (c_1m_1 + C)\theta$, найти C.

В34. $c_вt_1 + c_тt_2 = (c_в + c_т)\theta$, найти $c_в$.

В35. $c_вm_лt_к + m_л\lambda = m_вc_в(t_н - t_к)$, найти $t_к$.

Задания трудные

Г1. $\eta = \dfrac{m(c\Delta t + \lambda)}{qM}$, найти Δt.

Г2. $c_1m_1t_1 + c_2m_2t_2 + Ct_1 = (c_1m_1 + c_2m_2 + C)\theta$, найти C.

Г3. $\rho_вV_вc_вt_в + Ct_2 = (\rho_вV_вc_в + C)t_1$, найти ρ.

Г4. $m_вc_в(t_в - \theta) = m_л(c_лt_л + \lambda + c_в\theta)$, найти $c_в$.

Г5. $(C + c_1m_1)(t_1 - \theta) = \lambda(m_2 - y) + m_2c_1\theta$, найти θ.

Г6. $q_1L + cq_1(t_1 - t_2) = cq_2(t - t_2)$, найти t_2.

Г7. $Lm_п + c_вm_п(t_к - \theta) = m_вc_в(\theta - t_1)$, найти θ.

Г8. $Lm_п + c_вm_п(t_2 - \theta) = c_лm_л(t_0 - t_1) + \lambda m_л + c_вm_л(\theta - t_0)$, найти θ.

Г9. $\begin{cases}(L+c_в\Delta t)m_x=\lambda m;\\ m_в=m+m_x,\end{cases}$ найти λ, m_x.

Г10. $\begin{cases}m_в(t_1-\theta)=y\lambda+cm_n(\theta-t_n);\\ x+y=m_n,\end{cases}$ найти x, y.

Г11. $\begin{cases}c_1m_1\Delta t=\lambda(m_2-x)+cm_2(t_1-\Delta t);\\ x+y=m_2,\end{cases}$ найти x, y.

Задания очень трудные

Д1. $\begin{cases}m_n+m_л=M;\\ Lm_n+c_вm_n(t_2-\theta)=c_лm_л(t_0-t_1)+\lambda m_л+c_вm_л(\theta-t_0),\end{cases}$

найти $m_л$, m_n.

Д2. $\begin{cases}c_в(\theta-t_1)=x(L+c_вt_2);\\ y=\dfrac{x}{x+1},\end{cases}$ найти x, y.

Д3. $\begin{cases}c_вt_1+c_тt_2=(c_в+c_т)\theta;\\ y=\dfrac{c_в}{c_т},\end{cases}$ y, $c_в$ и $c_т$ – неизвестные величины, найти только y.

Д4. Найти m_c и m_a.

$$\begin{cases}(c_cm_c+c_am_a)t_1+c_вm_вt_2+C_кt_2=(c_cm_c+c_am_a+c_вm_в+C_к)\theta;\\ m_c+m_a=m.\end{cases}$$

Д5. $\begin{cases}m_1=m_n+\rho_вV;\\ m_2=m_n+\rho_в(V-V_c);\\ \rho_cV_c=m_c,\end{cases}$ найти V, V_c, ρ.

Д6. $\begin{cases}\dfrac{M}{\rho}=\dfrac{m_к}{\rho_1}+\dfrac{m_3}{\rho_2};\\ M=m_3+m_к,\end{cases}$ найти m_3, $m_к$.

Д7. $\begin{cases}m_1=V(\rho-\rho_1);\\ m_2=V(\rho-\rho_2),\end{cases}$ найти V, ρ.

ОТВЕТЫ

1

А1. $m=Q/L$. **А2.** $L=\Delta U/m$. **А3.** $\lambda=Q/m$. **А4.** а) $\rho_1=m_1/V$; б) $V=m_1/\rho_1$. **А5.** $\Delta t=Q/c$. **А6.** $m=Q/q$. **А7.** а) $V_0=V/\beta t$; б) $\beta=V/V_0t$. **А8.** $m_л=M-m_в$. **А9.** $v_2=V-v_1$. **А10.** $y=m_2-x$. **А11.** $m_c=M-m_a$. **Б1.** $L=\dfrac{\lambda m_x}{m}$.

Б2. $x=\dfrac{Q_2-Q_1}{L}$. **Б3.** а) $\lambda=\dfrac{cm_a\Delta t}{m}$; б) $c=\dfrac{\lambda m}{m_a\Delta t}$. **Б4.** $c=\dfrac{Q}{t_1-t_2}$.

Б5. а) $l_0=\dfrac{\Delta l}{\alpha t}$; б) $\alpha=\dfrac{\Delta l}{l_0t}$; в) $t=\dfrac{\Delta l}{l_0\alpha}$. **Б6.** $\rho=\dfrac{M}{V-v}$. **Б7.** а) $c=\dfrac{Q}{m\Delta t}$;

б) $m=\dfrac{Q}{c\Delta t}$. **Б8.** а) $\rho=\dfrac{Q}{mV\Delta t}$; б) $V=\dfrac{Q}{m\rho\Delta t}$. **Б9.** а) $\rho=\dfrac{\beta Q}{c\Delta V}$;

б) $\Delta V=\dfrac{\beta Q}{c\rho}$. **Б10.** а) $\eta=\dfrac{Mc\Delta t}{qm}$; б) $q=\dfrac{Mc\Delta t}{\eta m}$; в) $m=\dfrac{Mc\Delta t}{\eta q}$.

Б11. а) $S=d\Phi/æ\Delta t$; б) $\Delta t=d\Phi/æS$. **Б12.** а) $\beta_1=\dfrac{\beta_2V_2\Delta t_2}{V_1\Delta t_1}$;

б) $V_1=\dfrac{\beta_2V_2\Delta t_2}{\beta_1\Delta t_1}$. **Б13.** а) $n=\dfrac{m}{\rho abc}$; б) $\rho=\dfrac{m}{nabc}$. **Б14.** а) $\rho_0=-\dfrac{\Delta\rho}{\beta\Delta t}$;

б) $\Delta t=-\dfrac{\Delta\rho}{\beta\rho_0}$. **Б15.** $\lambda=\dfrac{c_2m_2t_2}{m_1-m_0}$. **Б16.** $m=\dfrac{m_1\lambda}{c(t-t_0)}$. **Б17.** а) $\Delta t=(Q-\lambda c)/mc$; б) $\lambda=(Q/m)-c\Delta t$. **Б18.** $t_к=\dfrac{\lambda m_в}{cm}+t_н$. **Б19.** $t_2=\dfrac{Q}{mc}+t_1$.

Б20. $t_1=\dfrac{Q}{c}+t_2$. **Б21.** $\rho=\dfrac{\Delta m}{V}+\rho_1$. **Б22.** $V_н=\dfrac{M}{\rho}+V_к$. **Б23.** $m=Q/q$.

Б24. $v=m/\rho$. **Б25.** $m_1=Q/\lambda$. **Б26.** $m=Q/L$. **Б27.** $t=S/v$.

В1. $m_2=\dfrac{(m_1-m_3)\lambda}{c_2t}$. **В2.** а) $\rho=\dfrac{\rho_1V_1\lambda}{Vc(t_1-t_0)}$; б) $V=\dfrac{\rho_1V_1\lambda}{\rho c(t_1-t_0)}$;

в) $c=\dfrac{\rho_1V_1\lambda}{\rho V(t_1-t_0)}$; г) $\rho_1=\dfrac{\rho Vc(t_1-t_0)}{V_1\lambda}$; д) $V_1=\dfrac{\rho Vc(t_1-t_0)}{\rho_1\lambda}$;

е) $\lambda=\dfrac{\rho Vc(t_1-t_0)}{\rho_1V_1}$. **В3.** $m=\dfrac{Q}{c\Delta t+\lambda}$. **В4.** а) $\rho=\dfrac{Q}{abc(c_1\Delta t+\lambda)}$;

б) $a=\dfrac{Q}{\rho bc(c_1\Delta t+\lambda)}$. **В5.** а) $m=\dfrac{Q}{c(\theta-t_1)}$; б) $c=\dfrac{Q}{m(\theta-t_1)}$. **В6.** $l_0=\dfrac{l}{1+\alpha t}$. **В7.** а) $\alpha=\dfrac{\Delta l}{l_0(t_2-t_1)}$; б) $l_0=\dfrac{\Delta l}{\alpha(t_2-t_1)}$. **В8.** $S_0=\dfrac{S}{1+2\alpha t}$.

В9. $\Delta h=\dfrac{4\Delta V}{\pi d^2}$. **В10.** $h=\dfrac{m}{\rho\pi D^2 h}$. **В11.** $V_1=\dfrac{V_2}{1+\beta t}$. **В12.** $\rho_1=\dfrac{\rho_2}{1-\beta t}$.

В13. $a=\dfrac{Q}{\rho Vbc\Delta t}$. **В14.** $m_2=\dfrac{c_1m_1\Delta t_1}{c_2\Delta t_2}$. **В15.** $d=æS(t_2-t_1)/\Phi$. **В16.** $\beta=-\Delta\rho/\rho\Delta t$. **В17.** $L=\dfrac{\lambda m}{m_x}-c_в\Delta t$. **В18.** $t_1=\theta-\dfrac{x}{c_в}[L+c_в(t_2-\theta)]$

В19. $\lambda=[Q/(\rho abc)]-c_в\Delta t$. **В20.** $t_1=\lambda/c_в+t_0$. **В21.** $t_1=(l_1-l_0)/(\alpha l_0)$. **В22.** $t_2=\Delta l/(\alpha l_1)+t_1$. **В23.** $t=(S-S_0)/(2\alpha S_0)$. **В24.** $\Delta t=(\rho_1-\rho_0)/(\beta\rho_1)$.

В25. $t_к=t_н-\dfrac{Q}{nmc_{уд}}$. **В26.** $t_н=t_к-\dfrac{\eta q\rho V}{c}$. **В27.** $m_1=\dfrac{c_2m_2(\theta-t_2)}{c_1(t_1-\theta)}$.

В28. $\theta=\dfrac{t_1(c_1m_1+c_2m_2)+c_3m_3t_3}{c_3m_3+c_1m_1+c_2m_2}$. **В29.** $m_1=\dfrac{m_2ct-m_2c_2t_2}{c_1t_1-ct}$.

В30. $c_в=\dfrac{c_л m_л\theta-c_л m_л t_л}{m_в t_в-m_в\theta}$. **В31.** $m_1=\dfrac{m_2(\theta-t_2)}{t_1-\theta}$. **В32.** $V_2=\dfrac{V_1(t-t_1)}{t_2-t}$.

В33. $C=\dfrac{c_1m_1(\theta-t_1)}{t_2-\theta}$. **В34.** $c_в=\dfrac{c_т(\theta-t_2)}{t_1-\theta}$. **В35.** $t_к=\dfrac{m_в c_в t_н-m_л\lambda}{c_в m_л+c_в m_в}$.

Г1. $\Delta t=\dfrac{1}{c}\left(\dfrac{\eta qM}{m}-\lambda\right)$. **Г2.** $C=\dfrac{1}{t_1-\theta}[(c_1m_1+c_2m_2)\theta-(c_1m_1t_1+c_2m_2t_2)]$. **Г3.** $\rho_в=\dfrac{c}{V_в c_в}\cdot\dfrac{t_1-t_2}{t_в-t_1}$. **Г4.** $c_в=\dfrac{m_л(c_л t_л+\lambda)}{m_в(t_в-\theta)-m_л\theta}$.

Г5. $\theta=\dfrac{(C+m_1c_1)t_1-\lambda(m_2-y)}{C+m_1c_1+m_2c_1}$. **Г6.** $t_2=\dfrac{cq_2t-cq_1t-q_1L}{c(q_2-q_1)}$.

Г7. $\theta=\dfrac{Lm_п+c_в m_п t_к+c_в m_в t_1}{c_в(m_п+m_в)}$.

Г8. $\theta=\dfrac{c_в m_л t_0+Lm_п+c_в m_п t_2-c_л m_л(t_0-t_1)-\lambda m_л}{c_в m_п+c_в m_л}$.

Г9. $\begin{cases} m = m_в - m; \\ \lambda = \dfrac{(L + c_в \Delta t)(m_в - m)}{m}. \end{cases}$ **Г10.** $\begin{cases} y = \dfrac{1}{\lambda}[m_в(t_1 - \theta) - c m_п(\theta - t_п)]; \\ x = m_п - \dfrac{1}{\lambda}[m_в(t_1 - \theta) - c m_п(\theta - t_п)]. \end{cases}$

Г11. $\begin{cases} x = m_2 + \dfrac{c m_2(t_1 - \Delta t) - c_1 m_1 \Delta t}{\lambda}; \\ y = \dfrac{c m_2(t_1 - \Delta t) - c_1 m_1 \Delta t}{\lambda}. \end{cases}$

Д1. $\begin{cases} m_л = \dfrac{M[L + c_в(t_2 - \theta)]}{c_л(t_0 - t_1) + \lambda + c_в(\theta - t_0) + L + c_в(t_2 - \theta)}; \\ m_п = M - \dfrac{M[L + c_в(t_2 - \theta)]}{c_л(t_0 - t_1) + \lambda + c_в(\theta - t_0) + L + c_в(t_2 - \theta)}. \end{cases}$

Д2. $\begin{cases} x = \dfrac{c_в(\theta - t_1)}{L + c_в t_2}; \\ y = \dfrac{c_в(\theta - t_1)}{c_в(\theta - t_1) + L + c_в t_2}. \end{cases}$ **Д3.** $y = \dfrac{\theta - t_2}{t_1 - \theta}.$

Д4. $\begin{cases} m_а = \dfrac{(c_в m_в + C_к)\theta - c_в m_в t_2 - C_к t_2}{c_а t_1 - c_c t_1 + c_c \theta - c_а \theta}; \\ m_c = m - \dfrac{(c_в m_в + C_к)\theta - c_в m_в t_2 - C_к t_2}{c_а t_1 - c_c t_1 + c_c \theta - c_а \theta}. \end{cases}$ **Д5.** $\begin{cases} v = (m_1 - m_п)/\rho_в; \\ v_c = (m_1 - m_2)/\rho_в; \\ \rho_c = (m_c \rho_в)/(m_1 - m_2). \end{cases}$

Д6. $\begin{cases} m_з = \dfrac{M\rho_2(\rho_1 - \rho)}{\rho(\rho_1 - \rho_2)}; \\ m_к = \dfrac{M\rho_1(\rho - \rho_2)}{\rho(\rho_1 - \rho_2)}. \end{cases}$ **Д7.** $\begin{cases} \rho = \dfrac{m_1\rho_2 - m_2\rho_1}{m_1 - m_2}; \\ V = \dfrac{m_1 - m_2}{\rho_2 - \rho_1}. \end{cases}$

2

А1. а) 60 см^2; б) 0,18 м^2; в) 37 мм^2; г) 2,04 м^2. **А2.** а) $2\cdot10^2$. б) $3\cdot10^3$; в) $6\cdot10^4$; г) $7\cdot10^5$; д) $8\cdot10^6$; е) $9\cdot10^9$; ж) $9\cdot10$; з) $2{,}1\cdot10^2$; и) $3{,}1\cdot10^3$; к) $6{,}2\cdot10^4$; л) $7{,}6\cdot10^5$; м) $9{,}5\cdot10$; н) $2{,}103\cdot10^2$; о) $3{,}1125\cdot10^3$; п) $1{,}95646\cdot10^3$. **А3.** а) 2 см; б) 2,9 см; в) 38 см; г) 0,73 м; д) 91 мм; е) 1,9 м. **Б1.** а) 25 см^2; б) 10 см^2; в) $2{,}5\cdot10^3$ м^2; г) $3{,}1\cdot10^3$ см^2; д) 6,0 см^2; е) $1{,}4\cdot10^5$ см^2. **Б2.** а) $9{,}55\cdot10$; б) $9{,}55\cdot10^{-1}$; в) $9{,}36\cdot10^4$; г) $9{,}36\cdot10^{-2}$; д) $1{,}23\cdot10^{-3}$; е) $1{,}230001\cdot10^8$; ж) $1{,}2\cdot10^{-4}$; з) $2{,}3\cdot10^{-2}$; и) $1{,}406\cdot10^{-1}$; к) $1{,}406\cdot10^3$; л) $1{,}404\cdot10^{-4}$; м) $1{,}404\cdot10^8$. **Б3.** а) 34 см; б) 4 см; в) 2 км; г) 3,93 м;